Πανεπιστήμιο Κρήτης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Αντιστοίχιση Χαρακτηριστικών με Χρήση Γεωμετρικών Περιορισμών σε Εικόνες που Περιλαμβάνουν Δύο Τουλάχιστον Επίπεδα

Σταύρος Β. Τζουρμπάκης

Μεταπτυχιακή Εργασία

Ηράκλειο, Νοέμβριος 1999

Πανεπιστήμιο Κρήτης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Αντιστοίχιση Χαρακτηριστικών με Χρήση Γεωμετρικών Περιορισμών σε Εικόνες που Περιλαμβάνουν Δύο Τουλάχιστον Επίπεδα

Εργασία που υποβλήθηκε από τον
Σταύρο Β. Τζουρμπάκη
ως μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων για την απόκτηση
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

Συγγραφέας:

Σταύρος Β. Τζουρμπάκης
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Εισηγητική Επιτροπή:

Στέλιος Ορφανουδάκης, Καθηγητής, Επόπτης

Πάνος Τραχανιάς, Αναπληρωτής Καθηγητής, Μέλος

Γιώργος Τζιρίτας, Αναπληρωτής Καθηγητής, Μέλος

Αντώνης Αργυρός, Ερευνητής, Έκτακτο Μέλος

Δεκτή:

Πάνος Κωνσταντόπουλος, Καθηγητής
Πρόεδρος Επιτροπής Μεταπτυχιακών Σπουδών

Νοέμβριος 1999

’’...στους αγαπώ...’’

Αντιστοίχιση Χαρακτηριστικών με Χρήση Γεωμετρικών Περιορισμών σε Εικόνες που Περιλαμβάνουν Δύο Τουλάχιστον Επίπεδα

Σταύρος Β. Τζουρμπάκης

Μεταπτυχιακή Εργασία

Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Περίληψη

Το πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η παρούσα εργασία είναι αυτό της εύρεσης αντιστοιχίσεων σημείων ανάμεσα σε διαφορετικές όψεις τρισδιάστατων σκηνών. Το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι θεμελιώδες στο χώρο της μηχανικής όρασης καθώς στην επίλυσή του βασίζονται ένας σημαντικός αριθμός από εφαρμογές, όπως η βαθμονόμηση καμερών (camera callibration), η αναγνώριση αντικειμένων (recognition), η εξαγωγή της τρισδιάστατης πληροφορίας του χώρου (reconstruction) καθώς και η δημιουργία μωσαϊκών από ακολουθίες εικόνων. Επίσης, εφαρμογές του προβλήματος της αντιστοίχισης συναντάμε όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια στο χώρο της δημιουργίας νέων σκηνών από διαφορετικές οπτικές γωνίες (view synthesis, image based rendering).

Διαφορετικές προσεγγίσεις στο συγκεκριμένο πρόβλημα χρησιμοποιούν φωτομετρική πληροφορία, περιορισμούς στη γεωμετρία των καμερών, αλλά και περιορισμούς που τίθενται από την γεωμετρία της σκηνής. Ένα μειονέκτημα των παραπάνω μεθόδων, ιδιαίτερα των δύο πρώτων κατηγοριών είναι ότι στηρίζονται σε υποθέσεις όπως ότι η φωτεινότητα των εικόνων δεν μεταβάλλεται σημαντικά ή ότι οι θέσεις και οι σχέσεις (π.χ. εγγύτητα, παραλληλία) των χαρακτηριστικών που περιέχουν παραμένουν σε μεγάλο βαθμό αναλλοίωτες. Τέτοιες προϋποθέσεις όμως περιορίζουν την εφαρμογή αυτών των αλγορίθμων σε κοντινές μεταξύ τους εικόνες όπου δηλαδή οι συνθήκες λήψης (π.χ. απόσταση οπτικών κέντρων, γωνία λήψης) δε διαφέρουν σημαντικά.

Στην παρούσα εργασία προτείνεται η λύση του προβλήματος της αντιστοίχισης χαρακτηριστικών ανάμεσα σε διαφορετικές όψεις μιας 3Δ σκηνής, μέσω δύο αλγορίθμων εκ των οποίων ο ένας χρησιμοποιεί τη γεωμετρία των καμερών, ενώ ο δεύτερος τη γεωμετρία της σκηνής. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται ανήκουν στην γενικότερη κατηγορία τεχνικών μη βαθμονομημένης όρασης και χρησιμοποιούν ως βασικό τους εργαλείο την προβολική γεωμετρία του χώρου, η οποία περιγράφει σαφώς τη διαδικασία σχηματισμού εικόνων ενώ παράλληλα καθιστά μη απαραίτητη τη χρήση βαθμονομημένων καμερών. Επίσης, μας παρέχει τα απαραίτητα εργαλεία για την αξιόπιστη λύση του προβλήματος ακόμα και σε περιπτώσεις όπου οι συνθήκες λήψης των εικόνων (απόσταση, γωνία) έχουν μεταβληθεί σημαντικά. Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν σε σκηνές εσωτερικών χώρων όπου φαίνεται η καλή τους λειτουργία σε σχέση με άλλες συγγενικές μεθόδους. Τέλος, προτείνονται κάποιες επεκτάσεις οι οποίες θα συντελέσουν στην ακόμα πιο αξιόπιστη συμπεριφορά τους, καθώς και δυνατές εφαρμογές τους στα πλαίσια μελλοντικής εργασίας.

Επόπτες: Στέλιος Ορφανουδάκης
Καθηγητής
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών
Πανεπιστήμιο Κρήτης,
και
Αντώνης Αργυρός
Ερευνητής
Ινστιτούτο Πληροφορικής
Ίδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας
Ηράκλειο - Κρήτης

Feature Correspondence Using the Geometry of Scenes Containing at least Two Planes

Stavros V. Tzourbakis

Master of Science Thesis

Computer Science Department
University of Crete

Abstract

In this thesis we address the problem of establishing feature correspondences between different views of a 3D scene. It is well known that this is one of the fundamental problems in computer vision since a lot of applications like camera callibration, recognition, scene reconstruction, view synthesis and others, depend on its solution.

Existing methods exploit photometric constaints, the geometry of the camera or the geometry of the scene to come up with a solution to this problem. The major disadvantage in most of such methods is that their undelying assumptions are valid only in the case of images that are acquired from similar viewpoints (e.g. images that are acquired by a stereoscopic configuration).

We propose two new methods for the problem of establishing point correspondences between different views. The first method exploits the geometry of the stereoscopic camera configuration while the second exploits constraints imposed by the geometry of the imaged scene. Both methods belong to the general class of uncalibrated vision techniques and their main advantage is that they can be used in scenes where the viewing conditions have been changed significantly dewring their capture. The methods were tested on a variety of indoor scenes and their performance was compared with the performance of two existing techniques. The experimental results show the effectiveness of the proposed methods. Finally, we discuss

potential applications of the proposed methods and we propose extensions of this work.

Supervisors: Stelios Orphanoudakis
Professor
Computer Science Department
University of Crete,
and
Antonis Argyros
Researcher
Institute of Computer Science
Foundation for Research and Technology
Heraclion - Crete

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με άμεσο είτε έμμεσο τρόπο συνετέλεσαν στην εκπόνηση τούτης της εργασίας.
Ευχαριστώ τον επόπτη καθηγητή μου Στέλιο Ορφανουδάκη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, αλλά και για τη συνεργασία μας τα τελευταία χρόνια, καθώς και τα μέλη της κριτικής επιτροπής, καθηγητές Πάνο Τραχανιά, και Γιώργο Τζιρίτα. Ευχαριστώ επίσης, το Ινστιτούτο Πληροφορικής του Ιδρύματος Τεχνολογίας και Έρευνας για την υλικοτεχνική υποδομή που μου παρείχε.

Ευχαριστώ τους Αντώνη Αργυρό και Μανόλη Λουράκη, καθώς η συμβολή τους ήταν καθοριστική, τόσο στην υλοποίηση της εργασίας, όσο και στη συγγραφή τούτου του κειμένου. Επίσης, η στήριξη που μου παρείχαν σε όλες τις δύσκολες στιγμές, μου ήταν υπερπολύτιμη. Παιδιά, σας ευχαριστώ για όλα... Επίσης, ευχαριστώ το Σπύρο Χαλκίδη του οποίου η μεταπτυχιακή εργασία υπήρξε το εφαλτήριο για τη δημιουργεία της παρούσας εργασίας, όπως και όλα τα μέλη του εργαστηρίου Μηχανικής Όρασης και Ρομποτικής οι οποίοι τα τελευταία χρόνια αποτέλεσαν το δεύτερο σπίτι μου.

Σημαντικό μερίδιο από τις ευχαριστίες αξίζουν οι γονείς και η αδελφή μου, οι οποίοι με ανέχτηκαν όλα αυτά τα χρόνια και βοήθησαν με το δικό τους, έμμεσο τρόπο, ιδιαίτερα κατά την περίοδο των δύο τελευταίων χρόνων της εργασίας. Ευχαριστώ επίσης, όλους τους συγγενείς η χαρά των οποίων για την εκπλήρωση τούτης της εργασίας, φανερώνει την αγάπη τους.

Ευχαριστώ τη Βασιλεία (ανερχόμενη καθηγήτρια πληροφορικής...) για τις πολύτιμες συμβουλές της στη διόρθωση του κειμένου, αλλά και για τη συμπαράσταση που μου παρείχε σε όλη τη διάρκεια της εργασίας. Πως θα μπορούσα όμως να μην ευχαριστήσω και όλους τους φίλους μου; Ανδρέα (έμαθες τάβλι, ή θα συνεχίσουμε τα μαθήματα), Μιχάλη (τρελοεπιστήμονα, που λέει και ο αδελφός σου), Θανάση (επανάσταση), Γιώργο (μια επανάσταση ακόμα για το Γιώργο), Κατερίνα (η καλύτερη δασκάλα και γραμματέας), Γιώργο (μην ξεχάσεις να πας Ρέθυμνο αυτό το Σαββατοκύριακο), Αντώνη-Μαρία (με την τηλεφωνική σας συμπαράσταση από Ξάνθη), Ηλία (doctor), Γιάννη-Μαίρη, Γιάννη-Γιώτα (πότε θα μαζευτούμε για πίτσα), Χρήστο (diver), John (with your wonderfull

family), Μανόλη (κάλιξ), Ελευθερία (ραντεβού στο επόμενο συνέδριο), Άννα, Μαρία, Ελένη, Δημήτρη, Σπύρο, Ηλία, Μενέλαε, Ευθύμη, Άρη, ..., σας ευχαριστώ όλους, περάσαμε και θα περάσουμε ελπίζω, υπέροχες στιγμές.

Σε όλα τα αγαπημένα μου πρόσωπα θα ήθελα να αφιερώσω αυτήν την εργασία...

Σταύρος Β. Τζουρμπάκης

Περιεχόμενα

Περίληψη **i**

Abstract **iii**

Ευχαριστίες **v**

Περιεχόμενα **vii**

Κατάλογος Σχημάτων **xi**

Κατάλογος Πινάκων **xv**

1 Εισαγωγή **1**

1.1 Ορισμός του προβλήματος 1

1.2 Οργάνωση της εργασίας 3

2 Βασικές έννοιες **5**

2.1 Μη βαθμονομημένη όραση (uncalibrated vision) 5

2.2 Προβολική γεωμετρία 5

2.2.1 Προβολικός χώρος (P^n) 6

2.2.1.1 Προβολική βάση 7

2.2.1.2 Προβολική ευθεία (P^1) 7

2.2.1.3 Προβολικό επίπεδο (P^2) 7

2.2.1.4 Προβολικός χώρος (P^3) 8

2.2.2 Μετασχηματισμοί 8

2.2.3 Αναλλοίωτες 11

2.3 Επιπολική Γεωμετρία 14

2.3.1 Ο θεμελιώδης πίνακας (fundamental matrix) 15

3 Το πρόβλημα της αντιστοίχισης χαρακτηριστικών **17**

4 Αντιστοίχιση χαρακτηριστικών: Προτεινόμενες μέθοδοι **25**

4.1 Ορισμός του προβλήματος 25

4.2 ΠΜ1: Αντιστοιχίσεις μέσω της γεωμετρίας των καμερών 26

4.2.1 Οι προβολικότητες ανάμεσα στις εικόνες 28

4.2.2 Υπερπροσδιορισμός (overdetermination) λύσεων 32

4.2.3 Γενικές παρατηρήσεις, σύγκριση με άλλες μεθόδους 33

4.3 ΠΜ2: Αντιστοιχίσεις μέσω της γεωμετρίας της σκηνής 35

4.3.1 Η μέθοδος 35

4.3.2 Αντιστοίχιση γραμμών 37

4.3.3 Αντιστοιχίσεις ομοεπίπεδων σημείων 37

4.3.4 Δυνατότητα υπερπροσδιορισμού της λύσης 38

4.3.5 Γενικές παρατηρήσεις, σύγκριση με άλλες μεθόδους 39

5 Αποτελέσματα **43**

5.1 Εφαρμογή των μεθόδων και συγκριτική παρουσίαση αποτελεσμάτων . . . 43

5.1.1 Εσωτερικός χώρος του εργαστηρίου Μηχανικής Όρασης και Ρομποτικής στο ΙΤΕ 44

5.1.1.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα 47

5.1.1.2 Αντιστοίχιση με χρήση προβολικού βάθους 48

5.1.1.3 Εφαρμογή της ΠΜ1 50

5.1.1.4 Εφαρμογή της ΠΜ2 51

5.1.1.5 Παρατηρήσεις 53

5.1.2 Εσωτερικός χώρος εργαστηρίου στο INRIA 53

5.1.2.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα 56

5.1.2.2 Αντιστοίχιση με χρήση προβολικού βάθους 57

5.1.2.3 Εφαρμογή της ΠΜ1 58

5.1.2.4 Εφαρμογή της ΠΜ2 58

5.1.2.5 Παρατηρήσεις 61

5.1.3 Μια δεύτερη ακολουθία εικόνων από το INRIA 61

5.1.3.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα 64

5.1.3.2 Αντιστοίχιση μέσω προβολικού βάθους 64

5.1.3.3 Εφαρμογή της ΠΜ1 65

5.1.3.4 Εφαρμογή της ΠΜ2 67

5.1.3.5 Παρατηρήσεις 68

6 Επίλογος **69**

6.1 Γενικά συμπεράσματα 69

6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις 70

A Αναγνώριση σκηνής με χρήση γεωμετρικής πληροφορίας **73**

A.0.1 Η μέθοδος 74

Βιβλιογραφία **78**

Κατάλογος Σχημάτων

2.1 Μοντέλο προοπτικής προβολής 6
2.2 Cross Ratio 4 συνευθιακών σημείων 12
2.3 Cross Ratio 4 συντεμνόμενων ευθειών 13
2.4 Βασική γεωμετρική σχέση δύο προοπτικών καμερών. 14

3.1 Αντιστοίχιση μέσω επιπολικών περιορισμών από θεμελιώδη πίνακα 21
3.2 Ορισμός του προβολικού βάθους 22

4.1 Ζεύγος εικόνων με τις αντιστοιχίσεις όλων των corners 25
4.2 Σημεία των επιπέδων της τρίτης εικόνας, των οποίων γνωρίζουμε τις αντιστοιχίσεις με αυτά του στερεοσκοπικού ζεύγους 26
4.3 Οι προβολικότητες ανάμεσα στις εικόνες 27
4.4 Υπολογισμός της προβολής του σημείου P στην τρίτη εικόνα 28
4.5 Εξαγωγή και αντιστοίχιση επιπέδων ανάμεσα στις εικόνες 31
4.6 Ακριβέστερος υπολογισμός των επιπολικών περιορισμών 32
4.7 Προβολικότητες ανάμεσα στις τρεις εικόνες 36
4.8 Εύρεση θέσης του σημείου p στην εικόνα I_3 37
4.9 Υπερπροσδιορισμός λύσεων 38
4.10 Ευθεία που ορίζεται από σημείο του ενός επιπέδου και είναι παράλληλη με το δεύτερο. 41

5.1 Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού χώρου στο ITE 45
5.2 Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_1 \rightarrow I_3$ 46
5.3 Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_2 \rightarrow I_3$ 46
5.4 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση θεμελιώδη πίνακα 47
5.5 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση προβολικού βάθους. P_0=118 48
5.6 Σφάλμα προβολής του σημείου 108 ανά σημείο κανονικοποίησης. 49

5.7 Σφάλμα προβολής του σημείου 118 ανά σημείο κανονικοποίησης. 49
5.8 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση επιπολικών περιορισμών, υπολογισμένων από τις δύο προβολικότητες. 50
5.9 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών, υπολογισμένων από τα σημεία 40 - 26. 51
5.10 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών υπολογισμένων από τα σημεία 68 - 0. 52
5.11 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών, υπολογισμένων από τα σημεία 42 - 68. 52
5.12 Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού εργαστηρίου στο INRIA 54
5.13 Αντιστοιχίσεις σημείων των επιπέδων από $I_1 \rightarrow I_3$ 55
5.14 Αντιστοιχίσεις σημείων των επιπέδων από $I_2 \rightarrow I_3$ 55
5.15 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση θεμελιώδη πίνακα. 56
5.16 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση προβολικού βάθους. 57
5.17 Σφάλμα προβολής του σημείου 119 στην τρίτη εικόνα, ανά σημείο κανονικοποίησης 58
5.18 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω επιπολικών περιορισμών, υπολογισμένων από προβολικότητες. 59
5.19 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω περιορισμών υπολογισμένων από σημεία του ενός επιπέδου. 60
5.20 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω επιπολικών περιορισμών υπολογισμένων από σημεία των δύο επιπέδων 60
5.21 Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού εργαστηρίου στο INRIA 62
5.22 Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_1 \rightarrow I_3$ 63
5.23 Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_2 \rightarrow I_3$ 63
5.24 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω περιορισμών υπολογισμένων από τους Θεμελιώδη πίνακα. 64
5.25 Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω προβολικού βάθους. 65
5.26 Σφάλμα προβολής σημείου 111 ανά σημείο κανονικοποίησης 66
5.27 Προβολή σημείων μέσω επιπολικών περιορισμών υπολογισμένων από προβολικότητες 66
5.28 Προβολή μέσω περιορισμών από τα σημεία 62 - 65 του επιπέδου της ντουλάπας 67

5.29 Προβολή μέσω περιορισμών από τα σημεία 68 - 75 του επιπέδου της ντουλάπας 68

A.1 Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 118 76
A.2 Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 133 76
A.3 Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 120 77

.

Κατάλογος Πινάκων

2.1 Μετασχηματισμοί και ιδιότητές τους 11

4.1 Σύγκριση μεθόδων αντιστοίχισης 35
4.2 Σύγκριση μεθόδων αντιστοίχισης 42

.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Ορισμός του προβλήματος

Στην παρούσα εργασία μελετάται το πρόβλημα της εύρεσης αντιστοιχίσεων σημείων ανάμεσα σε ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων και μία τρίτη, πιθανώς από αρκετή απόσταση λαμβανόμενη εικόνα, οι οποίες απεικονίζουν την ίδια τρισδιάστατη σκηνή. Πιο συγκεκριμένα, εάν X=(x_1, x_2, x_3) είναι οι συντεταγμένες ενός σημείου στον τρισδιάστατο χώρο, και u=(u_1, u_2), v=(v_1, v_2) οι συντεταγμένες της προβολής του σημείου στις αντίστοιχες εικόνες του στερεοσκοπικού ζεύγους, τότε αναζητούμε τις συντεταγμένες w=(w_1, w_2) της προβολής του σημείου X στην τρίτη εικόνα.

Η εύρεση αντιστοιχίσεων χαρακτηριστικών ανάμεσα σε διαφορετικές απεικονίσεις της ίδιας σκηνής έχει ιδιαίτερη σημασία στον τομέα της Μηχανικής Όρασης. Μία σειρά από εφαρμογές όπως η βαθμονόμηση των καμερών (self callibration) [32] [17], η εύρεση των συντεταγμένων της κάμερας [16], η ανακατασκευή της γεωμετρίας του χώρου (reconstruction) [20], [18], [19], [10], η οπτική αναγνώριση (recognition) [1], η δημιουργία μωσαϊκών από σύνολα εικόνων [22] καθώς και η δημιουργία νέων σκηνών (view synthesis, image based rendering) [2] ή η πλοήγηση αυτόνομων ρομποτικών συστημάτων [40], στηρίζονται σε αυτήν ακριβώς τη διαδικασία.

Είναι γνωστό ότι το πρόβλημα της αντιστοίχισης δεν είναι καλώς ορισμένο καθώς περισσότερα από ένα σημεία του τρισδιάστατου χώρου είναι δυνατόν να προβάλλονται στο ίδιο σημείο μιας 2Δ εικόνας. Έτσι, πρέπει να ορισθούν περιορισμοί για τον ακριβή προσδιορισμό των αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις διαφορετικές όψεις τις σκηνής. Περιο-

ρισμοί μπορούν να στηριχθούν στη διατήρηση της φωτεινότητας στις εικόνες. Βασικό μειονέκτημα τέτοιων προσεγγίσεων είναι ότι η υπόθεση για διατήρηση της φωτεινότητας ανάμεσα στις εικόνες δεν ισχύει κυρίως όταν οι συνθήκες λήψης (γωνία, απόσταση, φωτισμός) έχουν υποστεί σημαντική μεταβολή. Αυτό το γεγονός περιορίζει την εφαρμογή τους σε κοντινές μεταξύ τους όψεις όπως σε ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων. Τα τελευταία χρόνια σημαντική έρευνα γίνεται ώστε να εξαχθούν τρόποι αναπαράστασης της φωτομετρικής πληροφορίας που να μην επηρεάζονται από μεγάλες διαφορές στις συνθήκες λήψης [5], [14], [45].

Μια άλλη κατηγορία περιορισμών (π.χ. επιπολικοί περιορισμοί) κάνει χρήση της γεωμετρίας των καμερών. Ένα βασικό τους όμως μειονέκτημα είναι η ευαισθησία που παρουσιάζουν ανάλογα με τη σχετική θέση των οπτικών κέντρων των καμερών ανάμεσα σε τρεις εικόνες. Για παράδειγμα οι επιπολικοί περιορισμοί αδυνατούν να προσδιορίσουν τη λύση όταν οι τα οπτικά κέντρα των καμερών βρίσκονται στην ίδια ευθεία και οι οπτικοί τους άξονες είναι παράλληλοι.

Τέλος, περιορισμοί μπορούν να προκύψουν από τη γεωμετρία της σκηνής. Υπάρχουν αλγόριθμοι [21], [33], οι οποίοι στηρίζονται σε σχέσεις χαρακτηριστικών όπως οι εγγύτητα και η παραλληλία υποθέτοντας ότι οι σχέσεις αυτές δεν μεταβάλλονται σημαντικά ανάμεσα στις προς σύγκριση εικόνες, κάτι που δεν ισχύει όμως για μεγάλες μεταβολές στη γωνία ή την απόσταση της λήψης. Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική έρευνα στο θέμα των προβολικών αναλλοίωτων καθώς και στους συνδυασμούς χαρακτηριστικών οι οποίοι τις εξάγουν [15], [39]. Βασικό πλεονέκτημα αυτών των αλγορίθμων είναι η αξιοπιστία που προσφέρουν και η δυνατότητά τους να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις εικόνων όπου η λήψη τους πραγματοποιήθηκε κάτω από διαφορετικές συνθήκες (π.χ. φωτεινότητας, απόστασης). Μειονεκτούν συνήθως σε υπολογιστικό κόστος καθώς η εύρεση της λύσης πραγματοποιείται με εξαντλητικό τρόπο, δοκιμάζοντας όλους τους συνδυασμούς των υποψήφιων αντίστοιχων χαρακτηριστικών στις προς σύγκριση εικόνες.

Στην παρούσα εργασία προτείνονται δύο μέθοδοι (Προτεινόμενη Μέθοδος 1: ΠΜ1, Προτεινόμενη μέθοδος 2: ΠΜ2) από τις οποίες η μία βασίζεται στην επιπολική γεωμετρία των καμερών, άρα κατατάσσεται στη δεύτερη κατηγορία περιορισμών, ενώ η άλλη σε γεωμετρικούς περιορισμούς υπολογισμένους από σημεία των επιπέδων, γεγονός που την κατατάσσει στην τρίτη κατηγορία περιορισμών. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι η χρήση των πινάκων προβολικότητας που μπορούν να εξαχθούν ανάμεσα στο στερεοσκοπικό ζεύγος, και την τρίτη εικόνα.

Μέσω των προβολικών αναλλοίωτων, οι οποίες αποτελούν μια βασική έννοια της προ-

βολικής γεωμετρίας, γίνεται δυνατή η αξιόπιστη αντιστοίχιση επιπέδων μεταξύ των διαφορετικών όψεων μιας σκηνής. Αυτή η δυνατότητα επιτρέπει στους προτεινόμενους αλγόριθμους να αντιστοιχίσουν σημεία εκτός των επιπέδων σε εικόνες που διαφέρουν σημαντικά ως προς το σημείο λήψης τους.
Για την εφαρμογή των αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκαν σκηνές εσωτερικών χώρων στις οποίες περιέχονται δύο επίπεδες επιφάνειες, όμως σημειώνεται ότι υπάρχει η δυνατότητα εξαγωγής πινάκων προβολικότητας από μη πραγματικά (virtual) επίπεδα της σκηνής. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με γνωστές μεθόδους όπως αυτή του θεμελιώδη πίνακα (fundamental matrix) [38] και του προβολικού βάθους (projective depth) [49]. Οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι επιλέχθηκαν εξαιτίας των κοινών χαρακτηριστικών που παρουσιάζουν με τις δύο προτεινόμενες μεθόδους. Έτσι ο αλγόριθμος του θεμελιώδη πίνακα χρησιμοποιεί την επιπολική γεωμετρία των καμερών, όπως η ΠΜ1, ενώ ο αλγόριθμος του προβολικού βάθους χρησιμοποιεί δύο πίνακες προβολικότητας όπως οι ΠΜ1, ΠΜ2.
Από την παρουσίαση των προτεινόμενων μεθόδων προκύπτουν άμεσα συμπεράσματα για μελλοντικές επεκτάσεις τους καθώς και για την εφαρμογή τους στη σύνθεση νέων σκηνών (view synthesis, image based rendering).

1.2 Οργάνωση της εργασίας

Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή εννοιών της προβολικής γεωμετρίας. Επίσης, παραθέτονται και μερικές βασικές έννοιες της επιπολικής γεωμετρίας η οποία περιγράφει τη σχέση που συνδέει δύο κάμερες προοπτικής προβολής.

Στο κεφάλαιο 3 πραγματοποιείται μια περισσότερο εκτενής περιγραφή χαρακτηριστικών αλγορίθμων αντιστοίχισης, καθώς και οι εφαρμογές τους, χωρίς ωστόσο να επιχειρείται η εξαντλητική παρουσίασή τους. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην περιγραφή των μεθόδων αντιστοίχισης μέσω του θεμελιώδη πίνακα και του προβολικού βάθους καθώς υλοποιήθηκαν με σκοπό τη σύγκρισή τους με τις προτεινόμενες μεθόδους.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται οι δύο προτεινόμενες μέθοδοι, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους, καθώς και κάποια στοιχεία σύγκρισης με τις μεθόδους θεμελιώδη πίνακα και προβολικού βάθους.

Στο κεφάλαιο 5 παραθέτονται αποτελέσματα τόσο των προτεινόμενων μεθόδων όσο και των μεθόδων θεμελιώδη πίνακα και προβολικού βάθους σε εικόνες εσωτερικών χώρων.

Στο κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται γενικά συμπεράσματα από την παρούσα εργα-

σία, προτείνονται μελλοντικές επεκτάσεις καθώς και εφαρμογές των προτεινόμενων αλγορίθμων.

Τέλος στο παράρτημα Α, παρουσιάζεται μια προσέγγιση στο παρεμφερές με αυτό της εύρεσης αντιστοιχίσεων πρόβλημα της αναγνώρισης σκηνών, η οποία πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Βασικές έννοιες

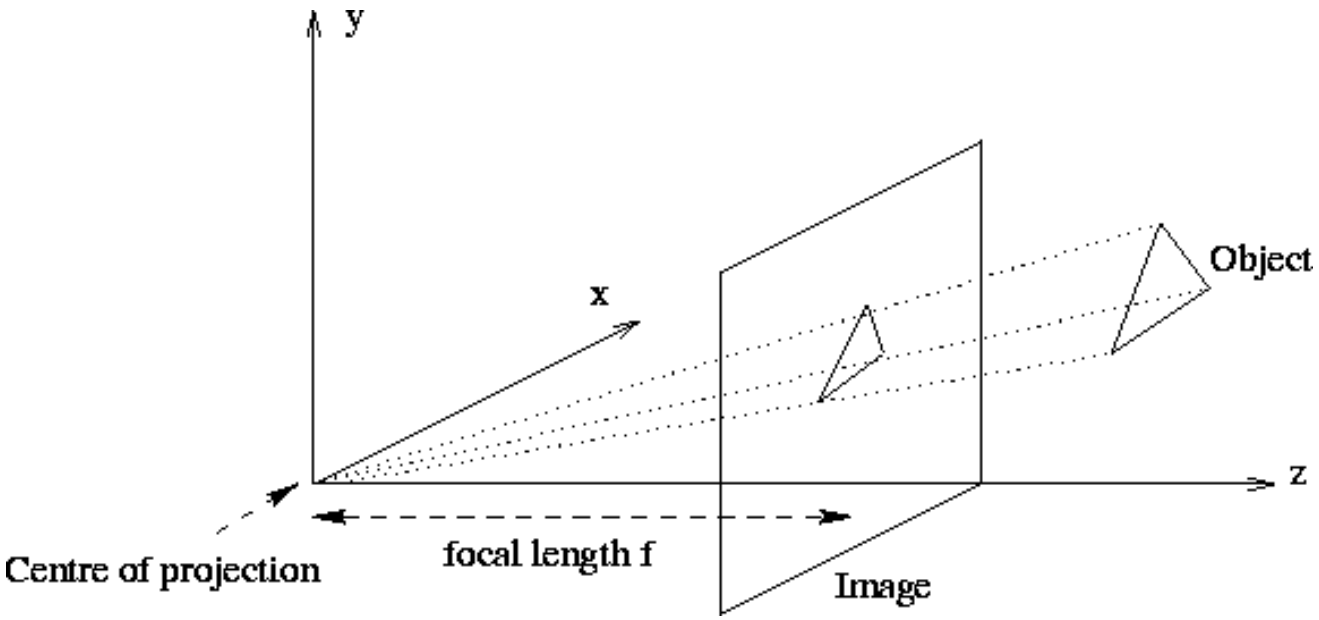
2.1 Μη βαθμονομημένη όραση (uncalibrated vision)

Με τον όρο μη βαθμονομημένη όραση, αναφερόμαστε στο σύνολο των αλγορίθμων και τεχνικών της μηχανικής όρασης, οι οποίες δεν απαιτούν τη χρήση βαθμονομημένων μηχανών λήψης εικόνων (καμερών). Πέρα από τους λόγους μεθοδολογίας, υπάρχουν και μερικοί πρακτικοί λόγοι που μας ωθούν στην ανάπτυξη τέτοιων εφαρμογών. Για παράδειγμα, τα δεδομένα που παρέχουν οι κατασκευαστές για τις εσωτερικές παραμέτρους της κάμερας δεν είναι πάντα απόλυτα ακριβή. Αυτό έχει σαν συνέπεια την ύπαρξη υπολογιστικών σφαλμάτων στους αλγορίθμους που χρησιμοποιούν μια τέτοια πληροφορία. Είναι γεγονός ότι υπάρχει η δυνατότητα να υπολογισθούν οι εσωτερικές παράμετροι μιας κάμερας, με τη βοήθεια μιας διαδικασίας βαθμονόμησης (Calibration). Όμως σε τεχνικές ενεργούς όρασης [4] όπου οι παράμετροι της κάμερας αλλάζουν δυναμικά, ο επαναπροσδιορισμός των παραμέτρων πρέπει να γίνεται ανά τακτά χρονικά διαστήματα, γεγονός που συνεπάγεται επιπλέον υπολογιστικό κόστος. Τέλος, εξίσου σημαντική είναι η δυνατότητα που προσφέρουν οι αλγόριθμοι μη βαθμονομημένης όρασης, να επεξεργαστούμε εικόνες που έχουν ήδη ληφθεί, τις οποίες δεν συνοδεύει καμία πληροφορία για τις παραμέτρους των καμερών που χρησιμοποιήθηκαν.

