

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
(ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ)

ΕΙΡΗΝΗ ΦΩΣΚΟΛΟΥ

ΘΕΜΑ:

Διερεύνηση της συμπεριφοράς των μαθητών ηλικίας 11-12 ετών σε
ότι αφορά τις ενότητες των αναλόγων και αντιστρόφως αναλόγων
ποσών.

ΡΕΘΥΜΝΟ 2006

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

<i>ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ</i>	1
<i>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</i>	5
<i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ</i>	7
1.1 <i>ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</i>	7
1.2 <i>Η ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</i>	7
1.3 <i>ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ</i>	21
<i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ - ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ</i>	22
2.1. <i>ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ</i>	22
2.2. <i>ΜΕΘΟΔΟΙ – ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</i>	23
2.3. <i>Ο ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΔΕΙΤΜΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</i>	27
2.4. <i>ΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</i>	28
2.5. <i>Η ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥ ΟΡΓΑΝΟΥ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ - ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ</i>	30
2.6. <i>ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ</i> ...	31
2.7. <i>ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ ΣΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ</i>	40
<i>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ - ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ</i>	42
3.1 <i>ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ</i>	42
<i>Πρόβλημα 1.1</i>	42
<i>Πρόβλημα 2.1</i>	58
<i>Πρόβλημα 4</i>	78

3.2 ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ..	91
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1.1.....	91
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1,2.....	100
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,1.....	104
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2.2.....	113
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,1.....	122
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2α.....	131
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2β.....	139
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.....	148
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5.2.....	167
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1α.....	169
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1β.....	178
3.3 ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΙΔΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.....	186
3.4 ΣΥΣΧΕΤΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ.....	191
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ – ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	216
4.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΟΜΑΔΩΝ.....	216
4.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΙΔΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΠΟΥ ΠΑΡΑΤΗΡΗΘΗΚΑΝ	229
4.2.1. Η ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΑΝΑΛΟΤΙΑΣ.....	229

4.2.2	ΧΡΗΣΗ ΕΤΕΡΟΤΕΝΩΝ ΛΟΦΙΣΜΑΤΩΝ Η ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΘΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	236
4.3	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΑΝΤΙ ΕΠΙΛΟΓΟΥ.....	239
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	252
	Α. ΤΟ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	253
	Β. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ.....	262
	ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ χ^2	335
	ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	385
	ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	388

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα εργασία διερευνά το επίπεδο γνώσεων των μαθητών κατά το τέλος της Στοιχειώδους Εκπαίδευσης σε σχέση με την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν ποσά ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα και πολλαπλώς ανάλογα μεταβαλλόμενα. Η διερεύνηση αυτή, σκοπό έχει συμβάλλει με τον εντοπισμό των αδυναμιών των μαθητών στην διατύπωση προτάσεων για την βελτίωση της ποιότητας της διδασκαλίας, στο μέτρο που αυτό είναι δυνατό.

Η εργασία αυτή δε θα πραγματοποιούνταν χωρίς την ουσιαστική βοήθεια του επόπτη της εργασίας μου κ. Μ. Κούρκουλο και του συνεπόπτη κ. Κ. Τζανάκη οι οποίοι μου έδωσαν κατευθύνσεις, μου έλυσαν τις απορίες σε διάφορα θέματα τεχνικής φύσεως και φυσικά μου συμπαραστάθηκαν σε στιγμές δύσκολες για τις μεταπτυχιακές μου σπουδές.

Πολύτιμη για μένα ήταν και η βοήθεια του κ. Μιχάλη Κούρκουλου τόσο για την ενθάρρυνσή του για την ανάλυση αυτής της έρευνας όσο και για τις αστείρευτες ιδέες και γνώσεις του, τις εύστοχες παρατηρήσεις του και βέβαια για τον ατελείωτο χρόνο που μου αφιέρωσε.

Για την αμέριστη βοήθεια, συμπαράσταση και την ηθική τόνωση θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Κωνσταντίνο Τζανάκη για το χρόνο του και την πραγματικά άψογη συνεργασία του, ειδικά στην φάση διεξαγωγής της έρευνας μου. Η ολοκλήρωση της εργασίας μου θα ήταν αδύνατη χωρίς τη δική του πολύτιμη βοήθεια.

Ιδιαίτερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ιωάννη Κανέλλο, σχολικό σύμβουλο των μαθηματικών, για τη μεσολάβηση του στους διευθυντές του 2^{ου} και του 5^{ου} Γυμνασίου Ηρακλείου, ώστε να πραγματοποιηθεί η επίδοση του ερωτηματολογίου μου. Παράλληλα, ευχαριστώ τους διευθυντές των παραπάνω

σχολείων, τους καθηγητές που μου διέθεσαν κάποιες ώρες από το μάθημα τους και όλους τους μαθητές που συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο μου.

Άπειρα ευχαριστώ για την ενθάρρυνση, συμπαράσταση και την ηθική και οικονομική μου βοήθεια εκφράζω στους γονείς μου. Επίσης, εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου στην αδερφή μου για την υπομονή που επέδειξε στην προσπάθεια μου ολοκληρώσω αυτήν την εργασία, στους συναδέλφους του 8^{ου} Δημοτικού Σχολείου Ρεθύμνου για την κατανόηση τους, και σε όλους μου τους φίλους και ειδικά στην Τέτη Ντρούκα της οποίας η βοήθεια υπήρξε πολύτιμη για μένα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

1.1 ΟΡΙΟΘΕΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Αντικείμενο της συγκεκριμένης εργασίας αποτελεί η προσπάθεια διερεύνησης της συμπεριφοράς των μαθητών ηλικίας 11- 12 ετών σε σχέση με την επίλυση προβλημάτων που αφορούν στα ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά, τις αναπαραστάσεις τους σχετικά με τις έννοιες αυτές, τις στρατηγικές που αναπτύσσουν, τις δυσκολίες που συναντούν κατά την επίλυση τους και τα λάθη που τυχόν κάνουν.

Βασική μας επιδίωξη αποτελεί, πέραν της παρουσίασης των ανωτέρω στοιχείων, να μπορέσουμε να αναδείξουμε όσο το δυνατόν εκτενέστερα όλα τα στοιχεία που παρεμποδίζουν τη σκέψη των μαθητών στην υιοθέτηση τεχνικών για την επίλυση προβλημάτων αναλογιών και η διατύπωση προτάσεων για την όσο το δυνατόν καλύτερη αντιμετώπισή τους.

1.2 Η ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Το Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών του δημοτικού σχολείου θέτει ως γενικό σκοπό της διδασκαλίας των μαθηματικών «να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν τη λογικομαθηματική σκέψη και να κατανοήσουν το περιβάλλον από την άποψη ποσοτικών μεγεθών και σχέσεων, ώστε να αντιμετωπίζουν με επιτυχία προβληματικές καταστάσεις» (ΥΠΕΠΘ, 1996).

Ο Vergnaud θεωρεί ως προβληματική κατάσταση κάθε κατάσταση μέσα στην οποία είναι απαραίτητη η ανακάλυψη σχέσεων, η ανάπτυξη δραστηριοτήτων εξερεύνησης, η διατύπωση υποθέσεων και τελικά η παραγωγή της λύσης (Vergnaud, 1982).

Λύνουμε ένα πρόβλημα σημαίνει πώς αναλύουμε την κατάσταση και τις δοσμένες πληροφορίες, συνάγουμε πιθανόν αλυσίδες απλούστερων καταστάσεων, τις

συσχετίζουμε και αποκαλύπτουμε τις μαθηματικές σχέσεις που τις περιγράφουν και χρησιμοποιούμε τις σχέσεις αυτές και τις ιδιότητες τους για να συνάγουμε τις ζητούμενες πληροφορίες. Βασική προϋπόθεση, λοιπόν, για τη λύση ενός προβλήματος είναι η κατανόησή του. Το παιδί κατανοεί ένα πρόβλημα όταν:

- Με νοερή αναγωγή μπορεί να μεταφερθεί στην προβληματική κατάσταση που περιγράφεται (βιωματικότητα).
- Μπορεί να κατανοήσει τις γλωσσικές πληροφορίες που δίνει (γλώσσα).
- Μπορεί να συσχετίσει τα γλωσσικά σύνολα που το συνθέτουν και να συλλάβει τις πράξεις που απαιτούνται (συλλογισμός) και τέλος
- Μπορεί να εκτελέσει τις πράξεις (αλγόριθμοι)

Όμως για να λύσει το παιδί ένα πρόβλημα, εκτός από το να είναι ικανό να το κατανοήσει, πρέπει:

- Να έχει ενδιαφέρον για να το λύσει.
- Να συγκεντρώνεται επαρκώς στα δεδομένα αλλά και να αλλάζει συσχετισμούς όταν βλέπει πως δεν προχωρά η λύση.
- Να κινητοποιεί τις προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητές του.
- Να οργανώνει, να σχηματοποιεί και να ελέγχει τις πληροφορίες που διαθέτει.
- Να τολμά, να ενεργεί, να ρισκοκινδυνεύει, να κάνει λάθη.
- Να μπορεί να διατυπώνει και να ανακοινώνει τις υποθέσεις, τις στρατηγικές, τις τεχνικές του.
- Να ελέγχει την πορεία της λύσης.
- Να αξιολογεί, να αποδεικνύει, κ.τ.λ. (C.R.D.P., 1987, 12-13).

Ο συλλογισμός για την επίλυση προβλημάτων αναλογιών¹ παίζει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Πολλοί ερευνητές τον θεωρούν «θεμέλιο λίθο» για τις στοιχειώδεις μαθηματικές έννοιες και «ακρογωνιαίο λίθο» για τα ανώτερα μαθηματικά (Lesh, 1988).

Η έννοια της αναλογικότητας καταλαμβάνει μια ιδιαίτερη θέση στη διδασκαλία τόσο των μαθηματικών όσο και των επιστημών γενικότερα, καθώς παίζει σημαντικό ρόλο στην καθημερινή ζωή και συναντάται σε πολλά προβλήματα. Η κατανόηση αυτής συνιστά πρόκληση στη διδασκαλία των μαθηματικών, αφού σε αυτήν στηρίζονται σημαντικές έννοιες και τρόποι μαθηματικού συλλογισμού. Ενώ στο Δημοτικό σχολείο σχετίζεται με τις έννοιες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο επιτρέπει να περιγραφούν οι σχέσεις ανάμεσα σε φυσικά μεγέθη. Από την απλή επίλυση προβλημάτων στο Δημοτικό σχολείο, οι μαθητές σταδιακά εξοικειώνονται από την Α΄ Γυμνασίου με την χρήση γραφικών παραστάσεων, ενώ στις επόμενες τάξεις συσχετίζουν τις αναλογίες με συναρτήσεις κάνοντας έτσι χρήση αλγεβρικών τύπων και αποκτούν με τον τρόπο αυτό μια ολοκληρωμένη μαθηματική έκφραση. Επιπλέον είναι μια έννοια με πολλές εφαρμογές σε άλλα μαθήματα, και επομένως ευνοεί τη διαθεματική προσέγγιση και ταυτόχρονα έχει πολλές εφαρμογές στην καθημερινή ζωή και άρα στο πεδίο των εμπειριών των μαθητών.

Λόγος είναι μια αριθμητική σχέση πρώτης τάξης ανάμεσα σε δύο ποσότητες και αναλογία είναι μια σχέση δεύτερης τάξης, ανάμεσα σε δύο λόγους. Ως εκ τούτου, η κατανόηση των αναλογικών σχέσεων υποδηλώνει μια διαδικασία σύνδεσης δύο λόγων και τεσσάρων στοιχείων. Τα στοιχεία αυτά ανήκουν ανά δύο σε δυο διαφορετικούς χώρους μέτρησης και το είδος της στρατηγικής επίλυσης των

¹ Στο εξής ο συλλογισμός αυτός καθ' όλη την έκταση της εργασίας θα αναφέρεται με τον όρο «αναλογικός συλλογισμός» (μετάφραση του αγγλικού όρου «proportional reasoning»).

προβλημάτων αναλογίας εξαρτάται από το είδος των σχέσεων που χρησιμοποιούνται εντός ή ανάμεσα στους χώρους αυτούς. Έτσι, κάνουμε διάκριση ανάμεσα σε σχέσεις μεταξύ ποσοτήτων του ίδιου είδους – «σχέσεις εντός» - και σε σχέσεις μεταξύ ποσοτήτων διαφορετικού είδους – «σχέσεις εκτός» (Kaput & West, 1994, Lamon, 1994).

Ας θεωρήσουμε δύο μεγέθη, το χρόνο και το μήκος· και μια συνάρτηση f που προσδιορίζει τη μονάδα μήκους ανά μονάδα χρόνου, ονομάζοντας *διάστημα* το μήκος που καλύπτεται στη μονάδα του χρόνου. Οι λόγοι που σχηματίζονται μέσα σε ένα σύστημα (π.χ. χρόνος ή μήκος) ονομάζονται *εσωτερικοί* και τους διακρίνουμε από τους εξωτερικούς λόγους που σχηματίζονται ανάμεσα σε δύο συστήματα. Έτσι, ο εσωτερικός λόγος ερμηνεύεται ως πηλίκο (καθαρός αριθμός) ενώ ο εξωτερικός λόγος μπορεί να συνιστά ένα καινούριο μέγεθος· στη συγκεκριμένη περίπτωση *διάστημα/χρόνος* ισοδυναμεί με το μέγεθος της ταχύτητας. Η σταθερότητα των εξωτερικών λόγων συνεπάγεται μια γραμμική σχέση ανάμεσα στα δύο μεγέθη που συμβολίζεται αλγοριθμικά από τον τύπο: $f(x)=ax$, για κάθε x και με a κάποια σταθερά (Freudenthal., 1983)

Μερικές φορές η ταχύτητα, το σχήμα ή κάποια άλλα χαρακτηριστικά που προσδιορίζονται από έναν σταθερό λόγο ονομάζονται «*ρυθμός*»² ή *εντατική μεταβλητή*³ και διακρίνονται από τις *εκτατικές μεταβλητές*⁴ όπως είναι το μήκος, ο χρόνος και άλλες ποσοτικής περιγραφής του βαθμού ενός γεγονότος ή αντικειμένου. (Karplus, et al., 1983)

Η γραμμικότητα (ή αναλογία) είναι αναμφισβήτητη, μια έννοια κλειδί στα μαθηματικά και στην εκπαίδευση γενικά, από το δημοτικό μέχρι το πανεπιστήμιο.

² μετάφραση του αγγλικού όρου «rate»

³ μετάφραση του αγγλικού όρου «intensive variable»

⁴ μετάφραση του αγγλικού όρου «extensive variable»

Τόσο από ψυχολογικής όσο και από μαθηματικής άποψης, η έννοια της γραμμικότητας έρχεται πρώτη. Ο Rouché (Rouché, 1989) υποστηρίζει ότι εξαιτίας της απλότητας τους οι γραμμικές συναρτήσεις εμφανίζονται αμέσως στο μυαλό του ανθρώπου.

Στην εξελικτική της ανάπτυξη η έννοια της γραμμικότητας εμφανίζεται σε πολλές μορφές: από την παλαιότερη «μέθοδο των τριών» στο δημοτικό σχολείο, στην ιδέα των γραμμικών μοντέλων και των προσεγγιστικών υπολογισμών στην στατιστική στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και στους διανυσματικούς χώρους στα πανεπιστημιακά τμήματα.

Μάλιστα, είναι τόσο δυνατή και ενεργοποιημένη η τάση των μαθητών για εφαρμογή του αναλογικού συλλογισμού «οπουδήποτε» που η πλειοψηφία τους αποτυγχάνει όταν τεθεί ένα πρόβλημα μη αναλογικό. Η χρήση της γραμμικότητας σε μη γραμμικές καταστάσεις, γνωστή ως «πλάνη της γραμμικότητας⁵» είναι μια από τις κλασικές εσφαλμένες αντιλήψεις, ίσως μια από τις παλαιότερες στην ιστορία της μαθηματικής σκέψης. Το πιο γνωστό παράδειγμα αναφέρεται στο διπλασιασμό του τετραγώνου, στο διάλογο του Πλάτωνα «Μένων», στον οποίο ζητείται σε ένα σκλάβο να διπλασιάσει το εμβαδό ενός δεδομένου τετραγώνου και αυτός πρωταρχικά προτείνει το διπλασιασμό των πλευρών του. Ο σκλάβος αυθόρμητα εφαρμόζει την ιδέα της γραμμικής αναλογίας (μεταξύ μήκους και εμβαδού) και αλλάζει γνώμη μόνο όταν ο Σωκράτης τον βοηθά να καταλήξει στο σωστό μέσα από ένα σχέδιο (Bock, et al., 2002).

Το βασικό ενδιαφέρον που παρουσιάζουν τα προβλήματα αναλογιών βρίσκεται στο ότι περιγράφουν μια μεγάλη ποικιλία πραγματικών καταστάσεων, οι

⁵ μετάφραση του αγγλικού όρου «illusion of linearity»

οποίες μπορούν να αντιμετωπιστούν με διαφορετικές διαδικασίες από τους κλασικούς, και ίσως αναμενόμενους από τη διδασκαλία, αριθμητικούς αλγορίθμους.

Για το λόγο αυτό η εννοιολογική ανάλυση των προβλημάτων αναλογιών έχει πολύ μεγαλύτερη σημασία για το σχεδιασμό της διδασκαλίας από ότι μια αλγοριθμική – μαθηματική ανάλυση.

Εξαιτίας της μεγάλης σημασίας αυτού του θέματος στα σχολικά μαθηματικά έχουν γίνει έρευνες για τις έννοιες του λόγου και της αναλογίας και για τα λάθη και τις δυσκολίες των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων λόγου και αναλογίας (Hart, 1988, Karplus, et al., 1983). Πολυάριθμες μελέτες έδειξαν ότι στην εφηβική ηλικία αλλά και πολλοί ενήλικες παρουσιάζουν δυσκολίες σε βασικές έννοιες των κλασμάτων, των λόγων και των αναλογιών καθώς και σε προβλήματα που περιλαμβάνουν αυτές τις έννοιες. Έχει, λοιπόν, διερευνηθεί η σχέση του αναλογικού συλλογισμού με τη χρήση των πολλαπλασιαστικών δομών και η σημασία των τελευταίων για την επαρκή κατανόηση και σωστή επίλυση προβλημάτων που σχετίζονται με την έννοια της αναλογίας. Επίσης, έχει μελετηθεί και η σημασία που έχουν οι εμπειρίες των παιδιών πάνω στο θέμα αυτό, πέρα από τα θεωρητικά μαθηματικά και τις σημασιολογικές αναλύσεις που το αναλυτικό πρόγραμμα προβάλλει. (Vergnaud, 1988, Confrey, 1995, Steffe 1994, Singh, 2001). Γίνεται προσπάθεια να αποδειχθεί ότι οι έννοιες του λόγου και της αναλογίας δεν αναπτύσσονται απομονωμένα, αλλά αποτελούν μέρος του πολλαπλασιαστικού εννοιολογικού πεδίου και να αποσαφηνιστεί η αρχή αυτής της αναπτυξιακής πορείας. Έτσι, και οι Lo & Watanabe (1997) μέσα από μια μελέτη περίπτωσης καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η μαθηματική κατανόηση «κερδίζεται» από τους μαθητές οι οποίοι εξερευνούν και κατασκευάζουν με τρόπο ενεργητικό τη δική τους γνώση και

ότι το Αναλυτικό Πρόγραμμα επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό την επιτυχία της διδασκαλίας και της κατανόησης από τη μεριά των μαθητών.

Βέβαια, ως προς το είδος των μεταβλητών που υπάρχουν στο πρόβλημα καθώς και ανάλογα με το είδος της ερώτησης που τίθεται κάθε φορά, οι ερευνητές προσπάθησαν να κάνουν κάποια διάκριση των προβλημάτων που απαιτούν αναλογικό συλλογισμό. Έτσι μπορούμε να συναντήσουμε:

- Προβλήματα στα οποία λείπει μια τιμή, όπου δίνονται οι τιμές των τριών μεταβλητών και ζητείται η τιμή της τέταρτης μεταβλητής (missing value problems).
- Αριθμητικά προβλήματα σύγκρισης, όπου δίνονται πλήρως και οι δύο λόγοι (ρυθμοί), δεν απαιτείται καμία αριθμητική απάντηση, αλλά καλούνται οι λύτες να συγκρίνουν τους δύο λόγους (comparison's problems).
- Ποιοτική πρόβλεψη και προβλήματα σύγκρισης στα οποία απαιτούνται συγκρίσεις ανεξάρτητες από συγκεκριμένα αριθμητικά δεδομένα. (Cramer, et al., 1993)

Ακόμα, οι Tourniaire & Pulos (1995), μετά από μια ανασκόπηση της μελέτης περί αναλογικού συλλογισμού δείχνουν έναν αριθμό παραγόντων που σχετίζονται με το περιεχόμενο και την αριθμητική δομή των προβλημάτων αναλογικού συλλογισμού και θεωρούνται υπαίτια πολλές για την ποικιλία παραστάσεων των μαθητών. Έτσι, ως προς το είδος των μεταβλητών που σχετίζονται με το περιεχόμενο του προβλήματος γίνεται διάκριση μεταξύ συνεχών μεταβλητών και μεταβλητών που παρουσιάζονται σε προβλήματα με μίγματα, ενώ ως προς την αριθμητική δομή οι παραστάσεις των μαθητών υποστηρίζεται ότι επηρεάζονται από την παρουσία ακέραιων λόγων και της αριθμητικής συνθετότητας. Παράλληλα, οι Cramer & Post (1993) καθόρισαν τις σωστές στρατηγικές επίλυσης μαθητών – εφήβων οι οποίοι

έκαναν χρήση αναγωγής της μονάδας, κλασμάτων και σταυρωτών γινομένων. Οι Tournaire & Pulos (1995) επισημαίνουν λάθη των μαθητών που περιλαμβάνουν την άγνοια βασικών δεδομένων και τη χρήση προσθετικών στρατηγικών εκεί όπου η πολλαπλασιαστική σύγκριση είναι απαραίτητη.

Γενικά, οι έρευνες γύρω από τη μελέτη της συμπεριφοράς των παιδιών σε σχέση με τα προβλήματα των αναλογιών κατέγραψαν μια μεγάλη ποικιλία στρατηγικών επίλυσης που χρησιμοποιούν οι μαθητές, οι οποίες έχουν σχέση τόσο με το επίπεδο του λύτη όσο και με τις διάφορες παραμέτρους που υπεισέρχονται στην εκφώνηση του προβλήματος. Έτσι, αναφέρονται:

I) Σύγκριση του λόγου των δύο διαφορετικών μεταβλητών χρησιμοποιώντας «εξωτερικούς λόγους» ή ένα «λόγο συνάρτηση». Πρόκειται για μια μέθοδο που έγκειται στον προσδιορισμό του λόγου που δίνει την τιμή ανά μονάδα ή τη μονάδα ανά τιμή⁶.

II) Σύγκριση λόγων της ίδιας μεταβλητής χρησιμοποιώντας «εσωτερικούς λόγους» ή ένα «λόγο κλίμακα»

III) Συγκρίνοντας την τιμή της ίδιας ποσότητας, βρίσκοντας κοινούς παράγοντες, ή ποσότητες που είναι κοινοί παράγοντες της «τιμής ανά μονάδα», ή της «μονάδας ανά τιμή».

IV) Κατασκευαστική στρατηγική. Πρόκειται για μια σταδιακή (αθροιστική ή πολλαπλασιαστική) κατασκευή της απάντησης η οποία είναι αποτελεσματική μόνο σε περίπτωση που το πρόβλημα περιλαμβάνει ακέραιους λόγους, γεγονός που επιβεβαιώνει τα ευρήματα άλλων ερευνών που υποστηρίζουν ότι η δομή των αριθμών που υπάρχουν στο πρόβλημα επηρεάζει την επιλογή στρατηγικής επίλυσης.

V) Αναζητώντας τους λόγους των διαφορών ανάμεσα στις ίδιες μεταβλητές.

⁶ Έρευνες των Heller, et al, (1985); Post et al., (1985) σε μαθητές γυμνασίου, αποκαλύπτουν ότι η μέθοδος της Αναγωγής στη Μονάδα χρησιμοποιείται ευρύτερα από τους μαθητές οι οποίοι δεν έχουν δεχτεί τυπική διδασκαλία του κλασικού αλγορίθμου των σταυρωτών γινομένων.

VI) Χρησιμοποιώντας τους αριθμούς που υπάρχουν στο πρόβλημα, αλλά με τρόπο που δεν ανταποκρίνεται στο περιεχόμενο του προβλήματος· για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα απλής αναλογίας ο μαθητής να σχηματίζει ίσα γινόμενα με τις τιμές των δύο διαφορετικών μεταβλητών, αντί για σταυρωτά γινόμενα.

VII) Κάνοντας σύγκριση με χρήση των τιμών της μιας μεταβλητής και αγνοώντας, έτσι, μέρος των δεδομένων του προβλήματος. Πρόκειται για μια λανθασμένη στρατηγική η οποία είναι ιδιαίτερα ελκυστική για τα παιδιά.

VIII) Δίνοντας μια απάντηση, περισσότερο συναισθηματική ως προς την ερώτηση ή τα δεδομένα του προβλήματος.

Οι παραπάνω στρατηγικές έχουν καταγραφεί στα πλαίσια της έρευνας των Chain et al. (1998) οι οποίοι χρησιμοποίησαν προβλήματα απλής αναλογίας, αλλά συμφωνούν και με άλλες ανάλογες έρευνες (Freudenthal, (1983), Tourniare & Pulos (1995), Lamon (1994), Hart (1981), Tourniare (1986), Karplus, et al (1983).

Η μελέτη της σκέψης των παιδιών έδειξε ότι συχνά αυτά χρησιμοποιούν προσθετικές τεχνικές για τη λύση προβλημάτων που σχετίζονται με πολλαπλασιαστικές δομές (Hart, 1981,1988, Noelting, 1980b, Vergnaud, 1988, Lamon 1994, Resnick & Singer, 1993). Ακόμη, έχουν γίνει μελέτες που ερευνούν την κυριαρχία της γραμμικότητας σε μαθητές 12–16 ετών που εργάστηκαν πάνω σε προβλήματα που περιλαμβάνουν μήκη και εμβαδά όμοιων σχημάτων ή διαφορετικών ειδών σχημάτων (Bock, et al., 1998). Οι παραπάνω έρευνες εστιάζονται κατά βάση στην περιοχή των ευθέως αναλόγων ποσών ή ακόμα και στον έλεγχο της επίδρασης της γραμμικότητας σε προβλήματα που δεν σχετίζονται με αυτήν.

Ταυτόχρονα, έχουν διερευνηθεί οι στρατηγικές αναπαράστασης των λόγων και των αναλογιών. Οι αναλογίες εκφράζονται σαν σχέση ανάμεσα σε τρεις βασικές ποσότητες που συνδέονται μεταξύ τους, ένα σύνολο και δύο μέρη, και μπορούν να

αναπαρασταθούν από δύο διαφορετικά σχήματα: το σχήμα μέρος – όλο και το σχήμα μέρος – μέρος. Στην πρώτη περίπτωση αντιπροσωπεύεται η σχέση ενός μέρους από ένα σύνολο και στην δεύτερη περίπτωση η σχέση του δύο μέρων μεταξύ τους. Τα δεδομένα της έρευνας των Singer & Resnick (1993) αποκαλύπτουν πως οι αναπαραστάσεις των παιδιών γενικά βασίζονται στα μέρη. Αυτό υποστηρίζεται από το εύρημα ότι τα υποκείμενα συχνά δημιουργούν ένα μέρος που λείπει και μόνο σπάνια ένα σύνολο που λείπει. Οι ερευνητές, λοιπόν, προτείνουν ότι η σχέση των δύο μερών – το ένα προς το άλλο- χρειάζεται να θεωρηθεί ως μια από τις πρωτοποσοτικές αρχές της πολλαπλασιαστικής γνώσης της σχετικής με τον αναλογικό συλλογισμό.

Παράλληλα, μέσα από μια σύνοψη ερευνών αποκαλύπτονται οι παράμετροι που φαίνεται να καθορίζουν τη δυσκολία ενός προβλήματος αναλογίας και μπορεί να είναι είτε εξωτερικές, δηλαδή αλγοριθμικές και συντακτικές παράμετροι, είτε εσωτερικές, δηλαδή εννοιολογικές παράμετροι. Στην πρώτη κατηγορία, φαίνεται να ανήκουν:

- 1) Η αριθμητική τιμή του σχηματιζόμενου από τα δεδομένα που υπάρχουν στο πρόβλημα λόγου, που μπορεί να είναι ακέραιος, δεκαδικός, ή άλλου τύπου. Συγκεκριμένα, υποστηρίζεται ότι ένας ακέραιος λόγος καθιστά το πρόβλημα ευκολότερο.
- 2) Το είδος και το μέγεθος των αριθμών που υπάρχουν στην εκφώνηση του προβλήματος. Μάλιστα, τα προβλήματα στα οποία οι αριθμοί που εκφράζουν ποσοτικά ένα μέγεθος φαίνεται να θεωρούνται πιο εύκολα από ότι τα προβλήματα που περιλαμβάνουν μεγαλύτερους αριθμούς. Επιπροσθέτως, αν οι αριθμοί αυτοί είναι ακέραιοι διευκολύνουν ακόμη περισσότερο το πρόβλημα. (Dupuis & Pluinage, 1981).

- 3) Η φύση των μεταβλητών που υπάρχουν στην εκφώνηση και μπορεί να είναι συνεχείς, διακριτές, ή μικτές. Η εμβέλεια της μεθόδου αυτής βρίσκεται σε συνάρτηση με το είδος του προβλήματος. (Vernaugd, et al., 1979, Tournaire & Pulos, 1985)
- 4) Η παρουσία εργαλείων τα οποία βοηθούν στην κατανόηση του προβλήματος μέσω οπτικοποίησης της σχέσης αναλογίας που εκφράζουν, όπως για παράδειγμα ο πίνακας αναλογιών (Dupuis & Pluinage, 1981) και οι γραφικές παραστάσεις.

Στην δεύτερη κατηγορία παραμέτρων που αφορούν στην εννοιολογική δομή του προβλήματος φαίνεται να παίζει ρόλο:

1) Το νόημα του σχηματιζόμενου από τα δεδομένα λόγου. Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν δύο λόγοι μοναδικοί για ένα δοσμένο ζευγάρι αριθμών, που είναι αντίστροφοι ο ένας ως προς τον άλλο. Ο ένας, συνήθως είναι ιδιαίτερα χρηστικός και ο άλλος είναι πιο δύσκολα ερμηνεύσιμος. Για παράδειγμα δεδομένου του προβλήματος «5 δίσκοι κοστίζουν 450 cents. Πόσους δίσκους μπορώ να αγοράσω με \$10», οι λόγοι μπορούν να εκφραστούν με δύο τρόπους:

$$\frac{450 \text{ cents}}{5 \text{ δίσκους}} \quad \text{ή} \quad \frac{5 \text{ δίσκοι}}{450 \text{ cents}}$$

Ο πρώτος λόγος ερμηνεύεται ως 90 cents για ένα δίσκο, ενώ ο δεύτερος ως 0,0111... δίσκους ανά cent. Αυτός είναι μαθηματικά σωστός και εύχρηστος αλλά εμείς ενδιαφερόμαστε για το πόσους δίσκους μπορούμε να αγοράσουμε με \$10. Το πρόβλημα αυτό λύνεται συνήθως με διαίρεση των \$10 με τα 90 cents. Αυτή η επιλογή δυσκολεύει το μαθητή. (Post, et al., 1988)

2) Το είδος του προβλήματος και

3) Η εννοιολογική συμμετρία των δύο καταστάσεων της εκφώνησης . Μάλιστα, όταν τα δύο μέρη του προβλήματος είναι συμμετρικά το πρόβλημα θεωρείται ευκολότερο από ότι σε αντίθετη περίπτωση.

Η παραπάνω διάκριση παραμέτρων περιγράφεται στο «Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών» της Κολέζα Ε. (2000)

Αλλά ποια είναι η ρίζα αυτών των δυσκολιών; Ποια αριθμητική γνώση μπορεί να είναι χρήσιμη για την ανάπτυξη αυτών των εννοιών; Ο Vergnaud (1988) χρησιμοποίησε τον όρο «εννοιολογικό πεδίο των πολλαπλασιαστικών δομών» για να αναφέρει ότι «όλες οι καταστάσεις μπορεί να αναλυθούν σε προβλήματα απλής ή πολλαπλής αναλογίας». Όπως έδειξε ο Vergnaud, οι μαθηματικές έννοιες που συνδέονται με αυτές τις καταστάσεις περιλαμβάνουν τον *πολλαπλασιασμό*, τη *διαίρεση*, το *κλάσμα*, το *λόγο* και την *αναλογία* και τις *γραμμικές συναρτήσεις*. Πρότεινε λοιπόν ότι οι μαθητές αναπτύσσουν αυτές τις έννοιες όχι μεμονωμένα, αλλά σε σχέση με κάθε άλλη σε μεγάλες χρονικές περιόδους και με εμπειρία μεγάλου αριθμού καταστάσεων.