2.2 Προβολική γεωμετρία

Η προβολική γεωμετρία αποτελεί ένα βασικό μαθηματικό εργαλείο, το οποίο χρησιμοποιείται ολοένα και περισσότερο για την περιγραφή και επίλυση προβλημάτων στη μηχανική όραση. Περιγράφει τη διαδικασία σχηματισμού εικόνων μέσα από προοπτική

προβολή (βλ. σχήμα 2.1), ενώ το κύριο πλεονέκτημά της είναι ότι δεν απαιτεί τη χρήση



Σχήμα 2.1: Μοντέλο προοπτικής προβολής

βαθμονομημένων καμερών. Συστηματικά άρχισε να χρησιμοποιείται τον 19ο αιώνα σε εφαρμογές φωτογραμμετρίας. Μια πιο πρόσφατη αναφορά συναντάμε στη διδακτορική διατριβή του Roberts το 1965, ο οποίος χρησιμοποίησε την έννοια του 3×2 ομογενή πίνακα προοπτικής προβολής, για να περιγράψει την απεικόνιση τρισδιάστατων πολυεδρικών αντικειμένων. Επίσης, οι Duda και Hart [9] το 1973, περιγράφουν σε κεφάλαια του βιβλίου τους έννοιες όπως το cross-ratio και τις χρήσεις που θα μπορούσε να έχει στην ανάλυση της επιπολικής γεωμετρίας. Σημαντικό τέλος μερίδιο για την καθιέρωσή της στον κλάδο της μηχανικής όρασης σήμερα, έχουν οι Faugeras [11] και Hartley [44]. Ακολουθεί μια σύντομη αναφορά στις βασικές έννοιες της Προβολικής Γεωμετρίας [12], [24], [15], [34].

2.2.1 Προβολικός χώρος (P^n)

Ένα σημείο του n-διάστατου Προβολικού Χώρου P^n αναπαρίσταται με ένα διάνυσμα διάστασης n+1 $x=[x_1, ..., x_{n+1}]^T$. Οι συντεταγμένες x_i ονομάζονται προβολικές συντεταγμένες του σημείου και το διάνυσμα x, διάνυσμα Συντεταγμένων. Δύο διανύσματα x, y, διάστασης n+1, είναι ισοδύναμα αν και μόνο αν υπάρχει μη μηδενικός αριθμός λ, τέτοιος ώστε x_i=λy_i, για κάθε $1 \leq i \leq n + 1$.

2.2.1.1 Προβολική βάση

Προβολική βάση για τον προβολικό πώρο P^n ορίζεται ένα σύνολο n+1 γραμμικά ανεξάρτητων διανυσμάτων $a_1, ..., a_{n+1}$. Κάθε διάνυσμα $x \in P^n$ μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων της προβολικής βάσης :

$$x = \sum_{i=1}^{n+1} x_i a_i$$

2.2.1.2 Προβολική ευθεία (P^1)

Ο Προβολικός Χώρος P^1 ονομάζεται προβολική ευθεία. Με κανονικοποιημένη βάση $e1 = [1, 0]^T$, $e2 = [0, 1]^T$, κάθε σημείο x της προβολικής ευθείας, μπορεί να περιγραφεί με δύο συντεταγμένες x_1, x_2 :

$$x = x_1 e_1 + x_2 e_2, \quad |x_1| + |x_2| \neq 0$$

Τα σημεία της ειδικής κλάσης με δεύτερη συντεταγμένη $x_2 \neq 0$ (ομοίως και για την πρώτη συντεταγμένη) είναι σε θέση να εκφραστούν με μία συντεταγμένη, την α = x_1/x_2:

$$x = \alpha e_1 + e_2$$

Για τα σημεία αυτής της κλάσης παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει συντεταγμένη α που να μπορεί να εκφράσει το e_1. Το e_1 λοιπόν ονομάζεται σημείο στο άπειρο καθώς μπορεί να περιγραφεί σαν:

$$e_1 = \lim_{a \to \infty} (e_1 + \frac{1}{a} e_2)$$

2.2.1.3 Προβολικό επίπεδο (P^2)

Ο Προβολικός χώρος P^2 ονομάζεται προβολικό επίπεδο. Τα σημεία του προβολικού επιπέδου εκφράζονται με τρεις συντεταγμένες x_1, x_2, x_3, : $|x_1| + |x_2| + |x_3| \neq 0$. Οι ευθείες του προβολικού επιπέδου, ορίζονται από μία τριάδα αριθμών u_1, u_2, u_3, με εξίσωση :

$$u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3 = 0, \quad |u_1| + |u_2| + |u_3| \neq 0$$

Μια ενδιαφέρουσα σχέση η οποία συνδέει γραμμές με σημεία στο P^2 είναι αυτή της δυϊκότητας (duality) :

- Ένα σημείο x μπορεί να περιγραφεί ως το σημείο τομής ενός συνόλου ευθειών οι οποίες έχουν διάνυσμα συντεταγμένων u και ικανοποιούν την εξίσωση $u^T x = 0$. Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται εξίσωση σημείου βάση γραμμών (line equation of the point).

- Αντίστροφα, μία γραμμή με διάνυσμα συντελεστών u, μπορεί να περιγραφεί σαν το σύνολο των σημείων x που ικανοποιούν την εξίσωση $u^T x$=0, η οποία ονομάζεται εξίσωση γραμμής βάση σημείων (point equation of the line).

Στην κλάση των διανυσμάτων όπου για την τρίτη συντεταγμένη x_3 ισχύει $x_3 \neq 0$, τα σημεία μπορούν να περιγραφούν με δύο συντεταγμένες, τις X$_1$=$\frac{x_1}{x_3}$ και X2=$\frac{x_2}{x_3}$, που είναι οι καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου. Η ευθεία με εξίσωση x_3=0, ονομάζεται ευθεία στο άπειρο (l_∞). Κάθε ευθεία l του P^2 τέμνει την l_∞ στο σημείο $(-u_2, u_1, 0)$ που ονομάζεται σημείο της ευθείας l στο άπειρο . Το διάνυσμα $[-u_2, u_1]^T$ όμως, δίνει την κατεύθυνση της ευθείας l με εξίσωση u_1X_1 + u_2X_2 + u_3=0. Άρα τα σημεία της ευθείας l_∞ μπορούν να θεωρηθούν κατευθύνσεις στον P^2.

2.2.1.4 Προβολικός χώρος (P^3)

Ένα σημείο στον προβολικό χώρο P^3, περιγράφεται από τέσσερις συντεταγμένες x_1, x_2, x_3, x_4. Ένα προβολικό επίπεδο π ορίζεται από την τετράδα συντελεστών u_1, u_2, u_3, u_4 και ισχύει εξίσωση:

$$\sum_{i=1}^{4} u_i x_i = 0, \quad |u_1| + |u_2| + |u_3| + |u_4| \neq 0$$

Τα σημεία της κλάσης με $x_4 \neq 0$ μπορούν να περιγραφούν με τις καρτεσιανές συντεταγμένες X_1=$\frac{x_1}{x_4}$, X_2=$\frac{x_2}{x_4}$, $X3$=$\frac{x_3}{x_4}$. Τα σημεία με x_4=0 ορίζουν το επίπεδο στο άπειρο (π_∞). Κάθε επίπεδο του P^3 τέμνει το π_∞ σε μία γραμμή, η οποία έχει διάνυσμα ισοδύναμο με το διάνυσμα διεύθυνσής του. Αντίστοιχα με το P^2 οι γραμμές που ανήκουν στο π_∞ ορίζουν κατευθύνσεις επιπέδων στον P^3.

2.2.2 Μετασχηματισμοί

Ένας πίνακας A διαστάσεων (N + 1) $\times$ (N + 1) τέτοιος ώστε det$(A) \neq 0$, ορίζει ένα γραμμικό μετασχηματισμό από το P^n στον εαυτό του και ονομάζεται πίνακας προβολικού μετασχηματισμού (projective transformation matrix). Λόγω της σχέσης ισοδυναμίας των διανυσμάτων του P^n, ο πίνακας προβολικού μετασχηματισμού ορίζεται μέχρι ένα βαθμό κλίμακας r :

$$rx = Ay, \quad r \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \simeq Ay$$

Ένας χαρακτηριστικός προβολικός μετασχηματισμός είναι ο $P^3 \rightarrow P^2$, ο οποίος ορίζει το σχηματισμό των εικόνων σε ένα μοντέλο προοπτικής προβολής (βλ. σχήμα 2.1). Εκφράζεται με τη σχέση $x \simeq TX$, όπου T ο πίνακας μετασχηματισμού διάστασης 3×4.

Για τον καθορισμό των 11 (αντί 12 λόγω σχέσης ισοδυναμίας) παραμέτρων του 3×4 πίνακα, χρειάζονται 6 αντιστοιχίσεις τρισδιάστατων σημείων, με σημεία της εικόνας.

Ένας άλλος μετασχηματισμός ιδιαίτερης σημασίας στη μηχανική όραση, είναι ο μετασχηματισμός ανάμεσα σε δύο προβολικά επίπεδα ($P^2 \rightarrow P^2$) ο οποίος ονομάζεται προβολικότητα (projectivity, homography) και αναπαρίσταται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

όπου σημεία $x=[x_1, x_2, x_3]^T \in \pi_1$ και $X=[X_1, X_2, X_3]^T \in \pi_2$ και $\pi_1, \pi_2 \in P^2$. Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων:

$$x=\frac{x_1}{x_3}=\frac{h_{11}X_1 + h_{12}X_2 + h_{13}}{h_{31}X_1 + h_{32}X_2 + h_{33}}$$

$$y=\frac{x_2}{x_3}=\frac{h_{21}X_1 + h_{22}X_2 + h_{23}}{h_{31}X_1 + h_{32}X_2 + h_{33}}$$

Αντίστοιχη σχέση ισχύει και για τις ευθείες που ανήκουν σε προβολικά επίπεδα. Έτσι, για τις ευθείες $l_1 \in \pi_1$ με παραμέτρους εξίσωσης u_1, u_2, u_3, και $l_2 \in \pi_2$ με παραμέτρους U_1, U_2, U_3, όπου $\pi_1, \pi_2 \in P^2$ ισχύει:

$$u=H^{-T}U$$

όπου Η ο παραπάνω πίνακας μετασχηματισμού.

Για τον υπολογισμό των οκτώ από τις εννιά παραμέτρους του 3×3 πίνακα H χρειάζονται τέσσερις τουλάχιστον αντιστοιχίσεις μη συνευθειακών σημείων ανάμεσα στα δύο επίπεδα, καθώς ένας παράγοντας κλίμακας δεν μεταβάλλει το αποτέλεσμα.

Υπάρχουν δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό του Η. Η πρώτη θέτει ένα σημείο του πίνακα ίσο με τη μονάδα και επιλύει τη γραμμική εξίσωση αφήνοντας επτά βαθμούς ελευθερίας. Έτσι για τις καρτεσιανές συντεταγμένες (x_i, y_i) των σημείων του π_1 και (X_i, Y_i) των αντίστοιχών τους του π_2, και θέτοντας h_{33}=1, προκύπτει το σύστημα:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -x_1Y_1 \\ 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & 1 & -y_1X_1 & -y_1Y_1 \\ X_2 & Y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2X_2 & -x_2Y_2 \\ 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & 1 & -y_2X_2 & -y_2Y_2 \\ X_3 & Y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3X_3 & -x_3Y_3 \\ 0 & 0 & 0 & X_3 & Y_3 & 1 & -y_3X_3 & -y_3Y_3 \\ X_4 & Y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4X_4 & -x_4Y_4 \\ 0 & 0 & 0 & X_4 & Y_4 & 1 & -y_4X_4 & -y_4Y4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

Από το παραπάνω σύστημα μπορεί να εξαχθεί μια γραμμική λύση για τις παραμέτρους του H [24]. Αν υπάρχουν $n > 4$ αντιστοιχίσεις σημείων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι ελαχιστοποίησης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Όμως, η παραπάνω μέθοδος δεν θα δώσει σωστό αποτέλεσμα σε περιπτώσεις όπου h_{33} = 0.
Στη δεύτερη, μη γραμμική μέθοδο, [30] οι εξισώσεις :

$$x(h_{31}X + h_{32}\mathrm{Y} + h33) = h_{11}X + h_{12}Y + h_{13}$$

$$y(h_{31}X + h_{32}\mathrm{Y} + h33) = h_{21}X + h_{12}Y + h_{23}$$

μπορούν να πάρουν τη μορφή :

$$\begin{pmatrix} X & Y & 1 & 0 & 0 & 0 & -xX & -xY & -x \\ 0 & 0 & 0 & X & Y & 1 & -yX & -yY & -y \end{pmatrix} h=0$$

όπου $h=(h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{31}, h_{32}, h_{33})^T$ είναι ο πίνακας H σε μορφή διανύσματος. Έχοντας τις αντιστοιχίσεις τεσσάρων σημείων η εξίσωση μετατρέπεται σε:

$$\begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -x_1Y_1 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & 1 & -y_1X_1 & -y_1Y_1 & -y_1 \\ X_2 & Y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2X_2 & -x_2Y_2 & -x_2 \\ 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & 1 & -y_2X_2 & -y_2Y_2 & -y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3X_3 & -x_3Y_3 & -x_3 \\ 0 & 0 & 0 & X_3 & Y_3 & 1 & -y_3X_3 & -y_3Y_3 & -y_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4X_4 & -x_4Y_4 & -x_4 \\ 0 & 0 & 0 & X_4 & Y_4 & 1 & -y_4X_4 & -y_4Y_4 & -y_4 \end{pmatrix} h=0$$

Είναι δηλαδή της μορφής AH=0, όπου A ένας (8×9) πίνακας. Η λύση για τον h είναι ο (μονοδιάστατος) πυρήνας (kernel) του A. Αν υπάρχουν $n > 4$ αντιστοιχίσεις σημείων ανάμεσα στα δύο προβολικά επίπεδα, τότε ο πίνακας A είναι διάστασης $2n \times 9$ και δεν

Μετασχηματισμός	Πίνακας	Αμετάβλητες ποσότητες
Προβολικός	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$	λόγοι λόγων, αποστάσεων, γωνιών
Αφινικός	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	λόγοι αποστάσεων, γωνιών
Ομοιότητας	$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	λόγοι αποστάσεων, γωνίες
Ευκλείδιοι	$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	αποστάσεις, γωνίες

Πίνακας 2.1: Μετασχηματισμοί και ιδιότητές τους

υπάρχει μοναδική λύση. Αλγόριθμοι ελαχιστοποίησης χρησιμοποιούνται για να βρεθεί η βέλτιστη δυνατή.

Πέρα από τους προβολικούς μετασχηματισμούς οι οποίοι αποτελούν τη γενικότερη περίπτωση, άλλα ήδη μετασχηματισμών είναι οι ευκλείδιοι, οι ομοιότητας, και οι αφινικοί οι οποίοι συνδέονται με σχέση υποσυνόλου:

$$\text{Ευκλείδιοι} \subset \text{Ομοιότητας} \subset \text{Αφινικοί} \subset \text{Προβολικοί}$$

Οι Ευκλείδιοι περιλαμβάνουν μεταφορές, περιστροφές και συνδυασμούς τους, οι μετασχηματισμοί ομοιότητας επιπλέον τις κλιμακώσεις, ενώ οι αφινικοί περικλείουν και τους μετασχηματισμούς shearing. Οι προβολικοί περιλαμβάνουν επιπλέον τους μετασχηματισμούς slant και tilt (βλ. πίνακα 2.1).

2.2.3 Αναλλοίωτες

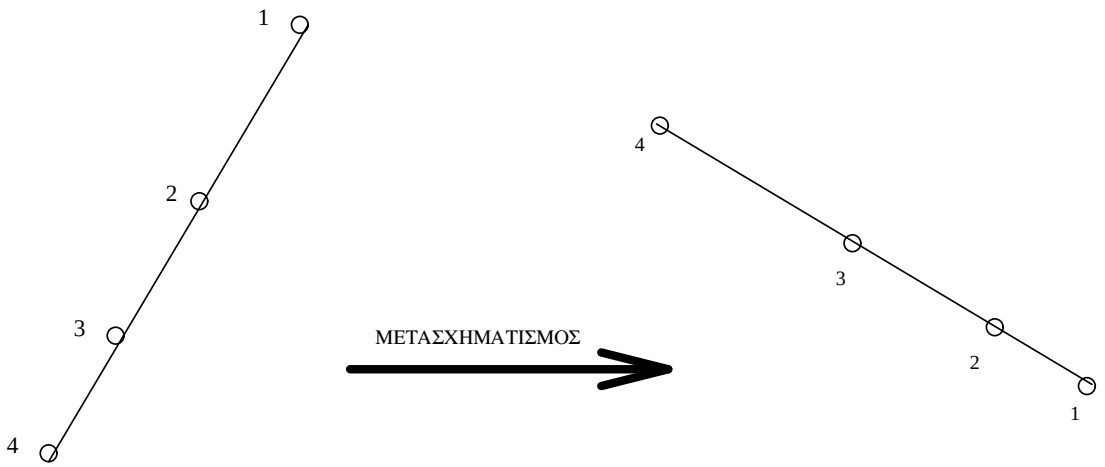
Μια ακόμα βασική έννοια της προβολικής γεωμετρίας, είναι αυτή των αναλλοίωτων, δηλαδή των γεωμετρικών ποσοτήτων που παραμένουν αμετάβλητες όταν τους εφαρμοστεί ένας μετασχηματισμός. Με τον όρο γεωμετρικές ποσότητες, συνήθως εννοούμε τιμές ή σχέσεις τιμών γεωμετρικών χαρακτηριστικών, όπως οι ευθείες, τα σημεία, ή οι καμπύλες. Απλές αποστάσεις και γωνίες διατηρούνται μόνο στους ευκλείδιους μετασχηματισμούς,

ενώ λόγοι αποστάσεων και γωνίες διατηρούνται στους μετασχηματισμούς ομοιότητας 2.1 Στους αφινικούς μετασχηματισμούς διατηρούνται λόγοι αποστάσεων και λόγοι γωνιών. Τέλος, στους προβολικούς μετασχηματισμούς διατηρούνται λόγοι λόγων, αποστάσεων ή γωνιών [3].

Μια θεμελιώδης αναλλοίωτη, την οποία συναντάμε στους προβολικούς μετασχηματισμούς είναι το cross ratio. Η πιο γνωστή του μορφή ορίζεται με βάση τέσσερα συνευθειακά σημεία στο χώρο(βλ. σχήμα 2.2). ανάμεσα στα σημεία:

$$Cr(p_1, p_2, p_3, p_4) = \frac{(\Delta_{13})\ (\Delta_{24})}{(\Delta_{23})\ (\Delta_{14})}$$

Όπου Δ_{ij} συμβολίζει την απόσταση του σημείου i από το σημείο j.



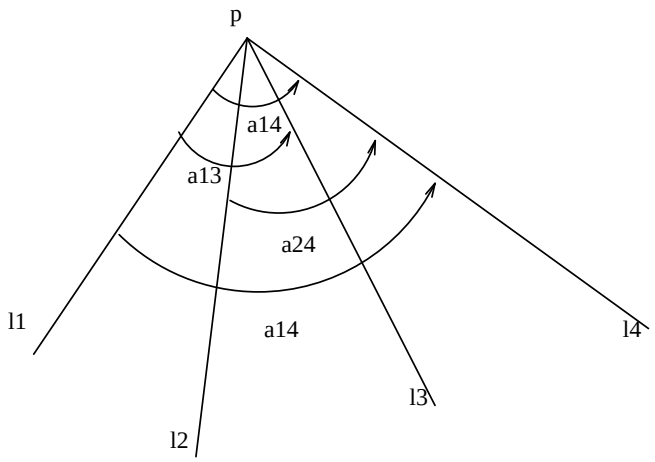
Σχήμα 2.2: Cross Ratio 4 συνευθιακών σημείων

Μια διαφορετική μορφή cross ratio, είναι αυτή που υπολογίζεται από τέσσερις ευθείες που τέμνονται σε ένα κοινό σημείο p (βλ. σχήμα 2.3):

$$Cr(l_1, l_2, l_3, l_4) = \frac{\sin\alpha_{13}\sin\alpha_{24}}{\sin\alpha_{23}\sin\alpha_{14}}$$

Από τις δύο παραπάνω βασικές αναλλοίωτες προκύπτουν και άλλες μορφές αναλλοίωτων με πολλές χρήσεις στον τομέα της Μηχανικής Όρασης [52], [7] [15]. Μια ενδιαφέρουσα ανασκόπηση σχετικών άρθρων περιέχεται στο βιβλίο των Mundy και Zisserman [24].

Ξεχωριστό ενδιαφέρον για την παρούσα εργασία, έχει η εφαρμογή της αναλλοίωτης δύο γραμμών και δύο σημείων (two lines two points - 2*l*2*p*), από τους Λουράκη, Χαλκίδη και



Σχήμα 2.3: Cross Ratio 4 συντεμνόμενων ευθειών

Ορφανουδάκη [15], οι οποίοι τη χρησιμοποιούν για να εξάγουν αντιστοιχίσεις ομοεπίπεδων χαρακτηριστικών, ανάμεσα σε όψεις που μπορεί να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Η αναλλοίωτη αυτή περιγράφεται από τη σχέση

$$2l2p(l_1, l_2, x_1, x_2) = \frac{l_1 \cdot x_1}{l_2 \cdot x_1} \frac{l_2 \cdot x_2}{l_1 \cdot x_2}$$

όπου $l_i x_i$ είναι το εσωτερικό γινόμενο των παραμέτρων της γραμμής l_i και του σημείου x_i, και εκφράζει την απόσταση του σημείου από τη γραμμή. Η εργασία βασίζεται στην παρατήρηση ότι γνωρίζοντας την τιμή a της $2l2p$ αναλλοίωτης για δύο γραμμές l_1, l_2 και δύο σημεία x_1, x_2, τότε οι δύο γραμμές l_1, l_2, το σημείο x_1 και η τιμή a, ορίζουν μία ευθεία (ϵ_1) πάνω στην οποία ανήκει το x_2, μέσω της λύσης της $2l2p$ εξίσωσης ως προς x_2. Όμοια, οι γραμμές l_1, l_3, το σημείο x_1 και η αναλλοίωτη $2l2p(l_1, l_3, x_1, x_2) = b$, ορίζουν μία δεύτερη γραμμή πάνω στην οποία βρίσκεται το x_2. Τότε το σημείο x_2 ορίζεται μοναδικά ως η τομή των δύο ευθειών ϵ_1, ϵ_2. Έχοντας δύο σύνολα χαρακτηριστικών O_1, O_2, ορίζουν αυθαίρετα στο O_1 μία βάση τριών γραμμών (l_1, l_2, l_3) και ενός σημείου x_1. Υπολογίζουν για κάθε σημείο x_i του O_1 τις δύο αναλλοίωτες $a = 2l2p(l_1, l_2, x_1, x_i)$ και $b = 2l2p(l_1, l_3, x_1, x_i)$. Έπειτα, χρησιμοποιώντας όλους τους συνδυασμούς τριών γραμμών και ενός σημείου $(l_{i1}, l_{i2}, l_{i3}, x_{i4})$ που ορίζουν μία βάση στο σύνολο O_2, και τις αναλλοίωτες (a_i, b_i) που έχουν εξάγει για κάθε σημείο από το O_1, ελέγχουν αν οι τομές των ευθειών που παίρνουν από τις εξισώσεις

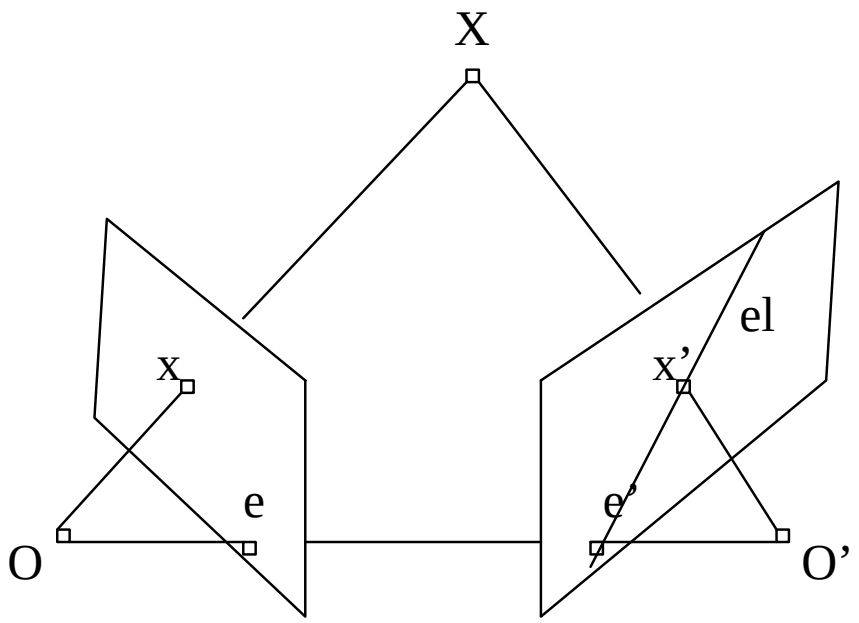
$$a_i = 2l2p(l_{i1}, l_{i2}, x_{i4}, x_j)$$

$$b_i = 2l2p(l_{i1}, l_{i3}, x_{i4}, x_j)$$

ανακατασκευάζουν ένα υπαρκτό σημείο στο σύνολο O_2. Αν καταφέρουν να ανακατασκευάσουν αρκετά σημεία στο O_2, αυτό σημαίνει ότι τα σύνολα O_1 και O_2 αντιστοιχούν στο ίδιο επίπεδο, και από τις αντιστοιχίσεις που εντόπισαν, εξάγουν την προβολικότητα του επιπέδου.
Η μέθοδος αυτή, αν και έχει σχετικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος δίνει πολύ καλά αποτελέσματα ακόμα και για εικόνες μιας σκηνής που διαφέρουν σημαντικά ως προς το σημείο λήψης τους.

2.3 Επιπολική Γεωμετρία

Η Επιπολική Γεωμετρία περιγράφει τη σχέση που συνδέει δύο κάμερες προοπτικής προβολής (βλ. σχ. 2.4). Παρακάτω παρατίθενται συνοπτικά μερικές βασικές έννοιες.



Σχήμα 2.4: Βασική γεωμετρική σχέση δύο προοπτικών καμερών.

- **Επιπολικό σημείο (epipole)** e (e') ονομάζεται το σημείο προβολής του οπτικού κέντρου O (O′) της μίας κάμερας στο επίπεδο προβολής της άλλης (βλ. σχ.2.4).

- **Επιπολικό επίπεδο (epipolar plane)** ονομάζεται το επίπεδο που ορίζεται από το σημείο X του τρισδιάστατου χώρου και τα οπτικά κέντρα (O, O') των δύο καμερών (βλ. σχ. 2.4).

- **Επιπολική ευθεία (epipolar line)** (l_e) ονομάζεται η ευθεία που σχηματίζεται από την τομή του επιπολικού επιπέδου (epipolar plane) με το επίπεδο της εικόνας της δεύτερης κάμερας. (βλ. σχ. 2.4).

- **Σχέσεις αντίστοιχων σημείων:** Κάθε σημείο x στην πρώτη εικόνα που αντιστοιχεί στο σημείο X του τρισδιάστατου χώρου, δημιουργεί μία ευθεία στην δεύτερη εικόνα πάνω στην οποία βρίσκεται το αντίστοιχό του σημείο x'. Αυτό ισχύει διότι τα σημεία O, O', X, x, x' είναι συνεπίπεδα εξ'ορισμού.

2.3.1 Ο θεμελιώδης πίνακας (fundamental matrix)

Η αλγεβρική περιγραφή της προβολικής γεωμετρίας, γίνεται μέσω του 3×3 θεμελιώδη πίνακα F. Έτσι, αν x=$(u, v, 1)$ είναι ένα σημείο στην πρώτη εικόνα και x'=$(u', v', 1)$ το αντίστοιχό του στην δεύτερη, τότε ισχύει :

$$[u', v', 1] \begin{bmatrix} & F & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

Παρακάτω συνοψίζονται μερικές από τις ιδιότητες του θεμελιώδη πίνακα.

- Η ευθεία l'=Fx είναι η επιπολική ευθεία που αντιστοιχεί στο x, καθώς ισχύει $x'l'$=0.

- Η ευθεία l=$F^T x'$ είναι η επιπολική ευθεία που αντιστοιχεί στο x' καθώς ισχύει $l^T x$=0.

- Για τα δύο επιπολικά σημεία ισχύει Fe=0 και $F^T e'$=0.

Για τον υπολογισμό του 3×3 πίνακα F [42] [55] υπάρχουν 9 άγνωστες παράμετροι. Συγκεκριμένα, για δύο αντίστοιχα σημεία x=$(u, v, 1)$ και x'=$(u', v', 1)$, η γραμμική εξίσωση

$$xFx'=0$$

παίρνει τη μορφή

$$u^T f=0$$

όπου

$$u=[uu', vu', u', uv', vv', v', u, v, 1]$$

και

$$f=[F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32}, F_{33}] \ .$$

Λόγω του ότι ένας συντελεστής κλίμακας δεν μεταβάλλει το αποτέλεσμα, οι άγνωστοι γίνονται 8, και με τον περιορισμό $\det(F) = 0$ μένουν 7. Άρα, αρκούν 7 αντιστοιχίσεις σημείων ανάμεσα στις δύο εικόνες για την εύρεση μοναδικής λύσης. Όμως, όπως ισχύει και στους πίνακες μετασχηματισμού, για λόγους ακρίβειας χρησιμοποιούνται $n > 7$ αντιστοιχίσεις σημείων, και εφαρμόζονται αλγόριθμοι ελαχιστοποίησης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης.

Ο θεμελιώδης πίνακας χρησιμοποιείται σε εφαρμογές όπως η προβολική ανακατασκευή [6], με στόχο τον καθορισμό περιορισμών, ικανών να δώσουν μια οικογένεια λύσεων για τη γεωμετρία της κάμερας. Επίσης χρησιμοποιήθηκε από τους Maybank και Faugeras για Αυτοβαθμονόμηση (Self-Calibration) μιας κινούμενης κάμερας [32]. Τέλος, η σημαντικότερη για την παρούσα εργασία εφαρμογή του πίνακα F, περιγράφεται από τους Faugeras και Robert [38], οι οποίοι τον χρησιμοποιούν προκειμένου να υπολογίσουν τη σχετική θέση αντικειμένων ενός ζεύγους εικόνων σε μια τρίτη.

Κεφάλαιο 3

Το πρόβλημα της αντιστοίχισης χαρακτηριστικών

Η αντιστοίχιση χαρακτηριστικών όπως σημεία, γραμμές, καμπύλες κ.α. ανάμεσα σε διαφορετικές απεικονίσεις της ίδιας σκηνής, αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στον τομέα της μηχανικής όρασης.

Έχουν προταθεί αρκετοί αλγόριθμοι για την αντιστοίχιση χαρακτηριστικών οι οποίοι διαφοροποιούνται ως προς την κατηγορία των εικόνων στις οποίες εφαρμόζονται (π.χ. επίπεδες ή όχι απεικονίσεις), τους μετασχηματισμούς που επιτρέπουν (π.χ. ομοιότητας, αφινικούς, ή τους γενικότερους προβολικούς), αλλά και την τεχνική που χρησιμοποιούν για να επιλύσουν το πρόβλημα. Υπάρχουν για παράδειγμα αλγόριθμοι οι οποίοι βασίζονται στη διατήρηση της φωτεινότητας, (correlation) καθώς και σε σχέσεις ανάμεσα σε χαρακτηριστικά όπως η εγγύτητα σημείων [21] ή η διατήρηση στην κλίση ευθειών [33], [43]. Τέτοιοι αλγόριθμοι δεν μπορούν να εφαρμοστούν ανάμεσα σε εικόνες όπου παρατηρείται σημαντική διαφορά στις συνθήκες λήψης τους, ενώ δε βρίσκουν εφαρμογή και σε περιπτώσεις γενικότερων μετασχηματισμών όπως για παράδειγμα οι προβολικοί.

Μια άλλη κατηγορία αλγορίθμων είναι αυτή τις αντιστοίχισης μέσω ευθυγράμμισης (alignment). Για παράδειγμα, οι Rucklidge et.al. [8] [47] επιχειρούν να αντιστοιχίσουν επίπεδα σχήματα ανάμεσα σε εικόνες, αναζητώντας στο χώρο των μετασχηματισμών αυτόν που μεταφέρει καλύτερα τα σχήματα της μίας εικόνας στην άλλη. Για τη σύγκριση των σχημάτων εφαρμόζεται η απόσταση Hausdorff ενώ τη μέθοδό τους εφάρμοσαν σε μετασχηματισμούς ομοιότητας και αφινικούς. Βασικά μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι το μεγάλο της υπολογιστικό κόστος και η μη επεκτασιμότητά της σε γενικότερους προβολικούς μετασχηματισμούς. Στην κατηγορία της αντιστοίχισης μέσω

ευθυγράμμισης ανήκει και η μέθοδος των Nagao και Grimson [36] οι οποίοι αναζητούν τους αφινικούς μετασχηματισμούς ανάμεσα στα αντίστοιχα ευθύγραμμα τμήματα των εικόνων, ομαδοποιώντας τα πρώτα με τον αλγόριθμο των κ-μέσων (k-means). Η μέθοδος αυτή είναι ευαίσθητη στην παρουσία τμημάτων τα οποία δεν έχουν αντίστοιχό τους στη δεύτερη εικόνα, ενώ δεν είναι επεκτάσιμη ώστε να περιλαμβάνει προβολικούς μετασχηματισμούς.

Μια ακόμα κατηγορία μεθόδων χρησιμοποιεί περιορισμούς από τη γεωμετρία των καμερών. Ο Faugeras στο [38] εφαρμόζει επιπολικούς περιορισμούς ανάμεσα σε τρεις εικόνες για να προσδιορίσει αντιστοιχίσεις ανάμεσά τους (αναλυτικότερη περιγραφή ακολουθεί παρακάτω). Επίσης, ο Zhang χρησιμοποιεί [53], [54] τους επιπολικούς περιορισμούς [42], ανάμεσα σε δύο εικόνες, ώστε να βελτιώσει τις αντιστοιχίσεις που υπολογίζει αρχικά μέσω κλασικών μεθόδων αντιστοίχισης (correlation με relaxation). Ο υπολογισμός των επιπολικών περιορισμών γίνεται από τις αρχικές αντιστοιχίσεις και για την αποτελεσματική αντιμετώπιση των σφαλμάτων χρησιμοποιεί τη μέθοδο του Ελάχιστου Τετραγωνικού Μέσου (Least Median of Squares).

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια αυξανόμενη τάση για χρήση τεχνικών οι οποίες βασίζονται σε προβολικές αναλλοίωτες που εξάγονται από χαρακτηριστικά των εικόνων. Η σπουδαιότητα τέτοιων αλγορίθμων έγκειται στο γεγονός ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε περιπτώσεις γενικότερων μετασχηματισμών όπως οι προβολικοί, και σε εικόνες στις οποίες παρατηρούνται σημαντικές μεταβολές στη θέση των προς αντιστοίχιση χαρακτηριστικών τους. Μια από τις πρώτες ερευνητικές προσπάθειες [7] αφορούσε στην αντιστοίχιση κωνοειδών σχηματισμών ανάμεσα σε εικόνες, με χρήση αναλλοίωτων ποσοτήτων υπολογιζόμενων σε κωνοειδή. Ο βασικότερος περιορισμός του αλγορίθμου αφορά στην αναγκαστική ύπαρξη κώνων μέσα στη σκηνή. Επίσης οι τιμές των αμετάβλητων ποσοτήτων είναι ευαίσθητες σε περιπτώσεις επικαλύψεων, γεγονός που περιορίζει την εφαρμογή του αλγορίθμου ανάμεσα σε κοντινές όψεις. Γνωστές προσεγγίσεις που κάνουν χρήση αμετάβλητων ποσοτήτων, αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της αντιστοίχισης ομοεπίπεδων χαρακτηριστικών. Έτσι οι Meer, Ramakrishna, και Lenz [39] χρησιμοποιούν την P^2 αναλλοίωτη η οποία υπολογίζεται από πέντε συνεπίπεδα σημεία, για να αντιστοιχίσουν πεντάδες στη δεύτερη εικόνα μετά από εξαντλητική αναζήτηση. Για να μειώσουν το χώρο αναζήτησης αλλά και να ανταπεξέλθουν σε περιπτώσεις αστάθειας χρησιμοποιούν γεωμετρικούς περιορισμούς όπως η διάταξη του κυρτού περιβλήματος στις πεντάδες.

Οι Λουράκης, Χαλκίδης Ορφανουδάκης [15], χρησιμοποιούν την $2l2p$ προβολική αναλ-

λοίωτη από δύο γραμμές και δύο σημεία ως βάση την οποία ψάχνουν εξαντλητικά στη δεύτερη εικόνα για να ορίσουν τις θέσεις των αντίστοιχων σημείων.
Εκτός από τις περιπτώσεις σημείων έχουν μελετηθεί και αντιστοιχίσεις επίπεδων χαρακτηριστικών όπως πολυγωνικοί σχηματισμοί [37] ή καμπύλες [41] με χρήση σχετικών αναλλοίωτων.

Τα τελευταία χρόνια εφαρμογές όπως η δημιουργία σκηνών (view synthesis, Image Based Rendering) έχουν δώσει σημαντική ώθηση σε αλγορίθμους αντιστοίχισης χαρακτηριστικών οι οποίοι προέρχονται από τον χώρο της Μηχανικής Όρασης. Παραδοσιακές προσεγγίσεις από το χώρο της γραφικής χρησιμοποιούν μοντέλα αναπαράστασης αντικειμένων στα οποία προσθέτουν υφή για να κατασκευάσουν νέες ρεαλιστικές σκηνές. Το βασικό τους όμως μειονέκτημα είναι η ανάγκη τους για εξεζητημένο υλικό (hardware) και λογισμικό (software), καθώς και η άμεση εξάρτηση της πολυπλοκότητάς τους από την πολυπλοκότητα της σκηνής που προσπαθούν να κατασκευάσουν. Επίσης οι αναπαραστάσεις σκηνών που υλοποιούν δεν έχουν πάντα την απαραίτητη ρεαλιστικότητα και γεωμετρική ορθότητα.
Μερική λύση στο πρόβλημα δίνουν αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν παρεμβολή (interpolation) [26], [51] οι οποίοι χρησιμοποιούν μια βάση από αρκετές διαφορετικές όψεις μιας σκηνής, ώστε να φτιάξουν περιγραφές άμεσα ανακλήσιμες από έναν πίνακα ευρετηριασμού. Για τη δημιουργία μιας νέας σκηνής χρησιμοποιούν τον πίνακα ευρετηριασμού καθώς και τις εικόνες της βάσης. Το μειονέκτημα αυτών των μεθόδων έγκειται στη μεγάλη απαίτηση αποθηκευτικού χώρου, για τις διαφορετικές απεικονίσεις της σκηνής.
Δημιουργία νέων σκηνών μπορεί επίσης να πραγματοποιηθεί μέσω προβολής εικονοστοιχείων (pixels) στην καινούρια εικόνα από εικόνες της βάσης. Τα βασικά πλεονέκτημα μιας τέτοιας προσέγγισης, είναι η κατασκευή ρεαλιστικών (γεωμετρικά ορθών) απεικονίσεων, η δυνατότητα χρήσης μικρών βάσεων από γνωστές εικόνες, καθώς και η ανεξαρτησία τους από την πολυπλοκότητα της σκηνής την οποία προσπαθούν να ανακατασκευάσουν. Η μεθοδολογία αυτών των αλγορίθμων είναι άμεσα συνδεδεμένη με το πρόβλημα της αντιστοίχισης σημείων, καθώς η προβολή του εικονοστοιχείου στην άγνωστη εικόνα ισοδυναμεί ουσιαστικά με το πρόβλημα εύρεσης αντιστοίχισης. Για τη δημιουργία της νέας σκηνής, αρχικά υπολογίζονται όλες οι αντιστοιχίσεις σημείων (dense correspondence) ανάμεσα σε δύο εικόνες της βάσης. Έπειτα, χρησιμοποιώντας αυτές τις αντιστοιχίσεις καθώς και μερική πληροφορία που συνδέει τις εικόνες της βάσης

με την καινούρια εικόνα (π.χ. ένα μικρό αριθμό αντιστοιχίσεων σημείων ή γραμμών ή τις παραμέτρους της νέας θέσης μιας ιδεατής κάμερας αν πρόκειται για τεχνιτή εικόνα) ολοκληρώνουν την δημιουργία της νέας απεικόνισης.
Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων αλγορίθμων χρησιμοποιούν το θεμελιώδη πίνακα [31], [25] ο οποίος υπολογίζει τους επιπολικούς περιορισμούς ανάμεσα στις εικόνες, ενώ μια πιο πρόσφατη εφαρμογή χρησιμοποιεί τον trilinear tensor [2], ο οποίος περιγράφει τη σχέση που συνδέει αντίστοιχα σημεία μέσω τομών επιπέδων στον τρισδιάστατο χώρο. Για τον υπολογισμό των παραγόντων του trilinear tensor χρησιμοποιούνται τα επιπολικά σημεία ανάμεσα στις τρεις εικόνες, γεγονός που καθιστά τη μέθοδό ευαίσθητη σε σφάλματα, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου η τρίτη εικόνα είναι αρκετά μακρυνή σε σχέση με τις άλλες δύο. Ενδιαφέρον ωστόσο παρουσιάζει η επέκταση του συγκεκριμένου αλγορίθμου για κατασκευή νέων σκηνών σε σχέση με τη θέση (περιστροφή, μετατόπιση) μιας ιδεατής κάμερας. Σε μία ακόμα σχετική εφαρμογή, ο Johanson χρησιμοποιεί αντιστοιχίσεις των προβολών των ευθειών που σχηματίζουν οι τομές των επιπέδων της σκηνής[23], για την κατασκευή νέων απεικονίσεων σκηνών που περιέχουν επίπεδα.

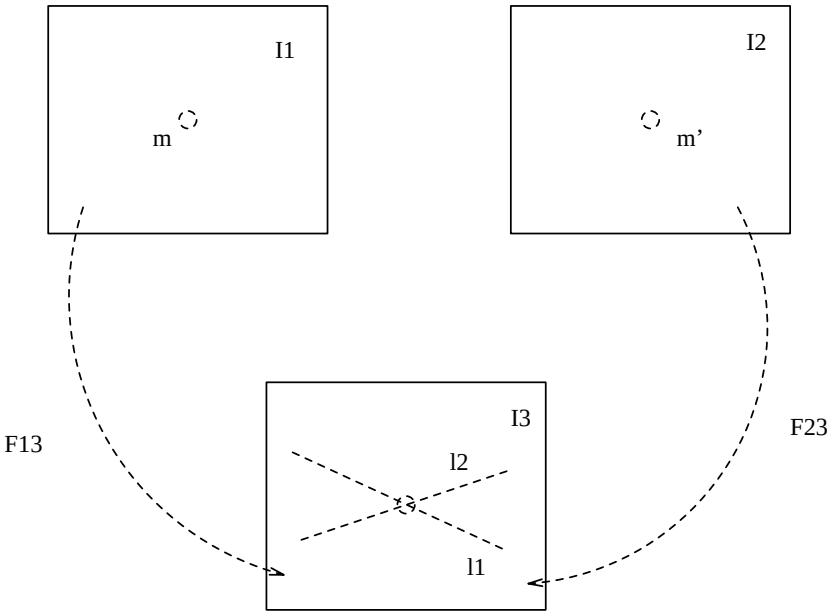
Μία από τις γνωστότερες προσεγγίσεις στο πρόβλημα της αντιστοίχισης μη ομοεπίπεδων σημείων 3Δ σκηνών παρουσίασε ο Faugeras στο ‘‘What can two Images tell us about a third one’’. Συγκεκριμένα, γνωρίζοντας την αντιστοίχιση ενός σημείου ανάμεσα σε ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων ($I_1 - I_2$), η θέση του σε μια τρίτη εικόνα ορίζεται από τους επιπολικούς περιορισμούς ανάμεσα στις εικόνες ($I_1 - I_3$) και ($I_2 - I_3$) οι οποίοι υπολογίζονται μέσω των θεμελιωδών πινάκων F_{13} και F_{23} (βλ. σχ. 3.1). Αν l_1 είναι η επιπολική γραμμή του σημείου m από την I_1 στην I_3 τότε ισχύει:

$$l_1 = F_{13} m$$

Επίσης αν l_2 η επιπολική γραμμή του m' (αντίστοιχου του m) από την I_2 στη I_3, ισχύει :

$$l_2 = F_{23} m'$$

Τότε το σημείο m'' της I_3, αντίστοιχο των m, m', ορίζεται μοναδικά από την τομή των ευθειών l_1 και l_2.
Η παραπάνω μέθοδος δίνει καλά αποτελέσματα όταν υπάρχουν αρκετές αντιστοιχίσεις από τις εικόνες του στερεοσκοπικού ζεύγους στην εικόνα I_3 ώστε να ορισθούν με ακρίβεια οι δύο θεμελιώδεις πίνακες. Ένα σημαντικό όμως μειονέκτημά της έγκειται στο ότι εισάγει περιορισμούς αναφορικά με τη σχετική θέση των οπτικών κέντρων των τριών



Σχήμα 3.1: Αντιστοίχιση μέσω επιπολικών περιορισμών από θεμελιώδη πίνακα

καμερών. Αν αυτά (οπτικά κέντρα) βρίσκονται στην ίδια ευθεία, και οι οπτικοί άξονες των καμερών είναι παράλληλοι, τότε δεν ορίζεται τομή ανάμεσα στις παράλληλες στη συγκεκριμένη περίπτωση επιπολικές ευθείες l_1, l_2 οπότε είναι αδύνατος ο προσδιορισμός της θέσης του m'' στη I_3.

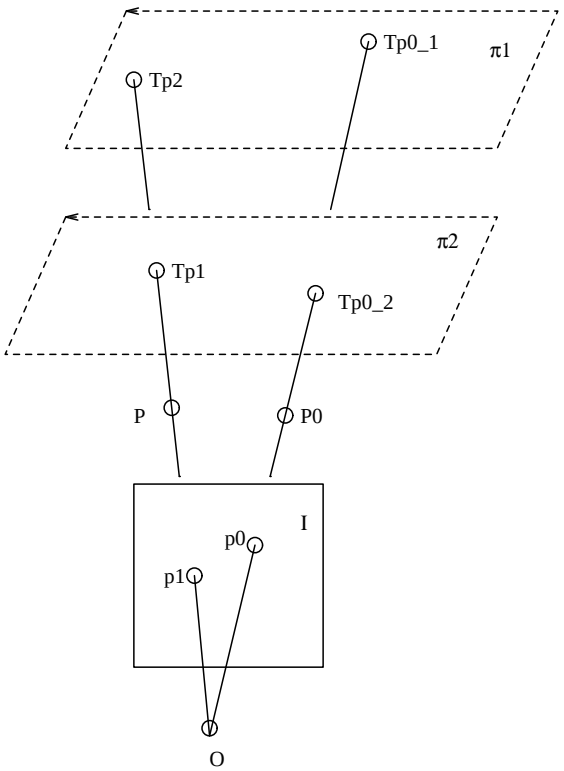
Μια διαφορετική προσέγγιση παρουσιάστηκε από τον Shashua [49]. Στη συγκεκριμένη μέθοδο, χρησιμοποιούνται οι προβολικότητες δύο επιπέδων της σκηνής, ανάμεσα σε δύο εικόνες καθώς και η αντιστοίχιση ενός σημείου εκτός των επιπέδων ανάμεσά τους, ώστε να οριστεί μία προβολικά αμετάβλητη ποσότητα, το προβολικό βάθος. Συγκεκριμένα αν H_1, H_2 είναι οι προβολικότητες δύο επιπέδων ανάμεσα στις εικόνες I_1, I_2 και p_0 ένα σημείο εκτός των επιπέδων (p'_0 το αντίστοιχό του στη I_2), τότε κανονικοποιεί μία από τις δύο προβολικότητες ώστε να ισχύει:

$$p'_0 \simeq H_1 p_0 + H_2 p_0$$

έπειτα, για κάθε σημείο p_i (p'_i το αντίστοιχό του στη I_2) της σκηνής εκτός των επιπέδων, ορίζει την αναλλοίωτη ποσότητα κ_i η οποία υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$p'_i \simeq H_1 p_i + k_i H_2 p_i$$

Στην παραπάνω σχέση όλες οι παράμετροι είναι γνωστοί, εκτός της ποσότητας κ_i ως προς την οποία και επιλύει. Η γεωμετρική ερμηνεία του προβολικού βάθους κ_i για το σημείο



Σχήμα 3.2: Ορισμός του προβολικού βάθους

p_i φαίνεται στο σχήμα 3.2 και είναι ο λόγος των cross ratios που σχηματίζονται πάνω στις ευθείες OP και OP_0 από τα σημεία O, T$_{p1}$, T_{p2}, P και O, T_{p01}, T_{p02}, P_0 αντίστοιχα. Τα σημεία T$_{p1}$, T_{p2} είναι οι τομές της ευθείας OP με τα δύο επίπεδα, ενώ τα T$_{p01}$, T$_{p02}$, οι τομές της OP_0 με τα δύο επίπεδα. Για να προβλέψει τη θέση ενός σημείου p'', (αντίστοιχο των p, p'' στις I$_1$, I$_2$) σε μια τρίτη εικόνα I$_3$, χρειάζεται τις προβολικότητες H$_3$, H$_4$ των επιπέδων π_1, π_2 ανάμεσα στις εικόνες I$_2$, I$_3$ και το σημείο p_0'' αντίστοιχο των p_0, p_0'. Κανονικοποιεί την H$_3$ ως προς H$_4$ με βάση το σημείο p_0', p_0'', όπως και για τις I$_1$, I$_2$. Εφαρμόζοντας το προβολικό βάθος κ$_i$ που υπολόγισε για τα p, p' ανάμεσα στις εικόνες I$_1$, I$_2$ στη σχέση

$$p'' \simeq H_3 p_i' + k_i H_4 p_i'$$

ορίζει τη θέση του σημείου p'' αντίστοιχου των p, p' στην εικόνα I$_3$.

Το προβολικό βάθος αποτελεί μια μαθηματικά κομψή αναλλοίωτη για την εύρεση αντιστοίχισης σημείων σε μια τρίτη εικόνα, η οποία απαιτεί δύο προβολικότητες και ένα σημείο κανονικοποίησης εκτός των επιπέδων. Η ανάγκη γνώσης ενός σημείου κανονικοποίησης εκτός των επιπέδων αποτελεί το βασικότερο μειονέκτημα του αλγορίθμου,

καθώς ο προσδιορισμός ενός τέτοιου σημείου αποτελεί κατά βάση τον ορισμό του προβλήματος και τον τελικό στόχο της μεθόδου.

Αξίζει να αναφερθεί ότι στα πλαίσια της παρούσας εργασίας δοκιμάστηκε η δυνατότητα του παραπάνω αλγόριθμου να επιλύσει το παρεμφερές με αυτό της εύρεσης αντιστοιχίσεων, πρόβλημα της αναγνώρισης σκηνών, κάνοντας χρήση της απόστασης Hausdorff [8], [47]. Η απόσταση αυτή μας επιτρέπει να συγκρίνουμε σύνολα τιμών χωρίς να γνωρίζουμε τις αντιστοιχίσεις των στοιχείων των συνόλων. Περισσότερες λεπτομέρειες περιλαμβάνονται στο Παράρτημα Α.

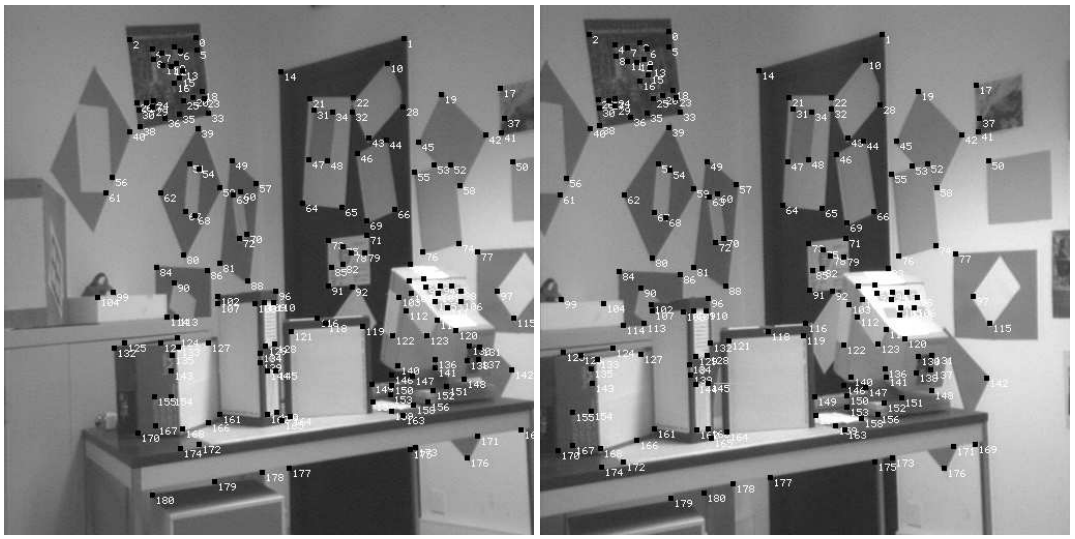
Μια πρόσφατη προσέγγιση στο πρόβλημα της αντιστοίχισης χαρακτηριστικών ανάμεσα σε απεικονίσεις μη επίπεδων επιφανειών παρουσιάζουν οι N. Georgis, M. Petrou, J. Kittler [35]. Συγκεκριμένα, διαθέτοντας τις αντιστοιχίσεις τεσσάρων ομοεπίπεδων μη συνευθειακών σημείων ανάμεσα σε δύο εικόνες, είναι σε θέση να υπολογίσουν τις προβολές των σημείων της πρώτης εικόνας στη δεύτερη σαν αυτά να ανήκουν στο επίπεδο των τεσσάρων σημείων. Αυτό το επιτυγχάνουν χρησιμοποιώντας αναλλοίωτες πέντε ομοεπίπεδων σημείων [34], σχηματίζοντας έτσι μια φανταστική (virtual) προβολή στη δεύτερη εικόνα. Γνωρίζοντας τις αντιστοιχίσεις ανάμεσα στην πρώτη και την τεχνητή εικόνα, μεταθέτουν το πρόβλημα στην αντιστοίχιση ανάμεσα στα σημεία της τεχνητής εικόνας με τη δεύτερη. Για να βρουν τις αντιστοιχίσεις των σημείων ανάμεσα τους, στηρίζονται στο γεγονός ότι αντίστοιχα σημεία στη δεύτερη εικόνα, με αυτά της τεχνητής, σχηματίζουν ευθείες (τις επιπολικές) οι οποίες πρέπει όλες να τέμνονται σε ένα σημείο, το επιπολικό της δεύτερης εικόνας. Έτσι μετασχηματίζουν το πρόβλημα σε αναζήτηση των αντιστοιχιών οι οποίες σχηματίζουν ευθείες που τέμνονται σε ένα σημείο. Ο αλγόριθμός τους πλεονεκτεί στο γεγονός ότι χρησιμοποιεί δύο εικόνες, όμως απαιτεί αρκετό χρόνο για να εξετάσει όλες τις δυνατές λύσεις. Για να μειώσουν το χρόνο ψαξίματος υποθέτουν ότι οι επιπολικές γραμμές δεν τέμνονται μέσα στα όρια της εικόνας, κάτι που δεν ισχύει σε εικόνες με σχετικά μεγάλη απόσταση (ή γωνία λήψης). Επίσης, η μέθοδός τους είναι αρκετά ευάλωτη σε σφάλματα στην εύρεση του κοινού σημείου τομής (epipole) κάτι που προσπαθούν να αντιμετωπίσουν με τον μετασχηματισμό Hough.

Κεφάλαιο 4

Αντιστοίχιση χαρακτηριστικών: Προτεινόμενες μέθοδοι

4.1 Ορισμός του προβλήματος

Έστω ότι διαθέτουμε τις αντιστοιχίσεις όλων των βασικών σημείων (corners) και γραμμών σε ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων (βλ. σχήμα 4.1). Έστω επίσης ότι γνωρίζουμε



Σχήμα 4.1: Ζεύγος εικόνων με τις αντιστοιχίσεις όλων των corners

έναν μικρό αριθμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα σε σημεία του ζεύγους με μια τρίτη εικόνα, τα οποία ανήκουν σε δύο επίπεδες επιφάνειες της σκηνής. (βλ. σχ. 4.2). Τότε με βάση

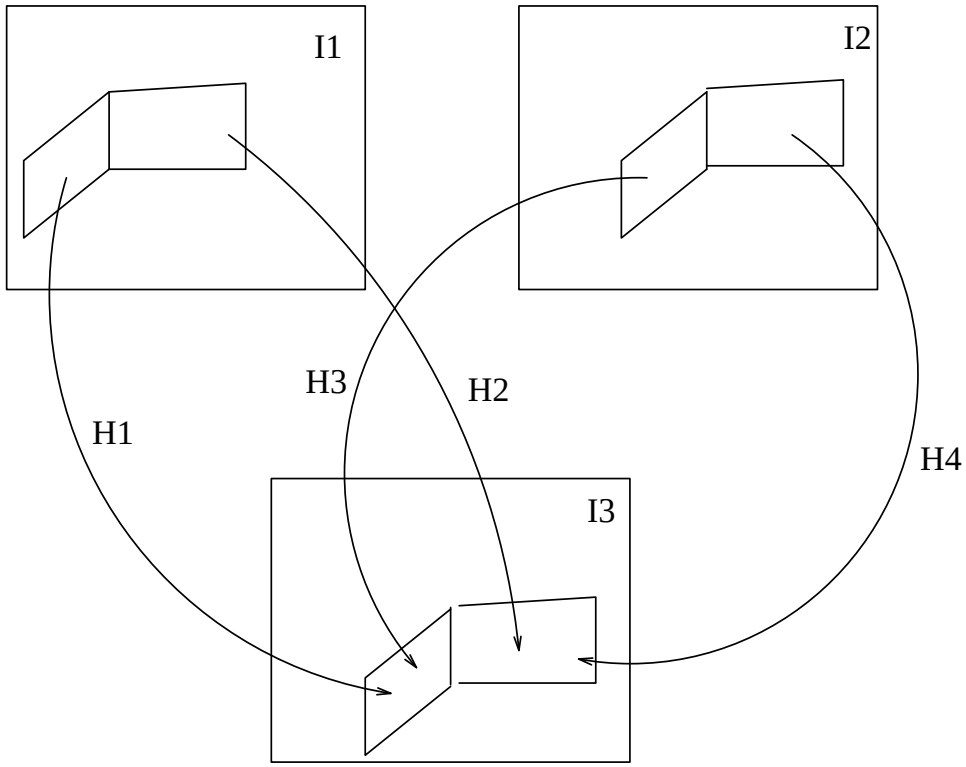
αυτήν την πληροφορία, στόχος είναι να υπολογιστεί η θέση οποιουδήποτε σημείου του

Σχήμα 4.2: Σημεία των επιπέδων της τρίτης εικόνας, των οποίων γνωρίζουμε τις αντιστοιχίσεις με αυτά του στερεοσκοπικού ζεύγους

ζεύγους των εικόνων στην τρίτη. Το παραπάνω πρόβλημα διατύπωσαν και οι Robert και Faugeras στο "What can two images tell as about a third one" [38]. Ενώ οι προαναφερθέντες ερευνητές χρησιμοποιούν την έννοια του θεμελιώδη πίνακα, προκειμένου να προσδιορίσουν τη λύση, στην παρούσα εργασία προτείνεται η χρήση ενός διαφορετικού εργαλείου της προβολικής γεωμετρίας, του πίνακα προβολικότητας.