Το πρόβλημα της διδασκαλίας των πολλαπλασιαστικών δομών συνδέεται με τους τρόπους με τους οποίους διδάσκουμε τις αναλογίες στο σχολείο. Πολύ συχνά αγνοείται η εμπειρία του παιδιού για το λόγο και τις αναλογίες έξω από τα τυπικά μαθήματα των Μαθηματικών και διδάσκονται αλγόριθμοι με τεχνικές ξένες προς τα παιδιά. Αυτές οι τεχνικές μπορεί να είναι χρήσιμες για να δώσουν απάντηση σε ένα πρόβλημα, αλλά δεν παρέχουν πλούσιες μαθησιακές εμπειρίες στους μαθητές για να κατανοήσουν την έννοια του λόγου και της αναλογίας (Singh P, 2001).

Επιπροσθέτως, σύμφωνα με την έρευνα των Φιλίππου, Χρίστου, (1999) σε μαθητές Δ΄ και Ε΄ τάξης, φαίνεται ότι αυτοί χρησιμοποιούν βασικές σχέσεις των

αναλογιών, πριν διδαχθούν προβλήματα αναλογίας. Το άτυπο μοντέλο λύσης προβλημάτων αναλογίας στηρίζεται στην εμπειρία τους από τη λύση προβλημάτων πολλαπλασιασμού και διαίρεσης. Η προ – αναλογική σκέψη επιτρέπει τη λύση αυτών των προβλημάτων, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι οι μαθητές έχουν κατανοήσει βασικές δομές σχέσεων που χαρακτηρίζουν τον αναλογικό τρόπο σκέψης. Η οικοδόμηση του άτυπου μοντέλου Αναγωγής στη Μονάδα από τους μαθητές φαίνεται να βασίζεται στην ασφάλεια των μοντέλων πολλαπλασιαστικής δομής.

Παράλληλα, και ενώ μελέτες έχουν δείξει ότι η εσφαλμένη χρήση του γραμμικού συλλογισμού επηρεάζεται από τα διαφορετικά χαρακτηριστικά του προβλήματος, έγινε μια προσπάθεια για μια διερεύνηση σε βάθος, μέσω ατομικών συνεντεύξεων, της ανάλυσης της βασικής πορείας της σκέψης των μαθητών που εφαρμόζουν λανθασμένα τεχνικές αναλογίας και πώς η πορεία αυτή επηρεάζεται από τις συνήθειες και τα πιστεύω τους. Η έρευνα αυτή των De Bock, et al. (2002), αποκάλυψε ότι αν και αρκετοί μαθητές, φαίνεται να πιστεύουν ότι οι ποσότητες πάντα συνδέονται αναλογικά (γραμμικά), η εσφαλμένη χρήση της αναλογικότητας είναι συχνά αποτέλεσμα επιφανειακού, ή διαισθητικού συλλογισμού που επηρεάζεται από συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες, συνήθειες και πιστεύω που οδηγούν σε έναν ανεπαρκή ή λανθασμένο χειρισμό των ποσοτήτων⁷.

Επιπροσθέτως, οι Karplus, et al., (1983) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα προβλήματα αναλογικού συλλογισμού βαθμιαία λύνονται με σωστό τρόπο, ανάλογα με την ηλικία και την εμπειρία και ότι προοδευτικά όλο και περισσότερο σύνθετα προβλήματα αναλογικού συλλογισμού μπορούν να επιλυθούν.

Στα πλαίσια του προβληματισμού αυτού εντάσσεται και η συγκεκριμένη ερευνητική εργασία. Η διερεύνηση της συμπεριφοράς των μαθητών σε ότι αφορά την

⁷ Στην έρευνα αυτή οι έννοιες αναλογικότητα και γραμμικότητα θεωρούνται συνώνυμες.

επίλυση προβλημάτων σχετικών με την έννοια των αναλογιών, δε φαίνεται να έχει απασχολήσει ιδιαίτερα τους ερευνητές στον ελληνικό χώρο. Συγκεκριμένα, έχουν εκπονηθεί κάποιες έρευνες στις οποίες υπάρχουν ενσωματωμένα ένα, ή περισσότερα προβλήματα που αφορούν κυρίως σε ανάλογα ποσά, ή διαπραγματεύονται γενικά την έννοια του λόγου (Δαφέρμος, Β, 1998, 2000, Πόταρη, Δ., 1989, Καλδρυμίδου, κ.α, 2000), ενώ από το διεθνή χώρο συλλέγουμε κάποια αποσπασματικά στοιχεία από σχετικές έρευνες οι οποίες καταπιάνονται με ορισμένες πτυχές του ερευνόμενου θέματος και μάλιστα οι περισσότερες αναφέρονται σε μαθητές ηλικίας άνω των 12 ετών και λιγότερο στους μαθητές της στοιχειώδους εκπαίδευσης. Παράλληλα, η πλευρά που θεωρείται ιδιαίτερα αδιερεύνητη είναι εκείνη της συμπεριφοράς των μαθητών ως προς τα προβλήματα που αφορούν σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά καθώς επίσης και ως προς εκείνα που σχετίζονται με πολλαπλή αναλογία, δηλαδή προβλήματα στα οποία αναφέρονται περισσότερα από δύο μεγέθη που συνδέονται μεταξύ τους πολλαπλασιαστικά.

1.3 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Με βάση την παραπάνω προβληματική, στην παρούσα ερευνητική εργασία πρόθεση μας είναι να εξετάσουμε τα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

1. Ποιες είναι οι στρατηγικές που ακολουθούν τα παιδιά για την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν ποσά ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα ή πολλαπλώς ανάλογα⁸;
2. Ποιες είναι οι αναπαραστάσεις των παιδιών σε σχέση με αυτά τα προβλήματα;
3. Ποιες είναι οι δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων αναλογιών;
4. Ποιες είναι οι παράμετροι που επηρεάζουν τη δυσκολία των προβλημάτων αναλογιών;
5. Υπάρχει σχέση μεταξύ των διαδικασιών επίλυσης προβλημάτων αναλογιών και των παραμέτρων που υπεισέρχονται στην εκφώνηση του προβλήματος;
6. Υπάρχει σχέση ανάμεσα στην στρατηγική που επιλέγουν οι μαθητές και στην επίδοση τους στις πράξεις με τα αριθμητικά δεδομένα του προβλήματος;
7. Υπάρχει σχέση μεταξύ της επίδοσης των μαθητών στην επίλυση των προβλημάτων και της διδασκαλίας που έχουν δεχτεί;

⁸ Προβλήματα που περιλαμβάνουν τρία μεγέθη που συνδέονται μεταξύ τους πολλαπλασιαστικά

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

2.1. ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ

Γενικός σκοπός της έρευνας που θα πραγματοποιηθεί, είναι η διερεύνηση της συμπεριφοράς των μαθητών ηλικίας 11 – 12 ετών σε ότι αφορά την έννοια της αναλογίας μέσα από την επίλυση προβλημάτων. Επιχειρείται, έτσι, μια ανάλυση που αποβλέπει στην ανάδειξη του πολυδιάστατου χαρακτήρα του θέματος των αναλογιών, ως ένα τμήμα του πεδίου των πολλαπλασιαστικών δομών καθώς επίσης και του τρόπου αντιμετώπισης του από τους μαθητές.

Ειδικότερα οι στόχοι της παρούσας έρευνας είναι:

1. Η καταγραφή των στρατηγικών – τεχνικών που χρησιμοποιούν τα παιδιά στην επίλυση προβλημάτων αναλογιών.
2. Ο προσδιορισμός των αναπαραστάσεων των μαθητών που είναι σχετικές με τις έννοιες ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών και πως αυτές επηρεάζονται από τα χαρακτηριστικά (εννοιολογικά – συντακτικά) του προβλήματος.
3. Ο εντοπισμός των δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων αναλογιών και οι παράμετροι που σχετίζονται με αυτές τις δυσκολίες, τόσο σε σχέση με τον λύτη, όσο και σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος.
4. Ο προσδιορισμός των παραμέτρων που επηρεάζουν τη δυσκολία των προβλημάτων αναλογιών.
5. Η εξέταση της κυριαρχίας, ή μη του γραμμικού μοντέλου και κατά συνέπεια του αναλογικού συλλογισμού.

6. Η εξέταση της σχέσης ανάμεσα στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων που περιλαμβάνουν ποσά ανάλογα, αντιστρόφως ανάλογα, ή πολλαπλώς ανάλογα και στη διδασκαλία που έχουν δεχτεί οι μαθητές.
7. Ο εντοπισμός των εξωτερικών (αλγοριθμικών και συντακτικών) αλλά και των εσωτερικών (εννοιολογικών) παραμέτρων που καθορίζουν το βαθμό δυσκολίας ενός προβλήματος αναλογίας.

2.2. ΜΕΘΟΔΟΙ – ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Το δείγμα της έρευνας από το οποίο θα αντληθούν τα παραπάνω στοιχεία είναι μαθητές ηλικίας 11 – 12 ετών. Στην ηλικία αυτή τα παιδιά έχουν περάσει από το στάδιο των συγκεκριμένων πράξεων στο στάδιο των τυπικών πράξεων κατά το οποίο μπορούν να σκέφτονται μόνο με λεκτικά σχήματα. «Μερικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα της περιόδου αυτής που σχετίζονται με τη μάθηση των μαθηματικών είναι:

- ❖ Η σκέψη απαλλάσσεται από το βάρος του συγκεκριμένου και στηρίζεται στις πνευματικές εικόνες, στις έννοιες, στα σύμβολα. Η διδασκαλία μπορεί να χρησιμοποιεί προτάσεις διατυπωμένες με μαθηματική γλώσσα που μπορεί να είναι είτε λεκτική, είτε συμβολική, είτε παραστατική.
- ❖ Η σκέψη γίνεται υποθετικο-απαγωγική. Το παιδί μπορεί να κάνει υποθέσεις και να τις επαληθεύει με λογική μέθοδο.
- ❖ Η κατανόηση των φυσικών μεγεθών ολοκληρώνεται σε αυτό το επίπεδο. Το διάστημα, ο χρόνος και η ταχύτητα κατανοούνται από την συσχέτισή τους που εκφράζεται με τον τύπο:

$$u = \frac{s}{t}$$

- ❖ Η σκέψη είναι προβλεπτική του αποτελέσματος και διορθωτική της συμπεριφοράς. Αναπαριστά νοερά μια λύση, ελέγχει την ορθότητα της, την απορρίπτει και επιστρέφει στην αφετηρία ζητώντας νέα» (Τρούλης Γ.,1992, σσ. 83-84).

Στη στοιχειώδη αριθμητική, το φαινόμενο του εσφαλμένου αναλογικού συλλογισμού σχετίζεται συχνά με την «έλλειψη κατασκευής νοήματος». Η περίπτωση αυτή έχει να κάνει με τα «προβλήματα ψευδοαναλογικότητας⁹» όπου πολλοί μαθητές δίνουν απαντήσεις που βασίζονται σε μια ευθεία αναλογία¹⁰. Επίσης, περιπτώσεις που μοντελοποιούνται με την ευθεία αναλογία προσφέρουν μια πολύ δύσκολη διαδικασία προσέγγισης¹¹ και μόνο πολύ λίγοι μαθητές εμφανίζονται να συνειδητοποιούν ότι η ευθεία αναλογία δίνει μόνο μια προσεγγιστική απάντηση.

Πολύ γνωστά παραδείγματα της λανθασμένης χρήσης της γραμμικότητας προέρχονται από το πεδίο της γεωμετρίας και των μετρήσεων. Πρόκειται για την εσφαλμένη εφαρμογή της γραμμικότητας σε προβλήματα που περιλαμβάνουν σχέσεις ανάμεσα σε μήκη και εμβαδά ή όγκους ομοίων μεγενθυμένων ή συρρικνωμένων σχημάτων. (De Bock, et al., 2002, 312 - 314). Μάλιστα σε προβλήματα ομοιότητας σχημάτων και στερεών ο εσφαλμένος αναλογικός συλλογισμός είναι μια ευρεία και σχεδόν ακατάβλητη τάση των μαθητών (De Bock, et al., 1998, 2002). Εξαιτίας αυτής της τάσης, η πλειοψηφία των μαθητών αποτυγχάνει σε μη αναλογικά προβλήματα. Μόνο λίγοι μαθητές εμφανίζονται να αλλάζουν απόψεις προς τον σωστό αναλογικό συλλογισμό μετά από σημαντική υποστήριξη (όπως σχέδια, μεταγνωστικά ερεθίσματα που επιστούν την προσοχή των παιδιών στην προβληματική κατάσταση

⁹ Μετάφραση του αγγλικού όρου «pseudoproportionality problems». Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι το εξής: «Ένα πουκάμισο χρειάζεται 15 λεπτά για να στεγνώσει έξω. Πόσο χρόνο χρειάζονται τα 3 πουκάμισα έξω;»

¹⁰ Στο παραπάνω πρόβλημα πολλοί μαθητές απαντούν ότι τριπλασιάζεται ο χρόνος στεγνώματος επειδή τριπλασιάστηκε ο αριθμός των πουκαμίσων.

¹¹ Για παράδειγμα στο εξής πρόβλημα: «Ο καλύτερος χρόνος του John στο τρέξιμο των 100 μέτρων είναι 17 δευτερόλεπτα. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να τρέξει 1 χιλιόμετρο;»

του λεκτικού προβλήματος, κ.α).

Γενικά, πάντως αν και η έννοια της αναλογίας είναι πολύ σημαντική και το παιδί έρχεται από πολύ νωρίς σε επαφή με καταστάσεις που περιλαμβάνουν την έννοια αυτή, οι μαθητές της ηλικίας που θα μελετήσουμε βρίσκονται στο εξής επίπεδο μάθησης:

- ❖ Είναι ικανοί να βρίσκουν το λόγο δύο μεγεθών και να συγκρίνουν δύο μεγέθη χρησιμοποιώντας το λόγο τους.
- ❖ Μπορούν να σχηματίζουν αναλογίες.
- ❖ Μπορούν να βρίσκουν τον άγνωστο όρο μιας αναλογίας.
- ❖ Είναι ικανοί να λύνουν προβλήματα με αναγωγή στη μονάδα.
- ❖ Μπορούν να ελέγχουν αν δύο ποσά είναι ανάλογα μέσω της σταθερότητας του λόγου των τιμών τους και αντίστοιχα αντιστρόφως ανάλογα μέσω της σταθερότητας του γινομένου των τιμών τους.

Το τελευταίο σημείο, μάλιστα, προκύπτει μετά τη διδασκαλία των αντίστοιχων ενοτήτων «Ποσά που είναι ανάλογα» και «Ποσά που είναι αντιστρόφως ανάλογα» με τις αντίστοιχες λύσεις προβλημάτων στο β' τεύχος του εγχειριδίου των μαθηματικών της ΣΤ' τάξης.

Ένα άτομο που έχει κατανοήσει την έννοια της αναλογίας έχει τη νοητική ευλυγισία να προσεγγίζει προβλήματα από πολλαπλές προοπτικές και την ίδια στιγμή δεν επηρεάζεται από το μέγεθος των αριθμών που υπάρχουν στο πρόβλημα ή από το περιεχόμενο του προβλήματος. Παράλληλα, αυτό το άτομο είναι ικανό να διακρίνει τις καταστάσεις που περιγράφουν αναλογία από εκείνες που είναι μη αναλογικές. (Post T., et al, 1988)

Στην παρούσα μελέτη, η συλλογή των απαραίτητων πληροφοριών για την εξαγωγή συμπερασμάτων θα γίνει μέσω ενός ερωτηματολογίου – κριτηρίου το οποίο

θα περιλαμβάνει διάφορα προβλήματα που σχετίζονται με τα ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά καθώς και προβλήματα πολλαπλής αναλογίας.

Πρέπει να σημειωθεί ακόμα ότι το θέμα της έρευνας μας δεν έχει ένα τυποποιημένο ερευνητικά μέρος. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει ένα όργανο συλλογής πληροφοριών το οποίο να είναι κοινά αποδεκτό από τους ερευνητές και επαναληπτικά χρησιμοποιημένο, αλλά πρόκειται για ένα ερωτηματολόγιο που θα περιλαμβάνει προβλήματα της δικής μας επιλογής και είναι σχεδιασμένο με βάση τις δικές μας υποθέσεις, καθορίζοντας έτσι τόσο το είδος, όσο και την ποιότητα των ερευνητικών δεδομένων που θα συλλεχθούν και στη συνέχεια θα μετρηθούν.

2.3. Ο ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Τα υποκείμενα της έρευνας ήταν μαθητές που φοιτούσαν στην Α΄ Γυμνασίου. Η επιλογή των υποκειμένων έγινε με κριτήριο το να έχουν δεχτεί διδασκαλία της έννοιας της αναλογίας. Η συγκεκριμένη έννοια, μέσα από τη λύση προβλημάτων που περιλαμβάνουν ανάλογα ποσά, αντιστρόφως ανάλογα ποσά, ή και πολλαπλώς ανάλογα ποσά γίνεται συστηματικά στην ΣΤ΄ τάξη και μάλιστα κατά το μήνα Μάρτιο – Απρίλιο.

Επιπλέον, στο Γυμνάσιο γίνεται πια μια διασπορά των μαθητών από το Δημοτικό Σχολείο στο οποίο φοιτούσαν, με αποτέλεσμα σε κάθε τάξη να υπάρχουν μαθητές προερχόμενοι από διαφορετικά Δημοτικά Σχολεία και κατά συνέπεια με διαφορετικές ροπές και γνώσεις σε σχέση με την ερευνώμενη έννοια της αναλογίας. Το δείγμα των υποκειμένων που μελετήσαμε αποτελείτο από 320 υποκείμενα, μετά την απόρριψη υποκειμένων που δεν είχαν συμπληρώσει το ερωτηματολόγιο σε ικανοποιητικό βαθμό και κατανέμεται ως εξής:

ΓΥΜΝΑΣΙΟ	2^ο Γυμνάσιο Ηρακλείου	5^ο Γυμνάσιο Ηράκλειου
ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ	216	104

2.4. ΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Πριν τη σύνταξη του κριτηρίου, στην τελική του μορφή, όπως αυτό χρησιμοποιήθηκε στα πλαίσια της έρευνας μας, προηγήθηκε μια πιλοτική έρευνα. Η έρευνα αυτή πραγματοποιήθηκε το Μάιο του 2004 σε 143 μαθητές ΣΤ΄ Τάξης του 1^{ου}, του 5^{ου}, του 6^{ου} και του 8^{ου} Δημοτικού Σχολείου Ρεθύμνου και των 25^{ου}, 27^{ου} και Δημοτικού Σχολείου Τάλως Ηρακλείου. Αυτό σημαίνει ότι για όλο το δείγμα είχε ολοκληρωθεί η διδασκαλία των αναλόγων και αντιστρόφως αναλόγων ποσών. Για τις ανάγκες της προέρευνας αυτής συντάχθηκε κριτήριο, με σκοπό τη συλλογή πληροφοριών σχετικών με τις γνώσεις και γενικά τη συμπεριφορά των μαθητών απέναντι στις συγκεκριμένες έννοιες.

Ταυτόχρονα, σκοπός της έρευνας αυτής ήταν να δοκιμαστεί ο τρόπος επίδοσης του ερωτηματολογίου, τα κενά, οι ελλείψεις και οι ασάφειες που τυχόν παρουσίαζαν τα δοσμένα προβλήματα, η επάρκεια χρόνου που απαιτείται για τη συμπλήρωση του καθώς επίσης και η αποτελεσματικότητα του συστήματος κωδικοποίησης των απαντήσεων (Βάμβουκας, 1998).

Από την προέρευνα αυτή διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές, παρουσιάζουν δυσκολίες σε ότι αφορά κυρίως τα προβλήματα που περιλαμβάνουν ποσά αντιστρόφως ανάλογα, ή ποσά πολλαπλώς ανάλογα. Με αφορμή, λοιπόν, τη βιβλιογραφική επισκόπηση και τα δεδομένα της πιλοτικής έρευνας και με βάση τα παραπάνω ερωτήματα της έρευνας διατυπώνουμε τις υποθέσεις της.

«Οι μαθητές, κατά το τέλος της Στοιχειώδους Εκπαίδευσης, έχουν αποκτήσει αποσπασματικές γνώσεις για να αντιμετωπίζουν με επιτυχία προβληματικές καταστάσεις που αφορούν στην έννοια της αναλογίας και υιοθετούν εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης .»

Πιο συγκεκριμένα,

A. Οι μαθητές αντιμετωπίζουν με μεγαλύτερη επιτυχία προβλήματα που αφορούν σε ανάλογα ποσά από ότι σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά.

B. Οι μαθητές σε προβλήματα πολλαπλώς αναλόγων ποσών δυσκολεύονται να λάβουν υπόψη το σύνολο των ποσοτήτων του προβλήματος και να τις εντάξουν σε ένα ορθό σχήμα επίλυσης.

Γ. Η μορφή της εκφώνησης του προβλήματος καθώς και η φύση των μεταβλητών που υπάρχουν σε αυτήν επηρεάζει την επίδοση των μαθητών.

Ειδικότερα,

i) τα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας όπου η κατάσταση που περιγράφεται στην εκφώνηση περιλαμβάνει μεγέθη που είναι διακριτά και συνιστούν ποσότητες οικείες στο μαθητή διευκολύνεται η αναπαράσταση τους από αυτόν με συνέπεια την επιτυχημένη επίλυση τους.

ii) σε προβλήματα πολλαπλής αναλογίας, όταν στην εκφώνηση δίδεται, ή ζητείται η τιμή της σύνθετης μονάδας, ο μαθητής καθοδηγείται στην επίλυση του προβλήματος με μεγαλύτερη ευκολία από ότι στην περίπτωση που στο πρόβλημα δε γίνεται καμία νύξη σχετικά με την τιμή αυτή.

2.5. Η ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥ ΟΡΓΑΝΟΥ ΣΥΛΛΟΓΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ – ΤΕΧΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ

Η συλλογή των πληροφοριών έγινε μέσω ερωτηματολογίου που σχεδιάστηκε με βάση τις υποθέσεις της έρευνας. Πρόκειται για ένα ερωτηματολόγιο – κριτήριο με δέκα προβλήματα προς επίλυση και κρίθηκε ως η πιο κατάλληλη μορφή συλλογής στοιχείων για ένα σχετικά μεγάλο αριθμό υποκειμένων καθώς για κάθε πρόβλημα που το παιδί καλείτο να επιλύσει λαμβάνουμε στοιχεία για τον τρόπο σκέψης του, τη στρατηγική που ακολουθούσε και τις δυσκολίες που συναντούσε. Αξίζει να σημειωθεί ότι και στην πιλοτική έρευνα χρησιμοποιήθηκε ένα ερωτηματολόγιο παρεμφερές με το ερωτηματολόγιο της έρευνας το οποίο με βάση τις απορίες των μαθητών, τις δυσκολίες κατά την επίδοση του και τη χρονική διάρκεια συμπλήρωσης του, τροποποιήθηκε, εξελίχθηκε και πήρε την τελική του μορφή για να χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στα πλαίσια της ερευνητικής μας δραστηριότητας.

Οι ερωτήσεις – προβλήματα ήταν, όπως προαναφέρθηκε, δέκα συνολικά. Πρόκειται για ανοιχτού τύπου ερωτήσεις που απαιτούσαν συνολικό χρόνο τρία 45λεπτα για τη συμπλήρωσή τους.

2.6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ

Τα προβλήματα που τέθηκαν στα υποκείμενα της έρευνας μας είναι τα ακόλουθα:

Πρόβλημα 1.1:

Το πρόβλημα αυτό τέθηκε με δύο εκφωνήσεις που διαφέρουν μεταξύ τους μόνο ως προς τα αριθμητικά δεδομένα. Έτσι, το δείγμα χωρίστηκε σε δύο ομάδες Α και Β στις οποίες τυχαία δόθηκε το πρόβλημα αυτό είτε με την μια εκφώνηση είτε με την άλλη. Στην ομάδα Α τέθηκε η εξής εκφώνηση:

«Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή φτιάχνει σοκολάτα. Η μηχανή σε 8 λεπτά φτιάχνει 104 κιλά σοκολάτα. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτιάξει 702 κιλά σοκολάτα»;

Ενώ στην ομάδα Β τέθηκε η παρακάτω εκφώνηση:

«Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή φτιάχνει σοκολάτα. Η μηχανή σε 52 λεπτά φτιάχνει 325 κιλά σοκολάτα. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτιάξει 260 κιλά σοκολάτα;»

Γενικά, πρόκειται για ένα πρόβλημα απλής αναλογίας με μεγέθη την ποσότητα σοκολάτας και το χρόνο που είναι ευθέως ανάλογα μεταβαλλόμενα, το οποίο επιλέχθηκε να δοθεί σε δύο μορφές με σκοπό να ελεγχθεί κατά πόσο το είδος των αριθμών και ο βαθμός δυσκολίας των πράξεων που συνεπάγονται επηρεάζει την επίδοση των υποκειμένων.

Μάλιστα, η εκφώνηση του προβλήματος για την ομάδα Β θεωρείται πιο δύσκολη, επειδή οι απαιτούμενες διαιρέσεις οδηγούν σε πηλίκια που είναι δεκαδικοί αριθμοί. Δηλαδή, έχουμε:

$$A) 104 : 8 = 13 \text{ κιλά σοκολάτας/λεπτό και } 702 : 13 = 54 \text{ κιλά σοκολάτας}$$

$$B) 325 : 52 = 6,25 \text{ κιλά σοκολάτας/λεπτό και } 260 : 6,25 = 41,6 \text{ κιλά}$$

σοκολάτας.

Το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί είτε με τη χρήση πίνακα αναλογιών, είτε με απευθείας σχηματισμό αναλογίας και δημιουργία χιαστί γινομένων, είτε μέσω της απλής μεθόδου των τριών και τέλος εναλλακτικά με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα ή και μέσω απλών πράξεων μεταξύ των τιμών των μεγεθών¹².

Πρόβλημα 1.2:

«Ένα ρόφημα αποτελείται μόνο από γάλα και κακάο. Τα 15 κιλά ροφήματος περιέχουν 3 κιλά κακάο. Το εργοστάσιο διαθέτει 572 κιλά γάλα. Τί ποσότητα κακάο πρέπει να προσθέσει για να φτιάξει τον ίδιο τύπο ροφήματος;»

Πρόκειται για ένα πρόβλημα απλής αναλογίας με μεγέθη την ποσότητα γάλακτος και την ποσότητα κακάο που μεταβάλλονται ευθέως ανάλογα το οποίο δόθηκε με την ίδια εκφώνηση σε όλα τα υποκείμενα και των δύο ομάδων. Για την επίλυση του ήταν απαραίτητη μια βοηθητική πράξη και συγκεκριμένα η αφαίρεση της αρχικής ποσότητας κακάο από την αρχική ποσότητα ροφήματος (δηλ. $15-3=12$) για να προκύψει έτσι η αρχική ποσότητα γάλακτος και να διακριθούν καθαρά τα ποσά που συμμετέχουν στην αναλογία. Το πρόβλημα αυτό είχε σκοπό να ελέγξει το κατά πόσο η κατανόηση των υποκειμένων και η επίδοση τους κατ' επέκταση μπορεί να επηρεαστεί σε μια εκφώνηση απλής ευθείας αναλογίας από μια βοηθητική πράξη που είναι απαραίτητη να γίνει για να προσδιοριστούν τα ποσά που συμμετέχουν στην αναλογία. Με άλλα λόγια, θέλαμε να ελέγξουμε κατά πόσο οι μαθητές κατανοούν ουσιαστικά την έννοια της αναλογίας και δεν επιλύουν μηχανικά ένα πρόβλημα τέτοιου τύπου. Η υπόθεση μας είχε να κάνει με το γεγονός ότι αν σε μια εκφώνηση απλής αναλογίας δεν καθορίζονται επ' ακριβώς τα μεγέθη τότε

¹² Σε κάθε πρόβλημα οι σωστές στρατηγικές επίλυσης αναφέρονται αναλυτικά στο τμήμα της εργασίας που περιλαμβάνει τις κωδικοποιήσεις των στρατηγικών.

δυσχεραίνεται η θετική επίδοση των μαθητών.

Μετά την απαραίτητη βοηθητική πράξη, το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί με μια από τις στρατηγικές που προαναφέραμε και στο πρόβλημα 1.1.

Πρόβλημα 2.1:

Το πρόβλημα αυτό τέθηκε με δύο εκφωνήσεις που περιλαμβάνουν τα ίδια αριθμητικά δεδομένα, αλλά διαφέρουν μεταξύ τους ως προς κάποιες διευκρινιστικές λέξεις που περιλαμβάνει η μια από τις δύο μορφές. Συγκεκριμένα, για την ομάδα Α τέθηκε η εκφώνηση:

«Σ' ένα εργοστάσιο μια ομάδα με 8 όμοιες μηχανές δούλεψε για 12 λεπτά και κατανάλωσε 672 λίτρα πετρελαίου. Αν δουλέψουν 20 μηχανές για 36 λεπτά, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσουν;»

Ενώ στην ομάδα Β τέθηκε η παρακάτω εκφώνηση:

*«Σ' ένα εργοστάσιο 8 όμοιες μηχανές δούλεψαν για 12 λεπτά **η καθεμία** και κατανάλωσαν **όλες μαζί** 672 λίτρα πετρελαίου. Αν δουλέψουν 20 μηχανές για 36 λεπτά **η καθεμία**, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσουν **όλες μαζί**;»*

Γενικά, πρόκειται για το πρώτο πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας με μεγέθη τον αριθμό των μηχανών, το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Τα δύο πρώτα ποσά είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα, ενώ καθένα από αυτά ξεχωριστά με την κατανάλωση πετρελαίου είναι ανάλογα μεταβαλλόμενα. Αυτό το πρόβλημα επιλέχθηκε να δοθεί σε δύο μορφές με σκοπό να ελεγχθεί κατά πόσο η παρουσία των επιπλέον πληροφοριών που επιδρούν διευκρινιστικά επιδρούν θετικά και επηρεάζουν σημαντικά την επίδοση των υποκειμένων στην επίλυση του προβλήματος.

Είναι προφανές ότι η εκφώνηση για την ομάδα Β θεωρείται ευκολότερη και επιλέχθηκε να δοθεί στην ομάδα αυτή, εξαιτίας του γεγονότος ότι στην περίπτωση

του προβλήματος 1.1 η ομάδα αυτή κλήθηκε να επιλύσει τη δυσκολότερη μορφή του προβλήματος και για το λόγο ότι επιθυμούσαμε οι δύο ομάδες να είναι όσο το δυνατόν ισοδύναμες.

Τέλος, το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί είτε με τη χρήση πίνακα αναλογιών, είτε με απευθείας σχηματισμό αναλογίας και δημιουργία χιαστί γινομένων, είτε μέσω της απλής μεθόδου των τριών, αφού βεβαίως είχαν προηγηθεί οι απαραίτητες πράξεις που θα ευνοούσαν τη χρήση των παραπάνω τεχνικών, και τέλος εναλλακτικά με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα με σκοπό την εύρεση της τιμής της σύνθετης μονάδας που είναι η κατανάλωση πετρελαίου / μηχανή * λεπτό, ή και μέσω απλών πράξεων μεταξύ των τιμών των μεγεθών.