4.2 ΠΜ1 : Αντιστοιχίσεις μέσω της γεωμετρίας των καμερών

Έστω ότι διαθέτουμε τρεις εικόνες $(I1, I2, I3)$ μιας τρισδιάστατης σκηνής η οποία περιέχει δύο επίπεδα. Έστω επίσης ότι οι εικόνες I_1, I_2 μπορούν να θεωρηθούν στερεοσκοπικό ζεύγος. Ανάμεσα στις δύο αυτές εικόνες υπολογίζονται όλες οι δυνατές αντιστοιχίσεις χαρακτηριστικών (σημείων, γραμμών) [54], [29]. Επίσης, έστω ότι διαθέτουμε τις αντιστοιχίσεις πάνω στα επίπεδα ανάμεσα στις εικόνες $I_1 - I_3$ και $I_2 - I_3$.
Από τις αντιστοιχίσεις αυτές εξάγονται οι προβολικότητες (H_1, H_2) από την εικόνα I_1 στην I_3 και (H_3, H_4) από την εικόνα I_2 στην I_3 για τα αντίστοιχα επίπεδα (βλ. σχήμα 4.3). Τότε, εάν P είναι ένα σημείο στον τρισδιάστατο χώρο εκτός των δύο επιπέδων, η ευθεία



Σχήμα 4.3: Οι προβολικότητες ανάμεσα στις εικόνες

που ενώνει το οπτικό κέντρο Ο της πρώτης κάμερας με το P, τέμνει τα δύο επίπεδα της τρισδιάστατης σκηνής στα σημεία T_1καιT_2 (βλ. σχήμα 4.4). Τα συνευθειακά στο χώρο, σημεία P, T_1, T_2, προβάλλονται στο ίδιο σημείο (p) της εικόνας I_1. Έτσι, εάν στο σημείο p της I_1 εφαρμοστούν οι αντίστοιχοι πίνακες προβολικότητας, θα υπολογιστούν οι προβολές των σημείων T_1, T_2 επάνω στην εικόνα I_3:

$$t1 \simeq H_1 p$$

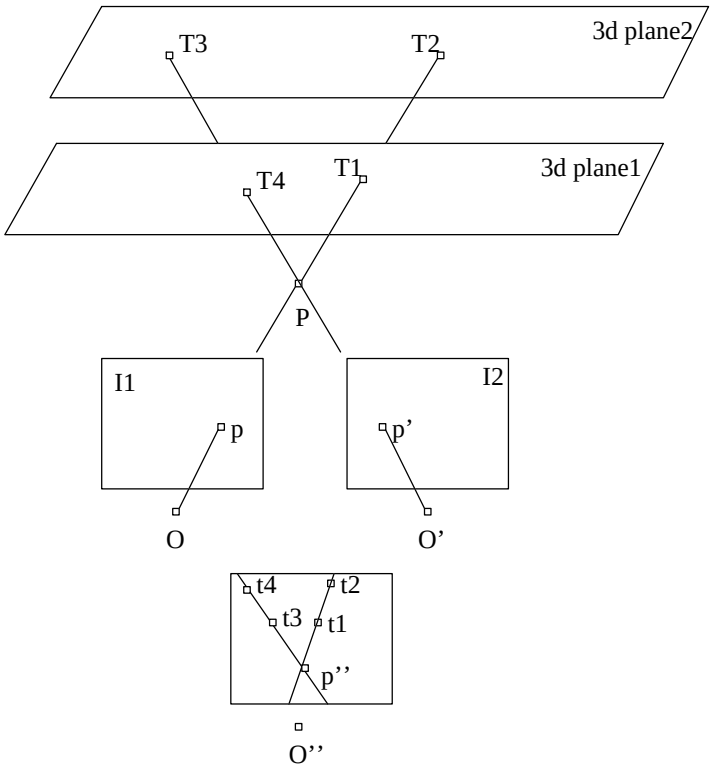
$$t2 \simeq H_2 p$$

Τα δύο αυτά σημεία ορίζουν την επιπολική ευθεία l_1 (για το ζεύγος εικόνων I_1, I_3) πάνω στην οποία βρίσκεται το p''.
Ακολουθώντας την αντίστοιχη διαδικασία για το ζεύγος εικόνων I_2, I_3, υπολογίζεται η ευθεία l_2 που ορίζεται από τα σημεία t_3 και t_4:

$$t3 \simeq H3 p'$$

$$t4 \simeq H4 p'$$

στην οποία προφανώς ανήκει το p''. Η τομή των δύο ευθειών (l_1, l_2) δίνει την προβολή του σημείου P στην τρίτη εικόνα (I_3).



Σχήμα 4.4: Υπολογισμός της προβολής του σημείου P στην τρίτη εικόνα

4.2.1 Οι προβολικότητες ανάμεσα στις εικόνες

Το βασικό συστατικό του παραπάνω αλγορίθμου, είναι η χρήση των προβολικοτήτων (homographies) ανάμεσα στις εικόνες $I_1 - I_3$ και $I_2 - I_3$. Αναλυτική περιγραφή για τον υπολογισμό τους, δεδομένων των αντιστοιχειών n σημείων, $n \geq 4$ δόθηκε στο εισαγωγικό κεφάλαιο. Ενδιαφέρον ωστόσο, παρουσιάζει ο διαχωρισμός των ομοεπίπεδων σημείων από τα υπόλοιπα, καθώς και η εύρεση αντιστοιχίσεων ανάμεσα στα ομοεπίπεδα σημεία των τριών εικόνων, από τις οποίες θα εξαχθούν οι πίνακες προβολικότητας. Θα μπορούσαμε βέβαια να υποθέσουμε την ''a priory'' γνώση τους, οπότε τέσσερα τουλάχιστον γνωστά σημεία πάνω σε κάθε επίπεδο θα έδιναν μια λύση στη γραμμική εξίσωση :

$$p'_i \simeq H p_i, \quad i=1, ...n, \quad n \geq 4$$

Μια τέτοια παραδοχή είναι σχετικά ανεκτή για βιομηχανικές εφαρμογές όπου πολλές παράμετροι του περιβάλλοντος μπορούν να ελεγχθούν. Ωστόσο η παραδοχή αυτή δεν μπορεί να γίνει παραδεκτή σε ένα γενικότερπ πλαίσιο εφαρμογής της μεθόδου.

Μια από τις πρώτες εργασίες για το διαχωρισμό των χαρακτηριστικών μιας εικόνας σε επίπεδα ήταν αυτή των Sinclair και Blake [50] , οι οποίοι στηρίζονται σε προβολικές αναλλοίωτες που εξάγουν από πεντάδες ομοεπίπεδων σημείων. Στην παρούσα εργασία προτείνεται [28] μια μέθοδος η οποία στηρίζεται στην επέκταση της δουλειάς των Scmid και Zisserman [48], οι οποίοι καταλήγουν στην εξής σχέση που συνδέει ένα ζεύγος στερεοσκοπικών εικόνων, επίπεδων επιφανειών:

$$\mathrm{H}(m) = [l]'_x F + me'l^T \tag{4.1}$$

Στην παραπάνω σχέση, F είναι ο θεμελιώδης πίνακας ανάμεσα στις δύο εικόνες $(\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2)$, e' το επιπολικό σημείο (epipole) στην δεύτερη εικόνα, $l=(l_1, l_2, l_3)$ μία γραμμή της σκηνής στην πρώτη εικόνα, και $[l']_x$ η αντίστοιχή της στη δεύτερη εικόνα εκφρασμένη ως πίνακας 3×3:

$$[l']_x = \begin{bmatrix} 0 & l'_3 & l'_2 \\ l'_3 & 0 & l'_1 \\ l'_2 & l'_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Από την παραμετρική σχέση (4.1) εξάγεται η προβολικότητα ως προς την ευθεία l (l' η αντίστοιχή της στη δεύτρη εικόνα), ανάμεσα σε ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων, οι οποίες απεικονίζουν την ίδια επίπεδη επιφάνεια.

Η σχέση αυτή μπορεί να γενικευθεί έτσι ώστε να εξάγει τις προβολικότητες ανάμεσα σε εικόνες που περιέχουν περισσότερα του ενός επίπεδα. Συγκεκριμένα, πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της εξίσωσης με το διάνυσμα συντεταγμένων ενός σημείου p της σκηνής, προκύπτει ότι:

$$H(m)\, p = [l]'_x F p + mel^T p$$

Υποθέτοντας ότι αυτό το σημείο ανήκει στο επίπεδο του οποίου αναζητάμε τον πίνακα προβολικότητας, ισχύει:

$$p' \simeq H(m)\, p$$

και επομένως:

$$p' = [l]'_x F p + mel^T p$$

Στην τελευταία σχέση, μοναδικός άγνωστος είναι ο παράγοντας m, ως προς τον οποίο μπορούμε να επιλύσουμε:

$$p' \times p' = ([l]'_x F p) \times p' + m(el'p) \times p' \Rightarrow$$

$$m = \frac{[p' \times ([l]'_x F p)\,]\;[(el'p) \times p']}{||(el'p) \times p'||}$$

Αντικαθιστώντας το m στη σχέση 4.1, υπολογίζεται ο πίνακας προβολικότητας $\mathrm{H}(m)$. Από τις παραπάνω σχέσεις εξάγεται η προβολικότητα ενός από τα επίπεδα της σκηνής, και συγκεκριμένα αυτού που ορίζεται από τη γραμμή l και το σημείο p που χρησιμοποιήθηκαν στην παραπάνω ανάλυση. Υπολογίζοντας τους πίνακες προβολικότητας για όλους τους συνδυασμούς γραμμών και σημείων του στερεοσκοπικού ζεύγους, επιλέγονται εκείνοι που προβλέπουν τις θέσεις αρκετών αντίστοιχων σημείων της δεύτερης εικόνας. Δηλαδή αν p, p' είναι δύο αντίστοιχα σημεία από την πρώτη και δεύτερη εικόνα αντίστοιχα, τότε το σημείο p ανήκει στο επίπεδο που περιγράφεται από το $H(m)$ εάν ισχύει:

$$|\hat{p} - p'| < e$$

όπου

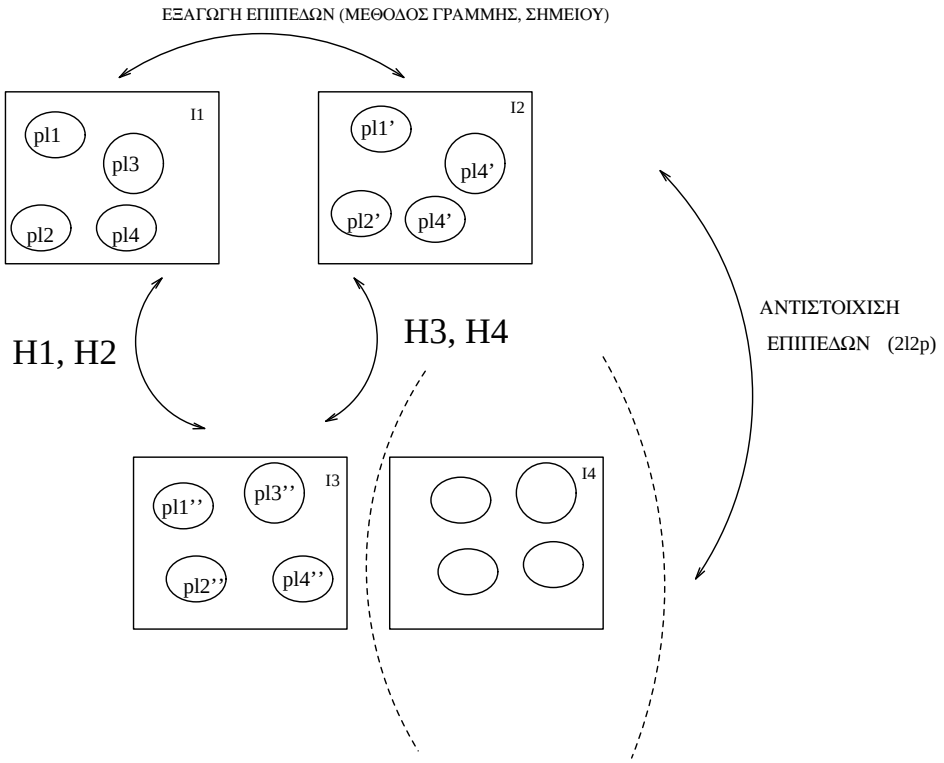
$$\hat{p} \simeq H(m)\, p$$

Από τους παραπάνω πίνακες προβολικότητας, αυτοί που προβλέπουν σωστά τις θέσεις πολλών αντίστοιχων σημείων, ανταποκρίνονται με μεγάλη πιθανότητα στα πραγματικά επίπεδα της σκηνής τα οποία αναζητάμε.

Αν θεωρήσουμε ότι η εικόνα I_3 είναι αρκετά κοντά στις $(\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2)$, τότε θα υπάρχουν αρκετές αντιστοιχίσεις χαρακτηριστικών από $\mathrm{I}_1 \rightarrow I_3$ και από $\mathrm{I}_2 \rightarrow I_3$, υπολογισμένες για παράδειγμα από φωτομετρική πληροφορία [54]. Εφόσον έχουν υπολογιστεί τα ομοεπίπεδα χαρακτηριστικά των $\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2$, είναι γνωστά και τα ομοεπίπεδα χαρακτηριστικά της I_3 (από τις αντιστοιχίσεις της με $\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2$). Συνεπώς χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες ομάδες σημείων, υπολογίζονται οι ζητούμενες προβολικότητες από $\mathrm{I}_1 \rightarrow I_3$ και από $\mathrm{I}_2 \rightarrow I_3$. Η εφαρμογή της μεθόδου στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει περισσότερο επαληθευτικό χαρακτήρα, καθώς ανάμεσα σε κοντινές εικόνες μπορούν να εξαχθούν αντιστοιχίσεις και από κλασσικούς αλγόριθμους (π.χ. που χρησιμοποιούν φωτομετρική πληροφορία). Χρήσιμη όμως θα ήταν σε περιπτώσεις στις οποίες χρειαζόμαστε τις θέσεις σημείων που επικαλύπτονται (occlusion) στην τρίτη εικόνα, τις οποίες εξ'ορισμού δεν μπορούν να υπολογίσουν αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν φωτομετρική πληροφορία.

Στις περιπτώσεις όπου η τρίτη εικόνα βρίσκεται αρκετά μακρυά από το στερεοσκοπικό ζεύγος $\mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_2$, οι κλασσικοί αλγόριθμοι αντιστοίχισης χαρακτηριστικών (γραμμών

ή σημείων) δεν είναι σε θέση να εξάγουν αρκετές και σωστές αντιστοιχίσεις από $I_1 \rightarrow I_3$ και από $I_2 \rightarrow I_3$. Επομένως είναι πολύ πιθανό να μην βρεθεί ικανός αριθμός ($n \geq 4$) αξιόπιστων αντιστοιχίσεων πάνω στα επίπεδα, ώστε να υπολογιστούν οι προβολικότητες. Σ'αυτήν την περίπτωση, χρησιμοποιείται μια τέταρτη εικόνα (I_4) η οποία αποτελεί στερεοσκοπικό ζεύγος με τη I_3. Ανάμεσα σε αυτές τις δύο, και σύμφωνα με τα όσα περιγράφηκαν παραπάνω για τις $I_1 - I_2$, μπορούμε να διαχωρίσουμε τα χαρακτηριστικά που ανήκουν στα επίπεδα της σκηνής. Έτσι διαθέτοντας ομάδες (O_i) ομοεπίπεδων χαρακτηριστικών από το ζεύγος ($I_1 - I_2$) και (O_j) από το ζεύγος ($I_3 - I_4$), μένει να βρεθούν τα ζεύγη $O_i - O_j$, i=[1, 2] , j=[1, 2] που αντιστοιχούν σε ίδιο επίπεδο της τρισδιάστατης σκηνής, καθώς και οι επιμέρους αντιστοιχίσεις των χαρακτηριστικών τους. Όπως αναφέρθηκε και στο εισαγωγικό κεφάλαιο, αυτό μπορεί να επιτευχθεί αξιόπιστα με κατάλληλη χρήση της $2l2p$ προβολικής αναλλοίωτης [15] (βλ. σχ. 4.5).

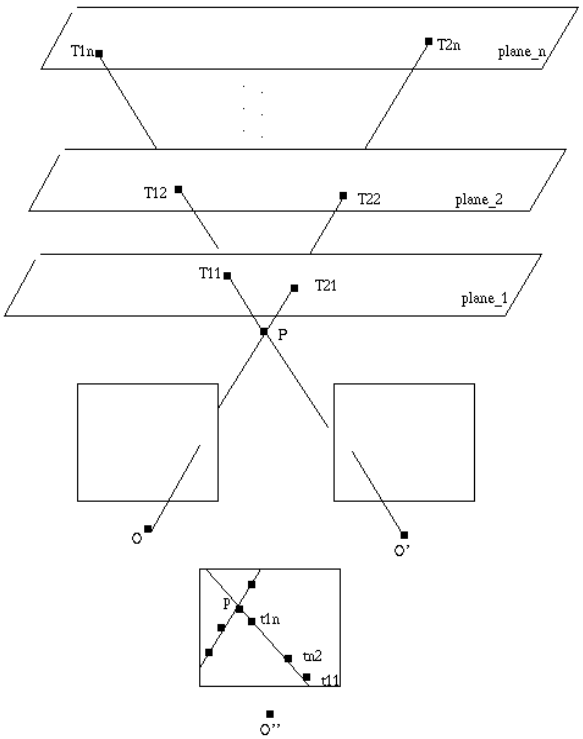


Σχήμα 4.5: Εξαγωγή και αντιστοίχιση επιπέδων ανάμεσα στις εικόνες

Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις, υποθέσαμε την ύπαρξη πραγματικών επιπέδων στη σκηνή μια υπόθεση που περιορίζει την εφαρμογή του αλγορίθμου σε εικόνες, οι οποίες περιέχουν τουλάχιστον δύο πραγματικά επίπεδα. Όμως, τα συμπεράσματα από τη δουλειά του Faugeras στο [11] αναφέρουν τη δυνατότητα υπολογισμού της προ-

βολικότητας ενός επιπέδου που σχηματίζουν οι αντιστοιχίσεις τριών μη συνευθειακών σημείων ανάμεσα σε δύο εικόνες. Συνεπώς, με τέσσερα μη συνεπίπεδα σημεία μπορούν -θεωρητικά- να οριστούν οι δύο προβολικότητες που χρειάζονται, ώστε μέσω αυτών να καθοριστούν οι θέσεις όλων των υπόλοιπων σημείων του ζεύγους στην τρίτη εικόνα.

4.2.2 Υπερπροσδιορισμός (overdetermination) λύσεων



Σχήμα 4.6: Ακριβέστερος υπολογισμός των επιπολικών περιορισμών

Μια ενδιαφέρουσα δυνατότητα του αλγορίθμου είναι ο υπερπροδιορισμός των λύσεων. Συγκεκριμένα, εάν ανάμεσα στις τρεις εικόνες, υπάρχουν περισσότερες των δύο αντιστοιχίσεις επιπέδων, τότε μέσω των επιπλέον τομών των (OP) και ($O'P$) με τα επίπεδα (βλ. σχήμα 4.6), ορίζονται με μεγαλύτερη ακρίβεια οι επιπολικοί περιορισμοί (περισσότερα σημεία για τον ορισμό κάθε επιπολικής ευθείας) που προσδιορίζουν τη λύση στην τρίτη εικόνα.

Συνόψιση των βημάτων της ΠΜ1

- Εξαγωγή χαρακτηριστικών σημείων (corners) και γραμμών από τις εικόνες I_1, I_2, I_3 (οι I_1, I_2 αποτελούν στερεοσκοπικό ζεύγος και οι αντιστοιχίσεις μεταξύ τους έχουν υπολογιστεί [54]i, [29]).
- Εύρεση ομάδων σημείων τα οποία ανήκουν σε επίπεδα της σκηνής για το στερεοσκοπικό ζεύγος I_1, I_2 μέσω του [28].
  - ▷ Αν η εικόνα I_3 είναι κοντά στο ζεύγος των (I_1, I_2), τότε υπάρχουν σύνολα ομοεπίπεδων σημείων, υποσύνολα των αντιστοιχιών της I_3 με τις I_1, I_2. Δυνατότητα χρησιμοποίησης μη πραγματικών επιπέδων της σκηνής, μέσω του υπολογισμού προβολικοτήτων από τις αντιστοιχίσεις τριών μη συνευθειακών σημείων [11].
  - ▷ Αν η εικόνα I_3 είναι μακριά από το ζεύγος I_1, I_2, τότε χρησιμοποιείται το στερεοσκοπικό της ζευγάρι I_4, για να εξαχθούν οι ομάδες ομοεπίπεδων σημείων [28]. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος [15], για να υπολογιστούν οι αντιστοιχίσεις με τις ομάδες από τις εικόνες I_1, I_2.
- Δεδομένων των αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις ομάδες ομοεπίπεδων σημείων από $I_1 \rightarrow I_3$ και από $I_2 \rightarrow I_3$, υπολογίζονται οι πίνακες προβολικότητας.
- Μέσω των προβολικοτήτων, ορίζονται οι θέσεις των σημείων του στερεοσκοπικού ζεύγους $I_1 - I_2$ στην εικόνα I_3, ως η τομή δύο επιπολικών ευθειών.
- Οι επιπολικές ευθείες μπορούν να ορισθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια αν μέσα στη σκηνή υπάρχουν περισσότερα από δύο επίπεδα πραγματικά ή μη.

4.2.3 Γενικές παρατηρήσεις, σύγκριση με άλλες μεθόδους

Η ΠΜ1 συγγενεύει με τη μέθοδο των Faugeras και Roberts [38], καθώς στηρίζεται στους περιορισμούς που εισάγουν επιπολικές ευθείες. Διαφέρουν όμως στον τρόπο με τον οποίο ορίζονται οι παραπάνω ευθείες. Έτσι ενώ οι Faugeras και Roberts στηρίζονται στον υπολογισμό των θεμελιωδών πινάκων ανάμεσα στις τρεις εικόνες, στην παρούσα προσέγγιση χρησιμοποιούνται οι προβολικότητες που εξάγονται από δύο επίπεδα της σκηνής.

Ένα πρώτο πλεονέκτημα της ΠΜ1 πηγάζει από τη χρήση πινάκων προβολικότηταςι σε αντιδιαστολή με τη χρήση θεμελιώδη πίνακα. Ο τελευταίος, χρειάζεται (πρακτικά)

αρκετές αντιστοιχίσεις σημείων ανάμεσα στις εικόνες προκειμένου να υπολογιστεί με ακρίβεια, και παράλληλα απαιτεί να ικανοποιείται ο ισχυρός περιορισμός $det(F)$ =0.

Επιπλέον, το γεγονός ότι ο υπολογισμός των πινάκων προβολικότητας δεν απαιτεί την ύπαρξη πολλών αντιστοιχίσεων, καθιστά τον αλγόριθμο ιδανικό για περιπτώσεις όπου η τρίτη εικόνα στην οποία εφαρμόζεται η προβολή βρίσκεται σε σημαντική απόσταση από το στερεοσκοπικό ζεύγος (οπότε το πλήθος των αντιστοιχίσεων ανάμεσά τους είναι περιορισμένο).

Μια υπόθεση που χρησιμοποιείται από την ΠΜ1 είναι αυτή της ύπαρξης δύο επιπέδων στη σκηνή. Αυτός ο περιορισμός, αν και ικανοποιείται στις περισσότερες περιπτώσεις απεικόνισης εσωτερικών χώρων, δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ισχύει για την πλειοψηφία των φυσικών σκηνών. Ο παραπάνω περιορισμός μπορεί να ξεπεραστεί υπολογίζοντας μη πραγματικά (virtual) επίπεδα [11]. Ωστόσο, αντικείμενο περαιτέρω μελέτης πρέπει να αποτελέσει η ακρίβεια των λύσεων σε τέτοιες περιπτώσεις, αφού είναι γνωστό ότι εισέρχονται υπολογιστικά σφάλματα όταν υπολογίζονται προβολικότητες από λίγες αντιστοιχίσεις σημείων.

Ο υπερπροσδιορισμός των λύσεων είναι μια ενδιαφέρουσα δυνατότητα που προσφέρει ο προτεινόμενος αλγόριθμος. Ο περιορισμός ύπαρξης επιπέδων γίνεται εντονότερος σε αυτήν την περίπτωση, όμως ένας αξιόπιστος υπολογισμός μη πραγματικών (virtual) επιπέδων από τρία σημεία [11], θα έδινε σημαντική αξία σε αυτή τη δυνατότητα.

Ένα μειονέκτημα αυτής της μεθόδου, όπως και της μεθόδου των Roberts και Faugeras, είναι ο περιορισμός που εισάγουν για τις σχετικές θέσεις των οπτικών κέντρων των τριών καμερών. Είναι γνωστό ότι όταν τα οπτικά κέντρα βρίσκονται στην ίδια ευθεία, και οι οπτικοί άξονες των καμερών είναι παράλληλοι, τότε οι επιπολικές ευθείες που παράγονται πάνω στην τρίτη εικόνα, είναι παράλληλες. Σε μια τέτοια περίπτωση, οι γεωμετρικοί περιορισμοί που εκφράζονται από τις επιπολικές ευθείες δεν είναι σε θέση να δώσουν λύση στο πρόβλημα της αντιστοίχισης.

Ο υπολογισμός δύο προβολικοτήτων ανάμεσα στις εικόνες, είναι το κοινό χαρακτηριστικό του προτεινόμενου αλγορίθμου, με αυτόν του προβολικού βάθους [49]. Το προβολικό βάθος μέσω του υπολογισμού λόγων από cross-ratios (βλ. κεφ. 3) καταφέρνει να ορίσει πληροφορία ανεξάρτητη από τα οπτικά κέντρα, οπότε δεν επηρεάζεται από περιορισμούς στην γεωμετρία των καμερών. Αντίθετα, μειονεκτεί στο γεγονός ότι χρειάζεται ένα επιπλέον σημείο (σημείο κανονικοποίησης) εκτός των δύο επιπέδων για τον υπολογισμό του προβολικού βάθους. Η αντιστοιχία όμως ενός τέτοιου σημείου ανάμεσα

	Απλούστερος υπολογισμός (H vs F)	Εφαρμογή σε μακρυνές όψεις μιας σκηνής	Ανεξαρτησία από περιορισμούς στη λήψη εικόνων	Ανεξαρτησία από περιορισμό ύπαρξης επιπέδων
ΠΜ1	√	√	×	×
Προβολή με χρήση θεμελιώδη πίνακα	×	×	×	√
Προβολή με χρήση προβολικού βάθους	√	×	√	×

Πίνακας 4.1: Σύγκριση μεθόδων αντιστοίχισης

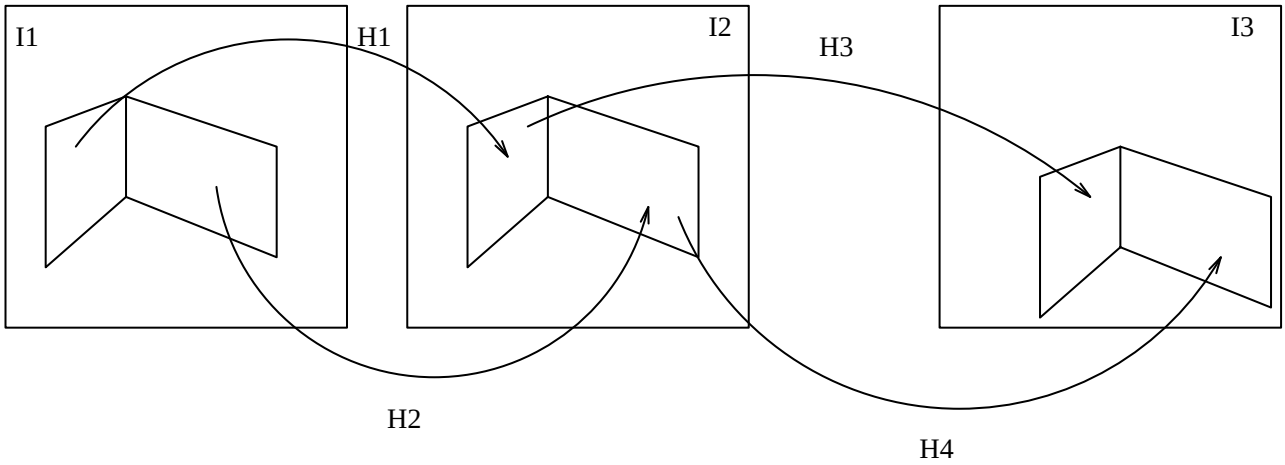
στις τρεις εικόνες, αποτελεί τον στόχο του αλγόριθμου, και δεν μπορεί να θεωρηθεί δεδομένο για περιπτώσεις εικόνων οι οποίες διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους.
Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται συνοπτικά τα μερικά από τα βασικά χαρακτηριστικά των συγκρινόμενων αλγορίθμων.

4.3 ΠΜ2: Αντιστοιχίσεις μέσω της γεωμετρίας της σκηνής

Στην ΠΜ1, ο υπολογισμός των αντιστοιχίσεων πραγματοποιήθηκε μέσω του υπολογισμού της γεωμετρίας των καμερών από τις προβολικότητες επιπέδων της σκηνής. Στην ΠΜ2 η λύση του προβλήματος υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τα ίδια μαθηματικά εργαλεία (προβολικότητες). Ωστόσο, η προσπάθεια επικεντρώνεται στην εκμετάλευση περιορισμών που ορίζονται από τη γεωμετρία της σκηνής.

4.3.1 Η μέθοδος

Παρουσιάζοντας ξανά τα δεδομένα του προβλήματος, έστω δύο εικόνες I_1, I_2 που αποτελούν στερεοσκοπικό ζεύγος και για τις οποίες διαθέτουμε όλες τις δυνατές αντιστοιχίσεις χαρακτηριστικών σημείων και γραμμών. Από τις I_1 και I_2 μπορούμε να εξάγουμε τις προβολικότητες δύο επιπέδων που περιέχονται στη σκηνή (βλ. σχήμα 4.7). Έστω I_3 η τρίτη εικόνα της ίδιας σκηνής στην οποία ζητάμε τις αντιστοιχίσεις. Ανάμεσα στις I_2 και I_3 διαθέτουμε έναν αριθμό αντιστοιχίσεων σημείων πάνω σε δύο επίπεδα της σκηνής. Από τις δύο ομάδες σημείων εξάγουμε τις προβολικότητες που μας μεταφέρουν σημεία των επιπέδων από τη I_2 στην I_3. Τότε για κάθε σημείο p εκτός των δύο επιπέδων, μπορούμε -με τη βοήθεια σημείων που ανήκουν στα επίπεδα- να ορίσουμε περιορισμούς που είναι ικανοί να προσδιορίσουν τη θέση του σημείου p στην τρίτη εικόνα.



Σχήμα 4.7: Προβολικότητες ανάμεσα στις τρεις εικόνες

Έστω p σημείο του στερεοσκοπικού ζεύγους $I_1 - I_2$ εκτός των δύο επιπέδων, του οποίου τη θέση θέλουμε να προσδιορίσουμε στην εικόνα I_3 (βλ. σχήμα 4.8). Αν p_1 είναι ένα σημείο πάνω στο πρώτο επίπεδο της σκηνής, τότε τα σημεία p, p_1 ορίζουν μία ευθεία l_1, η οποία τέμνει το δεύτερο επίπεδο της σκηνής στο σημείο c_1' (η τομή υπολογίζεται στη δεύτερη εικόνα (I_2) του ζεύγους). Το σημείο τομής c_1' δίνεται [13] από τη σχέση

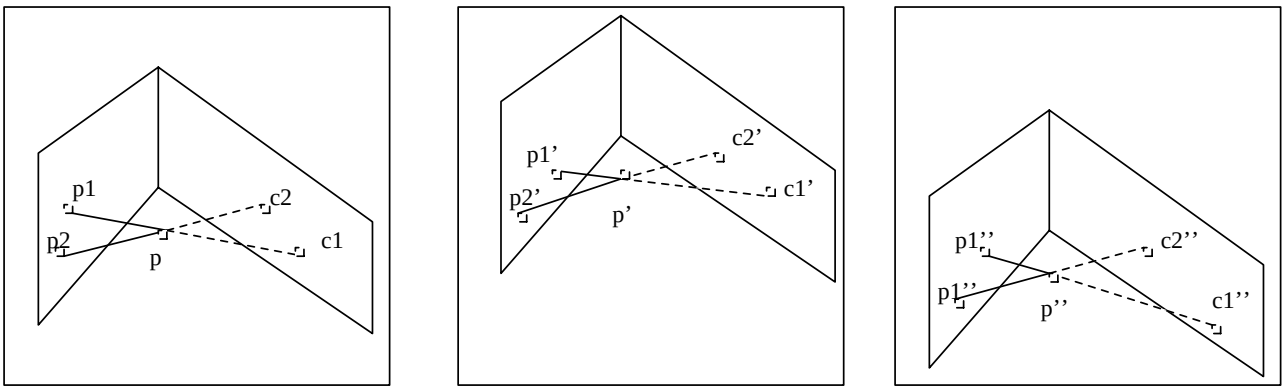
$$c_1' \simeq l_1' \times H_2^{-T} l_1$$

όπου l_1' είναι η αντίστοιχη ευθεία της l_1 στην εικόνα I_2, η οποία μπορεί να υπολογιστεί, καθώς είναι γνωστά τα p_1' και p' που την ορίζουν. H_2^{-T} είναι ο αντιθετοανάστροφος πίνακας του H_2 ο οποίος μας μεταφέρει ευθείες του δεύτερου επιπέδου από την I_1 στη I_2. Έστω τώρα ένα δεύτερο σημείο p_2 πάνω στο πρώτο επίπεδο. Τα σημεία p_2, p ορίζουν δεύτερη ευθεία l_2 η οποία τέμνει το δεύτερο επίπεδο στο σημείο c_2':

$$c_2' \simeq l_2' \times H_2^{-T} l_2$$

Η τομή των δύο ευθειών l_1, l_2, ορίζει μοναδικά τη θέση του σημείου p στη δεύτερη εικόνα. Χρησιμοποιώντας τους προβολικούς πίνακες H_3, H_4 μεταφέρονται τα σημεία p_1', c_1' και p_2', c_2' τα οποία ανήκουν στα δύο επίπεδα, στην εικόνα I_3. Επομένως, μπορούμε να ορίσουμε τις ευθείες l_1'' και l_2'' αντίστοιχες των l_1, l_1' και l_2, l_2' στην εικόνα I_3. Η προβολή του σημείου P του τρισδιάστατου χώρου, στην εικόνα I_3, ορίζεται από την τομή των ευθειών l_1'', l_2''.

Διαισθητικά, με τη χρήση των προβολικοτήτων ανάμεσα στις τρεις εικόνες, καταφέραμε να ορίσουμε ένα είδος συστήματος συντεταγμένων, το οποίο είναι σε θέση να μεταφέρει κάθε σημείο του στερεοσκοπικού ζεύγους στην τρίτη εικόνα (I_3).



Σχήμα 4.8: Εύρεση θέσης του σημείου p στην εικόνα I_3

4.3.2 Αντιστοίχιση γραμμών

Ο παραπάνω αλγόριθμος μπορεί να εφαρμοστεί και για την αντιστοίχιση γραμμών ανάμεσα στο στερεοσκοπικό ζεύγος και την τρίτη εικόνα. Έτσι, αν l, l' είναι οι απεικονίσεις μιας γραμμής στο στερεοσκοπικό ζεύγος $I_1 - I_2$, τότε οι απεικονίσεις των τομών της (c_1', c_2') με τα δύο επίπεδα (στη δεύτερη εικόνα) δίνονται :

$$c_1' \simeq l' \times H_1^{-\mathrm{T}} l$$

$$c_2' \simeq l' \times H_2^{-\mathrm{T}} l$$

Μέσω των προβολικοτήτων H_3, H_4 προσδιορίζονται τα αντίστοιχα (c_1'', c_2''), των c_1, c_2 στην I_3. Από αυτά προκύπτει η ευθεία l'' αντίστοιχη των l, l'. Μια διαφορετική προσέγγιση στην αντιστοίχιση γραμμών μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της αντιστοίχισης δύο ή περισοτέρων σημείων που ανήκουν σε αυτές. Συγκεκριμένα, επιλέγοντας ένα τυχαίο σημείο p της l στην εικόνα I_1, το αντίστοιχό του στην εικόνα I_2, υπολογίζεται μέσω της τομής των l' και του επιπολικού περιορισμού l_e=$F_{12}p$. Μέσω της ΠΜ2, υπολογίζεται η θέση του p στην εικόνα I_3. Υπολογίζοντας τις θέσεις δύο τουλάχιστον σημείων της ευθείας l στη I_3, μπορεί να οριστεί η ζητούμενη ευθεία.

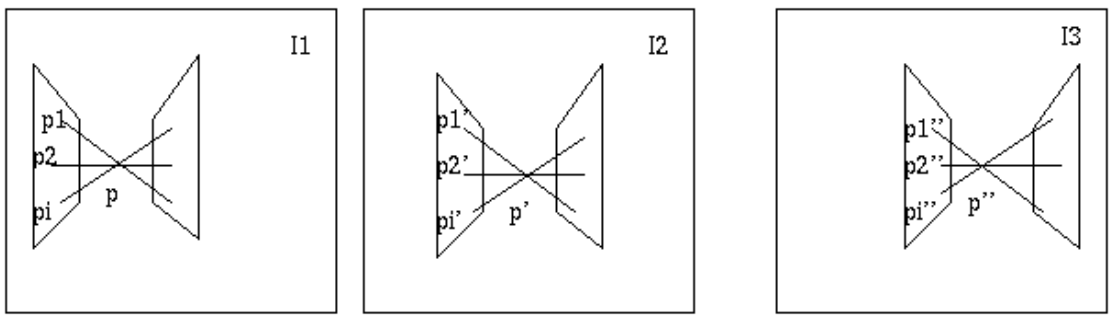
4.3.3 Αντιστοιχίσεις ομοεπίπεδων σημείων

Οι αντιστοιχίσεις ομοεπίπεδων σημείων ανάμεσα στις τρεις εικόνες, εξάγονται όπως και στην ΠΜ1. Έτσι για τις περιπτώσεις όπου η τρίτη εικόνα I_3 βρίσκεται κοντά στο στερεοσκοπικό ζεύγος (I_1, I_2), αρκεί με τον αλγόριθμο των [28] να εξάγουμε τα ομοεπίπεδα σημεία ανάμεσα στις $I_1 - I_2$. Επίσης, υπάρχει και πάλι η δυνατότητα χρήσης μη

πραγματικών (virtual) επιπέδων μέσω της δουλειάς του [11].
Αν αντίθετα, η τρίτη εικόνα έχει αρκετή διαφορά από τις άλλες δύο, (στην οποία κυρίως περίπτωση συνεισφέρει ο προτεινόμενος αλγόριθμος) τότε μέσω μιας στερεοσκοπικής της εικόνας (I_4) εξάγονται οι ομάδες ομοεπίπεδων σημείων ανάμεσα στις I_3, I_4. Η αντιστοίχισή τους με τις ομάδες από το ζεύγος $I_1 - I_2$ γίνεται με χρήση της $2l2p$ προβολικής αναλλοίωτης [15].
Παρατηρούμε ότι σε αυτήν τη μέθοδο δεν απαιτείται ο υπολογισμός πινάκων προβολικότητας ανάμεσα στις εικόνες I_1 και I_3.

4.3.4 Δυνατότητα υπερπροσδιορισμού της λύσης

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της παραπάνω μεθόδου, είναι η δυνατότητα υπερπροσδιορισμού των λύσεων. Για τον ορισμό των ευθειών, η τομή των οποίων μας δίνει



Σχήμα 4.9: Υπερπροσδιορισμός λύσεων

τη θέση του p στην εικόνα I_3, χρησιμοποιήθηκαν δύο τυχαία σημεία p_1, p_2 του πρώτου επιπέδου. Όμως πάνω σε αυτό το επίπεδο πιθανόν υπάρχουν αρκετά σημεία p_i τα οποία, μαζί με το σημείο p, ορίζουν ευθείες l_i. Οι ευθείες αυτές τέμνουν το δεύτερο επίπεδο στα σημεία c_i':

$$c_i' \simeq l_2' \times H_2^{-T} l_2$$

Μέσω των ομογραφιών H_3, H_4, προσδιορίζονται οι αντιστοιχίες των σημείων p_i, c_i στην εικόνα I_3. Δηλαδή, κάθε σημείο p_i του επιπέδου, δημιουργεί μία ευθεία l_i η οποία περιέχει το ζητούμενο σημείο p'' και η οποία μπορεί να μεταφερθεί στην εικόνα I_3. Η ίδια διαδικασία μπορεί να ακολουθηθεί χρησιμοποιώντας σημεία του δεύτερου επιπέδου και υπολογίζοντας τις τομές των ευθειών που σχηματίζονται με το πρώτο επίπεδο. Έτσι αν n_1 είναι ο αριθμός των σημείων του πρώτου επιπέδου και n_2 του δεύτερου, τότε ο

συνολικός αριθμός (λ) των περιορισμών για τον υπολογισμό της θέσης ενός σημείου εκτός των επιπέδων, στην τρίτη εικόνα, είναι:

$$\lambda = n_1 + n_2$$

Συνόψιση των βημάτων της ΠΜ2

- Εξαγωγή χαρακτηριστικών, σημείων, από τις εικόνες I_1, I_2, I_3 (οι $I_1 - I_2$ αποτελούν στερεοσκοπικό ζεύγος, και οι αντιστοιχίσεις χαρακτηριστικών μεταξύ τους έχουν υπολογιστεί [54], [29]).
- Εύρεση στο ζευγάρι εικόνων $I_1 - I_2$ δύο ομάδων από σημεία της σκηνής, που ανήκουν σε αντίστοιχα επίπεδα [28].
  - ▷ Αν η I_3 είναι κοντά στις I_1, I_2, διαθέτουμε την ομαδοποίηση και για τα σημεία της I_3 μέσω αντιστοιχιών με I_1, I_2.
    Δυνατότητα για χρήση μη πραγματικών (virtual) επιπέδων [11].
  - ▷ Αν η I_3 είναι μακρυά από τις I_1, I_2, χρήση στερεοσκοπικής με I_3 εικόνας I_4, για διαχωρισμό σημείων σε επίπεδα [28] . Χρήση του [15] για την αντιστοίχιση των ομοεπίπεδων σημείων με αυτά των I_1, I_2.
- Για κάθε σημείο p του ζεύγους I_1, I_2 εκτός των δύο επιπέδων, η θέση του στην I_3 προσδιορίζεται μέσω της τομής των δύο ευθειών που δημιουργούνται από δύο τυχαία σημεία του ενός επιπέδου (βλ. αναλυτική περιγραφή).
- Χρήση των λ=n_1 + n_2 δυνατών περιορισμών για τον υπερπροσδιορισμό της λύσης.

4.3.5 Γενικές παρατηρήσεις, σύγκριση με άλλες μεθόδους

Όπως και στην πρώτη προσέγγιση, ως βασικό εργαλείο χρησιμοποιούνται οι προβολικότητες που εξάγονται ανάμεσα στις τρεις εικόνες. Επομένως, διαθέτει το πλεονέκτημα της μειωμένης πολυπλοκότητας από τον υπολογισμό τους σε σύγκριση με τον υπολογισμό του θεμελιώδη πίνακα. Επίσης, η δυνατότητα χρησιμοποίησης λιγότερης πληροφορίας για τον υπολογισμό των προβολικοτήτων, την καθιστά ιδανική για περιπτώσεις όπου η εικόνα I_3 είναι μακριά από το στερεοσκοπικό ζεύγος $I_1 - I_2$.

Μια βελτίωση σε σχέση με την προηγούμενη προτεινόμενη μέθοδο, είναι ότι πλέον δεν χρειάζεται να υπολογισθούν οι προβολικότητες ανάμεσα στις εικόνες I_1 και I_3, οι οποίες ενδέχεται να είναι (ή επιλέξαμε να είναι) οι πιο απομακρυσμένες. Το γεγονός

αυτό συνεισφέρει στην αποφυγή σφαλμάτων υπολογισμού τα οποία οφείλονται στην απόσταση των εικόνων.

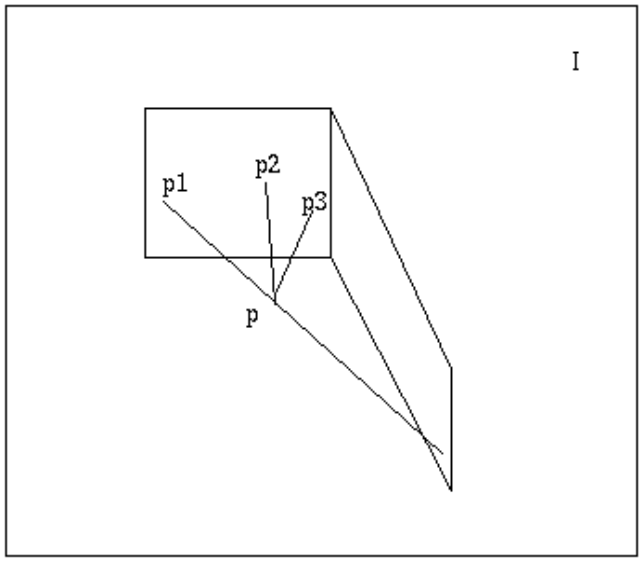
Το σημαντικότερο χαρακτηριστικό της δεύτερης μεθόδου, είναι ότι στηρίζεται αποκλειστικά στη γεωμετρία της σκηνής οπότε δεν εισάγει κανέναν περιορισμό για τη σχετική θέση των τριών καμερών. Συνεπώς, είναι πιο ασφαλής σε εμφανίσεις σφαλμάτων και εφαρμόσιμη σε περιπτώσεις επεξεργασίας ακολουθιών εικόνων, στις οποίες η κάμερα κινείται πάνω σε μία ευθεία.

Ένα ακόμα κίνητρο για την επιλογή αυτής της μεθόδου, είναι οι δυνατότητες που προσφέρει για υπερπροσδιορισμό της λύσης χωρίς την εισαγωγή περιοριστικών προυποθέσεων. Η προηγούμενη προσέγγιση για παράδειγμα, χρειαζόταν σκηνές με περισσότερα από δύο επίπεδα, προϋπόθεση η οποία κρίνεται μάλλον περιοριστική ακόμα και για σκηνές εσωτερικών χώρων. Επίσης ο αριθμός των επιπλέον λύσεων που διαθέτουμε για τη διαδικασία του υπερπροσδιορισμού είναι ασύγκριτα μεγαλύτερος.

Σε σύγκριση με τον αλγόριθμο που προτείνει ο Shashua [49], πλεονεκτεί στο ότι χρεισιμοποιεί μόνο τις προβολικότητες που εξάγονται από τα δύο επίπεδα της σκηνής. Αντίθετα, για τον υπολογισμό του προβολικού βάθους, μέσω του οποίου γίνεται το η προβολή, απαιτείται και η γνώση της θέσης ενός σημείου κανονικοποίησης εκτός των δύο επιπέδων στις τρεις εικόνες. Πέρα από τη σημασία του γεγονότος ότι απαιτείται επιπλέον πληροφορία, το να γνωρίζουμε (αξιόπιστα) την αντιστοίχιση ενός σημείου εκτός των δύο επιπέδων, στις τρεις εικόνες μας περιορίζει στο να χρησιμοποιούμε τη μέθοδο μόνο σε εικόνες που βρίσκονται κοντά μεταξύ τους.

Για τον προτεινόμενο αλγόριθμο υπάρχουν περιορισμοί οι οποίοι προέρχονται από τη σχέση που μπορεί να έχουν μεταξύ τους τα επίπεδα της σκηνής. Έτσι θα μπορούσε για παράδειγμα, οι ευθείες που ορίζονται από κάποια σημεία του ενός επιπέδου, να είναι σχεδόν παράλληλες με το δεύτερο επίπεδο. Σε μια τέτοια περίπτωση, η τομή με το δεύτερο επίπεδο είναι πολύ πιθανό να περιέχει σφάλμα στον υπολογισμό της. Ένα παράδειγμα παρουσιάζεται στο σχήμα 4.10 όπου τα σημεία p_1, p_3 θα ορίσουν τομές χωρίς μεγάλη πιθανότητα σφάλματος, όχι όμως και το p_2. Πρέπει ωστόσο να σημειωθεί ότι ο υπερπροσδιορισμός των λύσεων με χρήση περιορισμών από σημεία των επιπέδων μπορεί να απομονώσει τέτοιες περιπτώσεις.

Η συγκεκριμένη μέθοδος θα μπορούσε να εφαρμοστεί γνωρίζοντας τους πίνακες προβολικότητας ενός επιπέδου (αντί δύο) ανάμεσα στις τρεις εικόνες, και τις αντιστοιχίσεις δύο τουλάχιστων σημείων p_i εκτός επιπέδου. Σε μια τέτοια περίπτωση, οι περιορισμοί για την αντιστοίχιση του σημείου p θα ορίζονταν από τις ευθείες (p, p_i) και τις τομές τους



Σχήμα 4.10: Ευθεία που ορίζεται από σημείο του ενός επιπέδου και είναι παράλληλη με το δεύτερο.

με το επίπεδο. Μια τέτοια προσέγγιση, αν και έχει θεωρητικό ενδιαφέρον, αναμένεται να έχει πρακτικά προβλήματα για διάφορους λόγους. Κατ'αρχήν στερεί τη μέθοδο από τη δυνατότητα υπερπροσδιορισμού των λύσεων. Επιπρόσθετα η υπόθεση για γνώση της αντιστοίχισης δύο σημείων εκτός του επιπέδου έχει όλα τα μειονεκτήματα της υπόθεσης γνωστού σημείου κανονικοποίησης της μεθόδου προβολικού βάθους.

Εκτός από την αντιστοίχιση σημείων, ο προτεινόμενος αλγόριθμος μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί και για γραμμές, ο προσδιορισμός των οποίων μπορεί να προγματοποιηθεί μέσω της αντιστοίχισης δύο ή περισσοτέρων σημείων τους.

Τέλος, προϋπόθεση για τον αλγόριθμο εξακολουθεί να είναι η ύπαρξη δύο επιπέδων στη σκηνή. Ένας περιορισμός, που όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενη ενότητα, μπορεί να αναιρεθεί, αν για τη δημιουργία των δύο προβολικοτήτων χρησιμοποιήσουμε τρία τυχαία, μη συνευθειακά σημεία. Βέβαια, σε αυτήν την περίπτωση, οι πιθανότητες σφάλματος στην κατασκευή των πινάκων προβολικότητας αυξάνουν. Επίσης πάνω στα επίπεδα, δεν έχουμε μεγάλο αριθμό σημείων ώστε να εφαρμοσθεί υπερπροσδιορισμός των λύσεων. Άρα, ένα τέτοιο σενάριο έχει καλές πιθανότητες να δώσει μικρά σφάλματα σε περιπτώσεις όπου οι τρεις εικόνες είναι αρκετά κοντά, και οι αντιστοιχίσεις των τριών σημείων ανάμεσά τους έχουν γίνει με μεγάλη ακρίβεια.

Ο πίνακας 4.2 συνοψίζει τα βασικά χαρακτηριστικά της ανάλυσης των μεθόδων εύρεσης

	Απλούστερος υπολογισμός (H vs F)	Εφαρμογή σε μακρυνές όψεις μιας σκηνής	Ανεξαρτησία από περιορι-σμούς στη λήψη εικόνων	Ανεξαρτησία από περιορισμό ύπαρξης επιπέδων
ΠΜ2	√	√	√	×
ΠΜ1	√	√	×	×
Προβολή μέσω θεμελιώδη πίνακα	×	×	×	√
Προβολή μέσω προβολικού βάθους	√	×	√	×

Πίνακας 4.2: Σύγκριση μεθόδων αντιστοίχισης

αντιστοίχισης χαρακτηριστικών.

Κεφάλαιο 5

Αποτελέσματα

5.1 Εφαρμογή των μεθόδων και συγκριτική παρουσίαση αποτελεσμάτων

Οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν σε εικόνες εσωτερικών χώρων, όπου περιέχονται δύο πραγματικά επίπεδα. Η αντιστοίχιση σημείων ανάμεσα στα στερεοσκοπικά ζεύγη εικόνων πραγματοποιείται μέσω της μεθόδου του Zhang [54]. Ο διαχωρισμός σε σημεία των επιπέδων προαγματοποίθηκε μέσω του [28]. Τις αντιστοιχίσεις των ομοεπίπεδων σημείων ανάμεσα στις μακρυνές όψεις θεωρούμε γνωστές μέσω του αλγορίθμου [15]. Ο υπολογισμός των πινάκων προβολικότητας πραγματοποιήθηκε μέσω ενός γραμμικού αλγόριθμου λύσης (βλ. κεφ. 2) [27], για την βελτίωση και για τη βελτίωσή τους (refinement) εφαρμόστηκε επιπρόσθετα ένας μη γραμμικός αλγόριθμος λύσης (κεφ 2) [30]. Στα πειράματα εξετάζεται η ακρίβεια με την οποία σημεία εκτός των δύο επιπέδων, ενός στερεοσκοπικού ζεύγους, αντιστοιχούνται σε μια τρίτη εικόνα της σκηνής. Σημειώνεται ότι δεν έγινε χρήση της δυνατότητας υπερπροσδιορισμού των λύσεων που προσφέρουν οι δύο προτεινόμενοι αλγόριθμοι, κάτι που περιμένουμε να βελτιώσει ακόμα περισσότερο τα αποτελέσματά τους. Για λόγους μέτρησης της ακρίβειας των αλγορίθμων, εξετάζονται σημεία των οποίων οι προβολές έχουν βρεθεί αξιόπιστα και στις τρεις εικόνες. Έτσι εάν $\hat{p}$ είναι το σημείο προβολής που προσδιορίζουν οι αλγόριθμοι και p το πραγματικό σημείο στην τρίτη εικόνα, τότε το σφάλμα αντιστοίχισης δίνεται από την ευκλείδια απόσταση :

$$e = |p - \hat{p}|$$

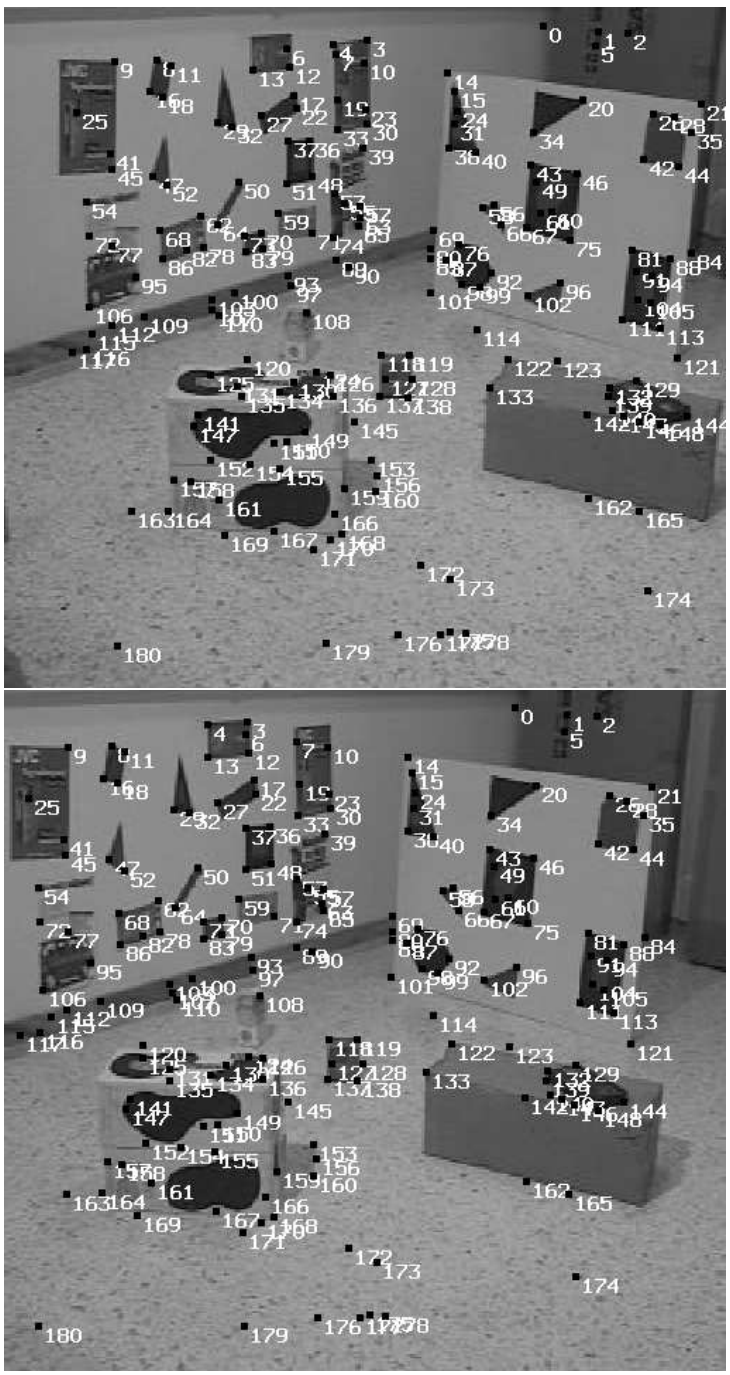
Για λόγους σύγκρισης, παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα των μεθόδων αντιστοίχισης μέσω θεμελιώδη πίνακα και προβολικού βάθους. Σε όλους τους αλγόριθμους

χρησιμοποιήθηκαν ακριβώς τα ίδια δεδομένα. Έτσι οι αντιστοιχίες σημείων (πάνω στα επίπεδα) που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των δύο πινάκων προβολικότητας, στους δύο προτεινόμενους αλγορίθμους αλλά και σε αυτόν του προβολικού βάθους, αποτέλεσαν είσοδο και στον αλγόριθμο υπολογισμού του θεμελιώδη πίνακα [**?**].

5.1.1 Εσωτερικός χώρος του εργαστηρίου Μηχανικής Όρασης και Ρομποτικής στο ITE

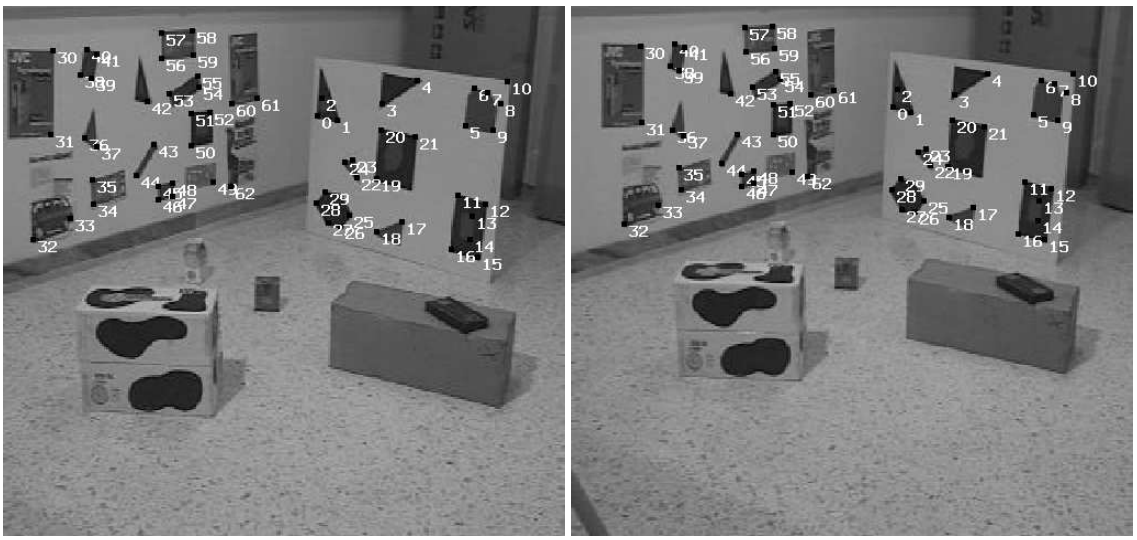
Οι εικόνες αυτής την ακολουθίας, δημιουργήθηκαν στο εργαστήριο της Μηχανικής Όρασης και Ρομποτικής (CVRL) του Ιδρύματος Τεχνολογίας και Έρευνας (ITE), στο Ηράκλειο της Κρήτης.

Στην εικόνα 5.1 φαίνεται το στερεοσκοπικό ζεύγος ($I_1 - I_2$) της σκηνής. Επίσης έχουν εξαχθεί και φαίνονται όλες οι δυνατές αντιστοιχίσεις σημείων ανάμεσα στις δύο εικόνες. Στις εικόνες 5.2 και 5.3 φαίνονται οι αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα, από το κάθε μέλος του στερεοσκοπικού ζεύγους στην τρίτη εικόνα. Αυτές χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των αντίστοιχων πινάκων προβολικότητας. Στα αποτελέσματα που ακολουθούν παρουσιάζονται οι προβολές σημείων εκτός των δύο επιπέδων από το στερεοσκοπικό ζεύγος, στην τρίτη εικόνα της σκηνής. Σε αυτή τη σειρά των πειραμάτων μελετάμε το πόσο καλά προβλήθηκαν από κάθε αλγόριθμο, στην τρίτη εικόνα, δεκατέσσερά σημεία (corners) εκτός των επιπέδων. Τα συγκεκριμένα σημεία έχουν εξαχθεί με αρκετή ακρίβεια και στις τρεις εικόνες, οπότε είναι δυνατή η καταγραφή του σφάλματος των αλγορίθμων. Ανάμεσα στα δεκατέσσερα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για τις μετρήσεις, δεν υπήρχαν σημεία του πατώματος αλλά και του κουτιού στην κάτω αριστερή πλευρά των εικόνων, καθώς αυτά περιείχαν σφάλματα αντιστοίχισης στις εικόνες του στερεοσκοπικού ζεύγους.