Πρόβλημα 2.2

«Ένα συνεργείο με 12 εργάτες δούλεψε 14 ημέρες και έστρωσε με άσφαλτο 840 μέτρα δρόμο. Αν δουλέψουν 18 εργάτες πόσες ημέρες θα χρειαστούν για να στρώσουν 3150 μέτρα δρόμο;»

Πρόκειται για ένα πρόβλημα κοινό και για τις δύο ομάδες, που περιγράφει μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας με μεγέθη τον αριθμό των εργατών, το χρόνο (αριθμός ημερών) και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Τα δύο πρώτα ποσά είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα, ενώ καθένα από αυτά ξεχωριστά με την κατανάλωση πετρελαίου είναι ανάλογα μεταβαλλόμενα. Είναι ένα πρόβλημα το οποίο θεωρείται από τα δυσκολότερα του ερωτηματολογίου για δύο λόγους:

ι) Δεν δίνει κάποιες διευκρινιστικές λεπτομέρειες που να καθοδηγούν το λύτη στην ορθή τεχνική που πρέπει να επιλέξει για την επίλυση του

ιι) Το ζητούμενο αφορά στην ενδιάμεση τιμή κάποιου από τα μεγέθη που δυσχεραίνει την κατανόηση της κατάστασης που περιγράφεται και κατά συνέπεια και την επίδοση των υποκειμένων.

Και στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί με κάποια από τις τεχνικές που αναφέραμε και στην περίπτωση του προβλήματος 2.1, μόνο που ο λύτης θα έπρεπε να εστιάσει την προσοχή του στην εύρεση της τιμής του αριθμού των ημερών που αποτελεί ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη.

Πρόβλημα 3.1:

«18 κιβώτια περιέχουν 8 μπουκάλια κρασί το καθένα. Ένας συνεταιρισμός τα πούλησε και εισέπραξε 1584€. Αν ο συνεταιρισμός πουλήσει 45 κιβώτια που το καθένα τους περιέχει 24 ίδια μπουκάλια κρασί, πόσα ευρώ θα εισπράξει;»

Πρόκειται για ένα πρόβλημα που περιγράφει μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας με μεγέθη τον αριθμό των κιβωτίων, τον αριθμό των μπουκαλιών και την αξία σε ευρώ. Και στην περίπτωση αυτή τα δύο πρώτα ποσά είναι μεταξύ τους μεταβαλλόμενα αντιστρόφως ανάλογα, ενώ καθένα από αυτά ξεχωριστά με την αξία σε ευρώ είναι μεταβαλλόμενα ανάλογα. Η διαφορά του από τα υπόλοιπα προβλήματα αυτού του τύπου είναι ότι η εκφώνηση περιλαμβάνει ποσά διακριτά και οικεία στο μαθητή και η υπόθεσή μας αφορούσε στο ότι το γεγονός αυτό συμβάλλει στην ευκολότερη κατανόηση της κατάστασης του προβλήματος και κατά συνέπεια στην αύξηση της επίδοσης των μαθητών.

Ομοίως, όπως και στα παραπάνω προβλήματα πολλαπλής αναλογίας το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί με κάποιες από τις μεθόδους που προαναφέραμε.

Πρόβλημα 3.2 (με υποερωτήματα α και β)

«Σ' ένα εργοστάσιο μια ομάδα με 6 όμοιες μηχανές δούλεψε 14 λεπτά και κατανάλωσε 756 λίτρα πετρελαίου.

α) Πόσα λίτρα πετρελαίου καταναλώνει η μια μηχανή σε 1 λεπτό;

β) Αν δουλέψει μια ομάδα με 15 όμοιες μηχανές για 42 λεπτά, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσει;»

Το πρόβλημα αυτό, που περιγράφει επίσης μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας, είναι όμοιο με το πρόβλημα 2.1, τόσο ως προς τη φύση των μεγεθών που περιλαμβάνει η εκφώνηση, όσο και ως προς την ερώτηση που αφορά στο ζητούμενο. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι στην περίπτωση αυτή τίθεται μια ερώτηση που ζητά την τιμή της σύνθετης μονάδας (κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή σε 1 λεπτό), με σκοπό να ελεγχθεί εάν η ερώτηση αυτή μπορεί να βοηθήσει και να καθοδηγήσει τους μαθητές στην ορθή επίλυση του προβλήματος. Σκοπός δηλαδή, ήταν η εξέταση του ρόλου που μπορεί να παίζει μια τέτοια βοηθητική ερώτηση, μεταξύ όμοιων προβλημάτων πολλαπλής αναλογίας, στην επίδοση των υποκειμένων και η αρχική μας υπόθεση ήταν ότι αυτή μπορεί να συμβάλλει στην αύξηση της επιτυχίας.

Τα δύο υποερωτήματα του προβλήματος μπορεί να θεωρηθούν ως δύο ξεχωριστά προβλήματα και το καθένα από αυτά να επιλυθεί με οποιαδήποτε από τις προαναφερθείσες μεθόδους. Βέβαια, η απάντηση στο α' ερώτημα μπορεί να καθορίσει και τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί στο β' ερώτημα που θα είναι η εύρεση του τελικού χρόνου της μιας μηχανής και ο πολλαπλασιασμός την με την τιμή της σύνθετης μονάδας.

Πρόβλημα 4.1

«Σ' ένα εργοστάσιο, 26 μηχανές χρειάζονται 224 λεπτά για να παράγουν μια ποσότητα παγωτού. Αν δουλέψουν 91 μηχανές σε πόσο χρόνο θα παράγουν την ίδια ποσότητα παγωτού;»

Πρόκειται για ένα πρόβλημα απλής αναλογίας με μεγέθη τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο που είναι αντιστρόφως ανάλογα μεταβαλλόμενα το οποίο δεν

απαιτεί καμία βοηθητική πράξη και τέθηκε με σκοπό να ελεγχθεί η συμπεριφορά των μαθητών σε προβλήματα απλής αναλογίας με μεγέθη, όμως, που μεταβάλλονται αντιστρόφως ανάλογα. Η αρχική μας υπόθεση ήταν ότι τα προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά θεωρούνται δυσκολότερα απ' ότι εκείνα που περιλαμβάνουν ανάλογα ποσά, γεγονός που συνεπάγεται ότι σε αυτά οι μαθητές θα παρουσιάζουν μειωμένη επιτυχία ως προς την επίλυση τους.

Το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί είτε με τη χρήση πίνακα αναλογιών, είτε με απευθείας σχηματισμό ίσων γινομένων, είτε μέσω της απλής μεθόδου των τριών (που και πάλι θα στηριζόταν στη δημιουργία ίσων γινομένων) και τέλος εναλλακτικά με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα ή και μέσω απλών πράξεων μεταξύ των τιμών των μεγεθών.

Πρόβλημα 5.1

«Ένας ελαιοχρωματιστής σε 1 ημέρα βάφει 17 τετραγωνικά μέτρα τοίχου. Οι 26 εργάτες πόσες ημέρες χρειάζονται για να βάψουν 19.448 τετραγωνικά μέτρα τοίχου;»

Πρόκειται για ένα πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας με ποσά τον αριθμό των εργατών, το χρόνο σε ημέρες και τον αριθμό των τετραγωνικών μέτρων τοίχου (εμβαδό). Τα δύο πρώτα ποσά είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα, ενώ το καθένα ξεχωριστά με το εμβαδό του τοίχου είναι ανάλογα μεταβαλλόμενα. Σημασιολογικά θεωρείται πρόβλημα παρόμοιο με το 2.2, καθώς το ζητούμενο και στην περίπτωση αυτή αφορά στην ενδιάμεση τιμή κάποιου από τα μεγέθη. Η διαφορά του με το πρόβλημα 2.2 είναι ότι δίδεται στην εκφώνηση η τιμή της σύνθετης μονάδας (τετραγωνικά μέτρα τοίχου που βάφει ο ένας εργάτης σε μια ημέρα). Ο σκοπός του δεδομένου αυτού είναι να ελέγξει κατά πόσο μπορεί αυτή η τιμή να συμβάλλει στην αύξηση της επιτυχίας των υποκειμένων ως προς την επίλυση του

προβλήματος αυτού. Η αρχική μας υπόθεση ήταν ότι η γνώση της τιμής της σύνθετης μονάδας μπορεί να καθοδηγήσει το μαθητή στην ορθή επίλυση του προβλήματος και να συμβάλλει στην βελτίωση της επίδοσης του.

Και στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα αυτό θα μπορούσε να επιλυθεί με κάποια από τις τεχνικές που προαναφέραμε.

Πρόβλημα 5.2

«Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή παράγει 12 κιλά παγωτό κάθε λεπτό. Αν δουλέψουν 23 μηχανές για 38 λεπτά, πόσα κιλά παγωτού θα παράγουν;»

Πρόκειται για να πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας, με μεγέθη τον αριθμό των μηχανών, το χρόνο σε λεπτά και την ποσότητα παγωτού σε κιλά. Τα δύο πρώτα μεγέθη είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα και το καθένα ξεχωριστά με την ποσότητα παγωτού είναι ανάλογα μεταβαλλόμενα. Σημασιολογικά, το πρόβλημα αυτό είναι παρεμφερές με το πρόβλημα 2.1, ως προς την ερώτηση που αφορά το ζητούμενο και ως προς τη φύση των μεταβλητών, αλλά διαφέρει στο ότι στο πρόβλημα αυτό αναφέρεται ως δεδομένο στην εκφώνηση η τιμή της σύνθετης μονάδας (κιλά παγωτού που παράγει η μια μηχανή σε ένα λεπτό). Και στην περίπτωση αυτή ο σκοπός του να δοθεί αυτή η τιμή ήταν να ελεγχθεί η επίδοση των μαθητών σε σχέση με τα υπόλοιπα παρεμφερή με αυτό προβλήματα (2.1 και 3.2), αφού αρχικά υποθέσαμε ότι στο πρόβλημα αυτό οι μαθητές θα σημείωναν τη μεγαλύτερη επιτυχία.

Πρόβλημα 6.1 (με υποερωτήματα α και β)

«Ένα συνεργείο με 14 εργάτες δούλεψε 8 ημέρες και έστρωσε με ασφαλτο 1456 μέτρα δρόμο.

α) Πόσα μέτρα δρόμου στρώνει με ασφαλτο ο ένας εργάτης σε μια ημέρα;

β) Αν δουλέψουν 21 εργάτες πόσες ημέρες θα χρειαστούν για να στρώσουν

5460 μέτρα δρόμο;»

Το πρόβλημα αυτό, που περιγράφει επίσης μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας, είναι όμοιο με το πρόβλημα 2.2, τόσο ως προς τη φύση των μεγεθών που περιλαμβάνει η εκφώνηση, όσο και ως προς την ερώτηση που αφορά στο ζητούμενο. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι στην περίπτωση αυτή τίθεται μια ερώτηση που ζητά την τιμή της σύνθετης μονάδας (μέτρα δρόμου που στρώνει ο ένας εργάτης σε μια ημέρα), με σκοπό να ελεγχθεί εάν η ερώτηση αυτή μπορεί να βοηθήσει και να καθοδηγήσει τους μαθητές στην ορθή επίλυση του προβλήματος. Σκοπός δηλαδή, ήταν και πάλι η εξέταση του ρόλου που μπορεί να παίζει μια τέτοια βοηθητική ερώτηση, μεταξύ παρεμφερών προβλημάτων πολλαπλής αναλογίας, στην αύξηση της επίδοσης των υποκειμένων και η αρχική μας υπόθεση ήταν ότι αυτή μπορεί να συμβάλλει στην αύξηση της επιτυχίας.

Τα δύο υποερωτήματα του προβλήματος μπορεί να θεωρηθούν ως δύο ξεχωριστά προβλήματα και το καθένα από αυτά να επιλυθεί με οποιαδήποτε από τις προαναφερθείσες μεθόδους. Βέβαια, η απάντηση στο α' ερώτημα μπορεί να καθορίσει και τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί στο β' ερώτημα που θα είναι η εύρεση του τελικού χρόνου της μιας μηχανής και ο πολλαπλασιασμός την με την τιμή της σύνθετης μονάδας.

2.7. ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΟΥ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ ΣΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ

Το ερωτηματολόγιο επιδόθηκε στους μαθητές κατά το δεύτερο δεκαπενθήμερο του Οκτωβρίου του 2004 σε μαθητές της Α΄ Γυμνασίου. Για να συγκροτήσουμε το δείγμα επισκεφθήκαμε δύο Γυμνάσια της πόλης του Ηρακλείου και συγκεκριμένα το 2^ο Γυμνάσιο όπου συλλέξαμε 216 υποκείμενα από τα 9 τμήματα του και το 5^ο Γυμνάσιο, όπου συλλέξαμε 104 υποκείμενα από 5 τμήματα.

Το ερωτηματολόγιο χωρίστηκε σε τρία μέρη ως εξής:

Α΄ ΜΕΡΟΣ: Περιελάμβανε τα τέσσερα πρώτα προβλήματα (δύο προβλήματα απλής και δύο πολλαπλής αναλογίας). Μαζί με το μέρος αυτό δίναμε στα υποκείμενα και ένα φύλλο προς συμπλήρωση κάποιων ατομικών στοιχείων, όπως το ονοματεπώνυμο τους (για να μπορούμε να συγκεντρώσουμε όλα τα φύλλα του κάθε ατόμου), το Δημοτικό Σχολείο από το οποίο αποφοίτησαν καθώς και το επάγγελμα των γονέων για τη διαπίστωση του μορφωτικού τους επιπέδου. Τα στοιχεία αυτά θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν για τη μελέτη της συσχέτισης που παρουσιάζουν με την επίδοση των μαθητών, κάτι που δεν έγινε γιατί θεωρήθηκε σημαντικότερη η αποκλειστική διερεύνηση των ερωτημάτων που προαναφέρθηκαν.

Β΄ ΜΕΡΟΣ: Περιελάμβανε τα τρία επόμενα προβλήματα (δύο προβλήματα πολλαπλής αναλογίας και ένα απλής αντίστροφης αναλογίας)

Γ΄ ΜΕΡΟΣ: Περιελάμβανε τα τρία τελευταία προβλήματα (και τα τρία πολλαπλής αναλογίας)

Καθένα από τα μέρη αυτά δόθηκε ξεχωριστά σε κάθε τμήμα στη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας (45 λεπτών). Μάλιστα, ο αριθμός των υποκειμένων ήταν μεγαλύτερος από εκείνον που χρησιμοποιήσαμε στα πλαίσια της έρευνας. Εξαιρέθηκαν, λοιπόν, όλα τα υποκείμενα τα οποία δεν συμπλήρωσαν και τα τρία

μέρη του ερωτηματολογίου, όπως επίσης και τα άτομα εκείνα που απάντησαν το πολύ σε τρία προβλήματα.

Ο χωρισμός του δείγματος σε δύο ομάδες Α και Β, ανάλογα με τη διαφορά των προβλημάτων, έγινε με τρόπο τυχαίο και συγκεκριμένα δίναμε σε κάθε θρανίο με δύο άτομα από ένα φύλλο που περιείχε το διαφορετικό πρόβλημα, εκτός από τα φύλλα που είχαν κοινά προβλήματα που δόθηκαν σε όλους.

Ζητήθηκε από τα υποκείμενα να συμπληρώνουν τα ερωτηματολόγια ατομικά και χωρίς συνεργασία και ότι ο λόγος ήταν ότι θα μπορούσαν μέσω της έρευνας να συμβάλλουν και αυτοί στην βελτίωση της εκπαίδευσης.

Οι αντιδράσεις των μαθητών ήταν αρκετά καλές στο μεγαλύτερο μέρος τους. Ακούστηκαν κατά βάση δηλώσεις του τύπου «δεν θυμόμαστε τέτοια προβλήματα», και σε μικρότερο βαθμό κάποιες διευκρινιστικές ερωτήσεις τις οποίες καλύπταμε χωρίς να προδίδουμε τον τρόπο επίλυσης του εκάστοτε προβλήματος.

Τέλος, να σημειωθεί ότι ζητούσαμε από τα υποκείμενα την επιστροφή του ερωτηματολογίου ακόμα και στην περίπτωση που ήταν αναπάντητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

3.1 ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται ενδεικτικά οι κωδικοποιήσεις που έγιναν σε τρία προβλήματα. Συγκεκριμένα, αναλυτικά παρουσιάζουμε τις τεχνικές των υποκειμένων στα δύο προβλήματα ευθείας αναλογίας (απλής αναλογίας το πρόβλημα 1,1 και αντίστροφης αναλογίας το πρόβλημα 4,1) καθώς και στο πρόβλημα 2,1 που είναι ένα από τα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας. Η κωδικοποίηση στα υπόλοιπα προβλήματα του ερωτηματολογίου έγινε με ανάλογο τρόπο και παρουσιάζεται αναλυτικά στο παράρτημα της εργασίας.

Πρόβλημα 1.1

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ¹³

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

3.1.1 Ποσά: χρόνος – κιλά σοκολάτας → ποσά ανάλογα, σχηματισμός αναλογίας, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση

3.1.2 Βρίσκει το λόγο τελική¹⁴ ποσότητα σοκολάτας/αρχική ποσότητα σοκολάτας και με ότι βρει διαιρεί τον αρχικό χρόνο.

¹³ Για το πρόβλημα αυτό όπως και για το πρόβλημα 4.1 (απλής αναλογίας και αυτό) πραγματοποιήθηκαν δύο κωδικοποιήσεις των στρατηγικών επίλυσης των υποκειμένων. Η διαφορά τους έγκειται στο ότι η πρώτη κωδικοποίηση περιγράφει σφαιρικά την τεχνική των μαθητών ενώ η δεύτερη περιγράφει με τρόπο περισσότερο αναλυτικό τις στρατηγικές των μαθητών βήμα προς βήμα. Ειδικότερα, στην δεύτερη περίπτωση εφόσον η επίλυση των προβλημάτων αυτών απαιτεί δύο πράξεις, καταγράφονται οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται σε καθεμία από αυτές.

3.1.3 Σε συνδυασμό με την αναγωγή στη μονάδα, κάνει δύο διαιρέσεις

3.2 Σχηματισμός αναλογίας

Σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση

3.3 Αναγωγή στη μονάδα

3.3.1 Βρίσκει το λόγο αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος και στη συνέχεια διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας με το λόγο αυτό

3.3.2 Βρίσκει το χρόνος/κιλό σοκολάτας και ότι βρει το πολλαπλασιάζει με την τελική ποσότητα σοκολάτας

3.4 Απλή μέθοδος των τριών

3.4.1 Διαιρεί την αρχική ποσότητα σοκολάτας με την τελική ποσότητα σοκολάτας και μετά πολλαπλασιάζει με το χρόνο

3.4.2 Πολλαπλασιάζει το χρόνο με την τελική ποσότητα σοκολάτας και ότι βρει το διαιρεί με την αρχική σοκολάτας

3.5 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο τελική ποσότητα σοκολάτας/αρχική ποσότητα σοκολάτας και στη συνέχεια τον πολλαπλασιάζει με το χρόνο

(Οι υποκωδικοί σημειώνονται στην αρχή της κάθε ενέργειας)

2. Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

¹⁴ Στο εξής οι όροι αρχικές και τελικές τιμές ενός μεγέθους αναφέρονται στις τιμές των μεγεθών της πρώτης και της δεύτερης κατάστασης, με τη σειρά που εμφανίζονται στην εκφώνηση του κάθε προβλήματος.

1. Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 Κάνει πράξεις που έχουν ορθό νόημα

1.1.1 Πίνακας αναλογιών – σωστή κατάστρωση του πίνακα

1.1.1.1 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: σχηματισμός αναλογίας, σταυρωτά γινόμενα. Εκτελεί μόνο τον πολ/μο και όχι τη διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *1

1.1.1.2 Δεν αναφέρει τα μεγέθη (μόνο τιμές), σταυρωτά γινόμενα. Κάνει τον πολ/μο και δίνει το γινόμενο ως αποτέλεσμα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *1

1.1.1.3 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: Σαν αρχική ποσότητα σοκολάτας θέτει το ποσό των 100 κιλών --> σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ)

1.1.1.4 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: σχηματισμός αναλογίας, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός, μετά διαίρεση. Όμως, αντί να διαιρέσει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας, διαιρεί ξανά με την τελική και βρίσκει πάλι τον αρχικό χρόνο. *1

1.1.2 Σχηματισμός αναλογίας

Σταυρωτά γινόμενα. Κάνει τον πολ/μο της τελικής ποσότητας σοκολάτας με το χρόνο και δίνει το γινόμενο ως απάντηση. ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ. *1

1.1.3 Αναγωγή στη μονάδα

1.1.3.1 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος*. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *1

1.1.3.2 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* και ότι βρει το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο, βρίσκοντας πάλι την αρχική ποσότητα σοκολάτας. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *1

1.1.3.3 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας ανά λεπτό* και ότι βρει το πολλαπλασιάζει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας, βρίσκοντας πάλι τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ).

1.1.4 Πράξεις

1.1.4.1 Βρίσκει το λόγο *τελική ποσότητας σοκολάτας/αρχική ποσότητα σοκολάτας* (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) και δίνει το αποτέλεσμα σε λεπτά (και ο αντίστροφος λόγος *αρχική ποσ./τελ. ποσ. σοκολάτας*) *1

1.1.4.2 Πολ/ζει την τελική ποσότητα σοκολάτας με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *1

1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο¹⁵)

1.2.1. Πίνακας αναλογιών- σωστή η κατάστρωση του πίνακα

1.2.1.1 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας = ποσά ανάλογα. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Κάνει όμως δύο διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς, αντί για πολλαπλασιασμό και διαίρεση. (λάθος όχι σε πρωτογενές επίπεδο, αλλά σε δευτερογενές) *2

1.2.1.2 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: σχηματισμός αναλογίας, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος και μετά προσθέτει στο γινόμενο το συντελεστή του αγνώστου. *6

1.2.1.3 Σχηματισμός αναλογίας → Κάνει πρώτα τη διαίρεση *αρχ. ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* (αναγωγή στη μονάδα) και με το λόγο αυτό πολ/ζει την τελική ποσότητα σοκολάτας αντί να διαιρεί (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

¹⁵ Λάθος σε δευτερογενές επίπεδο εννοείται όταν το υποκείμενο έχει κάνει κάποια ή κάποιες πράξεις που είναι σωστές και οδηγούν στο σχηματισμό ποσοτήτων με νόημα, αλλά στη συνέχεια του προβλήματος ακολουθεί λανθασμένη διαδικασία.

1.2.1.4 Βρίσκει πρώτα το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* και ότι βρει το πολ/ζει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας πάλι (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *2

1.2.1.5 Διαιρεί την τελική με την αρχική ποσότητα σοκολάτας. Δεν χρησιμοποιεί πουθενά το λόγο. Σχηματίζει μια εξίσωση στην οποία θέτει άσχετους αριθμούς (ΑΣΧΕΤΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ, ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.2.2. Αναγωγή στη μονάδα

1.2.2.1 Με διαίρεση βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* και στη συνέχεια πολ/ζει τις δύο δοσμένες τιμές της ποσότητας σοκολάτας (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *1

1.2.2.2 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* και ότι βρει το πολλαπλασιάζει με την τελική ποσότητα σοκολάτας αντί να κάνει διαίρεση. (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.2.3 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος* και το πηλίκο αυτό το διαιρεί με την τελική ποσότητα σοκολάτας (έπρεπε το πηλίκο αυτό να είναι διαιρέτης και όχι διαιρετέος) *3

1.2.3 Πράξεις

1.2.3.1 Κάνει δύο διαδοχικούς πολ/μους (του χρόνου με την τελική ποσότητα σοκολάτας) και το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας αντί να κάνει διαίρεση (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.3.2 Πολ/ζει την τελική ποσότητα σοκολάτας με τον αρχικό χρόνο και το γινόμενο το διαιρεί με το χρόνο των 60 λεπτών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧ. ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ)

1.2.3.3 Βρίσκει το λόγο *τελική ποσότητα σοκολάτας/αρχική ποσότητα σοκολάτας* (δεν ολοκληρώνει τη διαίρεση και με το πρώτο υπόλοιπο πολ/ζει την αρχ. ποσότητα σοκολάτας, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.2.3.4 Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας/τελική ποσότητα σοκολάτας* και το πηλίκο αυτό το πολ/ζει με τον αρχικό χρόνο. *2

1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθη σε δευτερογενές επίπεδο)

1.3.1 Πίνακας αναλογιών

1.3.1.1 Ποσά χρόνος – ποσότητα σοκολάτας. *Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα – σωστή η κατάστρωση του πίνακα*

1.3.1.1.1 ίσα γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου (λάθος σε πρωτογενές επίπεδο) *2

1.3.1.1.2 Κάνει δύο διαδοχικές διαιρέσεις. *(την τελική ποσότητα σοκολάτας/αρχικός χρόνος και με το πηλίκο αυτό διαιρεί την αρχική ποσότητα σοκολάτας)* *3

1.3.1.2 *Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα με νόημα – σωστή η κατάστρωση του πίνακα*

1.3.1.2.1 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: *πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και ότι βρει το διαιρεί με το χρόνο.* *2

1.3.1.2.2 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: *Σχηματισμός αναλογίας. Όμως στην εκτέλεση των πράξεων εκτελεί μόνο μια διαίρεση: την τελική ποσότητα σοκολάτας με τον αρχικό χρόνο* *3

1.3.1.2.3 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: *Τοποθετεί σωστά τα ποσά στον πίνακα και στη συνέχεια πολλαπλασιάζει τον χρόνο με την αρχική ποσότητα σοκολάτας και ότι βρει το πολλαπλασιάζει ξανά με την αρχική ποσότητα σοκολάτας. Έπειτα, το*

γινόμενο αυτό το διαιρεί με το προηγούμενο γινόμενο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *2

1.3.1.2.4 Πολλαπλασιάζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.1.2.5 (Δεν αναφέρει τα μεγέθη). Σχηματίζει ίσα γινόμενα με τις διαφορετικές τιμές των ομοίων ποσών (σοκολάτα * σοκολάτα - χρόνος * χρόνος) (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.1.2.6 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: τοποθετεί σωστά τα ποσά στον πίνακα. Όμως, στη συνέχεια προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με το χρόνο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ - ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *2

1.3.1.2.7 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: Τοποθετεί σωστά τα ποσά στον πίνακα και στη συνέχεια πολλαπλασιάζει τον χρόνο με την αρχική ποσότητα σοκολάτας και ότι βρει το πολλαπλασιάζει ξανά με την αρχική ποσότητα σοκολάτας. Έπειτα, το γινόμενο αυτό το διαιρεί με το προηγούμενο γινόμενο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *2

1.3.1.3 *Κάνει προσθέσεις ή αφαιρέσεις μεταξύ όμοιων ποσών, δεν έχει κατανοήσει την έννοια της αναλογίας και των πολλαπλασιαστικών δομών- σωστή η κατάστρωση του πίνακα*

Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: τοποθετεί σωστά τα ποσά στον πίνακα και στη συνέχεια προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας μεταξύ τους, δίνοντας το άθροισμα ως απάντηση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *1

1.3.1.4 Κάνει λάθος αντιστοίχιση των τιμών των ποσών στον πίνακα – επακόλουθα λανθασμένες τεχνικές

1.3.1.4.1 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας. Λάθος τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα. Θέτει δύο αγνώστους x και αγνοεί την τελική ποσότητα σοκολάτας. Κάνει πράξεις χωρίς νόημα. ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ

1.3.1.4.2 Ποσά: Χρόνος - κιλά σοκολάτας: Λάθος τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα, σχηματισμός αναλογίας. Διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας με τον αρχικό χρόνο και ότι βρει το πολλαπλασιάζει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας. ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ *3, *2

1.3.1.4.3 Σύγκυση των ποσών , μη τοποθέτηση τους σωστά στον πίνακα. Πολλαπλασιάζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *2

1.3.1.4.4 Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας: Λάθος τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα (αρχ. χρόνος - τελ. ποσότητα σοκολάτας και αντίστροφα) και στη συνέχεια σχηματίζει ίσα γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση. *2

1.3.1.4.5 Σχηματισμός αναλογίας στην οποία παρουσιάζει μια σύγκυση των ποσών. Λανθασμένη αναλογία, σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος και μετά διαίρεση.

1.3.2 Πράξεις

1.3.2.1 Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα τουλάχιστον στην πρώτη πράξη

1.3.2.1.1 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με τον αρχικό χρόνο και το γινόμενο το διαιρεί με την τελική ποσότητα σοκολάτας. *2

1.3.2.1.2 Βρίσκει το λόγο τελική ποσότητα σοκολάτας/χρόνος και τον λόγο αυτό τον πολ/ζει με την αρχική ποσότητα σοκολάτας (Θεωρεί τα ποσά αντιστρόφως ανάλογα και μετά αντί να διαιρεί πολ/ζει). ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ *3, *2

1.3.2.1.3 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.2.1.4 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με το χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛ. ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) *2

1.3.2.1.5 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και στο γινόμενο αυτό προσθέτει την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.3.2.1.6 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο, από το γινόμενο αυτό αφαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας και με τη διαφορά αυτή διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.3.2.1.7 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και από το γινόμενο αφαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτα (ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.3.2.2 *Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα με νόημα (λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθη σε δευτερογενές επίπεδο*

1.3.2.2.1 Βρίσκει το λόγο τελική ποσότητα σοκολάτας/αρχικός χρόνος. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ). *3

1.3.2.2.2 Πολ/ζει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και από το γινόμενο αυτό αφαιρεί το χρόνο πολλαπλασιασμένο με το 1000 (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.3.2.2.3 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο, με το γινόμενο αυτό πολ/ζει την τελική ποσότητα σοκολάτας και πάλι στο γινόμενο αυτό προσθέτει το προηγούμενο γινόμενο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.2.2.4 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας, από το άθροισμα αφαιρεί την αρχική ποσότητα σοκολάτας και τη διαφορά την πολ/ζει με το χρόνο

(ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.3.2.2.5 Πολ/ζει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) - Λάθος στην αντιγραφή των δεδομένων *2

1.3.2.2.6 Διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και το πηλίκο αυτό το αφαιρεί από την αρχική ποσότητα σοκολάτας (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.3.2.2.7 Πολ/ζει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας μεταξύ τους (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *2

1.3.2.2.8 Πολ/ζει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και στο γινόμενο αυτό προσθέτει το χρόνο (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ). *2, *6

1.3.2.2.9 Κάνει δύο διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς των δύο τιμών της ποσότητας σοκολάτας με το χρόνο και έπειτα προσθέτει μεταξύ τους τα δύο γινόμενα (ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *2

1.3.2.2.10 Αφαιρεί την αρχική από την τελική ποσότητα σοκολάτας και τη διαφορά την πολ/ζει με το δοσμένο χρόνο (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *5

1.3.2.2.11 11. Αφαιρεί τη τελική από την αρχική ποσότητα σοκολάτας και διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο. Δίνει μια άσχετη απάντηση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.3.2.2.12 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και το άθροισμα αυτό το διαιρεί με ένα χρόνο των 60 λεπτών. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΧΡΟΝΟΥ)

1.3.2.2.13 Διαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και από το πηλίκο αυτό αφαιρεί την αρχική ποσότητα σοκολάτας (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3, *6

1.3.2.2.14 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και το άθροισμα αυτό το πολ/ζει με το χρόνο (ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

***2**

1.3.2.2.15 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας, με το άθροισμα πολ/ζει το χρόνο και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με το αρχικό άθροισμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) ***2**

1.3.2.3 *Κάνει προσθέσεις ή αφαιρέσεις μεταξύ όμοιων ή ανόμοιων ποσών, δεν έχει κατανοήσει την έννοια των πολλαπλασιαστικών δομών*

1.3.2.3.1 Αφαιρεί τις δύο δοσμένες τιμές της ποσότητας σοκολάτας και από αυτή τη διαφορά αφαιρεί την τιμή του χρόνου (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.3.2.3.2 Προσθέτει την αρχική τιμή της ποσότητας σοκολάτας και το χρόνο και από το άθροισμα αυτό αφαιρεί την τελική τιμή της ποσότητας σοκολάτας (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.3 Προσθέτει όλα τα αριθμητικά δεδομένα μαζί

1.3.2.3.4 Αφαιρεί τις δύο δοσμένες τιμές της ποσότητας σοκολάτας και στη διαφορά αυτή προσθέτει τον αρχικό χρόνο. (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.5 Προσθέτει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και στο άθροισμα αυτό προσθέτει την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.6 Αφαιρεί από ένα χρόνο 60 λεπτών το δοσμένο χρόνο και προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και δίνει αυτό το άθροισμα ως απάντηση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.7 Αφαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας από την αρχική. ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

1.3.2.3.8 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και από το άθροισμα τους αφαιρεί τον αρχικό χρόνο (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.9 Αφαιρεί από την αρχική ποσότητα σοκολάτας τον αρχικό χρόνο και από αυτή τη διαφορά αφαιρεί την τελική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.10 Αφαιρεί τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας και βρίσκει τη διαφορά. Από την τελική ποσότητα σοκολάτας αφαιρεί το χρόνο και τη διαφορά αυτή την αφαιρεί από την πρώτη διαφορά (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.3.2.3.11 Προσθέτει τις δύο τιμές της ποσότητας σοκολάτας, το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με το δοσμένο χρόνο και στο γινόμενο αυτό προσθέτει το αρχικό άθροισμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.12 Προσθέτει όλα τα αριθμητικά δεδομένα, αφαιρεί από την αρχική ποσότητα σοκολάτας την τελική ποσότητα και το χρόνο και στο τέλος προσθέτει τα δύο αποτελέσματα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3.13 Αφαιρεί το χρόνο από την αρχική ποσότητα σοκολάτας (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΣΟΚΟΛΑΤΑΣ) - ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.3.14 Κάνει διαδοχικές αφαιρέσεις ξεκινώντας με μειωτέο την τελική ποσότητα σοκολάτας και αφαιρεί κάθε φορά την αρχική ποσότητα σοκολάτας (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ- ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ)

1.3.2.3.15 Προσθέτει την αρχική ποσότητα σοκολάτας με το χρόνο και το άθροισμα το διαιρεί με την τελική ποσότητα σοκολάτας.