Σχήμα 5.1: Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού χώρου στο ITE

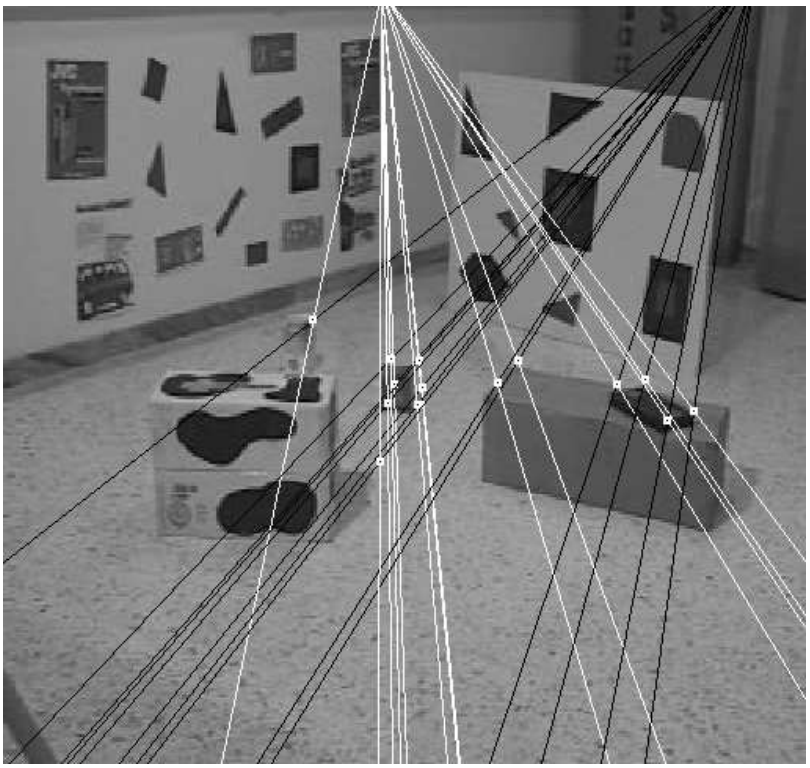
Σχήμα 5.2: Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_1 \rightarrow I_3$



Σχήμα 5.3: Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_2 \rightarrow I_3$

5.1.1.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα

Στην εικόνα 5.4 φαίνονται τα αποτελέσματα της προβολής των δεκατεσσάρων σημείων με χρήση του Θεμελιώδη πίνακα (F). Με τις άσπρες γραμμές φαίνονται οι επιπολικοί περιορισμοί από το ζεύγος εικόνων $I_1 - I_3$, ενώ με τις μαύρες για το ζεύγος $I_2 - I_3$. Οι

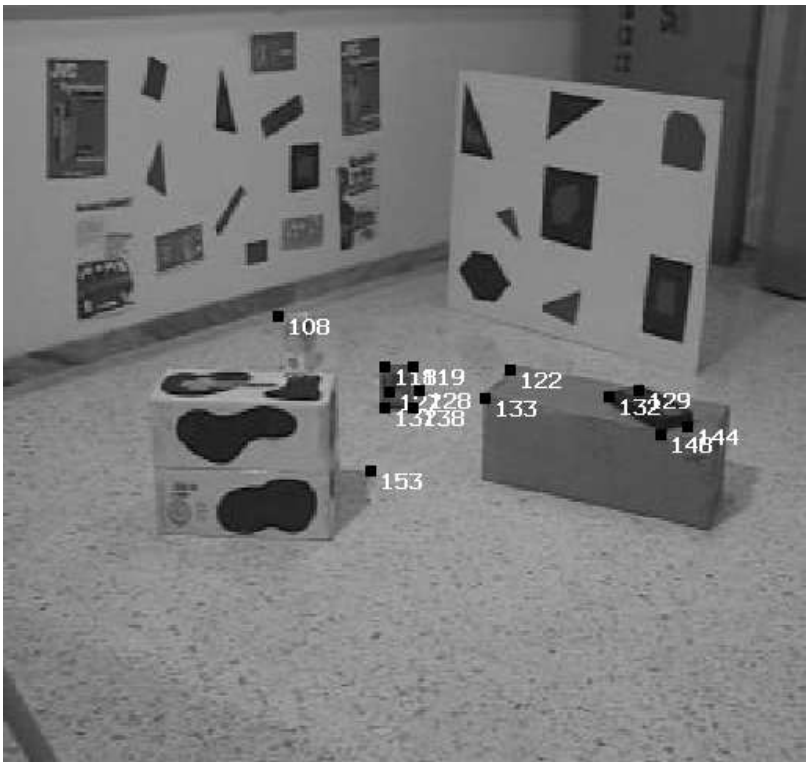


Σχήμα 5.4: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση θεμελιώδη πίνακα

ανά δύο τομές τους προσδιορίζουν την προβολή του εκάστοτε σημείου. Το μέσο σφάλμα προβολής σε αυτήν την περίπτωση, για τα δεκατέσσερα σημεία ήταν 7.2 εικονοστοιχεία.

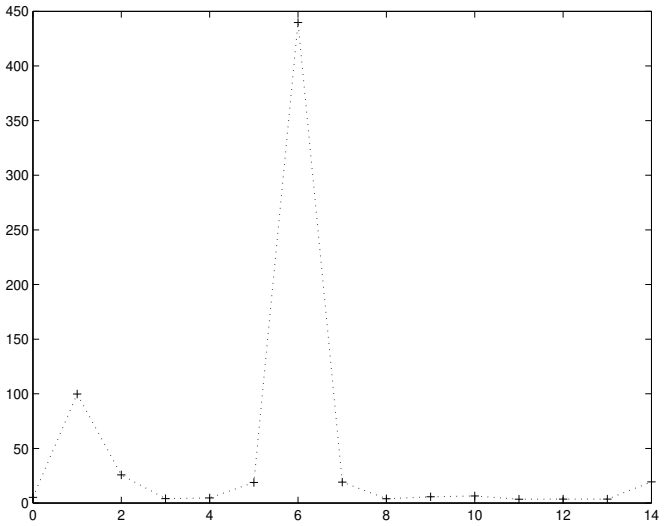
5.1.1.2 Αντιστοίχιση με χρήση προβολικού βάθους

Στα παρακάτω αποτελέσματα, η προβολή των σημείων έγινε με χρήση του προβολικού βάθους [49]. Στην εικόνα 5.5 φαίνεται η προβολή των δεκατεσσάρων σημείων. Σαν σημείο κανονικοποίησης επιλέχθηκε το σημείο 118 του στερεοσκοπικού ζεύγους. Το μέσο σφάλμα σε αυτήν την περίπτωση ήταν 3.6 εικονοστοιχεία. Επίσης πραγματοποιή-

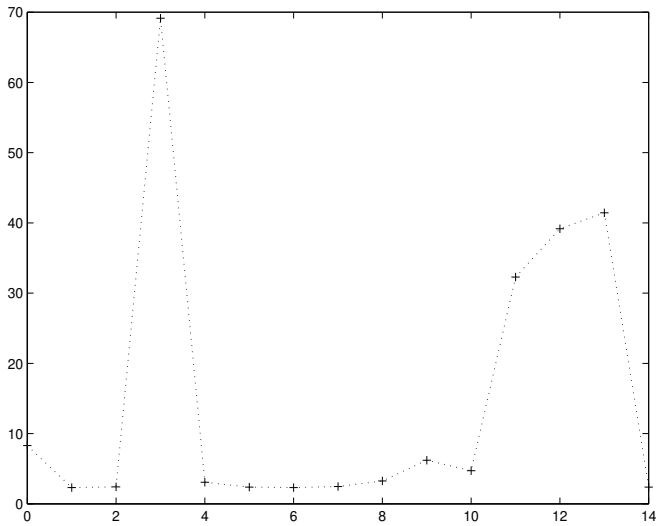


Σχήμα 5.5: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση προβολικού βάθους. P_0=118

θηκαν πειράματα με διαφορετικό κάθε φορά σημείο κανονικοποίησης. Στις γραφικές παραστάσεις 5.6 και 5.7 φαίνεται το σφάλμα προβολής για τα σημεία 108 και 118 του στερεοσκοπικού ζεύγους, ανά σημείο κανονικοποίησης. Παρατηρούμε ότι το σφάλμα προβολής επηρεάζεται σημαντικά από την επιλογή του σημείου κανονικοποίησης.
Επίσης, ενώ ένα σημείο κανονικοποίησης δίνει μικρό σφάλμα προβολής για ένα σημείο δεν είναι εξασφαλισμένο ότι θα συμπεριφερθεί όμοια και στα υπόλοιπα. Για παράδειγμα, το σημείο 5 δίνει σφάλμα προβολής κοντά στα 400 εικονοστοιχεία για το σημείο 108, ενώ για το 118 δίνει σφάλμα κοντά στα 3 εικονοστοιχεία.



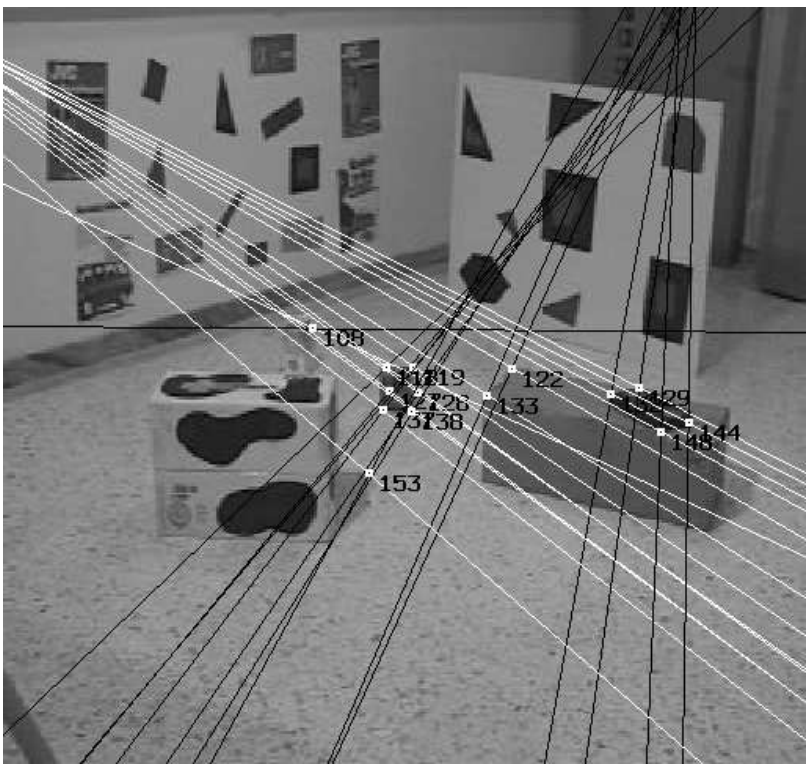
Σχήμα 5.6: Σφάλμα προβολής του σημείου 108 ανά σημείο κανονικοποίησης.



Σχήμα 5.7: Σφάλμα προβολής του σημείου 118 ανά σημείο κανονικοποίησης.

5.1.1.3 Εφαρμογή της ΠΜ1

Στη μέθοδο αυτή, οι περιορισμοί που χρησιμοποιούνται για την προβολή των σημείων είναι όπως και στον αλγόριθμο του θεμελιώδη πίνακα οι επιπολικοί. Σε τούτη την περίπτωση όμως, οι επιπολικές ευθείες υπολογίζονται με τη χρήση των δύο πινάκων προβολικότητας που έχουν εξαχθεί από τη σκηνή. Το μέσο σφάλμα προβολής για τα



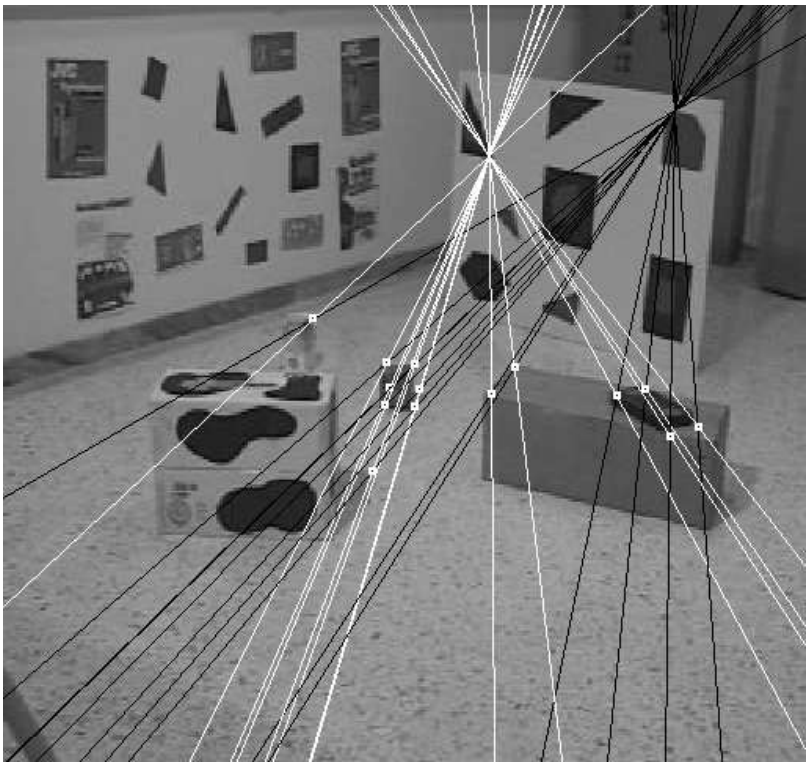
Σχήμα 5.8: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση επιπολικών περιορισμών, υπολογισμένων από τις δύο προβολικότητες.

δεκατέσσερα σημεία στην τρίτη εικόνα ήταν 2.5 εικονοστοιχεία.

Παρατηρούμε ότι οι κλίσεις των ευθειών (περιορισμών) που εξάγονται περιέχουν σφάλμα σε ορισμένες περιπτώσεις. Αυτό οφείλεται στα σημεία που ορίζουν αυτές τις ευθείες (βλ. περιγραφή μεθόδου), όταν αυτά βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους. Σε τέτοιες περιπτώσεις, τα σφάλματα στην κλίση των ευθειών (περιορισμών) μπορούν να διορθωθούν χρησιμοποιώντας ένα από τα δύο σημεία που τις ορίζουν (τυχαία, εφόσον αυτά βρίσκονται πολύ κοντα), και το γεγονός ότι οι επιπολικοί περιορισμοί για τα σημεία της εικόνας τέμνονται στο ίδιο σημείο.

5.1.1.4 Εφαρμογή της ΠΜ2

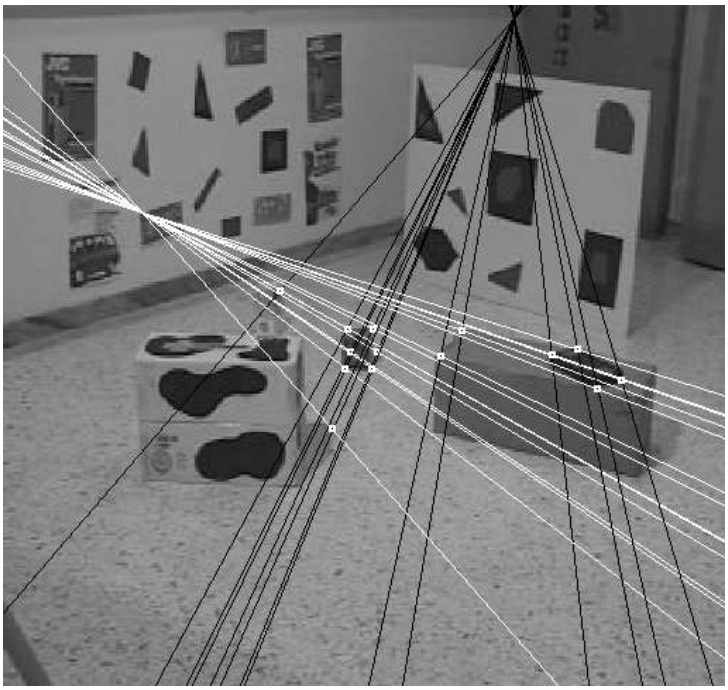
Παρακάτω παρουσιάζονται παραδείγματα προβολής σημείων στην τρίτη εικόνα με τη βοήθεια περιορισμών οι οποίοι ορίζονται από σημεία των επιπέδων. Στην εικόνα 5.9 φαίνονται οι προβολές των σημείων οι οποίες ορίστηκαν από τα σημεία 40-26 του επιπέδου του πίνακα στη δεξιά πλευρά της εικόνας (ομοίως και για άλλους συνδυασμούς τους). Το μέσο σφάλμα προβολής ήταν 2.3 εικονοστοιχεία.



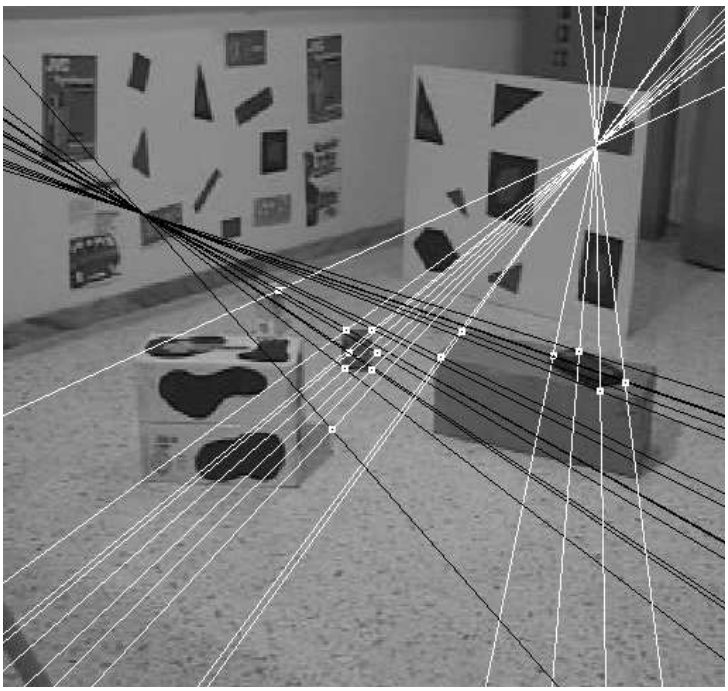
Σχήμα 5.9: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών, υπολογισμένων από τα σημεία 40 - 26.

Στην εικόνα 5.10 φαίνεται η προβολή από τους περιορισμούς των σημείων 68 - 0 τα οποία ανήκουν στο επίπεδο του τοίχου. Το μέσο σφάλμα σε αυτήν την περίπτωση ήταν περίπου 3.8 εικονοστοιχεία.

Τέλος, στην εικόνα 5.11 παρουσιάζονται περιορισμοί οι οποίοι προέρχονται από το ζεύγος σημείων 42-68, απ'όπου το σημείο 48 ανήκει στο επίπεδο του πίνακα ενώ το σημείο 42 στο επίπεδο του τοίχου. Το μέσο σφάλμα προβολής σε αυτήν την περίπτωση ήταν 2.4 εικονοστοιχεία.



Σχήμα 5.10: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών υπολογισμένων από τα σημεία 68 - 0.



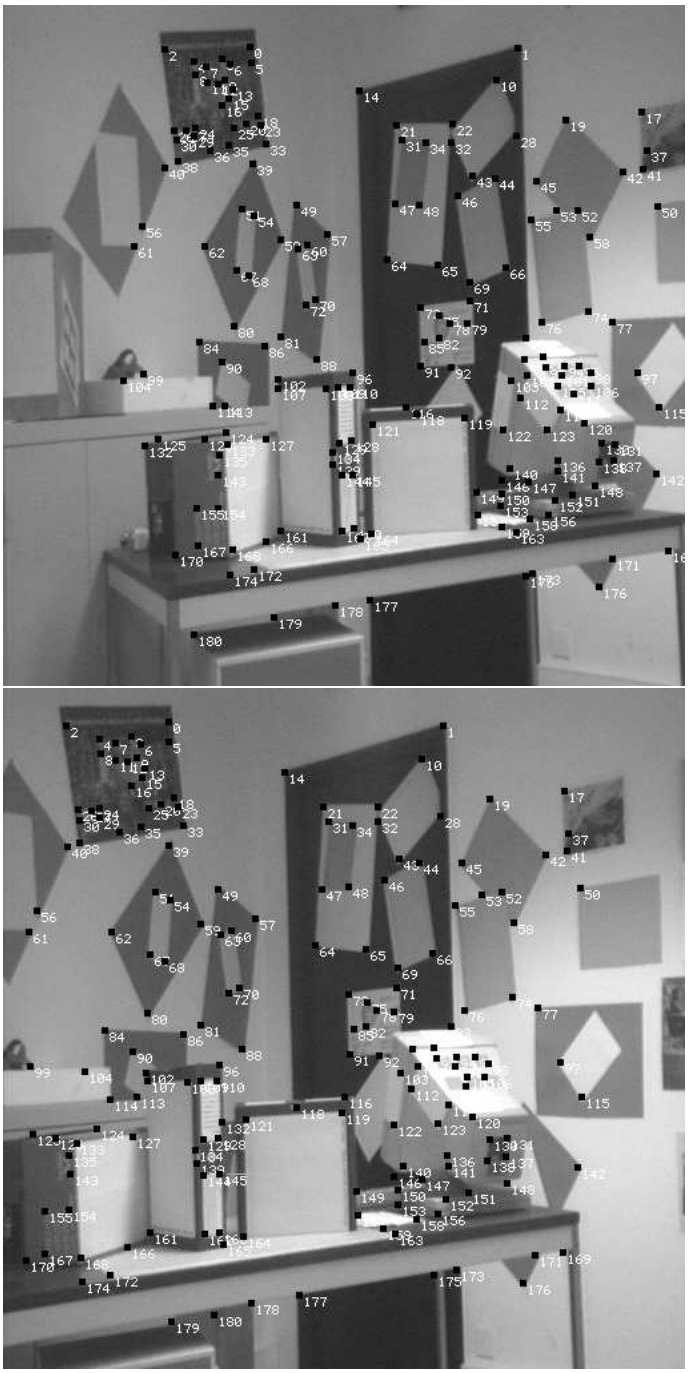
Σχήμα 5.11: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση περιορισμών, υπολογισμένων από τα σημεία 42 - 68.

5.1.1.5 Παρατηρήσεις

Παρατηρούμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι έδωσαν αρκετά καλά αποτελέσματα. Ωστόσο οι προτεινόμενες μέθοδοι υπερτερούν σε σχέση με τις μεθόδους του θεμελιώδη πίνακα και του προβολικού βάθους. Επίσης, λόγω της σχέσης των οπτικών κέντρων των καμερών στις τρεις εικόνες, παρατηρούμε ότι οι επιπολικές ευθείες των οποίων οι τομές μας δίνουν τη θέση του σημείου στην τρίτη εικόνα, σχηματίζουν μεγάλη γωνία μεταξύ τους. Αυτό έχει σαν συνέπεια τη μικρή ευαισθησία σε μικρά σφάλματα στην κλίση των δύο επιπολικών ευθειών, κάτι που αποδεικνείεται από τα πολύ καλά αποτελέσματα που δίνει κυρίως ο αλγόριθμος που χρησιμοποιεί τους πίνακες προβολικότητας.

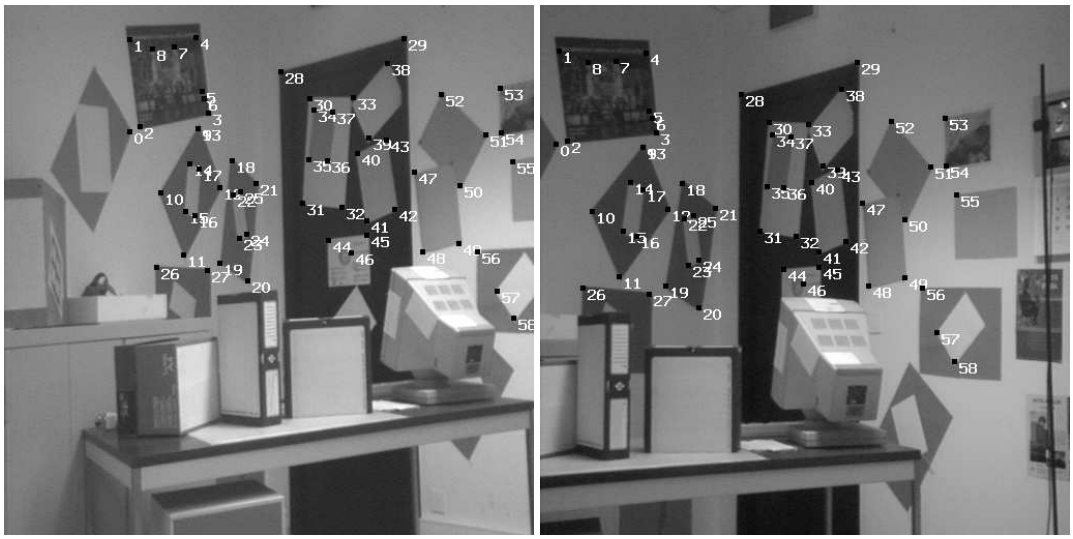
5.1.2 Εσωτερικός χώρος εργαστηρίου στο INRIA

Η επόμενη ομάδα εικόνων στην οποία δοκιμάστηκαν οι αλγόριθμοι, προέρχεται από το εργαστήριο της INRIA στη Sophia Antipolis της Γαλλίας. Στην εικόνα 5.12 φαίνονται οι δύο στερεοσκοπικές εικόνες της σκηνής, καθώς και οι αντιστοιχίσεις των σημείων (corners) τους. Οι δύο ομάδες ομοεπίπεδων σημείων από τις οποίες υπολογίζονται οι πίνακες προβολικότητας προέρχονται από σημεία των δύο τοίχων της σκηνής. Στις εικόνες 5.13 και 5.14 φαίνονται οι αντιστοιχίσεις σημείων των επιπέδων ανάμεσα στις εικόνες του στερεοσκοπικού ζεύγους, και την εικόνα στην οποία γίνεται η προβολή: $I_1 - I_3$ και $I_2 - I_3$.

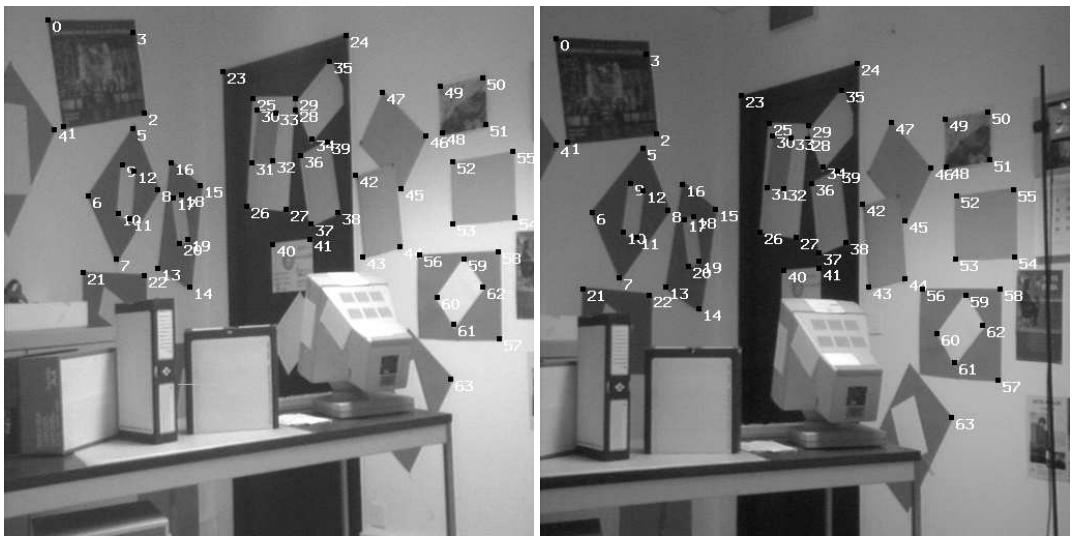


Σχήμα 5.12: Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού εργαστηρίου στο INRIA

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα κάθε αλγορίθμου για την προβολή σημείων του στερεοσκοπικού ζεύγους, τα οποία είναι εκτός επιπέδων στην τρίτη εικόνα της σκηνής.



Σχήμα 5.13: Αντιστοιχίσεις σημείων των επιπέδων από $I_1 \rightarrow I_3$



Σχήμα 5.14: Αντιστοιχίσεις σημείων των επιπέδων από $I_2 \rightarrow I_3$

5.1.2.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα

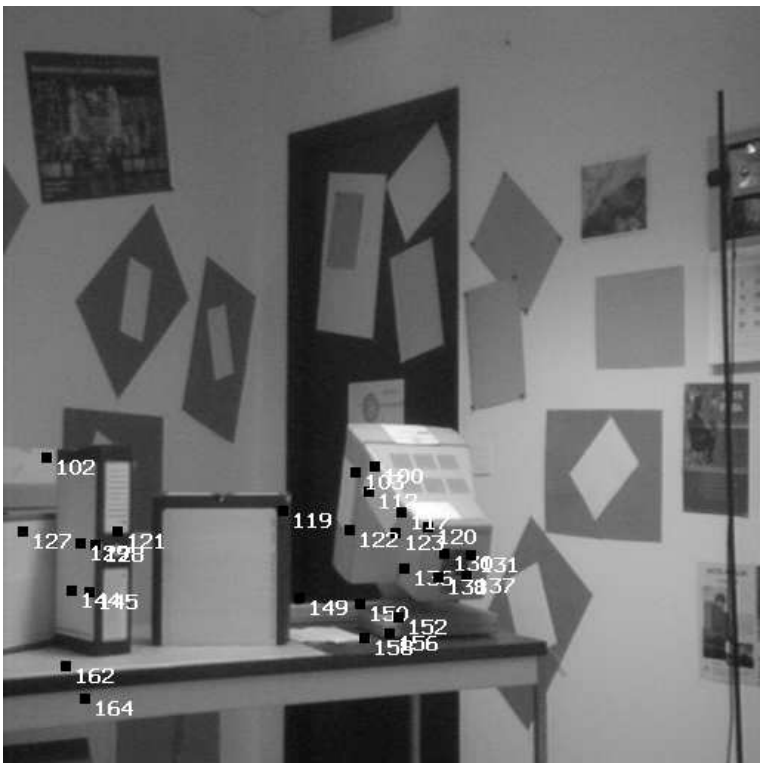
Αρχικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα όπου το σημείο προβολής προσδιορίζεται από την τομή των δύο επιπολικών ευθειών, υπολογισμένων μέσω του θεμελιώδη πίνακα.