1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.4.1 Λάθος τοποθέτηση των τιμών στον πίνακα (σύγχυση των ποσών)

1.4.2 ΧΩΡΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ: εκτίμηση του αποτελέσματος προσεγγιστικά

Β΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Όλες οι τεχνικές επίλυσης του προβλήματος από τα υποκείμενα αναλύθηκαν εκτενώς και ομαδοποιήθηκαν σε κατηγορίες χαρακτηριστικών της εργασίας του, όπως περιγράφεται παρακάτω:

ΠΡΩΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Πρόκειται για χαρακτηρισμό του τρόπου επίλυσης του προβλήματος.

0 Καμία απάντηση

1 Λάθος

2 Ημιτελής διαδικασία

3 Σωστό

ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Περιγράφει την στρατηγική που ακολούθησε ο μαθητής.

1 Πίνακας αναλογιών

2 Σχηματισμός αναλογίας

3 Απλή μέθοδος των 3

4 Αναγωγή στη μονάδα

5 Πράξεις

ΤΡΙΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Η κατηγορία αυτή αφορά μόνο σε μεθόδους στις οποίες θεωρείται απαραίτητη κάποια κατάστρωση πριν την επίλυση του προβλήματος, όπως είναι ο πίνακας αναλογιών, η απλή μέθοδος των τριών και ο σχηματισμός αναλογίας.

Έτσι, αν η κατάστρωση έχει γίνει σωστά ο κωδικός είναι **1**, ενώ στην περίπτωση που η κατάστρωση έχει γίνει με λάθος τρόπο ο κωδικός είναι **2**. Σε κάθε άλλη περίπτωση που ο μαθητής έχει επιλέξει μια άλλη μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος, δεν χρησιμοποιείται κανένας κωδικός και μπαίνει παύλα (-).

ΤΕΤΑΡΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Η κατηγορία αυτή αφορά στην πρώτη πράξη του προβλήματος και περιγράφει αναλυτικά όλες τις πράξεις που καταγράφηκαν από τους μαθητές. Ειδικότερα, έχουμε:

0: Καμία απάντηση

1: Λάθος

1.1: Λάθος που οφείλεται σε προηγούμενη λάθος κατάστρωση

1.2. Πολλαπλασιάζει όχι χιαστί:

1.2.1 Πολλαπλασιάζει όμοια είδη (π.χ. χρόνοι, ποσότητες σοκολάτας)

1.2.2 Πολλαπλασιάζει αντίστοιχες ποσότητες (αρχικός χρόνος χ αρχική ποσότητα σοκολάτας, τελικός χρόνος χ τελική ποσότητα σοκολάτας).

Πράξη που αντιστοιχεί σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά

1.3: Διαίρεση:

Αντί να πολλαπλασιάζει τελική ποσότητα σοκολάτας χ χρόνος κάνει διαίρεση μεταξύ των δύο ποσών

1.4: Πρόσθεση

1.4.1 Πρόσθεση όμοιων ποσών

1.4.2 Πρόσθεση ανόμοιων ποσών

1.5: Αφαίρεση

1.5.1 Αφαίρεση όμοιων ποσών

1.5.2 Αφαίρεση ανόμοιων ποσών

1.5.3 Αφαίρεση του αρχικού χρόνου από ένα χρόνο των 60 λεπτών

2: Σωστό

2.1 Κάνει χιαστί γινόμενα (αρχικός χρόνος χ τελική ποσότητα σοκολάτας, τελικός χρόνος χ αρχική ποσότητα σοκολάτας)

2.2 Αναγωγή στη μονάδα (αρχική ποσότητα σοκολάτας/αρχικός χρόνος)

2.3 Λόγος (αρχική ποσότητα σοκολάτας/τελική ποσότητα σοκολάτας ή αντίστροφα)

ΠΕΜΠΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ

Η κατηγορία αυτή αφορά στη δεύτερη πράξη του προβλήματος και περιγράφει αναλυτικά όλες τις πράξεις που καταγράφηκαν από τους μαθητές.

Ειδικότερα, έχουμε:

0: Καμία απάντηση

1: Λάθος

1.1: Λάθος που οφείλεται σε προηγούμενο λάθος στην πρώτη πράξη (συνακόλουθο λάθος)

1.2: Κάνει μια πράξη με την οποία επιστρέφει πάλι σε αρχικό δεδομένο ποσό

1.3: Πολλαπλασιασμός:

1.3.1 Χρησιμοποιεί τις σωστές ποσότητες, αλλά πολλαπλασιάζει αντί να διαιρεί

1.3.2 Πολλαπλασιάζει όμοια είδη (αρχική ποσότητα σοκολάτας χ τελική ποσότητα σοκολάτας)

1.3.3 Πολλαπλασιάζει αντίστοιχες ποσότητες (αρχικός χρόνος χ αρχική ποσότητα σοκολάτας, τελικός χρόνος χ τελική ποσότητα σοκολάτας).

1.4: Διαίρεση

1.4.1 Κάνει διαίρεση, μεταχειρίζεται τα ποσά, όμως, ήδη από την πρώτη πράξη σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα

1.4.2 Διαιρεί αντίστροφα τα ποσά που πρέπει

1.4.3 Διαιρεί αλλά με λάθος μέγεθος

1.4.4 Διαιρεί με ένα χρόνο των 60 λεπτών

1.5: Πρόσθεση

1.5.1 Αντί για διαίρεση κάνει πρόσθεση με το συντελεστή του αγνώστου

1.5.2 Προσθέτει όμοια ποσά

1.6: Ακατανόητο λάθος

2: Σωστή πράξη

ΕΚΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ

1.1 Χρησιμοποιείται μόνο στις περιπτώσεις όπου ο μαθητής έχει εκτελέσει και άλλη πράξη ως συνακόλουθο λάθος.

Σημείωση:

Στο τέλος κάθε περίπτωσης εμφανίζονται κάποιοι αριθμοί συνοδευμένοι από ένα αστερίσκο (*). Κάθε ένας από αυτούς τους αριθμούς αντιστοιχεί σε ένα ειδικό φαινόμενο που συναντάται ανεξάρτητα από το είδος του προβλήματος σε ολόκληρο το δείγμα των υποκειμένων. Τα φαινόμενα αυτά, κατόπιν ομαδοποίησης που προηγήθηκε είναι τα εξής:

***1:** Παρερμηνεία των σχηματιζόμενων από τις πράξεις ποσών (π.χ. το υποκείμενο υπολογίζει μέσω πράξεων μια τιμή στην οποία είτε δε δίνει την πραγματική της διάσταση, είτε δε δίνει καμία διάσταση και την χρησιμοποιεί εσφαλμένα όπως φαίνεται από τη συνέχεια των πράξεών του).

***2:** Σχηματισμός γινομένων απλών ποσοτήτων χωρίς νόημα (π.χ σχηματισμός γινομένων μεταξύ όμοιων ποσών, σχηματισμός γινομένων μεταξύ μεγεθών που δεν οδηγούν σε νέο μέγεθος με πρακτικό νόημα, κ.τ.λ)

***3:** Σχηματισμός λόγων απλών ποσοτήτων χωρίς νόημα

***4:** Δεν συνδέει τα ποσά μεταξύ τους

***5:** Στην προσπάθεια των υποκειμένων να συνδέσουν τα ποσά μεταξύ τους, προβαίνουν σε μια διαδικασία δημιουργίας μιας συνολικής ποσότητας.

***6:** Σχηματίζει ετερογενή αθροίσματα από δευτερογενείς ποσότητες. Ο σχηματισμός ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών πρωτογενώς, από τα δεδομένα του προβλήματος αποτελεί χωριστή ενότητα στην κωδικοποίηση του κάθε προβλήματος.

Πρόβλημα 2.1

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.1 Βρίσκει τους συνολικούς χρόνους (αρχικό και τελικό), πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών και έπειτα σχηματίζει πίνακα αναλογιών με μεγέθη το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου → σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση

1.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και την κατανάλωση πετρελαίου (ποσά ανάλογα) → πρώτα διαίρεση και μετά πολλαπλασιασμός. Έπειτα το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με το λόγο *τελικός χρόνος / αρχικός χρόνος* και βρίσκει τη ζητούμενη κατανάλωση πετρελαίου.

1.2 Αναγωγή στη μονάδα

3.2.1 Κάνει δύο διαδοχικές διαιρέσεις της κατανάλωσης πετρελαίου με τον αριθμό των μηχανών και ότι βρει το διαιρεί με το χρόνο. Βρίσκει, έτσι, τη σύνθετη μονάδα *κατανάλωση πετρελαίου / μηχανή x χρόνος*. Την μονάδα αυτή την πολλαπλασιάζει στη συνέχεια διαδοχικά με την τελική τιμή των μηχανών και τον τελικό χρόνο.

3.2.2 Κάνει δύο διαδοχικές διαιρέσεις της κατανάλωσης πετρελαίου με τον αριθμό των μηχανών και ότι βρει το διαιρεί με το χρόνο. Βρίσκει, έτσι, τη σύνθετη μονάδα

κατανάλωση πετρελαίου / μηχανή χ χρόνος. Την μονάδα αυτή την πολλαπλασιάζει με το γινόμενο *τελικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών* που έχει βρει προηγουμένως.

3.2.3 Βρίσκει το συνολικό αρχικό χρόνο με τον οποίο διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου, βρίσκοντας, έτσι, τη σύνθετη μονάδα. Την μονάδα αυτή την πολλαπλασιάζει στη συνέχεια διαδοχικά με την τελική τιμή των μηχανών και τον τελικό χρόνο.

3.2.4 Βρίσκει το συνολικό αρχικό χρόνο με τον οποίο διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου, βρίσκοντας, έτσι, τη σύνθετη μονάδα. Την μονάδα αυτή την πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με τον τελικό συνολικό χρόνο.

3.2.5 Βρίσκει το λόγο *κατανάλωση πετρελαίου/αρχ. αριθμός μηχανών* και τον πολ/ζει με το λόγο *τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος* και το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών.

3.3 Πράξεις

3.3.1 Βρίσκει τους συνολικούς χρόνους(τελικό και αρχικό),δηλ τους χρόνους που χρειάζεται η μια μηχανή για να καταναλώσει τη δοσμένη ποσότητα πετρελαίου πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών και έπειτα βρίσκει τον μεταξύ τους λόγο τον οποίο πολλαπλασιάζει με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου.

3.3.2 Βρίσκει το λόγο *τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών* και τον πολλαπλασιάζει με τη δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου. Έπειτα, βρίσκει το λόγο *τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος* και τον πολλαπλασιάζει με το προηγούμενο γινόμενο.

3.3.3 Βρίσκει το λόγο *κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός αριθμός μηχανών* και τον πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. Την κατανάλωση που θα βρει την πολλαπλασιάζει με το λόγο *τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος* και βρίσκει την τελική απάντηση.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1. Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία μεγέθη, διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το πηλίκο το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών και ότι βρει το διαιρεί με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, έπρεπε να πολ/ζει το πηλίκο αυτό με τον τελικό χρόνο)

*1

1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

1.1.1.2.1 Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος δίνοντας το αποτέλεσμα σε λίτρα ανά μηχανή, ενώ θα έπρεπε να γράψει λίτρα ανά λεπτό που καταναλώνουν και οι 8 μηχανές. Το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. Επίσης, βρίσκει το λόγο τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος και με αυτό διαιρεί το προηγούμενο γινόμενο. Σωστή διαδικασία, έχει κάνει, όμως λάθος στην αντιγραφή και η αρχική διαίρεση έπρεπε να είναι 672:8 και όχι 672:12 *1

1.1.1.2.2 Βρίσκει το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή. Έπειτα βρίσκει το λόγο τελικός/αρχικός χρόνος και στη συνέχεια τον πολλαπλασιάζει με την αρχική κατανάλωση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *4

1.1.1.3 Πράξεις

1.1.1.3.1 Βρίσκει με δύο διαδοχικές διαιρέσεις την τιμή της σύνθετης μονάδας και

στη συνέχεια κάνει έναν πολ/μο αυτής με τον τελικό αριθμό των μηχανών και του τελικού αριθμού των μηχανών με το λόγο λίτρα/αρχικός αριθμός μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *4

1.1.1.3.2 Βρίσκει το λόγο *τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών* και τη διαφορά μεταξύ του τελικού και αρχικού χρόνου. Βρίσκει έπειτα την κατανάλωση πετρελαίου σε ένα λεπτό. Ύστερα, πολ/ζει τον πρώτο λόγο με τη διαφορά των χρόνων και το γινόμενο το πολ/ζει με την κατανάλωση/λεπτό (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ). (Βρίσκει δηλ. την κατανάλωση πετρελαίου των 20 μηχανών στα 24 λεπτά και όχι στα 36 λεπτά)

1.1.1.3.3 Πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με το λόγο *τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος* και δίνει το αποτέλεσμα ως απάντηση. Έπειτα, κάνει μια διαίρεση της κατανάλωσης πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών *4, *1

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο¹⁶)

1.1.2.1 Βρίσκει το συνολικό χρόνο (αρχικό ή τελικό)¹⁷. Ακολουθεί από εκεί και κάτω λάθος διαδικασία (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο¹⁸)

1.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.2.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία μεγέθη. Πολλαπλασιάζει τις τελικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών, βρίσκοντας έτσι τον τελικό συνολικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό χρόνο. Ότι βρει το πολλαπλασιάζει με τη δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου. (έπρεπε να διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των μηχανών) *1

1.1.2.1.1.2 Πολλαπλασιάζει τις αρχικές και τελικές τιμές (χρόνος χ αριθμός

¹⁶ Βλ. σημ. 15, σελ 44

¹⁷ Όταν αναφέρουμε τον όρο συνολικό χρόνο, εννοούμε τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή για να καταναλώσει τα 756 λίτρα πετρελαίου.

¹⁸ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

μηχανών) βρίσκοντας, έτσι, συνολικούς χρόνους και έπειτα σχηματίζει πίνακα αναλογιών με μεγέθη το συνολικό χρόνο (δηλ. το χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή) και την κατανάλωση πετρελαίου → ίσα γινόμενα μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα (πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση) *2

1.1.2.1.1.3 Βρίσκει τους συνολικούς χρόνους πολ/ντας στις αντίστοιχες τιμές, και μετά σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά την κατανάλωση πετρελαίου και τον αριθμό των μηχανών - σταυρωτά γινόμενα - πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΣΤΟ ΤΕΛΙΚΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ Τ Α ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ) *1, *4

1.1.2.1.1.4 Βρίσκει και τους δύο χρόνους που χρειάζεται η μια μηχανή (αρχικό και τελικό) και σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά την κατανάλωση πετρελαίου και το συνολικό χρόνο → δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολλαπλασιασμό και στο γινόμενο αυτό προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.2.1.2 Πράξεις

1.1.2.1.2.1 Βρίσκει τους δύο συνολικούς χρόνους¹⁹ πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές. Πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με το συνολικό τελικό χρόνο και το γινόμενο αυτό αντί να το διαιρέσει με τον συνολικό αρχικό χρόνο το προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου (ποσό χωρίς νόημα) *1, *6

1.1.2.1.2.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο (8χ12) και τον πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση πετρελαίου (αντί να διαιρεί). Έπειτα, βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο και τον προσθέτει στο προηγούμενο γινόμενο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.1.2.1.2.3 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό χρόνο (8χ12), έπειτα τον αφαιρεί από την

¹⁹ Βλ. σημ. 16, σελ. 60. Ισχύει για κάθε μια από τις υποπεριπτώσεις όπου συναντάται ο όρος συνολικός χρόνος.

κατανάλωση πετρελαίου. Βρίσκει τον συνολικό τελικό χρόνο (20χ36)τον οποίο διαιρεί με το 7 (τιμή σύνθετης μονάδας). (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.2.1.2.4 Βρίσκει τους δύο συνολικούς χρόνους. Έπειτα, πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με το συνολικό αρχικό χρόνο και ότι βρει το διαιρεί με τον τελικό συνολικό χρόνο (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν αντιστρόφως ανάλογα) *2

1.1.2.1.2.5 Βρίσκει τους δύο συνολικούς χρόνους. Πολ/ζει τον αρχικό συνολικό χρόνο με την δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου και έπειτα, το γινόμενο αυτό το πολ/ζει ξανά με τον τελικό συνολικό χρόνο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.1.2.6 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό χρόνο (αριθμός μηχανών χ χρόνος). Έπειτα, τον προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου. Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο και τέλος προσθέτει τα αποτελέσματα των τριών πράξεών του (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *1, *6

1.1.2.1.2.7 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό χρόνο, έπειτα τον αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου. Βρίσκει τον συνολικό τελικό χρόνο και από αυτόν αφαιρεί την προηγούμενη διαφορά (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.2.1.2.8 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο της μιας μηχανής και τον αφαιρεί από την αρχική κατανάλωση πετρελαίου. Έπειτα διαιρεί τον τελικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και δίνει το λόγο αυτό ως απάντηση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ). *3, *6

1.1.2.2 *Βρίσκει αποκομμένα την κατανάλωση πετρελαίου στον τελικό αριθμό των μηχανών ή στον τελικό χρόνο ή και στα δύο χωριστά, αλλά δεν συνδέει τα τρία ποσά μεταξύ τους για να δώσει μια απάντηση. Στην πορεία της λύσης κάνει κάποιες πράξεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα*

1.1.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.2.2.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο, αλλά θέτει τρεις στήλες βάζοντας στις τιμές και την κατανάλωση πετρελαίου. Τοποθετεί λάθος τις τιμές και θέτει δύο αγνώστους. Βρίσκει την κατανάλωση πετρελαίου στον αριθμό των 20 μηχανών, αγνοώντας το χρόνο και μετά σχηματίζει μια λανθασμένη αναλογία με τα τρία μεγέθη. (ΛΑΘΟΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ)

1.1.2.2.1.2 Α' πίνακας: ποσά: χρόνος - αριθμός μηχανών → καθόλου άγνωστη τιμή, σταυρωτά γινόμενα, δύο πολ/μοι (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν ανάλογα)

Β' πίνακας: χρόνος - κατανάλωση πετρελαίου → σταυρωτά γινόμενα → δύο διαδοχικοί πολ/μοι. Στο τελευταίο γινόμενο προσθέτει ένα από τα προηγούμενα γινόμενα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *2, *6

1.1.2.3 Βρίσκει αποκομμένα την κατανάλωση πετρελαίου στον τελικό αριθμό των μηχανών ή στον τελικό χρόνο και στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέσει τα τρία ποσά μεταξύ τους κάνει μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις χωρίς νόημα (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)

1.1.2.3.1 Βρίσκει αποκομμένα την κατανάλωση πετρελαίου στον τελικό αριθμό των μηχανών ή στον τελικό χρόνο, με λανθασμένο τρόπο και στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέσει τα τρία ποσά μεταξύ τους κάνει μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις χωρίς νόημα (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)

1.1.2.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου → σταυρωτά γινόμενα → πολ/μος, όχι διαίρεση με το συντελεστή του χ. Έπειτα προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το άθροισμα αυτό το

προσθέτει στο προηγούμενο αποτέλεσμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ). *2, *6

1.1.2.3.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/μηχονή και τον πολ/ζει (αντί να διαιρεί) με τον αρχικό χρόνο (ποσό χωρίς νόημα). Έπειτα, το λόγο αυτό τον πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό με τον τελικό χρόνο (ποσό χωρίς νόημα). Τελικά, προσθέτει τα δύο αυτά ποσά. ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ *1, *6

1.1.2.4 Βρίσκει αποκομμένα την κατανάλωση πετρελαίου στον τελικό αριθμό των μηχανών ή στον τελικό χρόνο, με σωστό τρόπο και στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέσει τα τρία ποσά μεταξύ τους κάνει μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις χωρίς νόημα (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)

1.1.2.4.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.1.2.4.1.1 Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/αριθμός μηχανών και έπειτα το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/χρόνος. ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΕΙ ΤΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΜΟΝΑΔΑ. Μετά πολ/ζει το πρώτο πηλίκο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το δεύτερο πηλίκο με τον τελικό χρόνο. Στη συνέχεια, προσθέτει αυτά τα δύο γινόμενα *5

1.1.2.4.1.2 Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/αριθμός μηχανών και έπειτα το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/χρόνος. ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΕΙ ΤΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΜΟΝΑΔΑ. Έπειτα, πολ/ζει το δεύτερο πηλίκο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και δίνει το γινόμενο ως απάντηση. *1

1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

1.1.3.1 Κάνει πολ/μους ή διαιρέσεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα

1.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών (λάθος στην κατάστρωση του πίνακα)

1.1.3.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.

Για καθένα από τα δύο ποσά θέτει 3 τιμές (για τον αριθμό των μηχανών θέτει εκτός των 2 τιμών και το 100, για το χρόνο, εκτός των 2 τιμών θέτει και την κατανάλωση πετρελαίου). Κάνει πράξεις χωρίς κανένα νόημα για να βρει 2 αγνώστους χ και ψ .
(Κάνει πράξεις μεταξύ των τιμών των ιδίων μεγεθών, σύγκυση των ποσών)

1.1.3.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και την κατανάλωση πετρελαίου → Σύγκυση των ποσών και λανθασμένη τοποθέτηση τους στον πίνακα → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα κάνει τον πολλαπλασιασμό και μετά διαίρεση.

1.1.3.2 Δεν συνδέει τα τρία ποσά μεταξύ τους και σχηματίζει αναλογίες μεταξύ των δύο από τα τρία ποσά και στη συνέχεια δεν τα μεταχειρίζεται με τον τρόπο που τους αρμόζει (τα θεωρεί αντιστρόφως ανάλογα, ενώ είναι ανάλογα)

1.1.3.2.1 Απλή μέθοδος των τριών

Εργάζεται χωριστά για τα μεγέθη κατανάλωση πετρελαίου-αριθμός μηχανών και κατανάλωση πετρελαίου-χρόνος. Όμως μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα (ίσα γινόμενα). Δίνει ως απάντηση το αποτέλεσμα της πρώτης αναλογίας. ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ *2, *4

1.1.3.2.2 Πράξεις

Πολ/ζει την δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό χρόνο και έπειτα το γινόμενο το διαιρεί με τον τελικό χρόνο (μεταχειρίζεται τα ποσά κατανάλωση πετρελαίου - χρόνος σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα). Μετά πολ/ζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το γινόμενο το προσθέτει στο

προηγούμενο πηλίκο. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.4.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία μεγέθη. Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.4.2 Καμία αναφορά στα μεγέθη – χρήση άσχετων αριθμητικών δεδομένων

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Άγνοια του χρόνου

1.2.1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.1.1.1.1 Ποσά: αριθμός μηχανών – κατανάλωση πετρελαίου (ανάλογα ποσά) – σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση.

1.2.1.1.1.1.2 Ομοίως, όμως κάνει χρήση άσχετων αριθμητικών δεδομένων.

1.2.1.1.1.2 Απλή μέθοδος των τριών

Ποσά: αριθμός μηχανών – κατανάλωση πετρελαίου (ανάλογα ποσά) – σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση

1.2.1.1.1.3 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει την τιμή της μονάδας κατανάλωση πετρελαίου/μηχανή και έπειτα την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ποσά ανάλογα)

1.2.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο²⁰)

1.2.1.1.2.1 Πίνακας αναλογιών

Ποσά αριθμός μηχανών – κατανάλωση πετρελαίου (ανάλογα ποσά) – σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου αντί να διαιρεί *2

1.2.1.1.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.1.2.2.1 Βρίσκει την τιμή της μονάδας κατανάλωση πετρελαίου/μηχανή και έπειτα το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/τελικός αριθμός μηχανών (ο δεύτερος λόγος δεν έχει νόημα) *3

1.2.1.1.2.2.2 Βρίσκει την τιμή της μονάδας κατανάλωση πετρελαίου/μηχανή και έπειτα πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, δίνοντας το αποτέλεσμα ως απάντηση *2, *1

1.2.1.1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο²¹)

1.2.1.1.3.1 Ποσά αριθμός μηχανών – κατανάλωση πετρελαίου. Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα

1.2.1.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.1.3.1.1.1 ίσα γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου *2

1.2.1.1.3.1.1.2 ίσα γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά πάλι πολ/μος με το συντελεστή του αγνώστου *2

²⁰ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

²¹ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.1.3.1.2 Πράξεις

1.2.1.1.3.1.2.1 Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε αποτέλεσμα με νόημα

1.2.1.1.3.1.2.1.1 Πολ/ζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου *2, *6

1.2.1.1.3.1.2.1.2 Πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με το 3, το γινόμενο αυτό στη συνέχεια το πολ/ζει με το 2 και σε ότι βρει προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου. (ΧΡΗΣΗ ΑΣΧΕΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *1, *6

1.2.1.2 Άγνοια του αριθμού των ημερών

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.2.1.1.1 Ποσά χρόνος – κατανάλωση πετρελαίου (ανάλογα ποσά) – σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση

1.2.1.2.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα 3x2. Αγνοεί εντελώς τον αριθμό των μηχανών και σχηματίζει αναλογία μεταξύ του χρόνου και της κατανάλωσης πετρελαίου. Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά διαίρεση

1.2.1.2.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.2.1.2.1 Βρίσκει την τιμή της μονάδας κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος και έπειτα την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ποσά ανάλογα)

1.2.1.2.1.2.2 Βρίσκει την τιμή της μονάδας κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος και το πηλίκο αυτό το πολ/ζει πάλι με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *1

1.2.1.2.1.3 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος και τον πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση του πετρελαίου

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)²²

1.2.1.2.2.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.2.2.1.1 Βρίσκει το λόγο *κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος*. Έπειτα, πολ/ζει τις δύο τιμές του χρόνου και δίνει το αποτέλεσμα ως απάντηση. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2, *1

1.2.1.2.2.1.2 Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος και το διαιρεί στη συνέχεια με τον τελικό χρόνο αντί να πολλαπλασιάζει (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *3

1.2.1.2.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο²³)

1.2.1.2.3.1 Πίνακας αναλογιών

Ποσά χρόνος – κατανάλωση πετρελαίου. Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα *2

1.2.1.2.3.2 Πράξεις

1.2.1.2.3.2.1 *Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα με νόημα.*

1.2.1.2.3.2.1.1 Προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου τον αρχικό χρόνο, το άθροισμα αυτό το πολ/ζει με τον αρχικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τον

²² Βλ. σημ. 15, σελ. 44

²³ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

τελικό χρόνο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.2.1.2.3.2.1.2 Αφαιρεί από τον τελικό τον αρχικό χρόνο και τη διαφορά αυτή την πολ/ζει με την κατανάλωση πετρελαίου. Έπειτα, το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3 Άγνοια της κατανάλωσης πετρελαίου

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία μεγέθη και τις τιμές τους και στη συνέχεια πολλαπλασιάζει τον τελικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών δίνοντας το αποτέλεσμα σε λίτρα *1

1.2.1.3.1.2 Πράξεις

1.2.1.3.1.2.1 Βρίσκει το συνολικό χρόνο²⁴ (αρχικό ή τελικό ή και τους δύο) πολλαπλασιάζοντας αριθμό μηχανών χ χρόνο *1

1.2.1.3.1.2.2 Δίνει ως απάντηση τον τελικό συνολικό χρόνο *1

1.2.1.3.1.2.3 Βρίσκει τους δύο συνολικούς χρόνους και τους προσθέτει μεταξύ τους *1

1.2.1.3.1.2.4 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών και το γινόμενο το διαιρεί πάλι με τον τελικό χρόνο

1.2.1.3.1.2.5 Βρίσκει τους δύο συνολικούς χρόνους και τους διαιρεί μεταξύ τους *5

²⁴ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο²⁵)

1.2.1.3.2.1 Πράξεις

Βρίσκει το συνολικό χρόνο (αρχικό ή τελικό ή και τους δύο και έπειτα κάνει μια λανθασμένη ενέργεια

1.2.1.3.2.1.1 Πολ/ζει τις αρχικές και τελικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών, βρίσκοντας έτσι συνολικούς χρόνους και το δεύτερο γινόμενο το διαιρεί με τον αρχικό χρόνο. *1

1.2.1.3.2.1.2 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό χρόνο (αριθμός μηχανών χ χρόνος). Ομοίως, τον τελικό συνολικό χρόνο τον οποίο πολ/ζει με τον τελικό χρόνο των 36 λεπτών²⁶. *2

1.2.1.3.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο²⁷)

1.2.1.3.3.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.3.3.1.1 Μεταχειρίζεται τα ποσά αριθμός μηχανών – χρόνος ως ανάλογα αντί για αντιστρόφως ανάλογα

Σχηματίζει έναν πίνακα με τα 3 ποσά. Σχηματίζει μια αναλογία μεταξύ του χρόνου και του αριθμού των μηχανών. Σταυρωτά πολ/ζει τον τελικό αριθμό των μηχανών με τον αρχικό χρόνο και τον τελικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και έπειτα προσθέτει τα δύο γινόμενα. *2, *6

1.2.1.3.3.1.2 Δεν θέτει καθόλου άγνωστο χ

1.2.1.3.3.1.3 Κάνει λάθος στην κατάστρωση του πίνακα

²⁵ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

²⁶ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

²⁷ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.3.3.1.3.1 Σύγκριση των ποσών και λανθασμένη τοποθέτηση τους στον πίνακα. Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο. Στη θέση της τελικής τιμής του χρόνου θέτει το $\chi \rightarrow$ σταυρωτά γινόμενα \rightarrow πρώτα πολ/μος και μετά διαίρεση (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν ανάλογα) *2

1.2.1.3.3.1.3.2 Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο \rightarrow σύγκριση των ποσών, λανθασμένη τοποθέτηση τους στον πίνακα. Θέτει τον άγνωστο χ στη θέση της αρχικής τιμής του αριθμού των μηχανών \rightarrow σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν ανάλογα) *2

1.2.1.3.3.1.3.3 Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο. Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και στον πίνακα θέτει το άθροισμα αυτό σε αντιστοιχία με τον αρχικό χρόνο και θέτει χ ως άλλη τιμή του αριθμού των μηχανών σε αντιστοιχία με τον τελικό χρόνο \rightarrow σχηματισμός αναλογίας \rightarrow σταυρωτά γινόμενα \rightarrow πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν ανάλογα) *2

1.2.1.3.3.1.3.4 Σύγκριση των ποσών και λανθασμένη τοποθέτηση τους στον πίνακα, διαδοχικά πολ/ζει όλα τα δεδομένα. *2

1.2.1.3.3.2 Πράξεις

1.2.1.3.3.2.1 Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα με νόημα

1.2.1.3.3.2.2 Διαιρεί τον τελικό αριθμό των μηχανών με τον αρχικό χρόνο και έπειτα διαιρεί τον τελικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών. *3

1.2.1.3.3.2.3 Βρίσκει το λόγο *αρχ. αριθμός μηχανών/αρχ. χρόνος* και τον πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. Έπειτα το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τον τελικό χρόνο των 36 λεπτών. *3

1.2.1.3.3.2.4 Πολ/ζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και τις δύο τιμές του χρόνου και στη συνέχεια τις προσθέτει μεταξύ τους. *2, *6

1.2.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.2.4.1 Τοποθετεί σωστά τα ποσά στον πίνακα, δεν θέτει άγνωστο χ , δεν κάνει καθόλου πράξεις.

1.2.4.2 Λανθασμένη τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα. Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.2.2. ΑΓΝΟΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.2.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.1.1 Πράξεις

1.2.2.1.1.1 Πολ/ζει τις τελικές τιμές του αριθμού των μηχανών και του χρόνου, βρίσκοντας τον τελικό συνολικό χρόνο²⁸ και ότι βρει το προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *6

1.2.2.1.1.2 Πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τον τελικό χρόνο (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.2.2.1.1.3 Πολ/ζει την κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό χρόνο. Έπειτα, το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

²⁸ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

1.2.2.1.1.4 Προσθέτει τις αρχικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών μεταξύ τους και έπειτα με το άθροισμα διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου.

(ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *5

1.2.2.1.1.5 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο²⁹ και έπειτα το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/τελικός χρόνος (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3,*4

1.2.2.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα διπλής εισόδου με ποσά τον αριθμό των μηχανών και την κατανάλωση πετρελαίου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ). Σταυρωτά γινόμενα (8χ:672*12), πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση, σύγκυση των ποσών. *2

1.2.2.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος και το πηλίκο αυτό το πολ/ζει με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.2.2.2.3 Πράξεις

1.2.2.2.3.1 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο (8χ12)³⁰ και στη συνέχεια τον αφαιρεί από την δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *6

²⁹ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

³⁰ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

1.2.2.2.3.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο³¹ και τον πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση πετρελαίου (αντί να διαιρεί) (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *2

1.2.2.3 ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΤΙΜΕΣ Ή ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ)

1.2.2.3.1 Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών (αγνοεί και την κατανάλωση πετρελαίου)

1.2.2.3.2 Προσθέτει τέσσερις φορές την δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΟΧΙ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.2.2.3.3 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, μετά τον αρχικό αριθμό των μηχανών και τα δύο προηγούμενα αθροίσματα τα προσθέτει μεταξύ τους. (ΑΣΧΕΤΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ, ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΜΟΝΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.1.1.1 Βρίσκει τις διαφορές μεταξύ των τιμών του αριθμού των μηχανών και του, χρόνου και στη συνέχεια τις προσθέτει μεταξύ τους. Έπειτα πολ/ζει τη δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου επί 2 και στο γινόμενο προσθέτει το προηγούμενο άθροισμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.1.1.2 Αφαιρεί από τον αρχικό χρόνο τον αριθμό των μηχανών, στη διαφορά αυτή προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.1.1.3 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, στο άθροισμα

³¹ Βλ. σημ. 16, σελ. 60

προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου και στο άθροισμα αυτό προσθέτει ξανά τον τελικό χρόνο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.1.1.4 Αφαιρεί από τον αρχικό χρόνο τον αρχικό αριθμό των μηχανών. Μετά αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου τον τελικό χρόνο και από τη διαφορά αυτή αφαιρεί τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.1.1.5 Βρίσκει τις διαφορές μεταξύ των τιμών του χρόνου και των μηχανών και τις προσθέτει μεταξύ τους. Το άθροισμα αυτό, τέλος, το προσθέτει με την κατανάλωση πετρελαίου. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.1.6 Αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου τις αρχικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών και έπειτα προσθέτει πάλι αυτά τα 3 ποσά. Τέλος, προσθέτει την πρώτη διαφορά με το τελευταίο άθροισμα (ΑΣΧΕΤΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ, ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.1.1.7 Προσθέτει όλα μαζί τα αριθμητικά δεδομένα (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.1.1.8 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, έπειτα το χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και τέλος προσθέτει τα δύο αθροίσματα μεταξύ τους.

1.3.2 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΑ Η ΛΟΓΟΥΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.1 Προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου τον αρχικό χρόνο. Έπειτα, βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο των 20 μηχανών. τέλος, προσθέτει τα δύο αυτά αποτελέσματα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.2 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και τις δύο τιμές του χρόνου και στη συνέχεια τις προσθέτει μεταξύ τους. Τέλος, στο άθροισμα αυτό

προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου (ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.3.2.3 Βρίσκει τις διαφορές μεταξύ των τιμών του αριθμού των μηχανών και του χρόνου και στη συνέχεια τις προσθέτει μεταξύ τους. Έπειτα, πολ/ζει τη δοσμένη κατανάλωση πετρελαίου με το προηγούμενο άθροισμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.3.2.4 Προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου τις αρχικές τιμές του χρόνου και του αριθμού των μηχανών, από το άθροισμα αφαιρεί τον τελικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την πολ/ζει με τον τελικό χρόνο (ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΟΥ ΝΟΗΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ, ΑΣΧΕΤΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

Πρόβλημα 4

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Δημιουργεί ίσα γινόμενα (αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών = τελικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών), πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση

3.1 Σχηματισμός ίσων γινομένων

Σχηματίζει ίσα γινόμενα με τις τιμές των μεγεθών (αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών = τελικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών). Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση

3.3 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το χρόνο της μιας μηχανής πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των μηχανών.

3.4 Απλή μέθοδος των τριών

Δημιουργεί ίσα γινόμενα (αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών = τελικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών). Πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση

3.5 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών και με το λόγο αυτό διαιρεί τον αρχικό χρόνο

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 Κάνει πράξεις που έχουν ορθό νόημα

1.1.1 Πράξεις

1.1.1.1 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό χρόνο³², πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *1

1.1.1.2 Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών και τον δίνει ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *1

1.2 ΚΑΝΕΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΚΑΠΟΙΕΣ ΑΠΟ ΑΥΤΕΣ ΕΧΟΥΝ ΟΡΘΟ ΝΟΗΜΑ (ΛΑΘΟΣ ΣΕ ΔΕΥΤΕΡΟΤΕΝΕΣ ΕΠΙΠΕΔΟ³³)

1.2.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.1 Βρίσκει τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή για να παράγει την ποσότητα παγωτού, πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το προσθέτει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. *1, *6

³² Βλ. σημ. 16, σελ. 60

³³ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.2 Βρίσκει τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή, πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. *1, *2

1.2.1.3 Βρίσκει τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή, πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το προσθέτει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. Τέλος, προσθέτει μεταξύ τους τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων πράξεων. *1, *6

1.2.1.4 Βρίσκει τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή, πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και από το γινόμενο αυτό αφαιρεί τον τελικό αριθμό των μηχανών. *1, *6

1.2.2 Πράξεις

1.2.2.1 Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών και τον πολλαπλασιάζει έπειτα με τον αρχικό χρόνο (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα)

1.2.2.2 Πολλαπλασιάζει ξεχωριστά τον αρχικό χρόνο με τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και δίνει ως απάντηση το γινόμενο με τον τελικό αριθμό των μηχανών. *1, *2

1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Λάθος σε πρωτογενές επίπεδο με επακόλουθο λάθος και σε δευτερογενές επίπεδο³⁴)

1.3.1 Πίνακας αναλογιών

1.3.1.1 Ποσά χρόνος – ποσότητα σοκολάτας. Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα τουλάχιστον στην πρώτη πράξη – σωστή η κατάστρωση του πίνακα

³⁴ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.3.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί ίσους λόγους.

1.3.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί ίσους λόγους και σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση.

1.3.1.1.3 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί ίσους λόγους και σταυρωτά γινόμενα, πρώτα διαίρεση, μετά πολ/μος.

1.3.1.1.4 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, μετά δε διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΟΣΟΥ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.1.1.5 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, μετά πάλι πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου, αντί να διαιρεί (ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΟΣΟΥ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.1.1.6 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών, αντί να πολλαπλασιάζει (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *3

1.3.1.2 *Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα – σωστή η κατάστρωση του πίνακα*

1.3.1.2.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί ίσα γινόμενα με τις διαφορετικές τιμές των ίδιων μεγεθών (αρχικός χρόνος χ τελικός χρόνος = αρχικός αριθμός μηχανών χ τελικός αριθμός μηχανών), πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. *2

1.3.1.2.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών.
Δημιουργεί ίσα γινόμενα με τις διαφορετικές τιμές των ίδιων μεγεθών (αρχικός χρόνος χ τελικός χρόνος = αρχικός αριθμός μηχανών χ τελικός αριθμός μηχανών),

πρώτα πολ/μος, μετά πάλι πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου αντί να διαιρεί. *2

1.3.1.2.3 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Ως αρχική τιμή βάζει το πηλίκο της διαίρεσης. Σχηματίζει αναλογία και κάνει μόνο τον πολ/μο, δεν διαιρεί με τον συντελεστή του αγνώστου. *3

1.3.1.3 *Κάνει προσθέσεις ή αφαιρέσεις μεταξύ όμοιων ποσών, δεν έχει κατανοήσει την έννοια της αναλογίας και των πολλαπλασιαστικών δομών- σωστή η κατάστρωση του πίνακα*

1.3.1.3.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Προσθέτει διαδοχικά τις τιμές του πίνακα σταυρωτά, δηλ. τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον αρχικό αριθμό των μηχανών)

1.3.1.3.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Σχηματίζει μια εξίσωση ($\chi=224*26+91$). Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το άθροισμα το πολλαπλασιάζει με το χρόνο.

1.3.1.4 *Σχηματισμός πίνακα – καμία αναφορά στα μεγέθη*

Σχηματίζει πίνακα χωρίς καμία αναφορά στα μεγέθη και με χρήση άσχετων αριθμητικών δεδομένων

1.3.2 *Σχηματισμός αναλογίας - Μεταχειρίζεται τα ποσά ως ανάλογα*

1.3.2.1 Σχηματίζει μια ισότητα λόγων

$$\frac{\text{αρχικός αριθμός μηχανών}}{\text{τελικός αριθμός μηχανών}} = \frac{\text{αρχικός χρόνος}}{\text{τελικός χρόνος}}$$
. Μεταχειρίζεται τα ποσά ως

ανάλογα.

1.3.2.2 Σχηματίζει μια ισότητα λόγων

$$\frac{\text{αρχικός αριθμός μηχανών}}{\text{αρχικός χρόνος}} = \frac{\text{τελικός αριθμός}^0 \text{μηχανών}}{\text{τελικός χρόνος}}. \text{ Δημιουργεί}$$

σταυρωτά γινόμενα, κάνει μόνο τον πολ/μο, δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου

1.3.2.3 Σχηματίζει μια ισότητα λόγων

$$\frac{\text{αρχικός αριθμός μηχανών}}{\text{αρχικός χρόνος}} = \frac{\text{τελικός αριθμός μηχανών}}{\text{τελικός χρόνος}}. \text{ Δημιουργεί}$$

σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση.

1.3.3 Αναγωγή στη μονάδα

1.3.3.1 Μεταχειρίζεται τα ποσά ως ανάλογα Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. *3, *2

1.3.3.2 Άγνοια της τιμής ενός μεγέθους

Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *3

1.3.4 Πράξεις

1.3.4.1 Μεταχειρίζεται τα ποσά ως ανάλογα, τουλάχιστον στην πρώτη τάξη

1.3.4.1.1 Πολλαπλασιάζει τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (χιαστί γινόμενα). *2

1.3.4.1.2 ΔΙΑΙΡΕΙ ΤΟΝ ΑΡΧΙΚΟ ΧΡΟΝΟ ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΧΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ (ΑΝΤΙ ΝΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΕΙ) ΚΑΙ ΜΕ ΤΟ ΠΗΛΙΚΟ ΑΥΤΟ ΔΙΑΙΡΕΙ ΤΟΝ ΤΕΛΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ. *3

1.3.4.1.3 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) και το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των μηχανών.

***3**

1.3.4.1.4 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) και το πηλίκο αυτό το προσθέτει στον τελικό αριθμό των μηχανών.

***3, *6**

1.3.4.1.5 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) και το τρίτο υπόλοιπο της διαίρεσης το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΣΥΓΧΥΣΗ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ) ***3**

1.3.4.1.6 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει). Έπειτα, αφαιρεί από τον αρχικό χρόνο τον τελικό αριθμό των μηχανών. Δεν δίνει μια συγκεκριμένη απάντηση. ***3, *6**

1.3.4.1.7 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (αντί να πολλαπλασιάζει) και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. ***3**

1.3.4.1.8 Πολλαπλασιάζει τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ). ***2**

1.3.4.1.9 Πολλαπλασιάζει τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί πάλι με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ). ***2**

1.3.4.1.10 Πολλαπλασιάζει τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των μηχανών. ***2**

1.3.4.2 *Κάνει πολ/μους μεταξύ όμοιων ποσών ή πολ/μους ή διαιρέσεις μεταξύ ποσών που δεν οδηγούν σε ένα αποτέλεσμα με νόημα*

1.3.4.2.1 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ). *3

1.3.4.2.2 Αφαιρεί τον αρχικό από τον τελικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά αυτή την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ). *2, *1

1.3.4.2.3 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ). *2, *1

1.3.4.2.4 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και από το γινόμενο αυτό αφαιρεί τον αρχικό χρόνο. *2, *6

1.3.4.2.5 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο (ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΝΟΗΜΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ). *5

1.3.4.2.6 Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με ένα χρόνο 60 λεπτών και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει διαδοχικά με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και έπειτα χωριστά με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό δίνει ως απάντηση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ). *2

1.3.4.2.7 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό χρόνο. *2

1.3.4.2.8 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, έπειτα τις αφαιρεί μεταξύ τους και τέλος διαιρεί το γινόμενο αυτό με την προηγούμενη διαφορά (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ). *2, *6

1.3.4.2.9 Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο. *2

1.3.4.2.10 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και στο γινόμενο αυτό προσθέτει τον αρχικό χρόνο. *2, *6

1.3.4.3 Κάνει προσθέσεις ή αφαιρέσεις μεταξύ όμοιων ή ανόμοιων ποσών, δεν έχει κατανοήσει την έννοια των πολλαπλασιαστικών δομών

1.3.4.3.1 Προσθέτει στον αρχικό χρόνο τον αρχικό αριθμό των μηχανών και ότι βρει το προσθέτει στον τελικό αριθμό των μηχανών.

1.3.4.3.2 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το άθροισμα αυτό το προσθέτει στον αρχικό χρόνο

1.3.4.3.3 Προσθέτει τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον τελικό αριθμό των μηχανών. Τέλος πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τα δύο αθροίσματα.

1.3.4.3.4 Αφαιρεί από τον αρχικό χρόνο τον αρχικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την προσθέτει στον τελικό αριθμό των μηχανών.

1.3.4.3.5 Αφαιρεί τον αρχικό από τον τελικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την προσθέτει στον αρχικό χρόνο.

1.3.4.3.6 Προσθέτει μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα.

1.3.4.3.7 Αφαιρεί από τον αρχικό χρόνο τον αρχικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών

1.3.4.3.8 Αφαιρεί τον αρχικό από τον τελικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο. (ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ)

1.3.4.3.9 Αφαιρεί τον αρχικό από τον τελικό αριθμό των μηχανών και τη διαφορά την διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των μηχανών. έπειτα, το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο. Τέλος, προσθέτει το γινόμενο αυτό με τον αρχικό χρόνο.

1.3.4.3.10 Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών, από το άθροισμα αυτό αφαιρεί τον αρχικό χρόνο. Έπειτα, τη διαφορά αυτή την

πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και από το γινόμενο αυτό αφαιρεί ξανά τον αρχικό χρόνο. *2, *6

Β΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Όλες οι τεχνικές επίλυσης του προβλήματος από τα υποκείμενα αναλύθηκαν εκτενώς και ομαδοποιήθηκαν σε κατηγορίες χαρακτηριστικών της εργασίας του, όπως περιγράφεται παρακάτω:

ΠΡΩΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Πρόκειται για χαρακτηρισμό του τρόπου επίλυσης του προβλήματος.

0 Καμία απάντηση

1 Λάθος

2 Ημιτελής διαδικασία

3 Σωστό

ΔΕΥΤΕΡΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Περιγράφει την στρατηγική που ακολούθησε ο μαθητής.

1 Πίνακας αναλογιών

2 Σχηματισμός ίσων γινομένων

3 Απλή μέθοδος των 3

4 Αναγωγή στη μονάδα

5 Πράξεις

ΤΡΙΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Η κατηγορία αυτή αφορά μόνο σε μεθόδους στις οποίες θεωρείται απαραίτητη κάποια κατάστρωση πριν την επίλυση του προβλήματος, όπως είναι ο πίνακας

αναλογιών, η απλή μέθοδος των τριών και ο απευθείας σχηματισμός ίσων γινομένων.

Έτσι, αν η κατάστροψη έχει γίνει σωστά ο κωδικός είναι **1**, ενώ στην περίπτωση που η κατάστροψη έχει γίνει με λάθος τρόπο ο κωδικός είναι **2**. Σε κάθε άλλη περίπτωση που ο μαθητής έχει επιλέξει μια άλλη μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος, δεν χρησιμοποιείται κανένας κωδικός και μπαίνει παύλα (-).

ΤΕΤΑΡΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ:

Η κατηγορία αυτή αφορά στην πρώτη πράξη του προβλήματος και περιγράφει αναλυτικά όλες τις πράξεις που καταγράφηκαν από τους μαθητές. Ειδικότερα, έχουμε:

0: Καμία απάντηση

1: Λάθος

1.1: Λάθος που οφείλεται σε προηγούμενη λάθος κατάστροψη

1.2. Πολλαπλασιάζει όχι αντίστοιχες ποσότητες (αρχικός χρόνος χ αρχική αριθμός μηχανών):

1.2.1 Πολλαπλασιάζει όμοια είδη (π.χ. χρόνοι, αριθμός μηχανών)

1.2.2 Πολλαπλασιάζει χιαστί (αρχικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών, τελικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών). Πράξη που αντιστοιχεί σε ανάλογα ποσά

1.3: Διαίρεση:

1.3.1 Αντί να πολλαπλασιάζει αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών κάνει διαίρεση μεταξύ τους.

1.3.2 Διαιρεί τον αρχικό δεδομένο χρόνο με ένα χρόνο των 60 λεπτών

1.4: Πρόσθεση

1.4.1 Πρόσθεση όμοιων ποσών

1.4.2 Πρόσθεση ανόμοιων ποσών

1.5: Αφαίρεση

1.5.1 Αφαίρεση όμοιων ποσών

1.5.2 Αφαίρεση ανόμοιων ποσών

2 Σωστό

2.1 Δημιουργεί γινόμενα με τις αντίστοιχες ποσότητες (αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός μηχανών, τελικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών)

2.2 Αναγωγή στη μονάδα (αρχικός αριθμός μηχανών χ αρχικός χρόνος)

2.3 Λόγος (τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών ή αντίστροφα)

2.4 Κάνει τη διαίρεση αρχικός χρόνος/τελικός αριθμός μηχανών.

ΠΕΜΠΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ

Η κατηγορία αυτή αφορά στη δεύτερη πράξη του προβλήματος και περιγράφει αναλυτικά όλες τις πράξεις που καταγράφηκαν από τους μαθητές.

Ειδικότερα, έχουμε:

0: Καμία απάντηση

1: Λάθος

1.1: Λάθος που οφείλεται σε προηγούμενο λάθος στην πρώτη πράξη (συνακόλουθο λάθος)

1.2: Κάνει μια πράξη με την οποία επιστρέφει πάλι σε αρχικό δεδομένο ποσό

1.3: Πολλαπλασιασμός:

- 1.3.1** Χρησιμοποιεί τις σωστές ποσότητες, αλλά πολλαπλασιάζει αντί να διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου
- 1.3.2** Πολλαπλασιάζει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός μηχανών με τον αρχικό χρόνο (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα).
- 1.3.3** Πολλαπλασιάζει χιαστί τις ποσότητες (αρχικός χρόνος χ τελικός αριθμός μηχανών)

1.4: Διαίρεση

Κάνει διαίρεση, μεταχειρίζεται τα ποσά, όμως, ήδη από την πρώτη πράξη σαν να ήταν ανάλογα

1.5: Πρόσθεση

Αντί για διαίρεση κάνει πρόσθεση με το συντελεστή του αγνώστου (πρόσθεση ανόμοιων ποσών)

1.6: Αφαίρεση

Αντί για διαίρεση κάνει αφαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου (αφαίρεση ανόμοιων ποσών)

2: Σωστή πράξη

ΕΚΤΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ

1.1 Χρησιμοποιείται μόνο στις περιπτώσεις όπου ο μαθητής έχει εκτελέσει και άλλη πράξη ως συνακόλουθο λάθος. Σε κάθε άλλη περίπτωση μπαίνει παύλα (-).

3.2 ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΟΣΟΣΤΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1.1

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Πίνακας 3

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Όλες οι πράξεις που κάνει έχουν νόημα	6	8,6
2: Κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν νόημα	18	25,7
3: Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν νόημα	46	65,7
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΛΑΘΟΣ	70	

Σχόλιο:

Το μεγαλύτερο ποσοστό των υποκειμένων κάνει πράξεις που οδηγούν στο σχηματισμό ποσοτήτων που δεν έχουν ορθό νόημα, δηλαδή ποσότητες που δεν έχουν ορισμένη διάσταση και αντικείμενο αναφοράς. Τέτοια λάθη, μπορεί να είναι γινόμενα όμοιων ποσών, ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές, πηλίκα που πρακτικά δεν έχουν νόημα, κ.τ.λ

Β' ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ³⁵

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 4

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
ΚΑΜΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΗ	9	5,5
ΛΑΘΟΣ	69	42,3
ΗΜΙΤΕΛΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ	12	7,4
ΣΩΣΤΟ	73	44,8
ΣΥΝΟΛΟ	163	

ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ

Πίνακας 5

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	8	4,9
1: Πίνακας αναλογιών	71	43,6
2: Σχηματισμός αναλογίας	10	6,1
3: Απλή μέθοδος των τριών	3	1,8
4: Αναγωγή στη μονάδα	27	16,6
5: Πράξεις	43	26,4
ΣΥΝΟΛΟ	163	

³⁵ Στο πρόβλημα αυτό και στο 4,1 που αφορούν σε καταστάσεις απλής αναλογίας, έγιναν δύο διαφορετικές κωδικοποιήσεις, όπως αναφέρεται στο αντίστοιχο κεφάλαιο που εξυπηρετούσαν την όσο το δυνατόν πληρέστερη ανάλυση τους.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ
ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΣΩΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Πίνακας 6

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	11	11,8
1: Πίνακας αναλογιών	51	54,8
2: Σχηματισμός αναλογίας	7	7,5
3: Απλή μέθοδος των τριών	5	5,4
4: Αναγωγή στη μονάδα	14	15,1
5: Πράξεις	5	5,4
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΣΩΣΤΑ	93	

Σχόλιο:

Παρατηρούμε ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των υποκειμένων κάνει χρήση του πίνακα αναλογιών ως μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΟΠΟΥ
ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ³⁶**

Πίνακας 7

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Σωστή κατάστρωση	81	87,1
Λανθασμένη κατάστρωση	3	3,2
Καμία απάντηση	9	9,7
Δεν υπήρχε μέθοδος που να αφορούσε κατάστρωση	70	
ΣΥΝΟΛΟ	93	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 8

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	14	8,6
Λάθος η πρώτη πράξη	46	28,2
Σωστή η πρώτη πράξη	103	63,2
ΣΥΝΟΛΟ	163	

³⁶ Οι μέθοδοι που απαιτούσαν κάποια κατάστρωση είναι αυτές του πίνακα αναλογιών, της απλής μεθόδου των τριών και του απευθείας σχηματισμού αναλογίας.

ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ

ΠΡΑΞΗΣ

Πίνακας 9

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	35	21,5
Λάθος η δεύτερη πράξη	55	33,7
Σωστή η δεύτερη πράξη	73	44,8
ΣΥΝΟΛΟ	163	

Σχόλιο:

Παρατηρούμε ότι από την ορθή επιλογή της πρώτης μέχρι και την ορθή επιλογή της δεύτερης πράξης, υπάρχει μια διαρροή περίπου στο 20% επί των σωστών απαντήσεων και στις δύο περιπτώσεις. Δηλαδή από τα 103 υποκείμενα που κάνουν σωστά την πρώτη πράξη, τα 73 κάνουν σωστά και τη δεύτερη καταλήγοντας στην ορθή τελική απάντηση, ενώ 30 υποκείμενα αποτυγχάνουν.

ΟΜΑΔΑ Β

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Πίνακας 10

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Όλες οι πράξεις που κάνει έχουν νόημα	10	12,8
2: Κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν νόημα	21	26,9
3: Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν νόημα	47	60,3
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΛΑΘΟΣ	78	

Σχόλιο:

Το μεγαλύτερο ποσοστό των υποκειμένων και στην περίπτωση αυτή, κάνει πράξεις που οδηγούν στο σχηματισμό ποσοτήτων που δεν έχουν ορθό νόημα.

Β΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Πίνακας 11

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	13	8,3
Λάθος	78	49,7
Ημιτελής διαδικασία	7	4,5
Σωστό	59	37,6
ύνολο	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΟ
ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ**

Πίνακας 12

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	13	8,3
1: Πίνακας αναλογιών	72	45,9
2: Σχηματισμός αναλογίας	10	6,4
3: Απλή μέθοδος των τριών	3	1,9
4: Αναγωγή στη μονάδα	23	14,6
5: Πράξεις	36	22,9
ΣΥΝΟΛΟ	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ
ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΣΩΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Πίνακας 13

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	13	19,7
1: Πίνακας αναλογιών	46	69,7
2: Σχηματισμός αναλογίας	8	12,1
3: Απλή μέθοδος των τριών	4	6,1
4: Αναγωγή στη μονάδα	8	12,1
5: Πράξεις	0	0
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΣΩΣΤΑ	66	

Σχόλιο:

Και στην περίπτωση της Β' ομάδας υπερτερεί η χρήση του πίνακα αναλογιών ως επιλογή μεθόδου για την επίλυση του προβλήματος.

ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΟΠΟΥ ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ

Πίνακας 14

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Σωστή κατάστρωση	80	51,0
Λάνθασμένη κατάστρωση	5	3,2
Καμία απάντηση	13	8,3
Δεν υπήρχε μέθοδος που να αφορούσε κατάστρωση	59	37,6
ΣΥΝΟΛΟ	157	

ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΠΡΑΞΗΣ

Πίνακας 15

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	13	8,3
Λάθος η πρώτη πράξη	47	29,9
Σωστή η πρώτη πράξη	97	61,8
ΣΥΝΟΛΟ	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 16

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	32	20,4
Λάθος η δεύτερη πράξη	67	42,7
Σωστή η δεύτερη πράξη	58	36,9
ΣΥΝΟΛΟ	157	

Σχόλιο:

Ως προς την σωστή επιλογή της πράξης, παρατηρούμε μια διαρροή της τάξης του 24,9% από την πρώτη πράξη στη δεύτερη πράξη.

Παρατήρηση:

Η ομάδα Β από άποψη αριθμητικών δεδομένων θεωρείται πιο δύσκολη. Αυτό δε φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των υποκειμένων, καθώς παρατηρείται μικρή διαφορά στα ποσοστά επιτυχίας. Η διαφορά αυτή είναι της τάξης του 7,2% στα ποσοστά επιτυχίας μεταξύ των δύο ομάδων, όπου υπερτερεί η ομάδα Α, δεν είναι στατιστικά σημαντική ($\chi^2=1,9544$), οπότε δε μπορούμε να διατυπώσουμε κρίσεις για τον αν τα αριθμητικά δεδομένα που μπορεί να συνεπάγονται ευκολότερες ή δυσκολότερες πράξεις, επηρεάζουν σημαντικά την επίδοση των μαθητών.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1,2

ΟΜΑΔΑ Α΄

Πίνακας 17

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	42	25,8
Λάθος	97	59,5
Ημιτελής διαδικασία	6	3,7
Σωστό	18	11,0
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Παρατηρούμε μικρό ποσοστό επιτυχίας σε ένα πρόβλημα απλής ευθείας αναλογίας το οποίο θεωρούμε ότι οφείλεται στην απαίτηση της βοηθητικής πράξης που απαιτείται προκειμένου να διακριθούν τα ποσά που συμμετέχουν στην αναλογία.

Η άποψη αυτή ενισχύεται και από τους ακόλουθους πίνακες

ΠΟΣΟΣΤΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΗΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ

Πίνακας 18

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, σωστή η υπόλοιπη διαδικασία	35	21,5
Κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει άλλο λάθος	11	6,7
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει και άλλο λάθος	55	33,7
Απαντά σωστά	17	10,4
Καμία απάντηση	45	27,6

ΟΜΑΔΑ Β΄

Πίνακας 19

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	45	28,7
Λάθος	92	58,6
Ημιτελής διαδικασία	10	6,4
Σωστό	10	6,4
Σύνολο	157	

Σχόλιο: Παρατηρούμε ακόμη πιο μικρό ποσοστό επιτυχίας σε σχέση με την Α΄ ομάδα, γεγονός που αποκαλύπτει επίσης τη δυσκολία του προβλήματος εξαιτίας της βοηθητικής πράξης που απαιτεί.

ΠΟΣΟΣΤΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΗΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ

Πίνακας 20

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, σωστή η υπόλοιπη διαδικασία	37	23,6
Κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει άλλο λάθος	10	6,4
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει και άλλο λάθος	51	32,5
Απαντά σωστά	10	6,4
Καμία απάντηση	49	31,2
Σύνολο	157	

Παρατήρηση:

Και στο πρόβλημα αυτό παρατηρούμε ένα μικρό προβάδισμα της ομάδας Α ως προς την επιτυχή επίλυση του, που δεν αποδεικνύει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στις δύο ομάδες (η πιθανότητα σφάλματος από τη σύγκριση των δύο ομάδων με το Fisher Test είναι $0,1 > 0,05$)

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

Πίνακας 21

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	87	27,2
Λάθος	189	59,1
Ημιτελής διαδικασία	16	5,0
Σωστό	28	8,8
Σύνολο	320	

ΠΟΣΟΣΤΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΗΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΞΗΣ

Πίνακας 22

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, σωστή η υπόλοιπη διαδικασία	72	22,5
Κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει άλλο λάθος	21	6,6
Δεν κάνει τη βοηθητική πράξη, κάνει και άλλο λάθος	106	33,1
Απαντά σωστά	27	8,4
Καμία απάντηση	94	29,4
Σύνολο	320	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,1

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 23

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	53	32,5
Λάθος	68	41,7
Ημιτελής διαδικασία	18	11
Σωστό	24	14,7
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Σχετικά μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας στο πρόβλημα αυτό, ενώ αρκετά υποκείμενα (32,5%) δεν έκαναν καμία προσπάθεια επίλυσης του, γεγονός που μαρτυρά τη δυσκολία του.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 24

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	57	35,0
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	39	23,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	59	36,2
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	8	4,9
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι μεγάλο ποσοστό του δείγματος κατά την επίλυση του προβλήματος αγνοεί κάποιο από τα μεγέθη που υπάρχει στην εκφώνηση, ή ακόμα τις τιμές των μεγεθών που αναφέρονται στην αρχική ή τελική κατάσταση και τέλος διάφορες τιμές από τα μεγέθη. Αυτό ενδεχομένως μπορεί να οφείλεται στο ότι τα υποκείμενα είναι εξοικειωμένα με μια κατάσταση απλής αναλογίας στην οποία προσπαθούν να προσαρμόσουν όλη την κατάσταση του δεδομένου προβλήματος, μη λαμβάνοντας υπόψη τους τιμές μεγεθών από την εκφώνηση του.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 25

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	58	
Πίνακας αναλογιών	14	45,2
Αναγωγή στη μονάδα	8	25,8
Πράξεις	9	29
Σύνολο σωστών	31	

Σχόλιο:

Ο παραπάνω πίνακας αναφέρεται μόνο στις τεχνικές που ακολούθησαν τα υποκείμενα που έδωσαν σωστή λύση στο πρόβλημα αυτό. Υψηλό είναι το ποσοστό χρήσης του πίνακα αναλογιών από τα υποκείμενα, ακολουθεί η επίλυση του προβλήματος μέσω πράξεων και τέλος μέσω της μεθόδου της αναγωγής στη μονάδα.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 26

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	35	62,5
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	12	21,4
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	9	16,1
ΣΥΝΟΛΟ	56	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 27

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	47	29,9
Λάθος	64	40,8
Ημιτελής διαδικασία	19	12,1
Σωστό	27	17,2
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Σχετικά μικρό και πάλι το ποσοστό επιτυχίας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 28

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	52	33,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	46	29,3
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	53	33,8
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	6	3,8
Σύνολο	157	

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Πίνακας 29

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	54	
Πίνακας αναλογιών	20	52,6
Αναγωγή στη μονάδα	7	18,4
Πράξεις	11	28,9
Σύνολο σωστών	38	

Σχόλιο:

Και στην περίπτωση αυτή υπερτερεί η χρήση του πίνακα αναλογιών σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 30

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	24	47,1
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	20	39,2
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	7	13,7
ΣΥΝΟΛΟ	51	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,1

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 31

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	100	31,3
Λάθος	132	41,3
Ημιτελής διαδικασία	37	11,6
Σωστό	51	15,9
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας των υποκειμένων, ενώ σχεδόν διπλάσιο είναι το ποσοστό των υποκειμένων που δεν κάνουν καμία προσπάθεια επίλυσής του.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 32

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	52	33,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	46	29,3
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	53	33,8
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	6	3,8
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Αρκετά μεγάλο είναι το ποσοστό των υποκειμένων που δε λαμβάνουν υπόψη κάποιο από τα μεγέθη ή τις τιμές των ποσών μιας κατάστασης (αρχικής ή τελικής) ή και διάφορες τιμές των μεγεθών. Αυτό, όπως προαναφέρθηκε οφείλεται στην ισχυρή επίδραση που ασκεί στη σκέψη των μαθητών το μοντέλο της απλής αναλογίας το οποίο προσπαθούν να προσαρμόσουν και στο πρόβλημα αυτό που αφορά σε μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 33

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	112	
Πίνακας αναλογιών	34	49,3
Αναγωγή στη μονάδα	15	21,7
Πράξεις	20	29,0
Σύνολο σωστών	69	

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 34

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	59	55,1
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	32	29,9
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	16	15,0
ΣΥΝΟΛΟ	107	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2.2

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 35

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	75	46,0
Λάθος	68	41,7
Ημιτελής διαδικασία	12	7,4
Σωστό	8	4,9
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Πολύ μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας που παρουσιάζεται στο πρόβλημα αυτό. Πολύ μεγάλο είναι και το ποσοστό αποχής από το πρόβλημα.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 36

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	82	50,3
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	15	9,2
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	58	35,6
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	8	4,9
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Έντονο εμφανίζεται και στο πρόβλημα αυτό το φαινόμενο της άγνοιας μεγέθους, τιμών των μεγεθών μιας κατάστασης ή και διάφορες τιμές από τα μεγέθη που υπάρχουν στην εκφώνηση.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ
ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 37

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	2	18,2
Σχηματισμός αναλογίας	0	0
Αναγωγή στη μονάδα	8	72,7
Πράξεις	1	9,1
Σύνολο σωστών	11	

Σχόλιο:

Στην περίπτωση αυτή υπερτερεί η χρήση της μεθόδου της αναγωγής στη μονάδα από τους μαθητές και δικαιολογείται από το γεγονός ότι ζητείται η ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη, που δυσχεραίνει την αναπαράσταση μέσω πίνακα.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 38

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	12	32,4
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	5	13,5
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	20	54,1
Σύνολο	37	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 39

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	85	54,1
Λάθος	56	35,7
Ημιτελής διαδικασία	9	5,7
Σωστό	7	4,5
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με τα υποκείμενα της Α΄ ομάδας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 40

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	90	57,3
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	20	12,7
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	43	27,4
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	4	2,5
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος σχολιασμός με εκείνον της Α΄ ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ
ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 41

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	1	11,1
Σχηματισμός αναλογίας	2	0
Αναγωγή στη μονάδα	4	44,4
Πράξεις	2	22,2
Σύνολο σωστών	9	

Σχόλιο:

Όμοια με σχολιασμό Α΄ ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 42

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	7	21,9
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	8	25
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	17	53,1
Σύνολο	32	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,2

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 43

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	160	50,0
Λάθος	124	38,8
Ημιτελής διαδικασία	21	6,6
Σωστό	15	4,7
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Και πάλι είναι πολύ μικρό το ποσοστό επιτυχίας, ενώ το ποσοστό αποτυχίας ανέρχεται στο 89,9% (λαμβανομένης υπόψη και της αποχής απέναντι σε αυτό). Η δυσκολία του οφείλεται τόσο στην κατάσταση πολλαπλής αναλογίας που περιγράφει, όσο και στην ερώτηση που αφορά στο ζητούμενο και αναφέρεται στην ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη. Πράγματι, σε σχέση με το πρόβλημα 2,1 το οποίο ζητά την τελική τιμή ενός από τα μεγέθη, εμφανίζει πολύ μικρό ποσοστό επιτυχίας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 44

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	172	53,8
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	35	10,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	101	31,6
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	12	3,8
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Και στην περίπτωση αυτή το φαινόμενο κατά το οποίο οι μαθητές δεν λαμβάνουν υπόψη όλα τα μεγέθη ή διάφορες τιμές τους που υπάρχουν στο πρόβλημα εμφανίζεται σε αρκετά μεγάλο ποσοστό. Αυτό μαρτυρά και την τάση των υποκειμένων να απλοποιούν

το πρόβλημα προκειμένου να το προσαρμόσουν στην οικεία γι' αυτά κατάσταση απλής αναλογίας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ
ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 45

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	3	15,0
Σχηματισμός αναλογίας	1	0
Αναγωγή στη μονάδα	12	63,2
Πράξεις	3	15,0
Σύνολο σωστών	19	

Σχόλιο:

Σε μικρότερο ποσοστό εμφανίζεται η χρήση του πίνακα αναλογιών σε σχέση με το πρόβλημα 2,1 και δικαιολογείται από την ερώτηση που αφορά στο ζητούμενο και καθιστά δύσκολη την αναπαράσταση της κατάστασης μέσω του πίνακα. Γι' αυτό οι μαθητές επιλέγουν να επιλύσουν το πρόβλημα μέσω αναγωγής στη μονάδα, σε μεγαλύτερο ποσοστό.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 46

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	20	28,6
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	13	18,6
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	37	52,9
Σύνολο	70	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,1

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 47

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	29	17,8
Λάθος	66	40,5
Ημιτελής διαδικασία	10	6,1
Σωστό	58	35,6
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει αρκετά μεγάλο ποσοστό επιτυχίας σε σχέση με παρόμοια προβλήματα που περιγράφουν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 48

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	31	19,0
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	82	50,3
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	44	27,0
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	6	3,7
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Παρατηρούμε και στο πρόβλημα αυτό αρκετά έντονα το φαινόμενο της παράλειψης μεγεθών ή διαφόρων τιμών τους κατά ην προσπάθεια επίλυσης του από τα υποκείμενα.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 49

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	19	29,2
Σχηματισμός αναλογίας	3	4,6
Απλή μέθοδος των τριών	3	4,6
Αναγωγή στη μονάδα	2	3,1
Πράξεις	38	58,5
Σύνολο σωστών	65	

Σχόλιο:

Σε πολύ μεγάλο ποσοστό εμφανίζεται η χρήση πράξεων ως στρατηγική επίλυσης που δικαιολογείται τόσο από τη φύση των μεγεθών του προβλήματος (διακριτές ποσότητες) όσο και από το γεγονός ότι οι πράξεις οδηγούν σε ποσότητες που έχουν πρακτικό νόημα για τους μαθητές (π.χ: αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών = συνολικός αριθμός μπουκαλιών)

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 50

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	13	32,5
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	20	50,0
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	7	17,5
Σύνολο	40	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 51

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	26	16,6
Λάθος	57	36,3
Ημιτελής διαδικασία	9	5,7
Σωστό	65	41,4
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με τα υποκείμενα της Α΄ ομάδας.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 52

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	27	17,2
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	87	55,4
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	35	22,3
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	8	5,1
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος σχολιασμός με εκείνον της Α΄ ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ
ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 53

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	24	32,9
Σχηματισμός αναλογίας	3	4,1
Απλή μέθοδος των τριών	2	2,7
Αναγωγή στη μονάδα	3	4,1
Πράξεις	41	56,2
Σύνολο σωστών	73	

Σχόλιο:

Όμοια με σχολιασμό Α' ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 54

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	14	38,9
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	16	44,4
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	6	16,7
Σύνολο	36	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,1

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 55

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	55	17,2
Λάθος	123	38,4
Ημιτελής διαδικασία	19	5,9
Σωστό	123	38,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Αρκετά μεγάλο είναι το ποσοστό επιτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό. Η επιτυχία αυτή ανάγεται στο γεγονός ότι το πρόβλημα αυτό αν και περιγράφει μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας, θεωρείται εύκολο στην επίλυση του από τους μαθητές για δύο λόγους:

- στην εκφώνηση του περιλαμβάνει διακριτά μεγέθη και
- οι πράξεις μεταξύ των τιμών των διαφόρων μεγεθών οδηγούν σε ποσότητες οικείες, με πρακτικό νόημα για τους μαθητές.

Βέβαια, και στην περίπτωση αυτή περισσότερο από το μισό του δείγματος αποτυγχάνει στη λύση του προβλήματος (55,6%, συμπεριλαμβανομένων και των υποκειμένων που δε δίνουν καμία απάντηση).

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 56

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	58	18,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	169	52,8
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	79	24,7
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	14	4,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Και στο πρόβλημα αυτό, το φαινόμενο κατά το οποίο οι μαθητές δεν λαμβάνουν υπόψη όλα τα μεγέθη ή διάφορες τιμές τους που υπάρχουν στο πρόβλημα εμφανίζεται σε αρκετά μεγάλο ποσοστό. Έτσι, αποκαλύπτεται και πάλι η τάση των υποκειμένων να απλοποιούν το πρόβλημα προκειμένου να προσαρμόσουν την κατάσταση που περιγράφει στην οικεία γι' αυτά κατάσταση της απλής αναλογίας.

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Πίνακας 57

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	43	31,2
Σχηματισμός αναλογίας	6	4,3
Απλή μέθοδος των τριών	5	3,6
Αναγωγή στη μονάδα	5	3,6
Πράξεις	79	57,2
Σύνολο σωστών	138	

Σχόλιο:

Σε μεγαλύτερο ποσοστό εμφανίζεται η χρήση πράξεων για τους λόγους που παρατέθηκαν και στο σχολιασμό της ομάδας Α.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 58

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	27	35,5
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	36	47,4
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	13	17,1
Σύνολο	76	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2α

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 59

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	47	28,8
Λάθος	73	44,8
Ημιτελής διαδικασία	0	0
Σωστό	43	26,4
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Μόνο το 26,4% του δείγματος επιλύει με επιτυχία το πρόβλημα βρίσκοντας την τιμή της σύνθετης μονάδας³⁷. Πολύ μεγάλο είναι το ποσοστό αποτυχίας (73,6%, συμπεριλαμβανομένων και των υποκειμένων που δε δίνουν καμία απάντηση στο πρόβλημα).

³⁷ Η σύνθετη μονάδα είναι λίτρα πετρελαίου που καταναλώνει η μια μηχανή σε ένα λεπτό.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 60

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	47	28,8
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	50	30,7
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	58	35,6
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	8	4,9
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Και πάλι εμφανίζεται σε έντονο βαθμό το φαινόμενο της άγνοιας κάποιου μεγέθους ή και διαφόρων τιμών των μεγεθών (35,6%). Το φαινόμενο αυτό είναι γενικό και παρουσιάζεται σε όλα τα προβλήματα που περιγράφουν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας,

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 61

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	4	9,1
Αναγωγή στη μονάδα	27	61,4
Πράξεις	13	29,5
Σύνολο σωστών απαντήσεων	44	

Σχόλιο:

Ως μέθοδος επίλυσης υπερτερεί η επιλογή της αναγωγής στη μονάδα, που είναι λογική εξαιτίας της φύσης του ερωτήματος.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 62

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	46	74,2
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	10	16,1
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	6	9,7
Σύνολο	62	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 63

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	53	33,8
Λάθος	66	42,1
Ημιτελής διαδικασία	0	0
Σωστό	38	24,1
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 64

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	53	33,8
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	49	31,2
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	52	33,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	3	1,9
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α' ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 65

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	3	7,7
Αναγωγή στη μονάδα	24	61,5
Πράξεις	12	30,8
Σύνολο σωστών απαντήσεων	39	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α' ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 66

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	40	71,4
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	6	10,7
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	10	17,9
Σύνολο	56	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2Α

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 67

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	100	31,3
Λάθος	134	41,9
Ημιτελής διαδικασία	1	0,3
Σωστό	85	26,6
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Το ποσοστό επιτυχίας ανέρχεται στο 26,6%, ενώ η αποτυχία στην επίλυση του προβλήματος (λαμβάνοντας υπόψη και το ποσοστό άγνοιας ως αποτυχία) φτάνει στο 73,2%. Δηλαδή, περίπου το ¼ του δείγματος των υποκειμένων μόνο καταφέρνει να υπολογίσει την τιμή της σύνθετης μονάδας. Αυτό φανερώνει ότι οι μαθητές, σε μεγάλο βαθμό, αδυνατούν να κατανοήσουν τον τρόπο σύνδεσης των τριών ποσών αριθμός μηχανών- χρόνος – κατανάλωση πετρελαίου.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 68

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	100	31,3
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	99	30,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	110	34,4
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	11	3,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Μεγάλο είναι και εδώ το ποσοστό άγνοιας ενός από τα μεγέθη που υπάρχουν στο πρόβλημα για την εύρεση της σύνθετης μονάδας. Δεν αντιλαμβάνονται τη σύνδεση των ποσών και παραλείπουν κάποια από αυτά.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 69

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	3	3,8
Αναγωγή στη μονάδα	51	64,6
Πράξεις	25	31,6
Σύνολο σωστών απαντήσεων	79	

Σχόλιο:

Είναι δικαιολογημένη η αυξημένη προτίμηση της χρήσης αναγωγής στη μονάδα από τα υποκείμενα αφού ζητείται η τιμή της μονάδας.

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)

Πίνακας 70

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	86	72,9
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	16	13,6
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	16	13,6
Σύνολο	118	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2β

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 71

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	66	40,5
Λάθος	64	39,3
Ημιτελής διαδικασία	2	1,2
Σωστό	31	19,0
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Σχετικά μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό (19%). Μάλιστα, από τα υποκείμενα που υπολογίζουν σωστά την τιμή της σύνθετης μονάδας, ένα ποσοστό αποτυγχάνει να δώσει απάντηση στο ερώτημα αυτό. Συγκεκριμένα από τα 43 υποκείμενα που απαντούν σωστά στο α΄ ερώτημα, μόνο τα 24 τη χρησιμοποιούν για να δώσουν απάντηση στο τελικό ζητούμενο. Το γεγονός αυτό δηλώνει ότι οι μαθητές αδυνατούν να αντιληφθούν τη χρησιμότητα αυτής της τιμής και να την εντάξουν στον τρόπο επίλυσης του προβλήματος.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 72

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	67	41,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	39	23,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	49	30,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	8	4,9
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Η παρατήρηση και εδώ είναι η ίδια και αφορά στη μεγάλη συχνότητα του φαινομένου της παράλειψης μεγεθών ή διάφορων τιμών των μεγεθών, προκειμένου να απλοποιήσουν την κατάσταση που περιγράφεται στο πρόβλημα.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 73

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	3	9,7
Αναγωγή στη μονάδα	1	3,2
Πράξεις	27	87,1
Σύνολο σωστών απαντήσεων	31	

Σχόλιο:

Φανερά υπερτερεί η χρήση πράξεων από τους μαθητές για την ορθή επίλυση του προβλήματος, που σχετίζεται και με τη χρήση της τιμής της σύνθετης μονάδας.

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)

Πίνακας 74

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	14	56,0
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	8	32,0
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	3	12,0
Σύνολο	25	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 75

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	73	46,5
Λάθος	65	41,4
Ημιτελής διαδικασία	1	0,6
Σωστό	18	11,5
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Αρκετά μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό. Επίσης, πολλά από τα υποκείμενα που βρίσκουν την τιμή της σύνθετης μονάδας δεν καταφέρνουν να επιλύσουν σωστά το πρόβλημα αυτό.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 76

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	74	47,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	31	19,7
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	48	30,6
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	4	2,5
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α' ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 77

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	2	11,1
Αναγωγή στη μονάδα	1	5,6
Πράξεις	15	83,3
Σύνολο σωστών απαντήσεων	18	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 78

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	17	50,0
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	14	41,2
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	3	8,8
Σύνολο	34	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2B

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 79

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	139	43,4
Λάθος	129	40,3
Ημιτελής διαδικασία	3	0,9
Σωστό	49	15,3
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Αρκετά μικρό είναι το ποσοστό των υποκειμένων που ακολούθησαν ορθό τρόπο επίλυσης του προβλήματος αυτού. Το πρόβλημα αυτό είναι όμοιο με το πρόβλημα 2,1, με τη διαφορά ότι εδώ δίνεται ως βοηθητική και καθοδηγητική η ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας. Παρόλα αυτά τα συνολικά ποσοστά επιτυχίας είναι σχεδόν τα ίδια (15,9% για το πρόβλημα 2,1) και για τα δύο προβλήματα, γεγονός που υποδηλώνει ότι η ερώτηση που τέθηκε δε βοήθησε τα υποκείμενα, καθώς ίσως τα ίδια δεν αντιλήφθηκαν τη χρησιμότητα της.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 80

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	141	44,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	70	21,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	97	30,3
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	12	3,8
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Αρκετά μεγάλο είναι το ποσοστό των υποκειμένων που δε λαμβάνουν υπόψη κάποιο από τα μεγέθη ή τις τιμές των ποσών μιας κατάστασης (αρχικής ή τελικής) ή

και διάφορες τιμές των μεγεθών. Η πρώτη προσπάθεια ερμηνείας αυτού του φαινομένου επιχειρήθηκε στα παραπάνω προβλήματα.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 81

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	5	10,2
Αναγωγή στη μονάδα	2	4,1
Πράξεις	42	85,7
Σύνολο σωστών απαντήσεων	49	10,2

Σχόλιο:

Όπως φαίνεται από τον παραπάνω πίνακα υπερτερεί η χρήση πράξεων από τους μαθητές για την ορθή επίλυση του προβλήματος, γεγονός που σχετίζεται και με τη χρήση της τιμής της σύνθετης μονάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 82

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	31	52,5
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	22	37,3
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	6	10,2
Σύνολο	59	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΟΜΑΔΑ Α

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Πίνακας 83

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Όλες οι πράξεις που κάνει έχουν νόημα	2	1,7
2: Κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν νόημα	11	9,5
3: Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν νόημα	103	88,8
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΛΑΘΟΣ	116	

Σχόλιο:

Το μεγαλύτερο ποσοστό των υποκειμένων και στην περίπτωση αυτή, κάνει πράξεις που οδηγούν στο σχηματισμό ποσοτήτων που δεν έχουν ορθό νόημα (το βασικό λάθος αυτής της κατηγορίας προέρχεται από το σχηματισμό σταυρωτών γινομένων που αντιστοιχεί στην περίπτωση των αναλόγων ποσών)

Β' ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 84

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	10	6,1
Λάθος	121	74,2
Ημιτελής διαδικασία	3	1,8
Σωστό	29	17,8
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Αν και πρόκειται για κατάσταση απλής αναλογίας το ποσοστό επιτυχίας είναι πολύ μικρότερο σε σχέση με την επίλυση του προβλήματος 1,1 που περιλαμβάνει ποσά ανάλογα. Το γεγονός αυτό ίσως οφείλεται και στην κακή χρήση του πίνακα από τους μαθητές, καθώς σχηματίζουν σταυρωτά και όχι ευθέα γινόμενα.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΟ
ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ**

Πίνακας 85

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	9	5,5
1: Πίνακας αναλογιών	62	38,0
2: Σχηματισμός αναλογίας	3	1,8
3: Απλή μέθοδος των τριών	2	1,2
4: Αναγωγή στη μονάδα	51	31,3
5: Πράξεις	34	20,9
Σύνολο	163	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ ΠΟΥ
ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΣΩΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Πίνακας 86

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	10	21,3
1: Πίνακας αναλογιών	16	34,0
2: Σχηματισμός αναλογίας	1	2,1
3: Απλή μέθοδος των τριών	1	2,1
4: Αναγωγή στη μονάδα	14	29,8
5: Πράξεις	5	10,6
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΣΩΣΤΑ	47	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ
ΟΠΟΥ ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ³⁸**

Πίνακας 87

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Σωστή κατάστρωση	64	39,3
Λανθασμένη κατάστρωση	3	1,8
Καμία απάντηση	10	6,1
Δεν υπήρχε μέθοδος που να αφορούσε κατάστρωση	86	52,8
Σύνολο	163	

³⁸ Οι μέθοδοι που απαιτούσαν κάποια κατάστρωση είναι αυτές του πίνακα αναλογιών, της απλής μεθόδου των τριών και του απευθείας σχηματισμού αναλογίας.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 88

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	20	12,3
Λάθος σε προηγούμενη κατάσταση	1	0,6
Λάθος σε πολ/μο	57	35,0
Λάθος σε διαίρεση	31	19,0
Λάθος σε πρόσθεση	6	3,7
Λάθος σε αφαίρεση	3	1,8
Σωστό-γιαστί γινόμενα	13	8,0
Σωστό-Αναγωγή στη μονάδα	23	14,1
Σωστό-Λόγος	6	3,7
Σωστό-διαίρεση	3	1,8
Σύνολο	163	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 89

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	38	23,3
Λάθος σε προηγούμενη κατάστρωση	84	51,5
Επιστροφή σε αρχικό δεδομένο	1	0,6
Λάθος σε πολ/μο	7	4,3
Λάθος σε διαίρεση	0	0,0
Λάθος σε πρόσθεση	3	1,8
Λάθος σε αφαίρεση	1	0,6
Σωστό	29	17,8
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Παρατηρούμε ότι από την ορθή επιλογή της πρώτης μέχρι και την ορθή επιλογή της δεύτερης πράξης, υπάρχει μια διαρροή περίπου στο 10% επί των σωστών απαντήσεων και στις δύο περιπτώσεις. Δηλαδή από τα 45 υποκείμενα που κάνουν σωστά την πρώτη πράξη, τα 29 κάνουν σωστά και τη δεύτερη καταλήγοντας στην ορθή τελική απάντηση.

ΟΜΑΔΑ Β

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Πίνακας 90

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Όλες οι πράξεις που κάνει έχουν νόημα	3	2,8
2: Κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν νόημα	5	4,7
3: Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν νόημα	98	92,5
Συνολικά λάθος	106	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

Β΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 91

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	12	7,6
Λάθος	111	70,7
Ημιτελής διαδικασία	4	2,5
Σωστό	30	19,1
Σύνολο	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΟ
ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ**

Πίνακας 92

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	22	22,7
1: Πίνακας αναλογιών	32	33,0
2: Σχηματισμός αναλογίας	2	2,1
3: Απλή μέθοδος των τριών	3	3,1
4: Αναγωγή στη μονάδα	27	27,8
5: Πράξεις	11	11,3
Συνολικά σωστά	97	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ
ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΣΩΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Πίνακας 93

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	12	24,0
1: Πίνακας αναλογιών	16	32,0
2: Σχηματισμός αναλογίας	1	2,0
3: Απλή μέθοδος των τριών	2	4,0
4: Αναγωγή στη μονάδα	13	26,0
5: Πράξεις	6	12,0
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΣΩΣΤΑ	50	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ
ΟΠΟΥ ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ**

Πίνακας 94

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Σωστή κατάστρωση	62	39,5
Λανθασμένη κατάστρωση	5	3,2
Καμία απάντηση	12	7,6
Δεν υπήρχε μέθοδος που να αφορούσε κατάστρωση	78	49,7
Σύνολο	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 95

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	19	12,1
Λάθος σε προηγούμενη κατάσταση	3	1,9
Λάθος σε πολ/μο	48	30,6
Λάθος σε διαίρεση	36	22,9
Λάθος σε πρόσθεση	3	1,9
Λάθος σε αφαίρεση	4	2,5
Σωστό-γιαστί γινόμενα	15	9,6
Σωστό-Αναγωγή στη μονάδα	16	10,2
Σωστό-Λόγος	8	5,1
Σωστό-διαίρεση	5	3,2
Σύνολο	157	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ
ΠΡΑΞΕΙΣ**

Πίνακας 96

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	37	23,6
Λάθος σε προηγούμενη κατάσταση	85	54,1
Επιστροφή σε αρχικό δεδομένο	0	0,0
Λάθος σε πολ/μο	4	2,5
Λάθος σε διαίρεση	0	0,0
Λάθος σε πρόσθεση	1	0,6
Λάθος σε αφαίρεση	0	0,0
Σωστό	30	19,1
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Ως προς την σωστή επιλογή της πράξης, παρατηρούμε μια διαρροή της τάξης του 9% από την πρώτη πράξη στη δεύτερη πράξη.

Α΄ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Πίνακας 97

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Όλες οι πράξεις που κάνει έχουν νόημα	5	2,3
2: Κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν νόημα	16	7,2
3: Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν νόημα	201	90,5
Συνολικά λάθος	222	

Σχόλιο:

Είναι συντριπτικά μεγάλο το ποσοστό των υποκειμένων που κάνουν πράξεις που δεν οδηγούν σε μεγέθη χωρίς ορθά προσδιορισμένο νόημα. Αυτό οφείλεται κατά βάση στην δημιουργία σταυρωτών και όχι ευθέων γινομένων, γεγονός που ενισχύει και πάλι την επίδραση που ασκεί το μοντέλο της απλής ευθείας αναλογίας στη σκέψη των μαθητών.

Β' ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 98

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	22	6,9
Λάθος	232	72,5
Ημιτελής διαδικασία	7	2,2
Σωστό	59	18,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Είναι μεγάλο το ποσοστό αποτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό. Δηλαδή οι μαθητές μεταχειρίζονται με μεγάλη δυσκολία ποσά που είναι αντιστρόφως ανάλογα σε σχέση με ποσά που μεταβάλλονται ανάλογα.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΟ
ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ**

Πίνακας 99

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
0: Καμία απάντηση	22	6,9
1: Πίνακας αναλογιών	122	38,1
2: Σχηματισμός αναλογίας	8	2,5
3: Απλή μέθοδος των τριών	6	1,9
4: Αναγωγή στη μονάδα	103	32,2
5: Πράξεις	59	18,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι οι μαθητές προτιμούν τις μεθόδους του πίνακα αναλογιών και της αναγωγής στη μονάδα προκειμένου να επιλύσουν το πρόβλημα.

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΩΝ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΩΝ ΠΟΥ
ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΣΩΣΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Πίνακας 100

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
1: Πίνακας αναλογιών	32	42,67
2: Σχηματισμός αναλογίας	2	2,67
3: Απλή μέθοδος των τριών	3	4,00
4: Αναγωγή στη μονάδα	27	36,00
5: Πράξεις	11	14,67
Σύνολο σωστών απαντήσεων	75	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ
ΟΠΟΥ ΑΥΤΗ ΗΤΑΝ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΗ**

Πίνακας 101

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Σωστή κατάστρωση	126	39,4
Λανθασμένη κατάστρωση	8	2,5
Καμία απάντηση	22	6,9
Δεν υπήρχε μέθοδος που να αφορούσε κατάστρωση	164	51,3
Σύνολο	320	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 102

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	39	12,2
Λάθος σε προηγούμενη κατάσταση	4	1,3
Λάθος σε πολ/μο	105	32,8
Λάθος σε διαίρεση	67	20,9
Λάθος σε πρόσθεση	9	2,8
Λάθος σε αφαίρεση	7	2,2
Σωστό-γιαστί γινόμενα	28	8,8
Σωστό-Αναγωγή στη μονάδα	39	12,2
Σωστό-Λόγος	14	4,4
Σωστό-διαίρεση	8	2,5
Σύνολο	320	

**ΠΟΣΟΣΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ
ΠΡΑΞΗΣ**

Πίνακας 103

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	75	23,4
Λάθος σε προηγούμενη κατάστρωση	169	52,8
Επιστροφή σε αρχικό δεδομένο	1	0,3
Λάθος σε πολ/μο	11	3,4
Λάθος σε διαίρεση	0	0,0
Λάθος σε πρόσθεση	4	1,3
Λάθος σε αφαίρεση	1	0,3
Σωστό	59	18,4
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Ως προς την σωστή επιλογή της πράξης, παρατηρούμε μια διαρροή της τάξης του 9,5% από την πρώτη πράξη στη δεύτερη πράξη.

Παρατήρηση:

Από την μελέτη του προβλήματος αυτού και με μια πρώτη σύγκριση του με το πρόβλημα 1,1, όπου και τα δύο περιγράφουν καταστάσεις απλής αναλογίας διαπιστώνουμε ότι οι μαθητές χειρίζονται πολύ πιο εύκολα ποσά ανάλογα από ότι ποσά αντιστρόφως ανάλογα. Ίσως η χρήση του πίνακα αναλογιών και η μηχανική τεχνική των χιαστί γινομένων που συνεπάγεται φαίνεται να ευθύνονται σε μεγάλο

βαθμό για την αποτυχία στο πρόβλημα αυτό. Έτσι, το σύνηθες λάθος των μαθητών ήταν η θεώρηση των ποσών σαν να επρόκειτο για ανάλογα, που μας οδηγεί ξανά στη λεγόμενη πλάνη της γραμμικότητας που προαναφέραμε.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5.1

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 104

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	20	12,3
Λάθος	94	57,7
Ημιτελής διαδικασία	8	4,9
Σωστό	41	25,2
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Αν και πρόκειται για ένα πρόβλημα που αφορά σε μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας εμφανίζει σχετικά ικανοποιητικό ποσοστό επιτυχίας αφού στα δεδομένα του προβλήματος δίνεται η τιμή της σύνθετης μονάδας (τετραγωνικά μέτρα τοίχου που βάφει ο ένας εργάτης σε μια ημέρα) η οποία φαίνεται να διευκολύνει τους μαθητές στην ορθή επίλυση του προβλήματος.

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 105

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	19	12,1
Λάθος	82	52,2
Ημιτελής διαδικασία	7	4,5
Σωστό	49	31,2
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 106

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	39	12,2
Λάθος	176	55,0
Ημιτελής διαδικασία	15	4,7
Σωστό	90	28,1
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Πρόκειται για ένα πρόβλημα όμοιο με το πρόβλημα 2,2 τόσο ως προς τη φύση των μεγεθών που περιλαμβάνονται στην εκφώνηση όσο και ως προς το είδος της ερώτησης που θέτει, καθώς ζητείται η τιμή ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη. Η διαφορά των δύο προβλημάτων έγκειται στο ότι στο πρόβλημα 5,1 αναφέρεται ως δεδομένο η τιμή της σύνθετης μονάδας η οποία βοηθά τα υποκείμενα να καταλήξουν στην ορθή λύση του, αυξάνοντας έτσι σημαντικά το ποσοστό επιτυχίας στην επίλυση του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5.2

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 107

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	10	6,1
Λάθος	90	55,2
Ημιτελής διαδικασία	4	2,5
Σωστό	59	36,2
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Αρκετά μεγάλο είναι το ποσοστό επιτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό, που οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στην δεδομένη τιμή της σύνθετης μονάδας (κιλά παγωτού που παράγει η μια μηχανή σε ένα λεπτό).

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 108

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	11	7,0
Λάθος	86	54,8
Ημιτελής διαδικασία	5	3,2
Σωστό	55	35,0
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 109

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	21	6,6
Λάθος	176	55,0
Ημιτελής διαδικασία	9	2,8
Σωστό	114	35,6
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Πρόκειται για ένα πρόβλημα όμοιο με το πρόβλημα 2,1 τόσο ως προς τη φύση των μεγεθών που περιλαμβάνονται στην εκφώνηση όσο και ως προς το είδος της ερώτησης που θέτει, καθώς ζητείται η τελική τιμή ενός από τα μεγέθη. Η διαφορά των δύο προβλημάτων έγκειται στο ότι στο πρόβλημα 5,2 αναφέρεται ως δεδομένο η τιμή της σύνθετης μονάδας η οποία διευκολύνει σημαντικά τα υποκείμενα να καταλήξουν στον σωστό τρόπο λύσης του. Μάλιστα, μεταξύ του προβλήματος αυτού και του προβλήματος 5,1 όπου στην εκφώνηση του ζητείται η ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη φαίνεται μια διαφορά στο ποσοστό επιτυχίας της τάξης του 7,5% υπέρ του προβλήματος 5,2, που είναι στατιστικά σημαντική και αποδεικνύει το γεγονός ότι το είδος της ερώτησης επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των υποκειμένων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1α

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 110

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	34	20,9
Λάθος	83	50,9
Ημιτελής διαδικασία	0	0,0
Σωστό	46	28,2
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Το 28,2% του δείγματος επιλύει με επιτυχία το πρόβλημα και βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας³⁹. Πολύ μεγάλο είναι το ποσοστό αποτυχίας (71,8%, συμπεριλαμβανομένων και των υποκειμένων που δε δίνουν καμία απάντηση στο πρόβλημα).