Σχήμα 5.15: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση θεμελιώδη πίνακα.

Για έξι, ενδεικτικά, σημεία (όμοια συμπεριφορά παρουσιάζουν και τα υπόλοιπα) του στερεοσκοπικού ζεύγους (εικόνα 5.12) παρατηρούμε ότι η προβολή τους στην τρίτη εικόνα της σκηνής περιέχει μεγάλο σφάλμα. Το μέσο σφάλμα για τα έξι αυτά σημεία ήταν της τάξης των 45 εικονοστοιχείων. Αυτό οφείλεται στη σχέση που είχαν τα ζευγάρια των επιπολικών ευθειών. Όπως φαίνεται και στην εικόνα 5.15, οι επιπολικές ευθείες -με άσπρο φόντο οι ευθείες από $I_1 \rightarrow I_3$, με μαύρο από $I_2 \rightarrow I_3$- σχηματίζουν πολύ μικρή γωνία μεταξύ τους, άρα η τομή τους, η οποία ορίζει το σημείο προβολής, είναι ευαίσθητη ακόμα και σε ελάχιστο σφάλμα υπολογισμού αυτών των ευθειών.

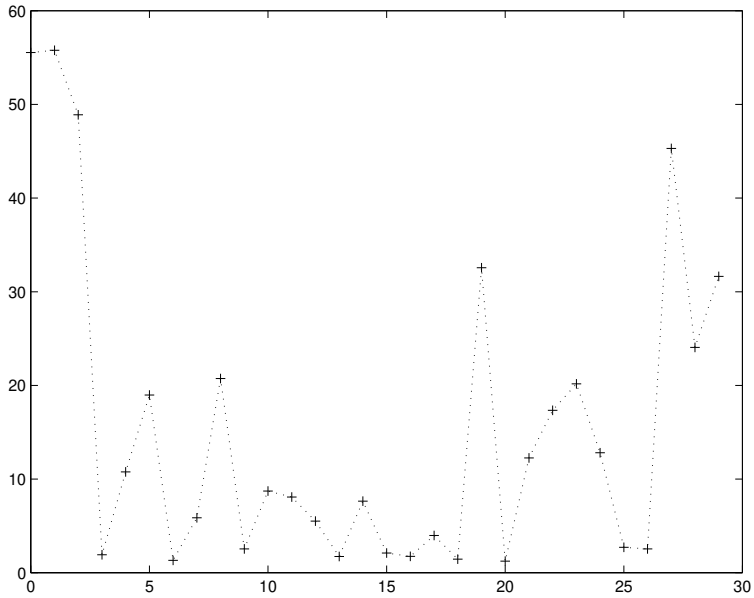
5.1.2.2 Αντιστοίχιση με χρήση προβολικού βάθους

Για την προβολή με χρήση του προβολικού βάθους, η σχέση των οπτικών κέντρων των καμερών, δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της προβολής. Έτσι όπως φαίνεται από την εικόνα 5.16 τα περισσότερα σημεία εκτός των επιπέδων που δοκιμάστηκαν, προβλήθηκαν



Σχήμα 5.16: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα με χρήση προβολικού βάθους.

με μικρό (σχετικά) σφάλμα στην τρίτη εικόνα της σκηνής. Για το συγκεκριμένο πείραμα χρησιμοποιήθηκε σαν σημείο κανονικοποίησης το σημείο 120 του στερεοσκοπικού ζεύγους. Το μέσο σφάλμα προβολής ήταν περίπου 18 εικονοστοιχεία. Διαφορές ωστόσο παρατηρήθηκαν και πάλι στα σφάλματα προβολής, όταν χρησιμοποιούνταν διαφορετικό σημείο κανονικοποίησης. Στη γραφική παράσταση του σχήματος 5.17 φαίνεται το σφάλμα προβολής στην εικόνα I_3 του σημείου 119 από το στερεοσκοπικό ζεύγος, με βάση το σημείο κανονικοποίησης που χρησιμοποιήθηκε στον αλγόριθμο. Παρατηρούμε ότι το σφάλμα κυμάνθηκε από 1 έως και 55 περίπου εικονοστοιχεία.



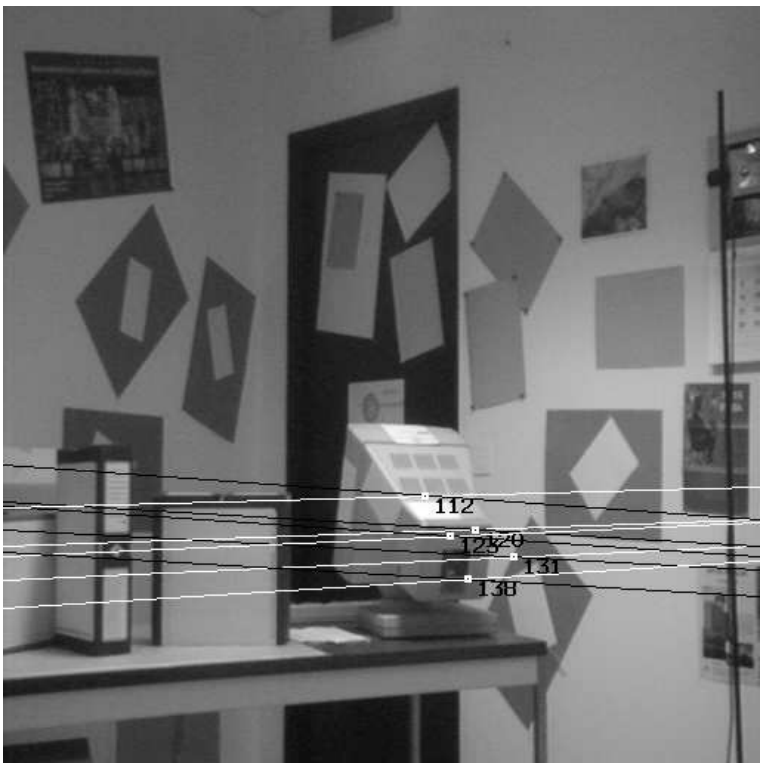
Σχήμα 5.17: Σφάλμα προβολής του σημείου 119 στην τρίτη εικόνα, ανά σημείο κανονικοποίησης

5.1.2.3 Εφαρμογή της ΠΜ1

Στην εικόνα 5.18 φαίνεται η προβολή μερικών σημείων του ζεύγους $I_1 - I_2$ στην τρίτη εικόνα. Για τον ορισμό του σημείου προβολής υπολογίστηκαν οι επιπολικοί περιορισμοί με τη βοήθεια των πινάκων προβολικότητας. Οι ευθείες με άσπρο φόντο είναι οι περιορισμοί (για κάθε σημείο) από $I_1 \rightarrow I_3$ ενώ με μαύρο από $I_2 \rightarrow I_3$. Όπως αναμενόταν τα σημεία προβολής που υπολογίζονται περιέχουν μεγάλο σφάλμα, καθώς οι επιπολικές ευθείες σχηματίζουν μικρή γωνία μεταξύ τους.

5.1.2.4 Εφαρμογή της ΠΜ2

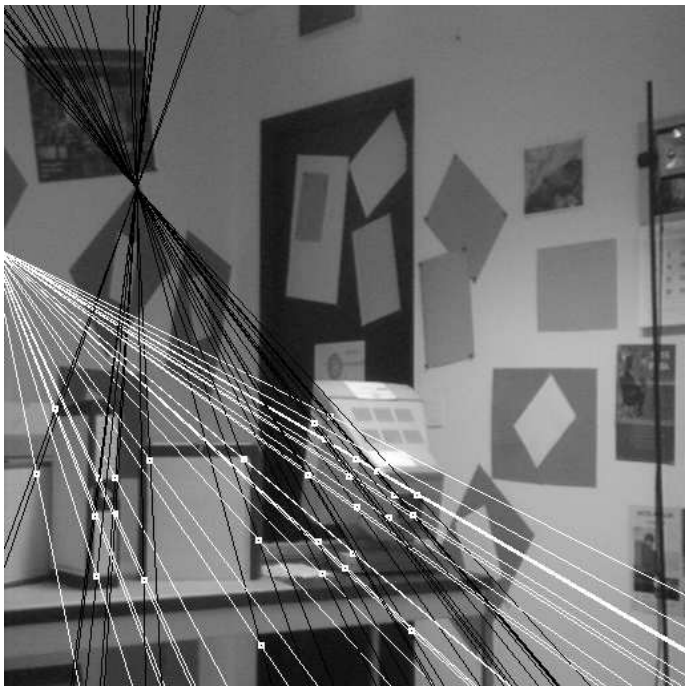
Παρακάτω παρουσιάζεται η προβολή σημείων εκτός των δύο επιπέδων, με βάση περιορισμούς που παράγουν σημεία από τα δύο επίπεδα. Συγκεκριμένα στην εικόνα 5.19 παρουσιάζονται οι θέσεις των προβολών μερικών σημείων, οι οποίες υπολογίστηκαν από τους περιορισμούς που σχημάτισαν δύο σημεία -τα 56, 39- του αριστερού τοίχου. Τα δύο αυτά σημεία επιλέχθηκαν ώστε οι ευθείες-περιορισμοί που παράγουν για κάθε σημείο, να σχηματίζουν αρκετά μεγάλη γωνία μεταξύ τους. Το μέσο σφάλμα προβολής ήταν περίπου 12 εικονοστοιχεία. Επίσης στην εικόνα 5.20 παρουσιάζονται οι ανακατασκευές των ίδιων σημείων από περιορισμούς που δημιουργήθηκαν μέσω των σημείων 56, 74. Το



Σχήμα 5.18: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω επιπολικών περιορισμών, υπολογισμένων από προβολικότητες.

σημείο 56 ανήκει στο επίπεδο του αριστερού τοίχου ενώ το 74 στο επίπεδο του αριστερού.

Το μέσο σφάλμα προβολής ήταν περίπου 10 εικονοστοιχεία.



Σχήμα 5.19: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω περιορισμών υπολογισμένων από σημεία του ενός επιπέδου.

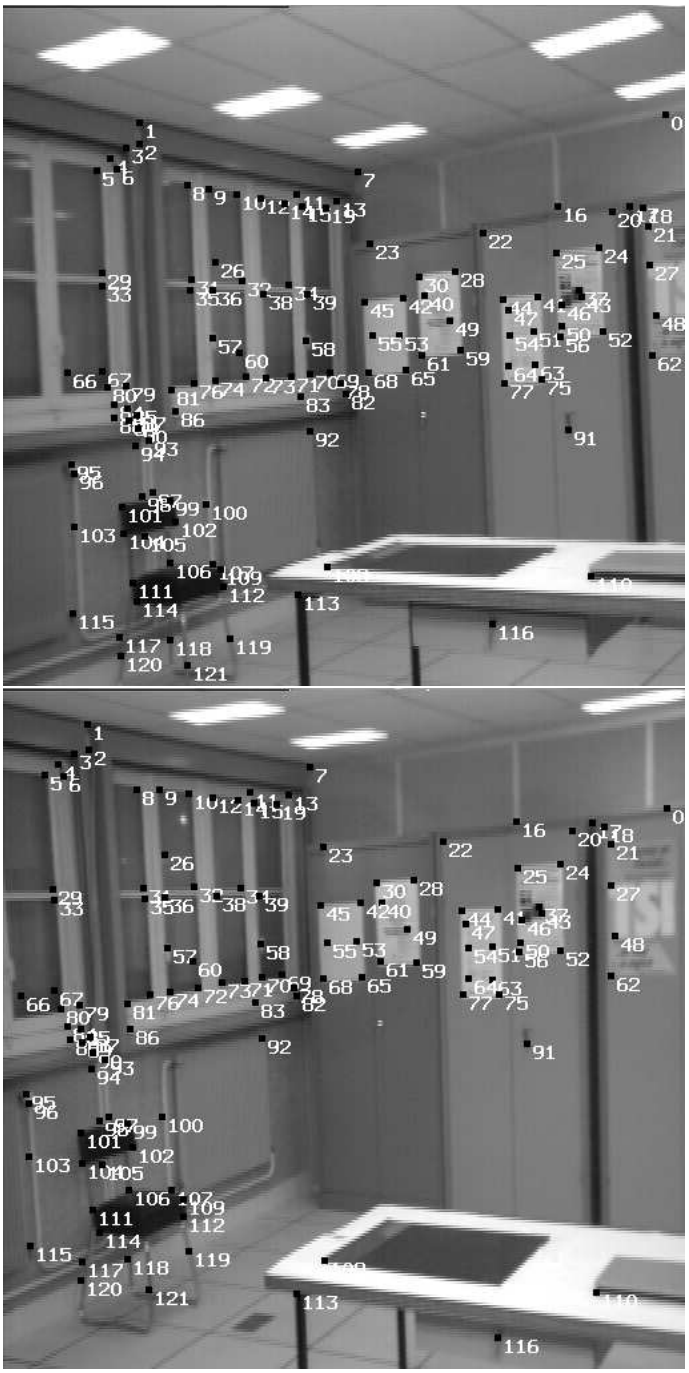
Σχήμα 5.20: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω επιπολικών περιορισμών υπολογισμένων από σημεία των δύο επιπέδων

5.1.2.5 Παρατηρήσεις

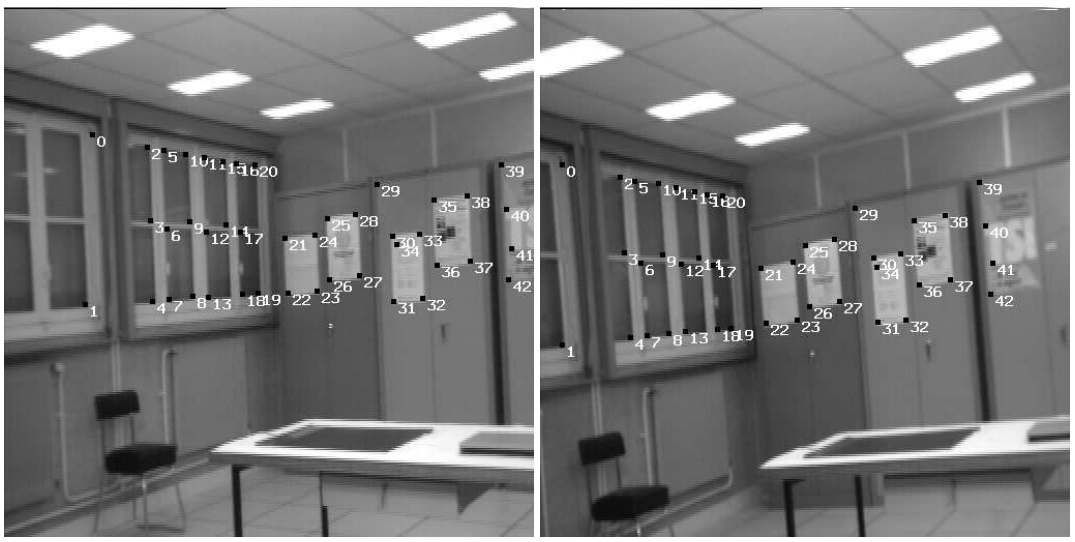
Από τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνεται η ευαισθησία των αλγορίθμων που στηρίζονται σε επιπολικούς περιορισμούς, ως προς τη θέση των οπτικών κέντρων των καμερών. Έτσι, στις εικόνες αυτές όπου οι επιπολικές ευθείες που υπολογίζονται σχηματίζουν πολύ μικρή γωνία, οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι δεν κατάφεραν να δώσουν σωστές προβολές στην τρίτη εικόνα.

5.1.3 Μια δεύτερη ακολουθία εικόνων από το INRIA

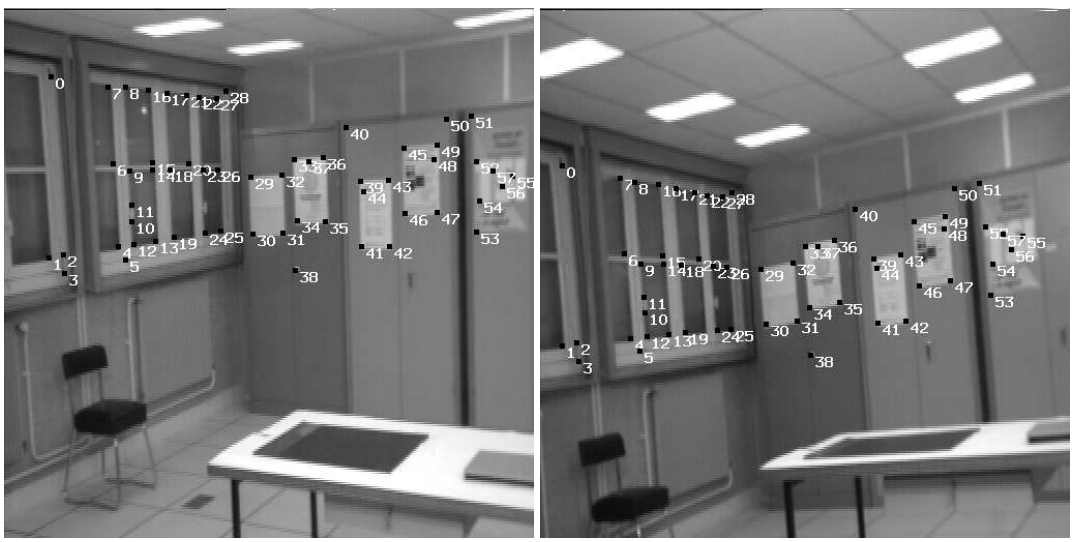
Οι αλγόριθμοι δοκιμάστηκαν σε μία ακόμα ακολουθία εικόνων, οι οποίες έχουν ληφθεί στο εργαστήριο ROBOTVIS INRIA. Απεικονίζουν το εσωτερικό ενός δωματίου όπου τα δύο επίπεδα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αυτό του τοίχου, (αριστερά των εικόνων), και της ντουλάπας στο βάθος. Το στερεοσκοπικό ζεύγος καθώς και οι αντιστοιχίσεις ανάμεσα στις δύο εικόνες φαίνεται στην εικόνα 5.21. Οι αντιστοιχίσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των πινάκων προβολικότητας από τις $I_1 \rightarrow I_3$ και από $I_2 \rightarrow I_3$, φαίνονται στις εικόνες 5.22 και 5.23. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι εικόνες (ακόμα και αυτές που χρησιμοποιήσαμε ως στερεοσκοπικό ζεύγος) διαφέρουν χαρακτηριστικά μεταξύ τους.



Σχήμα 5.21: Στερεοσκοπικό ζεύγος εσωτερικού εργαστηρίου στο INRIA



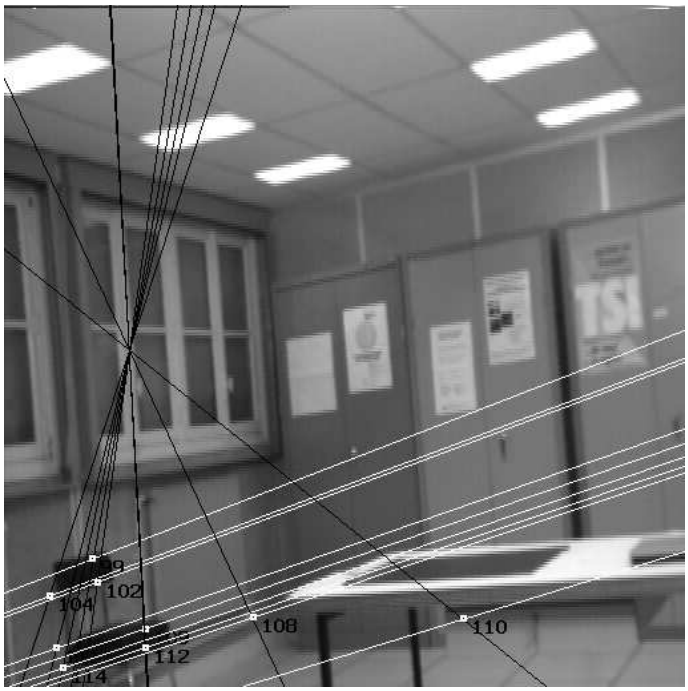
Σχήμα 5.22: Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_1 \rightarrow I_3$



Σχήμα 5.23: Αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα δύο επίπεδα από $I_2 \rightarrow I_3$

5.1.3.1 Αντιστοίχιση με χρήση θεμελιώδη πίνακα

Στην εικόνα 5.24 φαίνεται η προβολή σημείων του στερεοσκοπικού ζεύγους στην εικόνα I_3, με τη βοήθεια περιορισμών υπολογισμένων από τους θεμελιώδης πίνακες (F_{13} από $I_1 \rightarrow I_3$ και F_{23} από $I_2 \rightarrow I_3$). Το μέσο σφάλμα για την προβολή των παραπάνω σημείων



Σχήμα 5.24: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω περιορισμών υπολογισμένων από τους Θεμελιώδη πίνακα.

ήταν 19.6 εικονοστοιχεία. Στον υπολογισμό του μέσου σφάλματος δεν περιλαμβάνονται τα σημεία επάνω στο τραπέζι, για τα οποία το λάθος είναι πολύ μεγαλύτερο. Παρατηρούμε ότι οι αντιστοιχίσεις σημείων πάνω στα επίπεδα, που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των θεμελιωδών πινάκων, δεν ήταν αρκετές για τον ακριβή υπολογισμό των F_{13} και F_{23}.

5.1.3.2 Αντιστοίχιση μέσω προβολικού βάθους

Στην εικόνα 5.25 παρουσιάζονται οι προβολές σημείων του στερεοσκοπικού ζεύγους υπολογισμένες με τη βοήθεια του προβολικού βάθους. Ως σημείο κανονικοποίησης χρησιμοποιήθηκε το 108 του στερεοσκοπικού ζεύγους. Το μέσο σφάλμα προβολής ήταν περίπου 9.6 εικονοστοιχεία. Για τον υπολογισμό του μέσου σφάλματος δεν μέτρησε η συμπεριλήφθηκε το σημείο 110 (δεξιά επάνω στο τραπέζι) του οποίου η προβολή

υπολογίστηκε έξω από τα όρια της εικόνας.

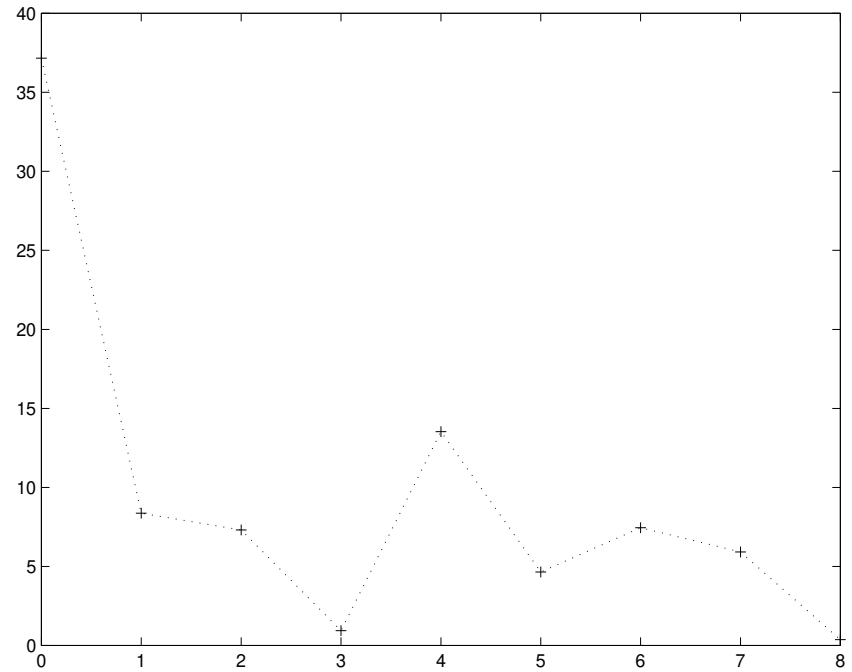
Επίσης χαρακτηριστική ήταν και πάλι η ευαισθησία του αλγορίθμου σε σχέση με το

Σχήμα 5.25: Προβολή σημείων στην τρίτη εικόνα μέσω προβολικού βάθους.

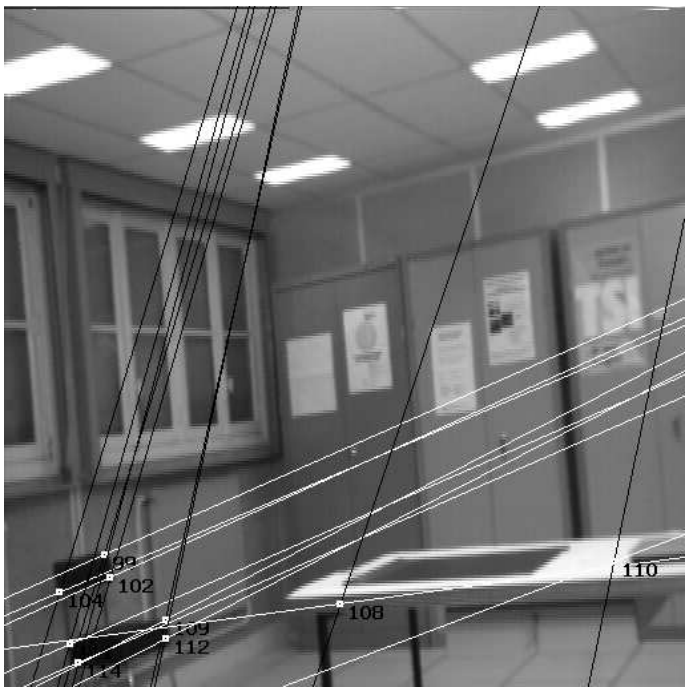
σημείο κανονικοποίης. Το σημείο 108 έδωσε το μικρότερο μέσο σφάλμα κατά τη διάρκεια των δοκιμών. Στην γραφική παράσταση 5.26 παρουσιάζεται το σφάλμα προβολής του σημείου 111 από το στερεοσκοπικό ζεύγος σε σχέση με το σημείο κανονικοποίησης. Χρησιμοποιήθηκαν, ενδεικτικά, 7 (επτά) σημεία κανονικοποίησης εκτός των επιπέδων. Το σφάλμα προβολής κυμαίνεται από 1 έως και 30 εικονοστοιχεία.

5.1.3.3 Εφαρμογή της ΠΜ1

Στην εικόνα 5.27 φαίνονται οι προβολές σημείων που ορίστηκαν με τη βοήθεια επιπολικών περιορισμών, υπολογισμένων από προβολικότητες. Το μέσω σφάλμα προβολής ήταν περίπου 3.6 εικονοστοιχεία (εκτός των σημείων πάνω στο τραπέζι). Παρατηρούμε ότι οι προβολές υπολογίστηκαν με πολύ καλύτερη ακρίβεια σε σύγκριση με τη μέθοδο των θεμελιώδη πίνακα, ενώ αξίζει να σημειωθεί ότι με αρκετή ακρίβεια υπολογίστηκαν τα σημεία επάνω στο τραπέζι.



Σχήμα 5.26: Σφάλμα προβολής σημείου 111 ανά σημείο κανονικοποίησης

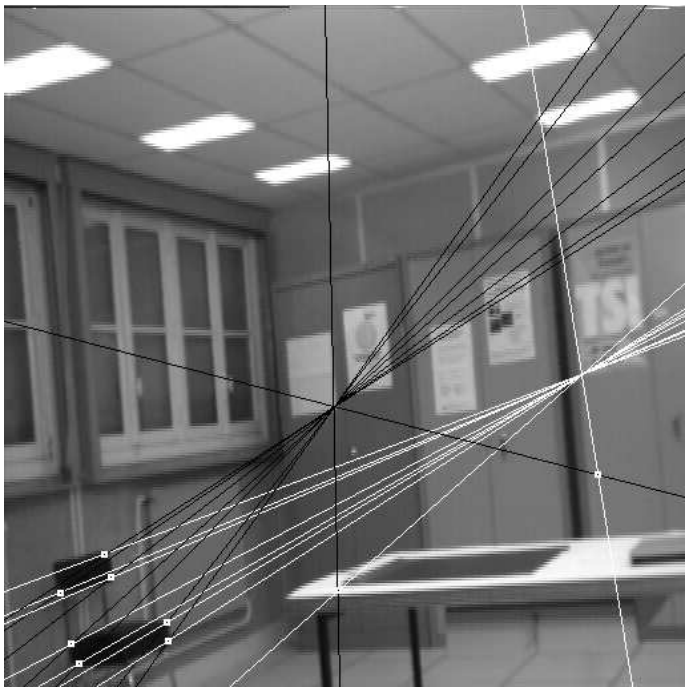


Σχήμα 5.27: Προβολή σημείων μέσω επιπολικών περιορισμών υπολογισμένων από προβολικότητες

5.1.3.4 Εφαρμογή της ΠΜ2

Παρακάτω παρουσιάζεται η προβολή των σημείων που χρησιμοποιήθηκαν και στα παραπάνω πειράματα, μέσω περιορισμών από σημεία ενός επιπέδου. Τα σημεία επιλέχθηκαν από το επίπεδο της ντουλάπας. Στην εικόνα 5.28 χρησιμοποιήθηκαν τα 62 - 65 με μέσο σφάλμα προβολής 2.1 εικονοστοιχεία, ενώ στη 5.29 τα 68 - 75 με μέσο σφάλμα 1.5 εικονοστοιχεία. Στο μέσο σφάλμα δεν περιλαμβάνεται η προβολή των σημείων πάνω στο τραπέζι η οποία εμφανίζεται αρκετά ευαίσθητη σε σφάλματα.

Επίσης, δοκιμάστηκαν να υλοποιηθούν περιορισμοί τόσο από το επίπεδο του τοίχου



Σχήμα 5.28: Προβολή μέσω περιορισμών από τα σημεία 62 - 65 του επιπέδου της ντουλάπας

όσο και εναλλάξ από τα δύο επίπεδα. Όμως σε αυτές τις περιπτώσεις παρατηρήθηκαν αρκετά μεγάλα σφάλματα προβολής. Όταν, αντίθετα, οι περιορισμοί ορίζονταν από σημεία της ντουλάπας (βλ. σχ. 5.28, 5.29), οι προβολές υπολογίζονταν με αρκετά μεγάλη ακρίβεια. Το γεγονός αυτό οφείλεται πιθανότατα στη σχέση των ευθειών που αποτελούν τους περιορισμούς με το δεύτερο επίπεδο. Στην περίπτωση των περιορισμών από σημεία του τοίχου η τομή με το επίπεδο της ντουλάπας παριείχε σφάλμα.