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 111

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	34	20,9
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	58	35,6
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	67	41,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	4	2,5
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Και πάλι εμφανίζεται σε πολύ έντονο βαθμό το φαινόμενο της άγνοιας κάποιου μεγέθους ή και διαφόρων τιμών των μεγεθών (41,1%). Το φαινόμενο αυτό είναι γενικό και παρουσιάζεται, όπως προαναφέρθηκε, σε όλα τα προβλήματα που περιγράφουν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας,

³⁹ Η σύνθετη μονάδα είναι μέτρα δρόμου που στρώνει ο ένας εργάτης σε μια ημέρα.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 112

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	1	2,2
Σχηματισμός αναλογίας	1	2,2
Αναγωγή στη μονάδα	33	71,7
Πράξεις	11	23,9
Σύνολο σωστών απαντήσεων	46	

Σχόλιο:

Ως μέθοδος επίλυσης υπερτερεί η επιλογή της αναγωγής στη μονάδα, που είναι λογική εξαιτίας της φύσης του ερωτήματος.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 113

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	55	71,4
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	5	6,5
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	17	22,1
Σύνολο	77	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 114

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	33	21
Λάθος	71	45,2
Ημιτελής διαδικασία	0	0
Σωστό	53	33,8
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 115

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	33	21,0
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	67	42,7
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	55	35,0
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	2	1,3
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α' ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 116

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	2	4,0
Σχηματισμός αναλογίας	1	2,0
Αναγωγή στη μονάδα	36	72,0
Πράξεις	11	22,0
Σύνολο σωστών απαντήσεων	50	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α' ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 117

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	43	61,4
Μερικές πράξεις δεν έχουν νόημα	12	17,1
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	15	21,4
Σύνολο	70	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1α

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 118

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	67	20,9
Λάθος	156	48,8
Ημιτελής διαδικασία	0	0,0
Σωστό	97	30,3
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Το ποσοστό επιτυχίας ανέρχεται στο 30,3%, ενώ η αποτυχία στη λύση του προβλήματος (λαμβάνοντας υπόψη και το ποσοστό άγνοιας ως αποτυχία) φτάνει στο 69,7%. Σχεδόν το 1/3 του συνολικού δείγματος, δηλαδή, κατανοεί τη σύνδεση των τριών ποσών και καταφέρνει να υπολογίσει την τιμή της σύνθετης μονάδας.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 119

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	67	20,9
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	125	39,1
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	122	38,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	6	1,9
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Ιδιαίτερα έντονο εμφανίζεται και στο πρόβλημα αυτό το φαινόμενο της παράλειψης μεγεθών ή διαφόρων τιμών τους για την εύρεση της σύνθετης μονάδας που αποκαλύπτει για άλλη μια φορά την τάση των μαθητών να προσαρμόζουν την κατάσταση του προβλήματος στην οικεία γι' αυτούς κατάσταση της απλής ευθείας αναλογίας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 120

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	3	3,1
Σχηματισμός αναλογίας	2	2,1
Αναγωγή στη μονάδα	69	71,9
Πράξεις	22	22,9
Σύνολο σωστών απαντήσεων	96	

Σχόλιο:

Εφόσον ζητείται η τιμή της μονάδας, δικαιολογείται η τάση των μαθητών να επιλέγουν την χρήση αναγωγής στη μονάδα σε μεγαλύτερο ποσοστό (71,%) σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 121

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	98	66,7
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	17	11,6
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	32	21,8
Σύνολο	147	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1β

ΟΜΑΔΑ Α΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 122

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	44	27,0
Λάθος	102	62,6
Ημιτελής διαδικασία	0	0,0
Σωστό	17	10,4
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Αρκετά μικρό είναι το ποσοστό επιτυχίας που εμφανίζεται στο πρόβλημα αυτό (10,4%). Μάλιστα, από τα υποκείμενα που υπολογίζουν σωστά την τιμή της σύνθετης μονάδας, ένα ποσοστό αποτυγχάνει να δώσει απάντηση στο ερώτημα αυτό. Συγκεκριμένα από τα 46 υποκείμενα που απαντούν σωστά στο α΄ ερώτημα, μόνο τα 16 τη χρησιμοποιούν για να δώσουν απάντηση στο τελικό ζητούμενο. Το γεγονός αυτό δηλώνει και πάλι την αδυναμία των μαθητών να αντιληφθούν τη χρησιμότητα αυτής της τιμής και να την εντάξουν στον τρόπο επίλυσης του προβλήματος.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 123

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	44	27,0
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	21	12,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	93	57,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	5	3,1
Σύνολο	163	

Σχόλιο:

Πολύ έντονο εμφανίζεται και πάλι το φαινόμενο της άγνοιας μεγεθών ή και διάφορων τιμών τους και μάλιστα ξεπερνά το μισό του δείγματος της Α' ομάδας, καθώς ανέρχεται σε ποσοστό 57,1%.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 124

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	1	5,9
Πράξεις	16	94,1
Σύνολο σωστών απαντήσεων	17	

Σχόλιο:

Είναι ολοφάνερο ότι η επιλογή της χρήσης πράξεων από τους μαθητές για την σωστή επίλυση του προβλήματος υπερισχύει των άλλων μεθόδων καθώς σχετίζεται με τη χρήση της σύνθετης μονάδας. Πράγματι, μόνο ένας μαθητής που βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας την αγνοεί και επιλύει το πρόβλημα καταστρώνοντας πίνακα αναλογιών με βάση την αρχική και τελική κατάσταση που περιγράφονται στο πρόβλημα. Τα υπόλοιπα υποκείμενα κάνουν χρήση αυτής και μέσω πράξεων καταλήγουν στο ζητούμενο.

ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)

Πίνακας 125

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	13	41,9
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	4	12,9
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	14	45,2
Σύνολο	31	

ΟΜΑΔΑ Β΄

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 126

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	49	31,2
Λάθος	87	55,4
Ημιτελής διαδικασία	0	0,0
Σωστό	21	13,4
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;

Πίνακας 127

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	49	31,2
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	30	19,1
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	74	47,1
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	4	2,5
Σύνολο	157	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 128

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	1	4,8
Πράξεις	20	95,2
Σύνολο σωστών απαντήσεων	21	

Σχόλιο:

Όμοιος ο σχολιασμός με εκείνον των υποκειμένων της Α΄ ομάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 129

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	12	48,0
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	6	24,0
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	7	28,0
Σύνολο	25	

ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΠΟΣΟΣΤΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1β

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ

Πίνακας 130

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ
	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	93	29,1
Λάθος	189	59,1
Ημιτελής διαδικασία	17	5,3
Σωστό	21	6,6
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Στο σύνολο του δείγματος παρατηρούμε πολύ μικρό ποσοστό επιτυχίας (6,6%). Το πρόβλημα αυτό είναι όμοιο με το πρόβλημα 2,2, με τη διαφορά ότι εδώ δίνεται ως βοηθητική και καθοδηγητική η ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας, το οποίο παρουσιάζει επιτυχία της τάξης του 4,7%. Η διαφορά αυτή αποδεικνύεται στατιστικά σημαντική, γεγονός που υποδηλώνει ότι στην περίπτωση αυτή η ερώτηση που τέθηκε βοήθησε τους μαθητές.

**ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΤΑ
ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ;**

Πίνακας 131

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Καμία απάντηση	93	29,1
Χρησιμοποιεί και τα τρία ποσά	51	15,9
Άγνοια μεγέθους, κατάστασης ή τιμής	167	52,2
Ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές	9	2,8
Σύνολο	320	

Σχόλιο:

Πολύ μεγάλο είναι και στην περίπτωση αυτή το ποσοστό άγνοιας κάποιου από τα μεγέθη ή διαφόρων τιμών των μεγεθών με σκοπό την απλοποίηση του προβλήματος για την ευκολότερη επίλυση του.

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΗΣΑΝ ΤΑ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΑ ΠΟΥ
ΕΠΙΛΥΣΑΝ ΣΩΣΤΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Πίνακας 132

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Πίνακας αναλογιών	2	5,3
Πράξεις	36	94,7
Σύνολο σωστών απαντήσεων	38	

Σχόλιο:

Είναι ολοφάνερη η υπερτέρηση της χρήσης πράξεων από τους μαθητές για την ορθή επίλυση του προβλήματος, γεγονός που σχετίζεται και με τη χρήση της τιμής της σύνθετης μονάδας.

**ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΛΑΘΟΥΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (ΔΕΝ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΝΤΑΙ
ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ ΑΠΑΝΤΗΣΗ)**

Πίνακας 133

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (%)
Όλες οι πράξεις έχουν νόημα	25	44,6
Μερικές πράξεις έχουν νόημα	10	17,9
Καμία πράξη δεν έχει νόημα	21	37,5
Σύνολο	56	

3.3 ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΙΔΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1,1

Πίνακας 134

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	21	13,2
*2	79	49,7
*3	20	12,6
*4	0	0
*5	1	0,6
*6	11	6,9
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ⁴⁰	159	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,1

Πίνακας 135

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	33	21,9
*2	30	19,9
*3	7	4,6
*4	7	4,6
*5	2	1,3
*6	18	11,9
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	151	

⁴⁰ Στο κελί αυτό περιλαμβάνονται όλες οι εσφαλμένες απαντήσεις κατόπιν ανακωδικοποίησης εξαιρουμένων των περιπτώσεων που δεν έχει δοθεί καμία απάντηση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2,2**Πίνακας 136**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	6	4,2
*2	41	28,9
*3	4	2,8
*4	3	2,1
*5	1	0,7
*6	7	4,9
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	142	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,1**Πίνακας 137**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	32	24,6
*2	46	35,4
*3	17	13,1
*4	26	20
*5	1	0,8
*6	9	6,9
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	130	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2α**Πίνακας 138**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	27	19,4
*2	12	8,6
*3	15	10,8
*4	3	2,2
*5	0	0
*6	6	4,3
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	139	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3,2β**Πίνακας 139**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	52	39,7
*2	22	16,8
*3	9	6,9
*4	1	0,8
*5	1	0,8
*6	8	6,1
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	131	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4,1**Πίνακας 140**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	23	9,7
*2	143	60,3
*3	67	28,3
*4	0	0
*5	1	0,4
*6	9	3,8
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	237	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1α**Πίνακας 141**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	7	4,6
*2	23	14,9
*3	14	9,1
*4	9	5,8
*5	0	0
*6	6	3,9
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	154	

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6,1β**Πίνακας 142**

	ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ(%)
*1	119	62,6
*2	56	29,5
*3	14	7,4
*4	1	0,5
*5	0	0
*6	4	2,1
ΣΥΝΟΛΟ ΕΣΦΑΛΜΕΝΩΝ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ	190	

3.4 ΣΥΣΧΕΤΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Η ενότητα αυτή αναφέρεται στην ανάλυση των συσχετίσεων των μεταβλητών η οποία έγινε με την εφαρμογή του χ^2 , όπου αυτό μπορούσε να εφαρμοστεί ή του Fisher Test σε περίπτωση που μεταξύ των αναμενόμενων συχνοτήτων υπήρχαν κάποιες μικρότερες του 5. Πριν από την εφαρμογή των κριτηρίων αυτών, πραγματοποιήθηκε ανακωδικοποίηση των τιμών των μεταβλητών ώστε να έχουμε δύο γενικές κατηγορίες απαντήσεων σε όλα τα προβλήματα. Έτσι σε κάθε πρόβλημα οι δύο κατηγορίες που προέκυψαν είναι αναφέρονται σε

- απαντήσεις που θεωρούνται εσφαλμένες και χαρακτηρίζονται με τον κωδικό 1 και
- απαντήσεις που θεωρούνται σωστές και χαρακτηρίζονται με τον κωδικό 2.

Στις εσφαλμένες απαντήσεις εντάχθηκαν και εκείνες όπου τα υποκείμενα δεν έδωσαν καμία απάντηση καθώς και όλες οι περιπτώσεις ημιτελούς διαδικασίας που ακολουθούσαν λανθασμένη οδό, ενώ στις σωστές απαντήσεις εντάχθηκαν οι περιπτώσεις ημιτελούς διαδικασίας στις οποίες τα υποκείμενα ακολούθησαν σωστή πορεία επίλυσης, αλλά δεν είχαν εκτελέσει την τελική πράξη προκειμένου να δώσουν απάντηση στο πρόβλημα.

Έτσι, οι κωδικοί 0,1 και 2,1 με όλες τις υποκατηγορίες τους ανακωδικοποιούνται ως 1, ενώ οι κωδικοί 2,2 και 3 ανακωδικοποιούνται ως 2. Στους πίνακες που ακολουθούν έχουν καταχωρηθεί οι μετρήσεις που προέκυψαν από τον συσχετισμό των μεταβλητών μεταξύ τους.

Πριν την παράθεση των πινάκων που περιγράφουν τους συσχετισμούς αυτούς πραγματοποιήθηκε ο έλεγχος ισοδυναμίας των δύο ομάδων Α και Β ο οποίος έδειξε τα εξής:

Η ομάδα Α υπερτερεί ως προς τα ποσοστά επιτυχίας από την ομάδα Β σε έξι προβλήματα και αυτά είναι τα 1,1, 1,2, 2,2, 3,2α και 3,2β και τέλος το 5,2. Από

αυτά στατιστικά σημαντική, θεωρείται η συσχέτιση της ομάδας με το πρόβλημα 3,2β ($\chi^2=4,046$, για ένα βαθμό ελευθερίας ή πιθανότητα σφάλματος $0,031 < 0,05$ με βάση το Fisher Test).

Η ομάδα Β υπερτερεί ως προς τα ποσοστά επιτυχίας σε σχέση με την ομάδα Α πάλι σε έξι προβλήματα και αυτά είναι τα 2,1, 3,1, 4,1, 5,1, 6,1α και 6,1β. Από αυτά στατιστικά σημαντική, και μάλιστα οριακά, θεωρείται η συσχέτιση της ομάδας με το πρόβλημα 3,1 ($\chi^2=3,092$, για ένα βαθμό ελευθερίας ή πιθανότητα σφάλματος $0,05$ με βάση το Fisher Test).

Παράλληλα, από τον έλεγχο που πραγματοποιήσαμε με το binomial test για να ελέγξουμε πόσο πιο δύσκολο αντιλαμβάνονται οι μαθητές ένα πρόβλημα σε σχέση με κάποιο άλλο⁴¹, παρατηρούμε ότι αν και υπάρχουν κάποιες διαφορές στην αντίθετη κατεύθυνση ως προς την αντίληψη του βαθμού αυτού από τα υποκείμενα (π.χ. η ομάδα Α αντιλαμβάνεται το πρόβλημα 1,1 πιο εύκολο από όλα τα προβλήματα, ενώ η ομάδα Β θεωρεί ως ευκολότερο το πρόβλημα 3,1), αυτές οι διαφορές συνολικά δε θεωρούνται στατιστικά σημαντικές.

Συμπερασματικά, βασισμένοι στα παραπάνω ευρήματα μπορούμε να διατυπώσουμε με ασφάλεια την άποψη ότι οι δύο ομάδες θεωρούνται ισοδύναμες, κάτι που το περιμέναμε εξαιτίας του τυχαίου τρόπου επίδοσης των προβλημάτων του ερωτηματολογίου στα υποκείμενα της έρευνας μας.

Στους πίνακες που ακολουθούν έχουν καταχωρηθεί οι μετρήσεις που προέκυψαν από το συσχετισμό του κάθε προβλήματος με κάθε άλλο με το κριτήριο χ^2 ⁴². Στην πρώτη αριστερή στήλη του πίνακα αναφέρονται τα προβλήματα με τα οποία γίνεται η συσχέτιση του κάθε προβλήματος που αναφέρεται στον τίτλο. Στην μεσαία στήλη δίνεται το αποτέλεσμα τις τιμές του χ^2 καθώς και η τιμή του δείκτη Φ

⁴¹ Βλ. πίνακες 150-151

⁴² Πίνακες υπ' αριθμόν 134 – 147.

που προκύπτουν από τον έλεγχο της συσχέτισης των δύο προβλημάτων. Στην τελευταία στήλη αναφέρεται η πιθανότητα σφάλματος με βάση το Fisher Exact Test.

Στη στήλη αυτή λευκό χρώμα έχουν τα κελιά όπου οι μεταβλητές που τους αντιστοιχούν είναι ασυσχέτιστες.

Κίτρινο χρώμα έχουν τα κελιά όπου υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στις μεταβλητές με όριο στατιστικής σημαντικότητας το 5%.

Τέλος ρόζ χρώμα έχουν τα κελιά όπου παρατηρείται ισχυρή συσχέτιση με επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο ή ίσο με 1%. Μετά από κάθε πίνακα ακολουθούν ανάλογα σύντομα σχόλια.

Παράλληλα, να σημειωθεί ότι τα κελιά που είναι κενά στη στήλη του χ^2 αναφέρονται σε περιπτώσεις που δεν μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο αυτό, επειδή μεταξύ των αναμενόμενων συχνοτήτων υπάρχει μια ή περισσότερες μικρότερες του 0,05

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 1,1α ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 143

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ X²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	7,571/0,216	0,011
2,1A	3,113/0,138	0,101
2,2		0,519
3,1	15,604/0,309	0,000
3,2α	7,489/0,214	0,008
3,2β	5,400/0,182	0,029
4,1	0,891/0,074	0,414
5,1	4,777/0,171	0,036
5,2	0,833/0,072	0,419
6,1α	1,299/0,089	0,297
6,1β	5,486/0,183	0,032

Η συσχέτιση του προβλήματος 1.1 με το πρόβλημα 1,2 καταγράφει την μέτρια τάση των υποκειμένων που γνωρίζουν τη μια απάντηση να γνωρίζουν και την άλλη δυσανάλογα πολύ και το αντίστροφο. Αυτή η μέτρια συσχέτιση, με πιθανότητα μικρότερη του ορίου 5% παρατηρείται μεταξύ του προβλήματος 1.1 και των προβλημάτων 3,2α, 3,2β, 5,1 και 6,1β.

Πολύ ισχυρή συσχέτιση υπάρχει ανάμεσα στα προβλήματα 1,1 και 3.1 (με πιθανότητα σφάλματος μικρότερη του 1%).

Μεταξύ του 1.1 και των υπολοίπων προβλημάτων δεν παρατηρούνται συσχετίσεις.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 1,1β ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 144

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2		0,015
2,1B	14,617/0,305	0,000
2,2		0,713
3,1	10,226/0,255	0,002
3,2α	0,143/0,030	0,708
3,2β	3,977/0,159	0,071
4,1	0,305/0,044	0,686
5,1	4,805/0,175	0,036
5,2	5,761/0,192	0,019
6,1α	7,508/0,219	0,009
6,1β	1,686/0,104	0,233

Η συσχέτιση του προβλήματος 1.1 με το πρόβλημα 1,2 καταγράφει την μέτρια τάση των υποκειμένων που επιλύουν σωστά το πρώτο πρόβλημα να επιλύουν σωστά και το άλλο και το αντίστροφο. Αυτή η μέτρια συσχέτιση, με πιθανότητα μικρότερη του 5% εντοπίζεται και μεταξύ του προβλήματος 1,1 και των προβλημάτων 3,1, 5,1 και 5,2.

Πολύ ισχυρή συσχέτιση παρατηρείται ανάμεσα στο πρόβλημα 1,1 και στα 2,1 και 6,1α (με πιθανότητα σφάλματος μικρότερη του 1%).

Μεταξύ του 1,1 και των υπολοίπων προβλημάτων δεν παρατηρούνται άλλες συσχετίσεις.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 1,2 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 145

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ X²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISCHER TEST
2.2		0,061
3.1	6,144/0,139	0,016
3.2α	12,961/0,201	0,001
3.2β		0,000
4.1	5,515/0,131	0,040
5.1	10,765/0,183	0,002
5.2	2,157/0,082	0,155
6.1α	7,357/0,151	0,010
6.1β		0,030

Υπάρχει πολύ ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στα προβλήματα 1,2 και 3,2α καθώς και ανάμεσα στο 1,2 με το 3,2β, με το 5,1 και με το 6,1α, ενώ παρατηρείται μέτρια συσχέτιση ανάμεσα στο πρόβλημα 1,2 με τα προβλήματα 3,1, 4,1, 5,1, 6,1α και 6,1β χωριστά. Μεταξύ του 1,2 και των υπολοίπων προβλημάτων δεν παρατηρούνται συσχετίσεις.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 2,1Α ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 146

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISCHER TEST
1,2		0,322
2,2		0,000
3,1	30,960//0,436	0,000
3,2 ^α	38,490/0,486	0,000
3,2β	47,074/0,537	0,000
4,1	4,230/0,161	0,058
5,1	16,094/0,314	0,000
5,2	9,150/0,237	0,005
6,1 ^α	19,952/0,350	0,000
6,1β		0,000

Υπάρχει πολύ ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στο πρόβλημα 2,1 και στα προβλήματα 2,2, 3,1, 3,2α, 3,2β, 5,1, 5,2, 6,1α και 6,1β (με πιθανότητα σφάλματος μικρότερη του 1%), ενώ παρατηρούνται μέτριες συσχετίσεις (με επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο του 5%) του 2,1 με το πρόβλημα 4,1. Μεταξύ τους όλα τα παραπάνω προβλήματα, με εξαίρεση το 4,1 που περιγράφει μια κατάσταση αντίστροφης αναλογίας, αναφέρονται σε μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας, γεγονός που δηλώνει ότι τα υποκείμενα απαντούν συνολικά το ίδιο ορθά ή λανθασμένα μεταξύ του 2,1 και των υπολοίπων προβλημάτων.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 2,1β ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 147

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2		0,125
2,2		0,000
3,1	39,582/0,502	0,000
3,2α	9,794/0,250	0,003
3,2β		0,001
4,1	3,060/0,140	0,110
5,1	6,059/0,196	0,018
5,2	5,577/0,188	0,023
6,1α	15,315/0,312	0,000
6,1β	6,260/0,200	0,028

Υπάρχει πολύ ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στο πρόβλημα 2,1 και στα προβλήματα 2,2, 3,1, 3,2^α, 3,2β και 6,1α (με πιθανότητα σφάλματος μικρότερη του 1%), ενώ παρατηρούνται μέτριες συσχετίσεις (με επίπεδο σημαντικότητας μικρότερο του 5%) του 2,1 με τα προβλήματα 5,1, 5,2 και 6,1β. Δεν παρουσιάζεται καμία συσχέτιση ανάμεσα στο 2,1 και στο 4,1.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 2,2 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 148

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ X²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2		0,061
3.1	9,905/0,176	0,002
3.2α		0,000
3.2β		0,000
4.1		0,010
5.1	5,932/0,136	0,030
5.2	7,096/0,149	0,011
6.1α	11,396/0,189	0,002
6.1β		0,000

Και στην περίπτωση του προβλήματος 2,2 παρουσιάζονται μέτριες ή πολύ ισχυρές συσχετίσεις με τα υπόλοιπα προβλήματα, με εξαίρεση το πρόβλημα 1,2, δηλαδή μεταξύ των προβλημάτων που αναφέρονται σε μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3,1 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 149

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	6,144/0,139	0,016
2,2	9,905/0,176	0,002
3.2α	29,401/0,303	0,000
3.2β	31,162/0,312	0,000
4.1	1,511/0,069	0,250
5.1	14,658/0,214	0,000
5.2	31,063/0,312	0,000
6.1α	29,646/0,304	0,000
6.1β	22,468/0,265	0,000

Και πάλι παρατηρούμε ισχυρές συσχετίσεις με τα υπόλοιπα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3,2α ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 150

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	12,961/0,201	0,001
2,2		0,000
3,1	29,401/0,303	0,000
3.2β	147,887/0,680	0,000
4.1	11,946/0,193	0,001
5.1	21,952/0,262	0,000
5.2	30,847/0,310	0,000
6.1α	60,397/0,434	0,000
6.1β	62,318/0,441	0,000

Εμφανίζονται ισχυρές συσχετίσεις του προβλήματος αυτού με όλα τα υπόλοιπα προβλήματα.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 3,2β ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 151

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2		0,000
2,2		0,000
3,1	31,162/0,132	0,000
3,2α	147,887/0,680	0,000
4.1	20,208/0,014	0,000
5.1	25,397/0,282	0,000
5.2	38,217/0,346	0,000
6.1a	61,430/0,438	0,000
6.1β	53,689/0,410	0,000

Όμοιος ο σχολιασμός με τον παραπάνω.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 4,1 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 152

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ Χ²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	5,515/0,131	0,040
2,2		0,010
3,1	1,511/0,069	0,250
3,2α	11,946/0,193	0,001
3,2β	20,208/0,251	0,000
5.1	18,103/0,238	0,000
5.2	7,525/0,153	0,008
6.1a	4,817/0,123	0,032
6.1β	7,005/0,148	0,013

Το πρόβλημα 4,1 φαίνεται να παρουσιάζει πολύ ισχυρή συσχέτιση με τα προβλήματα 2,2, 3,2α, 3,2β και 5,1, ενώ καταγράφεται μέτρια συσχέτιση με τα προβλήματα 1,2, 5,2, 6,1α και 6,1β και καμία συσχέτιση με το πρόβλημα 3,1.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 5,1 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 153

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ χ^2 /ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	10,765/0,183	0,002
2,2	5,932/0,136	0,030
3,1	14,658/0,214	0,000
3,2α	21,952/0,262	0,000
3,2β	25,397/0,282	0,000
4,1	18,103/0,238	0,000
5,2	31,681/0,315	0,000
6,1α	34,635/0,329	0,000
6,1β	32,308/0,318	0,000

Εμφανίζονται συσχετίσεις, αλλού μέτριες και αλλού ισχυρές με όλα τα προβλήματα.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 5,2 ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 154

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ X²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	2,157/0,082	0,155
2,2	7,096/0,149	0,011
3,1	31,063/0,312	0,000
3,2α	30,847/0,310	0,000
3,2β	38,217/0,346	0,000
4,1	7,525/0,153	0,008
5,1	31,681/0,315	0,000
6,1α	81,983/0,506	0,000
6,1β	43,531/0,369	0,000

Εμφανίζονται συσχετίσεις, αλλού μέτριες και αλλού ισχυρές με όλα τα προβλήματα εκτός από το πρόβλημα 1,2 με το οποίο δε φαίνεται να εμφανίζει συσχέτιση.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 6,1α ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 155

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ X²/ΔΕΙΚΤΗΣ Φ	FISHER TEST
1,2	7,357/0,152	0,010
2,2	11,396/0,189	0,002
3,1	29,646/0,304	0,000
3,2α	60,397/0,434	0,000
3,2β	61,430/0,438	0,000
4,1	4,817/0,123	0,032
5,1	34,635/0,329	0,000
5,2	81,983/0,506	0,000
6,1β	93,395/0,540	0,000

Εμφανίζονται συσχετίσεις, αλλού μέτριες και αλλού ισχυρές με όλα τα προβλήματα.

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΝ ΤΟΥ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 6,1β ΜΕ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

Πίνακας 156

ΠΡΟΒΛΗΜΑ	ΔΕΙΚΤΗΣ χ^2	FISHER TEST
1,2		0,030
2,2		0,000
3,1	22,468/0,265	0,000
3,2α	62,318/0,441	0,000
3,2β	53,689/0,410	0,000
4,1	7,005/0,148	0,013
5,1	32,308/0,318	0,000
5,2	43,531/0,369	0,000
6,1α	93,395/0,540	0,000

Όμοιος ο σχολιασμός με παραπάνω.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ – ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ FISCHER TEST (με ροζ

χρώμα πολύ ισχυρή συσχέτιση, με κίτρινο μέτρια ως ισχυρή)

Πίνακας 157

	1.1A	1.1B	1.2	2.1A	2.1B	2.2	3.1	3.2α	3.2β	4.1	5.1	5.2	6.1α	6.1β
1.1A	Grey		Yellow				Pink	Pink	Yellow		Yellow			Yellow
1.1B		Grey	Yellow		Pink		Pink				Yellow	Yellow	Pink	
1.2	Yellow	Yellow	Grey				Yellow	Pink	Pink	Yellow	Pink		Pink	Yellow
2.1A				Grey		Pink	Pink	Pink	Pink		Pink	Pink	Pink	Pink
2.1B		Pink			Grey	Pink	Pink	Pink	Pink		Yellow	Yellow	Pink	Yellow
2.2				Pink	Pink	Grey	Pink	Pink	Pink	Pink	Yellow	Yellow	Pink	Pink
3.1	Pink	Pink	Yellow	Pink	Pink	Pink	Grey	Pink	Pink		Pink	Pink	Pink	Pink
3.2α	Pink		Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Grey	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink
3.2β	Yellow		Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Grey	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink
4.1			Yellow			Pink		Pink	Pink	Grey	Pink	Pink	Yellow	Yellow
5.1	Yellow	Yellow	Pink	Pink	Yellow	Yellow	Pink	Pink	Pink	Pink	Grey	Pink	Pink	Pink
5.2		Yellow		Pink	Yellow	Yellow	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Grey	Pink	Pink
6.1α			Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Pink	Yellow	Pink	Pink	Grey	Pink
6.1β	Yellow	Pink	Yellow	Pink	Yellow	Pink	Pink	Pink	Pink	Yellow	Pink	Pink	Pink	Grey

Σχόλιο: Παρατηρούμε πολλές ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των προβλημάτων

πολλαπλής αναλογίας, ενώ μεταξύ των προβλημάτων απλής και πολλαπλής αναλογίας οι συσχετίσεις αυτές είναι εμφανώς μειωμένες.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ ΚΑΘΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

ΜΕ ΚΑΘΕ ΑΛΛΟ

Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιήθηκε με την εφαρμογή του binomial test για κάθε ζεύγος προβλημάτων και ως όριο στατιστικής σημαντικότητας θεωρήθηκε το 5%. Παρακάτω παρατίθενται πίνακες που δείχνουν τις τιμές του τεστ για κάθε δύο προβλήματα μεταξύ τους.

ΟΜΑΔΑ Α

Πίνακας 158⁴³

	1,1A	1,2	2,1A	2,2	3,1	3,2α	3,2β	4,1	5,1	5,2	6,1α	6,1β
1,1A		5,53E-15	2,23E-09	3,40E-17	0,02	1,21E-05	1,07E-08	6,96E-09	9,71E-05	0,05	0,0001	1,55E-15
1,2			0,04	0,06	5,16E-09	5,61E-05	0,008	0,04	7,54E-06	4,52E-09	1,27E-05	1,27E-05
2,1A				7,82E-05	2,21E-07	0,008	0,33	0,56	0,0058	0,0047	0,0047	0,005
2,2					2,14E-13	5,12E-09	5,24E-06	0,000455	8,52E-09	2,14E-13	8,52E-09	0,105
3,1						0,005	4,48E-06	0,005	0,036	0,55	0,02	9,83E-12
3,2α							0,006	0,0280	0,37	0,005	0,37	2,31E-07
3,2β								0,37	0,02	7,68E-06	0,01	0,0007
4,1									0,01	2,88E-05	0,013	0,02
5,1										0,02	0,56	7,68E-09
5,2											0,0067	2,17E-12
6,1α												9,31E-10
6,1β												

⁴³ Στους πίνακες 149 και 150 ο συμβολισμός ενός αριθμού χ στη μορφή χE-y σημαίνει $x \cdot 10^{-y}$. Για παράδειγμα ο αριθμός 5,53E-15 είναι ο αριθμός $5,53 \cdot 10^{-15}$

ΟΜΑΔΑ Β

Πίνακας 159

	1,1B	1,2	2,1B	2,2	3,1	3,2α	3,2β	4,1	5,1	5,2	6,1α	6,1β
1,1B		2,21E-14	0,001	1,3E-13	0,074	0,002	1,2E-09	0,0001	0,077	0,34	0,09	4,81E-08
1,2			6,9E-07	0,401	2,31E-16	2,12E-06	0,075	9,75E-05	2,1E-09	4,86E-11	1,16E-09	0,021
2,1B				2,03E-09	2,82E-08	0,44	0,0001	0,15	0,1058	0,01	0,06	0,0021
2,2					2,3E-19	1,13E-07	0,015	9,65E-06	2,23E-10	4,06E-13	8,02E-12	0,005
3,1						1,6E-06	3,68E-14	1,37E-07	0,001	0,02	0,0016	8,31E-13
3,2α							9,53E-07	0,22	0,067	0,0038	0,02	0,001
3,2β								0,012	4,7E-07	7,56E-10	5,12E-09	0,33
4,1									0,0047	0,0002	0,007	0,049
5,1										0,156	0,5	1,92E-05
5,2											0,162	1,51E-09
6,1α												9,31E-10
6,1β												

Για να δοθεί μια εικόνα πιο ευκρινής σχετικά με τη σχέση των προβλημάτων ανά δύο ως προς το βαθμό δυσκολίας τους, παρακάτω παρατίθενται πίνακες στους οποίους παρατηρούνται τα εξής:

- Λευκό χρώμα έχουν τα κελιά στα οποία τα δύο προβλήματα δεν παρουσιάζουν συσχέτιση. Έτσι, στην περίπτωση αυτή δε μπορούμε να διατυπώσουμε κρίσεις για το ποιο από τα δύο προβλήματα είναι το πιο εύκολο με στατιστικά σημαντική διαφορά.