Σχήμα 5.29: Προβολή μέσω περιορισμών από τα σημεία 68 - 75 του επιπέδου της ντουλάπας

5.1.3.5 Παρατηρήσεις

Από τα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι ενώ όλοι οι αλγόριθμοι χρησιμοποιούν τις ίδιες ακριβώς αντιστοιχίσεις σημείων ανάμεσα στο στερεοσκοπικό ζεύγος και την τρίτη εικόνα, οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν τους πίνακες προβολικότητας, επιτυγχάνουν καλύτερα αποτελέσματα. Πέρα από τη διαφορά στους τρόπους υπολογισμού ανάμεσα σε πίνακα προβολικότητας και θεμελιώδη, μια διαισθητική εξήγηση του παραπάνω γεγονότος μπορεί να δοθεί μέσω του διαφορετικού τρόπου χρήσης αυτών των αντιστοιχίσεων καθώς, οι αλγόριθμοι που υπολογίζουν προβολικότητες χρησιμοποιούν την επιπλέον πληροφορία για το διαχωρισμό των σημείων ανάλογα με το επίπεδο στο οποίο ανήκουν.

Κεφάλαιο 6

Επίλογος

6.1 Γενικά συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία προτάθηκαν δύο νέες μέθοδοι για την επίλυση του προβλήματος της αντιστοίχισης ανάμεσα σε μακρυνές όψεις τριδιάστατων σκηνών. Ως βασικό εργαλείο χρησιμοποιούν τους πίνακες προβολικότητας που εξάγονται από δύο επίπεδα της σκηνής, ανάμεσα σε δύο εικόνες όπου οι αντιστοιχίσεις των σημείων είναι γνωστές, και την τρίτη στην οποία τις (αντιστοιχίσεις) αναζητούμε. Για την εύρεση αντιστοιχιών ανάμεσα σε ομάδες ομοεπίπεδων χαρακτηριστικών και την εξαγωγή των αντίστοιχων πινάκων προβολικότητας προτείνεται η χρήση της μεθόδου [15] η οποία επιτρέπει την αρκετά αξιόπιστη αντιστοίχιση σημείων σε εικόνες που διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Επίσης εξετάστηκε και μία επέκταση του αλγορίθμου [48] για το διαχωρισμό των σημείων σε ομοεπίπεδες ομάδες ανάμεσα σε δύο εικόνες.

Οι δύο προτεινόμενες μέθοδοι μελετήθηκαν συγκριτικά με δύο άλλες μεθόδους από τις οποίες η μία χρησιμοποιεί τον θεμελιώδη πίνακα, ενώ η άλλη το προβολικό βάθος, καθώς διαθέτουν κοινά στοιχεία: Η πρώτη προτεινόμενη μέθοδος χρησιμοποιεί επιπολικούς περιορισμούς όπως και αυτή του θεμελιώδη πίνακα, ενώ και οι δύο προτεινόμενες μέθοδοι υπολογίζουν προβολικότητες επιπέδων της σκηνής όπως η μέθοδος του προβολικού βάθους.
Οι προτεινόμενες μέθοδοι φαίνεται να αξιοποιούν αποτελεσματικά τη μειωμένη πληροφορία που μπορεί να συνδέει τις τρεις εικόνες, κυρίως σε σύγκριση με τη μέθοδο που χρησιμοποιεί θεμελιώδη πίνακα.
Επίσης ένα σημαντικό τους πλεονέκτημα είναι το ότι παρέχουν τη δυνατότητα υπερ-

προσδιορισμού της λύσης για κάθε υποψήφιο σημείο. Ειδικά στην ΠΜ2 η διαδικασία αυτή γίνεται ιδιαίτερα εύκολα χωρίς την εισαγωγή επιπρόσθετων περιορισμών. Αντίθετα η ΠΜ1 απαιτεί την ύπαρξη επιπλέον επιπέδων στη σκηνή.
Ακόμα, η ΠΜ2 δεν επηρεάζεται από τις σχετικές θέσεις των τριών καμερών, ένα σημαντικό πλεονέκτημα σε σχέση με τη μέθοδο του θεμελιώδη πίνακα, αλλά και της ΠΜ1.
Ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό των δύο προτεινόμενων μεθόδων σε σύγκριση κυρίως με τη μέθοδο του προβολικού βάθους, είναι ότι χρησιμοποιούν σημεία μόνο πάνω σε επίπεδες επιφάνειες τα οποία μπορούν να αντιστοιχηθούν με μεγαλύτερη αξιοπιστία λόγω της δυνατότητας υπολογισμού προβολικών αναλλοίωτων από αυτά. Αντίθετα, η μέθοδος του προβολικού βάθους χρειάζεται ένα επιπλέον σημείο κανονικοποίησης εκτός των επιπέδων, κάτι που μπορεί να ”φθήρει” την αξιοπιστία του .
Το βασικότερο μειονέκτημα τόσο των δύο προτεινόμενων μεθόδων όσο και αυτού που υπολογίζει το προβολικό βάθος, είναι ότι ”απαιτούν” την ύπαρξη δύο επιπέδων στη σκηνή. Ένας τέτοις περιορισμός είναι δύσκολο να ισχύει σε γενικότερες περιπτώσεις σκηνών από εξωτερικούς χώρους. Όμως μία λύση σε αυτό θα μπορούσε να δοθεί από τον υπολογισμό προβολικοτήτων μη πραγματικών επιπέδων. Σε μια τέτοια περίπτωση ο υπερπροσδιορισμός των λύσεων θα πραγματοποιούνταν πολύ ευκολότερα και στην ΠΜ1, λόγω της δυνατότητας προσδιορισμού πάρα πολλών επιπέδων.

6.2 Μελλοντικές επεκτάσεις

Μια πρώτη και σίγουρα χρήσιμη μελλοντική δουλειά είναι να εξεταστεί ο τρόπος με τον οποίο θα μπορούσε να αξιοποιηθεί καλύτερα η δυνατότητα υπερπορσδιορισμού των λύσεων (overdetermination) ιδιαίτερα στη δεύτερη προτεινόμενη μέθοδο. Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να υλοποιηθεί με χρήση μεθόδων εύρωστης εκτίμησης παραμέτρων ενός γραμμικού μοντέλου (robust regression) [46] όπως για παράδειγμα η μέθοδος του ελαχίστου τετραγωνικού σφάλματος (least median of squares). Μια ακόμα μελλοντική επέκταση των meu;odvn θα ήταν να δοκιμασθούν σε συνδυασμό με την εξαγωγή μιας πλήρους αντιστοίχισης (dense correspondence) ανάμεσα στις εικόνες του στερεοσκοπικού ζεύγους. Κάτι τέτοιο θα έδινε τη δυνατότητα αντιστοίχισης όλων των σημείων των εικόνων ενός στερεοσκοπικού ζεύγους με μια τρίτη μακρυνή όψη μιας σκηνής.
Επίσης σε εφαρμογές δημιουργίας τεχνητών εικόνων θα μπορούσε να μελετηθεί η σχέση των πινάκων προβολικότητας με μοντέλα κίνησης. Έτσι θα μπορούμε να υπολογίζουμε διαφορετικές όψεις της σκηνής ανάλογα με την κίνηση που θα ορίζεται στα επίπεδα.

Τέλος, αρκετά χρήσιμο θα ήταν να μελετηθεί η δυνατότητα υπολογισμού πινάκων προβολικότητας από μη πραγματικά επίπεδα. Αν όντως τρία σημεία της σκηνής μαζί με το επιπολικό μπορούν να μας δώσουν αξιόπιστους πίνακες προβολικότητας, τότε θα γίνει δυνατή η απάλειψη του περιορισμού της ύπαρξης δύο επιπέδων στη σκηνή.

Παράρτημα Α

Αναγνώριση σκηνής με χρήση γεωμετρικής πληροφορίας

Είναι γνωστό ότι οι περισσότεροι αλγόριθμοι εύρεσης αντιστοιχίσεων ανάμεσα σε διαφορετικές όψεις, θεωρούν δεδομένο ότι οι εικόνες που εξετάζουν απεικονίζουν την ίδια σκηνή. Εξίσου σημαντικό ως πρόβλημα όμως, είναι και αυτό της αναγνώρισης της σκηνής. Τέτοιου είδους προβλήματα εμφανίζονται σε ερευνητικά πεδία όπως η πλοήγηση αυτόνομων ρομποτικών συστημάτων με χρήση οπτικής πληροφορίας, ή η αναζήτηση εικόνων σε μεγάλες βάσεις δεδομένων με βάση το περιεχόμενό τους.

Αρκετές ερευνητικές προσπάθειες κυρίως σε εφαρμογές βάσεων εικόνων απαντούν στο συγκεκριμένο ερώτημα χρησιμοποιώντας φωτομετρική πληροφορία όπως η φωτεινότητα, το χρώμα, κ.α. Αυτού του είδους η πληροφορία όμως δεν μένει αμετάβλητη όταν αλλάζουν οι συνθήκες λήψης των εικόνων. Για το λόγο αυτό αξίζει να ερευνηθούν και οι πληροφορίες που μας δίνει η γεωμετρία της σκηνής μέσα από ένα στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων. Χρησιμοποιώντας ώς μαθηματικό εργαλείο την προβολική γεωμετρία του χώρου, έχουμε τη δυνατότητα να εκφράσουμε αναλλοίωτες ποσότητες οι οποίες δεν επηρεάζονται από μεγάλες αλλαγές στις συνθήκες λήψης των εικόνων.

Στην παρούσα προσσέγγιση ερευνήθηκε η δυνατότητα μιας γεωμετρικής αναλλοίωτης και συγκεκριμένα του προβολικού βάθους [49], να απαντήσει στο ερώτημα της ομοιότητας δύο στερεοσκοπικών ζευγών εικόνων με τη βοήθεια της απόστασης Hausdorff.

Α.0.1 Η μέθοδος

Αρχικά, υπολογίζονται τα προβολικά βάθη από κάθε στερεοσκοπικό ζεύγος V_1 και V_2 (λεπτομέρειες αναφέρονται στο κεφάλαιο 3). Ο υπολογισμός των απαραίτητων πινάκων προβολικότητας ανάμεσα στα στερεοσκοπικά ζεύγη, γίνεται με τρόπο όμοιο με αυτόν που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 4. Η βασική παρατήρηση στην οποία στηρίζεται ο αλγόριθμος είναι ότι αν οι δύο στερεοσκοπικές εικόνες απεικονίζουν την ίδια σκηνή, θα περιέχουν αντίστοιχα σημεία, οπότε τα σύνολα από προβολικά βάθη θα περιέχουν τις ίδιες τιμές (πρόκειται για προβολικά αμετάβλητες ποσότητες). Ένα πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι ότι δεν γνωρίζουμε ανάμεσα σε ποια ζεύγη σημείων να ελέγξουμε τα προβολικά βάθη εφόσον προφανώς δεν είναι γνωστές οι αντιστοιχίσεις. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε η απόσταση Hausdorff:

$$\mathrm{H(A,B)} = \max(h(A,B), h(B,A))$$

όπου

$$h(A,B) = \max_{i=1..n_1} (\min_{j=1..n2} |a_i - b_j|), \ a_i \in A, b_i \in B$$

η οποία συγκρίνει δύο σύνολα τιμών χωρίς καμία γνώση αντιστοίχισης των μελών τους. Έτσι τα δύο σύνολα από προβολικά βάθη (Α από V_1 και Β από V_2) συγκρίνονται με την απόσταση Hausdorff. Ένα δεύτερο πρόβλημα στη διαδικασία της σύγκρισης είναι η παρουσία περιπτώσεων κατά τις οποίες πολλά σημεία του πρώτου συνόλου δεν έχουν αντίστοιχα στο δεύτερο (και αντίστροφα). Σε μια τέτοια περίπτωση ο παραπάνω τρόπος σύγκρισης δεν θα δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα, καθώς σημεία που δεν έχουν αντίστοιχά τους στο άλλο ζεύγος, θα αντιστοιχηθούν με την πλησιέστερη προς αυτά τιμή (η οποία μπορεί να είναι τελείως διαφορετική) οπότε η διαφορά τους θα αποτελέσει την τελική τιμή της απόστασης Hausdorff (βλ. ορισμό). Για την αποτελεσματική αντιμετώπιση τέτοιων περιπτώσεων εφαρμόστηκε η μερική απόσταση Hausdorff (partial Hausdorff distance)

$$h(A,B) = Kth_{i=1..n_1}(min_{j=1..n_2}|a_i - b_j|), \ a_i \in A, b_i \in B$$

στην οποία εισάγουμε την γνώση για το ποσοστό των σημείων ανάμεσα στις εικόνες τα οποία δεν έχουν αντίστοιχα διαλέγοντας την κ-μεγαλύτερη (αντί για τη μέγιστη) από τις ελάχιστες αποστάσεις.

Το προβολικό βάθος μέσα από τη σχέση:

$$p_i' \simeq H_1 p_i + k_i H_2 p_i$$

μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε την προβολή ενός σημείου p_i της μίας εικόνας του στερεοσκοπικού ζεύγους στην άλλη. Χρησιμοποιώντας αυτή τη δυνατότητα μπορούμε στην παραπάνω διαδικασία της σύγκρισης, αντί να μελετάμε τις τιμές από τα προβολικά βάθη, να ελέγχουμε το πόσο καλά αυτές ανακατασκευάζουν σημεία. Συγκεκριμένα, αν k_i είναι το προβολικό βάθος ενός σημείου (p_i, p_i') του V_1, τότε θα ανακατασκευάζει σωστά το αντίστοιχό του σημείο (w_j, w_j') από το V_2:

$$\hat{w_j} \simeq H_3 w_j + k_i H_4 w_j$$

και

$$|\hat{w_j} - w_j'| < e$$

όπου H_3, H_4, οι πίνακες προβολικότητας από αντίστοιχα επίπεδα στο V_2. Έτσι αν $f(p_i, k_j)$ είναι η ανακατασκευή του σημείου $p_i \in V_1$ από το προβολικό βάθος $\kappa_j \in V_2$, η απόσταση Hausdorff παίρνει τη μορφή:

$$h(A, B) = Kth_{i=1..n_1}(min_{j=1..n_2}|f(p_i, k_j) - p'|)$$

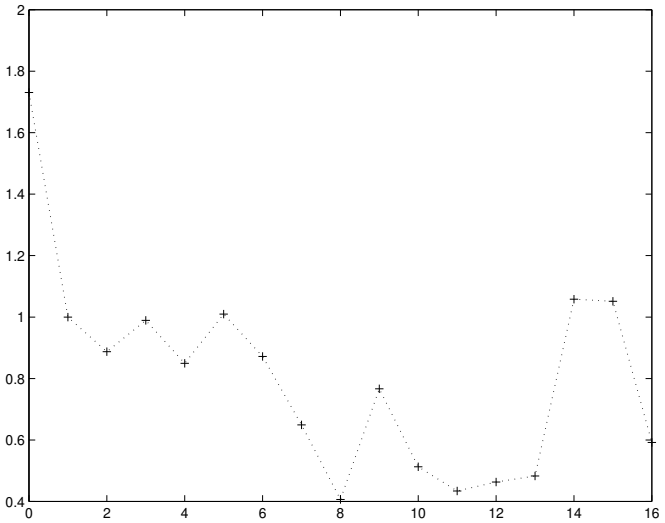
Αυτός ο τρόπος σύγκρισης δίνει μια καλύτερη διαισθητικά ερμηνεία καθώς μετράει ποσότητες (ευκλείδια απόσταση σημείων) που είναι άμεσα ερμηνεύσιμες.

Συνόψιση των βημάτων του αλγορίθμου

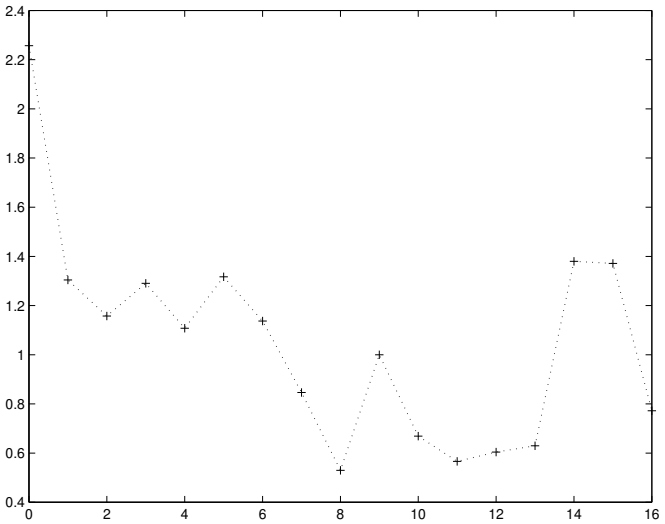
- Για κάθε στερεοσκοπικό ζεύγος εικόνων, εξάγονται όλες οι ομοεπίπεδες ομάδες σημείων (βλ. κεφ. 4) και υπολογίζονται οι αντίστοιχοι πίνακες προβολικότητας.
- Για κάθε συνδυασμό από δύο προβολικότητες και ένα σημείο εκτός των επιπέδων (κάθε στερεοσκοπικού ζεύγους) υπολογίζονται όλα τα προβολικά βάθη.
- Οι ομάδες από προβολικά βάθη των δύο ζευγών, συγκρίνονται ανά δύο μέσω της απόστασης Hausdorff. Αν η απόσταση είναι μεγάλη για όλες, τότε τα δύο στερεοσκοπικά ζεύγη δεν απεικονίζουν την ίδια σκηνή.

Η μέθοδος δοκιμάστηκε στις εικόνες εσωτερικών χώρων που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο των αποτελεσμάτων (κεφ. 5). Στις γραφικές παραστάσεις των εικόνων Α.1 και Α.2 φαίνεται η τιμή του προβολικού βάθους των σημείων εκτός των επιπέδων, για μια σκηνή (συγκεκριμένα τη σκηνή από το εργαστήριο του ΙΤΕ) ως προς δύο διαφορετικά

σημεία κανονικοποίησης (τα 118, 133, βλ. περιγραφή μεθόδου στο κεφ. 3). Παρατηρούμε ότι το εύρος τιμών του προβολικού βάθους είναι μικρό.



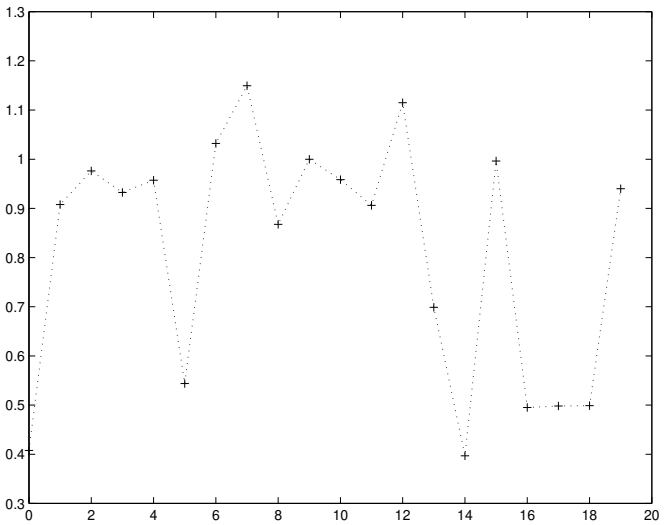
Σχήμα Α.1: Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 118



Σχήμα Α.2: Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 133

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εάν συγκρίνουμε τις δύο αυτές γραφικές παραστάσεις, με αυτήν της εικόνας Α.3 στην οποία φαίνονται οι τιμές των προβολικών αναλλοίωτων ώς προς ένα σημείο κανονικοποίησης (το 120) από την πρώτη ακολουθία εικόνων του INRIA. Μέσω των παραπάνω πειραμάτων αλλά και άλλων παρόμοιων, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ενώ το προβολικό βάθος παραμένει αναλλοίωτο για κάθε σημείο ανεξάρτητα από την συγκεκριμένη όψη στην οποία υπολογίστηκε, διαφορετικά σημεία μπορεί να έχουν την ίδια (ή πολύ κοντινή) τιμή προβολικού βάθους. Έτσι, η διακριτική ικανότητα που μας προσφέρουν οι τιμές του προβολικού βάθους δεν είναι αρκετή ώστε να υποστηρίξουμε αναγνώριση σκηνών. Η εξαντλητική σύγκριση όλων των συνόλων από προβολικά βάθη ανάμεσα σε δύο στερεοσκοπικά ζεύγη με βάση όλους τους συνδυασμούς από πίνακες προβολικότητας επιπέδων που μπορούν να εξαχθούν, και σημείων κανονικοποίησης (εκτός των επιπέδων) δεν μας εγγυάται μια αξιόπιστη απάντηση στη λύση του προβλήματος παρά την ευστάθεια που μας προσφέρει η μερική απόσταση Hausdorff.

Ανεξάρτητα από την αποτυχία της συγκεκριμένης αναλλοίωτης, θεωρούμε ότι η προσέγγιση στο πρόβλημα της αναγνώρισης σκηνών μέσω της γεωμετρίας τους είναι αρκετά υποσχόμενη και αξίζει περετέρω μελέτης.



Σχήμα Α.3: Οι τιμές του προβολικού βάθους με σημείο κανονικοποίησης το 120

Βιβλιογραφία

[1] J.L. Mundy A. Zisserman, D.A. Forsyth. ‘‘3D Object Recognition using Invariance’’. *AI journal*, 78:420--425, 1997.

[2] S. Avidan and A. Shashua. ‘‘Novel View Synthesis in Tensor Space’’. In *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 1034--1040, San Juan, Puerto Rico, June 1997.

[3] Meserve B. *‘‘Fundamental Concepts of Geometry’’*. Dover Publications, New York, 1983.

[4] D.H. Ballard and C.M. Brown. ‘‘Principles of Animate Vision’’. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 56(1), 1992.

[5] R. Mohr C. Schmid. ‘‘Local Grayvalue Invariants for Image Retrieval’’. *IEEE Trans. on PAMI*, 19:530--535, May 1997.

[6] Olivier Faugeras Charlie Rothwell and Gabriella Csurka. ‘‘ Different paths Towards Projective Reconstruction’’. *INRIA, BP-93*, (06902), 1993.

[7] Coelho C. Heller R. Mundy J. Forsyth D.A. and Zisserman A. *‘‘Invariant Descriptors for 3-D object Recognition and pose’’*. MIT Press, Campridge, MA, 1991.

[8] W.J. Rucklidge D.P. Huttenlocher, G.A. Klanderman. ‘‘Comparing Images Using the Hausdorff Distance’’. *IEEE Trans. on PAMI*, 15(9):850--863, August 1993.

[9] R.O. Duda and P.E. Hart. *‘‘Pattern Classification and Scene Analysis’’*. Wiley, 1973.

[10] R.M. Haralick et. al. ‘‘Pose Estimation from Corresponding Point Data’’. *IEEE, Trans. on SMC*, 19(6), November 1989.

[11] O. Faugeras. ‘‘What Can be seen in Three Dimensions with an Uncalibrated Stereo Rig?’’. In *Proceedings of the 2nd European Conference on Computer Vision*, pages 563--578, Santa Margerita Ligure, Italy, May 1992.

[12] Olivier Faugeras. *''Three-Dimensional Computer Vision''*. MIT Press, Campridge, MA, 1993.

[13] Olivier Faugeras. ''Stratification of 3-D Vision: Projective, Affine, and Metric Representations''. *Journal of the Optical Society of America A*, 12(3):465--484, 1995.

[14] W.T. Freeman and T. Lozano-Perez. ''Steerable Filters for Early Vision''. *IEEE Trans. on PAMI*, 11:891--906, July 1991.

[15] M.I.A. Lourakis S.T. Halkidis and S.C. Orphanoudakis. ''Matching Disparate Views of Planar Surfaces using Projective Invariants''. In *Proceedings of BMVC'98*, pages 94--104, Southampton, September 1998.

[16] Richard Hartley. ''Estimation of Relative Camera Positions for Uncalibrated Cameras''. In *ECCV92*, pages 579--587, 1992.

[17] Richard Hartley. ''Camera Calibration Using Line Correspondences''. In *IUWS*, pages 361--366, 1993.

[18] Richard I. Hartley. "euclidean reconstruction from uncalibrated views". In *AZORES*, pages 187--202, October 1993.

[19] Richard I. Hartley. ''Projective Reconstruction from Line Correspondences''. In *CVPR*, pages 903--907, 1994.

[20] Takeo Kanade Hideo Saito. ''Scene Reconstruction in Projective Grid Space from Large Number of Images''. *CVPR*, 2, 1999.

[21] R. Horaud and T. Skordas. ''Stereo Correspondence through Feature Grouping and Maximal Cliques''. *IEEE, Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, 11(11), November 1984.

[22] O. Faugeras I. Zoghlami and R. Deriche. ''Using Geometric Corners to Built a 2D Mosaic from a set of Images''. In *Proceedings of CVPR97*, 1997.

[23] Bjorn Johanson. ''View Synthesis and 3D Reconstruction of PieceWise Planar Scenes using Intersection Lines between the Planes''. In *ICCV Conference*, Corfu Greece, September 1999.

[24] Mundy J. L. and Zisserman A. eds. *''Geometric Invariance in Computer Vision''*. MIT Press, Campridge, MA, 1992.

[25] S. Laveau and O. Faugeras. 3-D scene representation as a collection of images and fundamental matrices. Research Report 2205, INRIA, February 1994.

[26] M. Levoy and P. Hanrahan. ''Light Field Rendering''. *Computer Graphics (SIGGRAPH'96)*, pages 31--42, August 1996.

[27] M.I.A. Lourakis and S.C. Orphanoudakis. ''Visual Detection of Obstacles Assuming a Locally Planar Ground''. In *Asian Conference in Computer Vision ACCV'98*, pages 527--534, Hong Kong, 1998.

[28] M. Lourakis. ''Planar Surfaces Extraction between two Uncalibrated Images''. *personal communication*, November 1998.

[29] M.I.A. Lourakis. ''Establishing Straight Line Correspondence''. Technical Report 208, ICS/FORTH, August 1997. Available at ftp://ftp.ics.forth.gr/tech-reports/1997.

[30] Q.-T. Luong and O.D. Faugeras. ''Determining the Fundamental Matrix with Planes: Instability and New Algorithms''. In *Proc. of IEEE CVPR'93*, pages 489--494, New York City, NY, June 1993.

[31] P. Cohen M. A. Akhloufi and V. Polotski. ''Novel Views from Non-calibrated Stereo''. In *Vision Interface '99*, Trois-Rivieres, Canada, 19-21, May 1999.

[32] Stephen J. Mayback and Olivier Faugeras. '' A Theory of Self-Calibration of a Moving Camera''. *International Journal of Computer Vision*, 8(2), 1992.

[33] C. Medioni and R. Nevatia. ''Matching images using linear features.''. *IEEE, Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, 6(6), June 1984.

[34] R. Mohr. *''Projective Geometry and Computer Vision, in C.H. Chen, L.F. Pau and P.S.P. Wang (eds), Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision''*. World Scientific, 1993.

[35] J. Kittler N. Georgis, M. Petrou. ''On the Correspondence Problem for Wide Angular Seperation of Non-coplanar Points''. *Image and Vision Computing*, 18, 1998.

[36] J. Nagao and W.E.L. Grimson. ''Affine Matching of Planar Sets''. *Computer Vision and Image Understanding*, 70(1):1--22, April 1998.

[37] C. Glover N.S.V. Rao, W. Wu. ‘‘Algorithms for Recognizing Planar Polygonal Configurations Using Perspective Image’’. *IEEE Transaction on Robotics and Autamation*, 8:196--200, 1992.

[38] Luc Robert Olivier Faugeras. ‘‘What Can Two Images Tell us About a Third One?’’. *International Journal of Computer Vision*, 18, 1996.

[39] R. Lenz P. Meer, S. Ramakrishna. ‘‘Correspondence of Coplanar Features through P^2-invariant representations’’. In *12th IAPR Int. Conference on Pattern Recognition*, Jerousalem, Israel, Octomber 1994.

[40] T. Garavelos P.E. Trahanias, S. Velissaris. ‘‘Visual Landmark Extraction and Recognition for Autonomous Robot Navigation’’. In *IEEE/RSJ Intl. Conf. in Intell. Robots and Systems, IROS’97*, Grenoble, France, September 7-11 1997.

[41] Z. Pizlo and A. Rosenfeld. ‘‘Recognition of Planar Shapes from Perspective Images using contour-based invariants’’. In *In Proc. DARPA Image Understanding Workshop*, pages 330--350, 1992.

[42] Olivier Faugeras Quang-Tuan Luong, Rachid Deriche and Theodore Papadopoulo. ‘‘On determining the Fundamental Matrix: Analysis of different methods and experimental results’’. *INRIA Rapport de recherche*, (1894), May 1993.

[43] O. Faugeras R. Deriche. ‘‘Tracking Line Segments’’. In *Proc. First European Conf. Comput. Vision*, pages 259--268, Antibes, France, April 1990.

[44] R. Gupta R. Hartley and T. Chang. ‘‘Stereo from Uncalibrated Cameras’’. In *Proceedings of the Comference on Computer Vision and Patern Recognition*, pages 761--764, Urbana-Champaign, Illinois, USA, 1992.

[45] K. Rohr. ‘‘Modeling and Identification of Characteristic Intensity Variations. Image and Vision Computing’’. *IEEE, Trans. on SMC*, 2(6):66--76, 1992.

[46] P.J. Rousseeuw and A.M. Leroy. *‘‘Robust Regression and Outlier Detection’’*. John Wiley and Sons Inc., New York, 1987.

[47] W.J. Rucklidge. ‘‘Efficiently Locating Objects Using the Hausdorff Distance’’. *IJCV*, 24(1):251--270, September 1997.

[48] C. Schmid and A. Zisserman. ‘‘Automatic Line Matching Across Views’’. In *Proc. of IEEE CVPR’97*, pages 666--671, San Juan, Puerto Rico, June 1997. IEEE CS Press.

[49] Amnon Shashua. ‘‘Projective Structure from Uncalibrated Images: Structure from Motion and Recognition’’. *IEEE, Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, 16(8), August 1994.

[50] D. Sinclair and A. Blake. ‘‘Quantitative Planar Region Detection’’. *ICCV*, 18(1):77--91, April 1996.

[51] R. Szelinski S.J. Gortler, R. Grzeszczuc and M. F. Cohen. ‘‘The Luminograph’’. *Computer Graphics (SIGGRAPH’96)*, pages 43--54, August 1996.

[52] I. Weiss. ‘‘Geometric Invariants and Object Recognition’’. *IJCV*, 10(3), 1993.

[53] Z. Zhang. ‘‘A New and Efficient Iterative Approach to Image Matching’’. In *Proc. of IEEE ICPR’94*, volume 1, pages 563--565, 1994.

[54] Z. Zhang, R. Deriche, O. Faugeras, and Q.-T. Luong. ‘‘A Robust Technique for Matching Two Uncalibrated Images Through the Recovery of the Unknown Epipolar Geometry’’. *Artificial Intelligence Journal*, 78:87--119, October 1995.

[55] Zhengyou Zhang. ‘‘Determining the Epipolar Geometry and Its Uncertainty: A Review’’. 27(2):161--195, 1998.