- Μπλε χρώμα έχουν τα κελιά όπου η πιθανότητα σφάλματος είναι μικρότερη ή ίση με 5%.
- Σε κάθε χρώματος μπλε υπάρχει ένα βελάκι με φορά προς το δύσκολο πρόβλημα, βάση του ποσοστού επιτυχίας που παρουσιάζει.

ΟΜΑΔΑ Α

Πίνακας 160

	1.1A	1.2	2.1A	2.2	3.1	3.2α	3.2β	4.1	5.1	5.2	6.1α	6.1β
1.1A		↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑		↑	↑
1.2	←		←		←	←	←	←	←	←	←	↑
2.1A	←	↑		↑	←	←			←	←	←	↑
2.2	←		←		←	←	←	←	←	←	←	
3.1	←	↑	↑	↑		↑	↑	↑	↑		↑	↑
3.2α	←	↑	↑	↑	←		↑	↑		←		↑
3.2β	←	↑		↑	←	←			←	←	←	↑
4.1	←	↑		↑	←	←			←	←	←	↑
5.1	←	↑	↑	↑	←		↑	↑		←		↑
5.2		↑	↑	↑		↑	↑	↑	↑		↑	↑
6.1α	←	↑	↑	↑	←		↑	↑		←		↑
6.1β	←	←	←		←	←	←	←	←	←	←	

ΟΜΑΔΑ Β

Πίνακας 161

	1.1B	1.2	2.1B	2.2	3.1	3.2α	3.2β	4.1	5.1	5.2	6.1α	6.1β
1.1B		↑	↑	↑		↑	↑	↑				↑
1.2	←		←		←	←		←	←	←	←	←
2.1B	←	↑		↑	←		↑			←		↑
2.2	←		←		←	←	←	←	←	←	←	←
3.1		↑	↑	↑		↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
3.2α	←	↑		↑	←		↑			←	←	↑
3.2β	←		←	↑	←	←		←	←	←	←	
4.1	←	↑		↑	←		↑		←	←	←	↑
5.1		↑		↑	←		↑	↑				↑
5.2		↑	↑	↑	←	↑	↑	↑				↑
6.1α		↑		↑	←	↑	↑	↑				↑
6.1β	←	↑	←	↑	←	←		←	←	←	←	

Στους πίνακες που ακολουθούν (153-154) παρουσιάζονται ομαδοποιημένα τα αποτελέσματα της εφαρμογής του binomial test. Λευκά είναι τα κελιά όπου δεν μπορούμε να πούμε για το ποιο από τα δύο προβλήματα είναι το πιο δύσκολο, αφού η πιθανότητα σφάλματος είναι μεγαλύτερη από 5%. Μπλε χρώμα έχουν τα κελιά στα οποία το πρόβλημα που βρίσκεται σε στήλη προκύπτει δυσκολότερο από το αντίστοιχο πρόβλημα της γραμμής, με στατιστικά σημαντική διαφορά, ενώ πορτοκαλί χρώμα έχουν τα κελιά όπου το πρόβλημα που βρίσκεται σε στήλη προκύπτει πιο εύκολο από το αντίστοιχο πρόβλημα της γραμμής, με στατιστικά σημαντική διαφορά.

Κατάταξη με βάση το βαθμό δυσκολίας

Η σειρά που εμφανίζονται τα προβλήματα είναι από το πιο δύσκολο στο λιγότερο δύσκολο, όπως μαρτυρούν τα ποσοστά των υποκειμένων

Πίνακας 162

ΟΜΑΔΑ Α

	6,1β	2,2	1,2	4,1	2,1A	3,2β	6,1α	3,2α	5,1	3,1	5,2	1,1A
6,1β	Black		Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
2,2		Black		Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
1,2	Blue		Black	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
4,1	Blue	Blue	Blue	Black			Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
2,1A	Blue	Blue	Blue		Black		Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
3,2β	Blue	Blue	Blue			Black	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
6,1α	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Black			Orange	Orange	Orange
3,2α	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue		Black		Orange	Orange	Orange
5,1	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue			Black	Orange	Orange	Orange
3,1	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Black		Orange
5,2	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue		Black	
1,1A	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue	Blue		Black

Πίνακας 163

ΟΜΑΔΑ Β

	2,2	1,2	3,2β	6,1β	4,1	3,2α	2,1B	5,1	6,1α	5,2	1,1B	3,1
2,2	Dark Grey	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
1,2	White	Dark Grey	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
3,2β	Cyan	White	Dark Grey	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
6,1β	Cyan	Cyan	White	Dark Grey	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
4,1	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Dark Grey	White	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
3,2α	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	Dark Grey	White	White	Orange	Orange	Orange	Orange
2,1B	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	White	Dark Grey	White	White	Orange	Orange	Orange
5,1	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	White	Dark Grey	White	White	White	Orange
6,1α	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	White	Dark Grey	White	White	Orange
5,2	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	White	Dark Grey	White	Orange
1,1B	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	White	White	Dark Grey	White
3,1	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	Cyan	White	Dark Grey

Κατάταξη με βάση το περιεχόμενο και τη μορφή της εκφώνησης

Η σειρά που εμφανίζονται τα προβλήματα βασίζεται στο περιεχόμενο και στη μορφή της εκφώνησης. Συγκεκριμένα, τα προβλήματα που εμφανίζονται πρώτα είναι τα τρία προβλήματα απλής αναλογίας (ευθείας και αντίστροφης) και ακολουθούν τα δύο προβλήματα πολλαπλής αναλογίας (5,2 και 5,1) που θέτουν ως δεδομένο στην εκφώνηση την τιμή της σύνθετης μονάδας. Στα προβλήματα αυτά η διαφορά έγκειται στο είδος της ερώτησης που τίθεται (στο 5,2 ζητείται η τελική τιμή, ενώ στο 5,1 η ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη). Στη συνέχεια τίθενται τα δύο υποερωτήματα των προβλημάτων πολλαπλής αναλογίας (3,2α και 6,1α) που ζητούν την τιμή της σύνθετης μονάδας. Έπονται τα δύο προβλήματα (3,2β και 6,1β) για τη λύση των οποίων τίθεται προηγουμένως μια βοηθητική ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας. Και πάλι στην περίπτωση αυτή η σειρά εξαρτάται από το ζητούμενο της εκφώνησης. Τέλος, εμφανίζονται τα τρία προβλήματα πολλαπλής αναλογίας και συγκεκριμένα πρώτο το 3,1 που τα μεγέθη του είναι ποσότητες διακριτές, δεύτερο το 2,1 που τα μεγέθη του είναι ποσότητες συνεχείς και τέλος το 2,2 με συνεχείς ποσότητες. Η διαφορά και μεταξύ των τριών αυτών προβλημάτων είναι ότι τα 3,1 και 2,1 ζητούν την τελική τιμή κάποιου από τα μεγέθη ενώ το πρόβλημα 2,2 ζητά την ενδιάμεση τιμή κάποιου από τα μεγέθη.

Πίνακας 164

ΟΜΑΔΑ Α

	1,1A	1,2	4,1	5,2	5,1	3,2α	6,1α	3,2β	6,1β	3,1	2,1A	2,2
1,1A	Grey	Teal	Teal	White	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal
1,2	Orange	Grey	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	White
4,1	Orange	Teal	Grey	Orange	Orange	Orange	Orange	White	Teal	Orange	White	Teal
5,2	White	Teal	Teal	Grey	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	White	Teal	Teal
5,1	Orange	Teal	Teal	Orange	Grey	White	White	Teal	Teal	Orange	Teal	Teal
3,2α	Orange	Teal	Teal	Orange	White	Grey	White	Teal	Teal	Orange	Teal	Teal
6,1α	Orange	Teal	Teal	Orange	White	White	Grey	Teal	Teal	Orange	Teal	Teal
3,2β	Orange	Teal	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Grey	Teal	Orange	White	Teal
6,1β	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Grey	Orange	Orange	White
3,1	Orange	Teal	Teal	White	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Grey	Teal	Teal
2,1A	Orange	Teal	White	Orange	Orange	Orange	Orange	White	Teal	Orange	Grey	Teal
2,2	Orange	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	White	Orange	Orange	Grey

Πίνακας 165

ΟΜΑΔΑ Β

	1,1B	1,2	4,1	5,2	5,1	3,2α	6,1α	3,2β	6,1β	3,1	2,1B	2,2
1,1B	Grey	Cyan	Cyan	White	White	Cyan	White	Cyan	Cyan	White	Cyan	Cyan
1,2	Orange	Grey	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	White	Orange	Orange	Orange	White
4,1	Orange	Cyan	Grey	Orange	Orange	White	Orange	Cyan	Cyan	Orange	White	Cyan
5,2	White	Cyan	Cyan	Grey	White	Cyan	White	Cyan	Cyan	Orange	Cyan	Cyan
5,1	White	Cyan	Cyan	White	Grey	White	White	Cyan	Cyan	Orange	White	Cyan
3,2α	Orange	Cyan	White	Orange	White	Grey	Orange	Cyan	Cyan	Orange	White	Cyan
6,1α	White	Cyan	Cyan	White	White	Cyan	Grey	Cyan	Cyan	Orange	White	Cyan
3,2β	Orange	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Grey	White	Orange	Orange	Cyan
6,1β	Orange	Cyan	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	White	Grey	Orange	Orange	Cyan
3,1	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Cyan	Cyan	Grey	Cyan	Cyan
2,1B	Orange	Cyan	White	Orange	White	White	White	Cyan	Cyan	Orange	Grey	Cyan
2,2	Orange	White	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Grey

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ –ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

4.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΟΜΑΔΩΝ

Η παρακάτω ανάλυση θα γίνει με βάση την αρχική κωδικοποίηση αναφορικά με τις τεχνικές και τα παρατηρούμενα φαινόμενα και με βάση τις ανακωδικοποιημένες μεταβλητές, σύμφωνα με τις οποίες γίνεται μέτρηση επιτυχιών–αποτυχιών, όσον αφορά στις συσχετίσεις μεταξύ των προβλημάτων. Ειδικότερα για κάθε πρόβλημα συμπεραίνουμε:

Πρόβλημα 1,1:

Το πρόβλημα αυτό δόθηκε με δύο διαφορετικές εκφωνήσεις στα υποκείμενα του δείγματος που διέφεραν μόνο ως προς τα αριθμητικά δεδομένα και χώριζαν το δείγμα σε δύο ομάδες Α και Β. Ειδικότερα:

❖ Για την ομάδα Α:

Τα υποκείμενα επιλύουν σωστά το πρόβλημα σε ποσοστό 47,2% ενώ το υπόλοιπο 55,8% αποτυγχάνει στη λύση του προβλήματος. Οι τεχνικές που ακολουθούν οι μαθητές προκειμένου να λύσουν το πρόβλημα ποικίλουν, με τάση προτίμησης της χρήσης του πίνακα αναλογιών σε ποσοστό 44,7%, ενώ ακολουθούν σε μικρότερες συχνότητες η χρήση πράξεων (24,7%), η αναγωγή στη μονάδα (15,6%), ο απευθείας σχηματισμός αναλογίας (6,3%) και τέλος η απλή μέθοδος των τριών (1,9%)

Μάλιστα, το πρόβλημα αυτό φαίνεται να θεωρείται από τους μαθητές το ευκολότερο από όλα τα υπόλοιπα προβλήματα με στατιστικά σημαντική διαφορά⁴⁴ (εκτός από το πρόβλημα 5,2 με το οποίο δε φαίνεται διαφορά στατιστικά σημαντική).

⁴⁴ Ο έλεγχος για τη διαπίστωση ίσων αναλογιών μεταξύ των συχνοτήτων ανάμεσα σε δύο προβλήματα και κατ' επέκταση η κρίση για το ποιο από τα δύο προβλήματα προκύπτει πιο εύκολο για τους μαθητές με στατιστικά σημαντική διαφορά έγινε με το Binomial Test.

❖ Για την ομάδα Β:

Τα υποκείμενα επιλύουν το πρόβλημα σε ποσοστό 39,5%, ενώ το υπόλοιπο 60,5% ακολουθεί λανθασμένη διαδικασία.. Η επιλογή των στρατηγικών επίλυσης από τα υποκείμενα στην περίπτωση αυτή κυμαίνεται περίπου στα ίδια ποσοστά με τα αντίστοιχα ποσοστά της ομάδας Α και έχει ως εξής: η χρήση του πίνακα αναλογιών έγινε από τα υποκείμενα σε ποσοστό 45,9%, η χρήση πράξεων σε ποσοστό 22,9%, η αναγωγή στη μονάδα σε ποσοστό 14,6%, ο απευθείας σχηματισμός αναλογίας σε ποσοστό 6,4% και τέλος η επιλογή της απλής μεθόδου των τριών σε ποσοστό 1,9%.

Το πρόβλημα θεωρείται πιο εύκολο από τα υποκείμενα με στατιστικά σημαντική διαφορά από αρκετά προβλήματα και συγκεκριμένα από τα 1,2, 2,1, 2,2, 3,2α και 3,2β, 4,1 και 6,1β, ενώ δε μπορούμε να εκφράσουμε κρίσεις ως προς το βαθμό δυσκολίας με τα προβλήματα 3,1, 5,1, 5,2 και 6,1α, αφού η πιθανότητα σφάλματος αν απορριφθεί η υπόθεση ότι η αναλογία επιτυχιών – αποτυχιών είναι ίδια μεταξύ του 1,1 και των προαναφερθέντων προβλημάτων είναι μικρότερη από 0,05 και συνεπώς πρέπει να δεχτούμε την υπόθεση ίσων αναλογιών.

Σύγκριση των δύο ομάδων:

Φαίνεται, λοιπόν, ότι το είδος και το μέγεθος των αριθμών επηρεάζουν την επίδοση των μαθητών, εφόσον δεν αλλάζει καμία άλλη παράμετρος στην εκφώνηση. Όμως, αυτή η επίδραση δεν είναι στατιστικά σημαντική⁴⁵.

Όσον αφορά τις μεθόδους που ακολούθησαν οι μαθητές προκειμένου να επιλύσουν το πρόβλημα, δε φαίνεται να επηρεάζεται από την αλλαγή των αριθμών καθώς εμφανίζονται περίπου με τις ίδιες συχνότητες και στα δύο προβλήματα.

Σίγουρα η παράμετρος «είδος αριθμών» δεν πρέπει να εκτιμηθεί ανεξάρτητα από το εννοιολογικό περιεχόμενο του προβλήματος για να πούμε με βεβαιότητα ότι

⁴⁵ $\chi^2=1,9544 < 3,84$. Κατά συνέπεια δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά.

επιδρά θετικά ή αρνητικά στην επίδοση των μαθητών. Παρατηρούμε μια διαφορά της τάξης του 7,7% συνολικά για την επιτυχή διαδικασία από την Α' ομάδα στην Β', καθώς το πρόβλημα Β περιείχε αριθμούς (διψήφιους και τριψήφιους) με τους οποίους κάνοντας πράξεις, ο λύτης οδηγείται σε δεκαδικό αποτέλεσμα.. Αυτή η διαφορά, όμως, δεν είναι στατιστικά σημαντική για να πούμε με βεβαιότητα ότι ο παράγοντας «είδος αριθμών και πράξεις που συνεπάγεται» επηρεάζει την επίδοση των υποκειμένων.

Πρόβλημα 1,2:

Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει ποσοστό επιτυχίας της τάξης του 9,1%, ενώ η αποτυχία στη λύση του εμφανίζεται σε ποσοστό 90,9% στο σύνολο του δείγματος. Φαίνεται ότι τα υποκείμενα στην περίπτωση ενός τυπικού προβλήματος ευθείας αναλογίας και αναζήτησης τέταρτου αναλόγου προκαλεί ιδιαίτερη δυσκολία στους μαθητές, όταν σε αυτό περιλαμβάνεται μια βοηθητική πράξη που είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό των μεγεθών που μεταβάλλονται ανάλογα. Μάλιστα και στις δύο ομάδες υποκειμένων το πρόβλημα 1,2 προκύπτει το δεύτερο σε σειρά δυσκολίας πρόβλημα. Το γεγονός αυτό μπορεί να ερμηνευτεί ως αποτέλεσμα της ισχυρής επίδρασης του μοντέλου της γραμμικότητας το οποίο εφαρμόζεται μηχανικά και χωρίς την ουσιαστική ερμηνεία της κατάστασης που περιγράφεται στην εκφώνηση.

Πρόβλημα 2,1:

Το πρόβλημα αυτό δόθηκε με δύο διαφορετικές εκφωνήσεις στα υποκείμενα του δείγματος που περιλαμβάνουν τα ίδια αριθμητικά δεδομένα, αλλά διαφέρουν μεταξύ τους ως προς κάποιες διευκρινιστικές λέξεις που περιλαμβάνει η μια από τις δύο μορφές. Ειδικότερα:

❖ Για την ομάδα Α:

Στην πρώτη του εκδοχή, που δεν περιλαμβάνει κάποιες επιπλέον πληροφορίες

που δρουν διευκρινιστικά το ποσοστό επιτυχίας ανέρχεται σε 17,8%, ενώ το ποσοστό αποτυχίας στα 82,2%. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι τα υποκείμενα δε λαμβάνουν υπόψη τους όλα τα μεγέθη ή αγνοούν κάποιες από τις τιμές τους σε ποσοστό 36,2% επί του δείγματος των 163 ατόμων της ομάδας αυτής. Αναφορικά με το βαθμό δυσκολίας, το πρόβλημα αυτό θεωρείται ευκολότερο από τα υποκείμενα σε σχέση με το 2,2, το 1,2 και το 6,1β. Μάλιστα, σε σχέση με το 2,2, που διαφέρει μόνο ως προς το ζητούμενο (ζητά την εύρεση της τιμής ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη) κανένα υποκείμενο δεν καταφέρνει να επιλύσει σωστά και τα δύο προβλήματα. Ταυτόχρονα, δεν εμφανίζονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των συχνοτήτων με τα προβλήματα 4,1 και 3,2β, ενώ σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα προβλήματα εμφανίζεται δυσκολότερο.

❖ Για την ομάδα Β:

Το πρόβλημα είχε ως εξής και οι επιπλέον λέξεις που τονίζονται, επιδρούν καθοδηγητικά ως προς την ορθή επιλογή της πράξης.

*«Σ' ένα εργοστάσιο 8 όμοιες μηχανές δούλεψαν για 12 λεπτά **η καθεμία** και κατανάλωσαν **όλες μαζί** 672 λίτρα πετρελαίου. Αν δουλέψουν 20 μηχανές για 36 λεπτά **η καθεμία**, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσουν **όλες μαζί;**»*

Τα υποκείμενα επιλύουν με επιτυχία το πρόβλημα αυτό σε ποσοστό 26,1%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό αποτυχίας ανέρχεται στα 73,9%. Και στην περίπτωση αυτή το φαινόμενο της «άγνοιας μεγέθους ή διαφόρων τιμών των μεγεθών είναι ισχυρό (33,8%).

Σχετικά με το βαθμό δυσκολίας, το πρόβλημα αυτό προκύπτει ευκολότερο, με διαφορά στατιστικά σημαντική, από το 1,2, το 2,2, το 3,2β και το 6,1β, ενώ σε σχέση με τα προβλήματα 1,1, 3,1 και 5,2 εμφανίζεται δυσκολότερο. Αναφορικά με τα υπόλοιπα προβλήματα δεν μπορούμε να πούμε για το βαθμό ευκολίας του, καθώς η

διαφορά στον αριθμό των επιτυχιών που παρατηρείται δεν είναι στατιστικά σημαντική στο επίπεδο του 5%.

Παρατηρείται, δηλαδή μια διαφορά της τάξης του 8,3% η οποία, όμως δεν αποδεικνύεται στατιστικά σημαντική. Επομένως,

Σύγκριση των δύο ομάδων:

Από την σύγκριση των ποσοστών των δύο ομάδων, παρατηρούμε μεγαλύτερη επιτυχία στην περίπτωση που στην εκφώνηση του προβλήματος υπάρχουν λέξεις – φράσεις καθοδηγητικές ως προς την σωστή επιλογή της πράξης, που σημαίνει ότι επιδρούν σε κάποιο βαθμό θετικά στην επίδοση των μαθητών. Όμως, αυτή η επίδραση δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Πολύ ισχυρό παρουσιάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο ο μαθητής στην προσπάθεια του να απλοποιήσει το πρόβλημα, και να το προσαρμόσει στην οικεία για αυτόν κατάσταση της απλής αναλογίας παραλείπει κάποιο από τα μεγέθη ή διάφορες τιμές των μεγεθών. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται εξίσου έντονα σε όλα τα προβλήματα της πολλαπλής αναλογίας και ανάγεται στην έντονη επίδραση που ασκεί στη σκέψη των μαθητών το μοντέλο της απλής αναλογίας⁴⁶.

Πρόβλημα 2.2:

Πρόκειται για το πρόβλημα που παρουσιάζει το μικρότερο ποσοστό επιτυχίας από όλα τα υπόλοιπα προβλήματα. Συγκεκριμένα, μόνο το 5,9% του συνολικού δείγματος ακολουθεί ορθή διαδικασία επίλυσης, ενώ το 94,1% αποτυγχάνει στην επίλυσή του. Η μεγάλη αυτή αποτυχία, πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι απαιτεί την εύρεση της τιμής ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη, που δυσχεραίνει την αναπαράσταση της κατάστασης που περιγράφεται στην εκφώνηση του στο μυαλό των μαθητών.

⁴⁶ Βλ. αναλυτικότερα: συμπέρασμα Α5, σελ. 244

Παράλληλα, η ερώτηση εύρεσης της τιμής ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη προκαλεί δυσκολίες στην κατάστρωση πινάκων αναλόγων ποσών, που είναι η πιο συνηθισμένη μέθοδος επίλυσης τέτοιου τύπου προβλημάτων και έτσι εξηγείται και η χρήση της μεθόδου της αναγωγής στη μονάδα από την πλειοψηφία του δείγματος (12 από τα 19 υποκείμενα) που το έλυσαν σωστά. Μάλιστα, αναφορικά με το βαθμό δυσκολίας του σε σχέση με άλλα προβλήματα με συνεχείς μεταβλητές που απαιτούν την εύρεση μιας τελικής τιμής (όπως το πρόβλημα 2,1, το 3,2 και το 5,2) αποδεικνύεται ότι είναι το πιο δύσκολο, με στατιστικά σημαντική διαφορά.⁴⁷

Ιδιαίτερα μεγάλο εμφανίζεται και εδώ το φαινόμενο της άγνοιας μεγέθους, τιμών ή και κατάστασης σε ποσοστό 31,6% επί του συνολικού δείγματος.

Πρόβλημα 3,1:

Πρόκειται για το τρίτο σε σειρά πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας, το οποίο παρουσιάζει το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας σε σχέση με τα υπόλοιπα (42,2%). Το γεγονός αυτό αποδίδεται στο ότι οι μεταβλητές (μεγέθη) του προβλήματος είναι διακριτές και οι πράξεις μεταξύ τους οδηγούν σε ποσά που για τα παιδιά είναι οικεία και έχουν πρακτικό ενδιαφέρον. Η επιτυχία αυτή επιβεβαιώνει και την αρχική μας υπόθεση Γ στο πρώτο σκέλος της (σελ. 28).

Μάλιστα, από τα υποκείμενα που επιλύουν σωστά το πρόβλημα: το 57,2% καταλήγει στο ζητούμενο αποτέλεσμα ακολουθώντας την τεχνική των πράξεων, το 31,2% κάνει χρήση του πίνακα αναλογιών και ακολουθούν σε πολύ μικρότερο ποσοστό άλλες μέθοδοι.. Η υπεροχή της μεθόδου των πράξεων δικαιολογείται από το γεγονός ότι εξαιτίας της φύσης των μεγεθών που υπάρχουν στην εκφώνηση διευκολύνεται η κατασκευή μιας αναπαράστασης της κατάστασης που περιγράφεται, που εκφράζει το σημασιολογικό περιεχόμενο του προβλήματος και η ένταξη αυτής

⁴⁷ βλ. και συμπέρασμα Β.2.2., σελ. 248-249

της αναπαράστασης στα μνημονικά σχήματα του λύτη.

Και στην περίπτωση αυτού του προβλήματος αρκετά έντονο εμφανίζεται το φαινόμενο της παράλειψης μεγέθους ή διαφόρων τιμών των μεγεθών με σκοπό την απλοποίηση της κατάστασης του προβλήματος.

Στην περίπτωση συσχέτισης του με το αντίστοιχο πρόβλημα που περιλαμβάνει συνεχείς μεταβλητές και ζητά την τιμή του τελικού μεγέθους (πρόβλημα 2,1) αποδεικνύεται ευκολότερο με στατιστικά σημαντική διαφορά. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η φύση των μεταβλητών (διακριτές ή συνεχείς) είναι παράγοντας καθοριστικός στην επίδοση των μαθητών. Συγκεκριμένα, τα διακριτά μεγέθη όπου οι πράξεις μεταξύ τους οδηγούν σε ποσότητες οικείες για το παιδί διευκολύνουν την αναπαράσταση του προβλήματος και επομένως συμβάλλουν στην αύξηση της επιτυχίας στη λύση του, από ότι στην περίπτωση των συνεχών μεγεθών.

Πρόβλημα 3.2 (με υποερωτήματα α και β):

Πρόκειται για ένα πρόβλημα όμοιο με το 2,1, με τη διαφορά ότι με σκοπό τον έλεγχο της διευκόλυνσης των υποκειμένων τίθεται μια ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας. Συνολικά και στα δύο ερωτήματα οι μαθητές επιτυγχάνουν κατά 17,8% για την ομάδα Α' και 11,5% για την ομάδα Β'. Τα ποσοστά αυτά αναφέρονται σε ταυτόχρονη επιτυχία και στα δύο ερωτήματα και είναι μεγαλύτερο για την ομάδα Α κατά 3,1% από το πρόβλημα 2,1Α και μικρότερο κατά 0,6% για την ομάδα Β' από το πρόβλημα 2,1Β. Από τη μεμονωμένη εξέταση της επιτυχίας στο δεύτερο υποερώτημα σε σχέση με το πρόβλημα 2,1 για κάθε ομάδα μπορούμε να αναφέρουμε τα εξής:

Για την ομάδα Α': Δεν μπορούμε να πούμε ποιο από τα δύο προβλήματα θεωρείται ευκολότερο ή δυσκολότερο, καθώς δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των διαφορών των συχνοτήτων τους. Κατά συνέπεια η ερώτηση της

τιμής της σύνθετης μονάδας δεν επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των υποκειμένων στην περίπτωση που όλες οι άλλες μεταβλητές του προβλήματος παραμένουν σταθερές. Το γεγονός αυτό δεν επιβεβαιώνει την αρχική υπόθεση Γ στο δεύτερο σκέλος της (σελ. 28)

Για την ομάδα Β΄: Για την ομάδα Β, το πρόβλημα 2,1, η εκφώνηση του οποίου περιέχει τις επιπλέον διευκρινιστικές πληροφορίες που προαναφέρθηκαν, παρουσιάζει μεγαλύτερη επιτυχία που είναι στατιστικά σημαντική, με επίπεδο σημαντικότητας το 5%, από το πρόβλημα 3,2β.

Αυτό σημαίνει ότι τελικά η βοηθητική ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας όχι μόνο δεν επιδρά καθοριστικά στην αύξηση της επίδοσης των μαθητών, όπως υποθέσαμε αρχικά, αλλά οι επιπλέον διευκρινιστικές πληροφορίες αποτελούν πιο ισχυρό παράγοντα υποβοήθησης και διευκόλυνσης των υποκειμένων. Άρα στην περίπτωση αυτή η αρχική μας υπόθεση Γ, στο δεύτερο σκέλος της, ανατρέπεται.

Αν πάλι εξετάσουμε χωριστά το κάθε ερώτημα, παρατηρούμε ότι οι μαθητές υπολογίζουν εύκολα την τιμή της σύνθετης μονάδας και με επιτυχία στατιστικά σημαντική σε σχέση με το πρόβλημα 2,1 (28,2% για την Α΄ ομάδα και 24,8% για την Β΄ ομάδα), ενώ τα ποσοστά επιτυχίας μειώνονται αρκετά στην απάντηση που απαιτεί το β΄ υποερώτημα (19% για την ομάδα Α΄ και 11,5% για την Β΄ ομάδα, που αντιστοιχούν μόνο στις σωστές απαντήσεις). Και στην περίπτωση αυτή, τα προβλήματα 3,2β και 2,1 συσχετίζονται μεταξύ τους και για τις δύο ομάδες.

Βέβαια, τα δύο αυτά υποερωτήματα, όπως προαναφέρθηκε, συσχετίζονται ισχυρά μεταξύ τους και φυσικά το 3,2α προκύπτει πιο εύκολο από το 3,2β και στις δύο ομάδες των υποκειμένων με στατιστικά σημαντική διαφορά.

Τέλος, ιδιαίτερα σημαντικό είναι το φαινόμενο κατά το οποίο τα υποκείμενα

δεν λαμβάνουν υπόψη κάποιο από τα μεγέθη ή τιμές των μεγεθών, όπου εμφανίζεται σε ποσοστό άνω του 30% και για τα δύο υποερωτήματα⁴⁸.

Πρόβλημα 4,1:

Πρόκειται για ένα πρόβλημα απλής αντίστροφης αναλογίας στο οποίο η επιτυχία στη λύση του ανέρχεται στα 19,4%, ενώ το υπόλοιπο 80,9% αποτυγχάνει στην επίλυση του. Τα ποσοστά αυτά είναι εμφανώς μειωμένα σε σχέση με το πρόβλημα 1,1 που τα ποσά του μεταβάλλονται ανάλογα. Έτσι το πρόβλημα αυτό προκύπτει δυσκολότερο από το 1,1 και μάλιστα με στατιστικά σημαντική διαφορά, γεγονός που μας επιτρέπει να διαπιστώσουμε ότι τα αντίστροφα μεταβαλλόμενα ποσά αντιμετωπίζονται από τους μαθητές με μεγαλύτερη δυσκολία σε σχέση με τα ανάλογα μεταβαλλόμενα και αυτό πιθανόν να οφείλεται σε εσφαλμένο τρόπο διδασκαλίας που τελικά τους εμποδίζει τόσο στο να διακρίνουν τι είναι τα ποσά σε κάθε περίπτωση όσο και στον τρόπο μεταχείρισής τους. Ένα πολύ συνηθισμένο λάθος των μαθητών ήταν η θεώρηση των ποσών σαν να επρόκειτο για ανάλογα και αυτό φάνηκε μέσα από τις τεχνικές επίλυσης που ακολούθησαν οι μαθητές και η πιο συνηθισμένη ήταν η χρήση του πίνακα αναλογιών και βέβαια με λανθασμένο τρόπο (χιαστί γινόμενα). Παράλληλα, καθώς το πρόβλημα απαιτεί δύο πράξεις ως προς την επίλυση του, ήδη παρατηρούμε μεγάλο ποσοστό αποτυχίας από την πρώτη πράξη της τάξης του 72,2% (συμπεριλαμβανομένων και των υποκειμένων που δεν έδωσαν απάντηση) που περιλαμβάνουν κυρίως λάθη του τύπου: δημιουργία γινομένου χωρίς ορθό νόημα (χιαστί γινόμενα κατά βάση) και δημιουργία λόγων χωρίς νόημα που απορρέουν και πάλι από τη θεώρηση των ποσών σαν να ήταν ανάλογα, γεγονός που ενισχύει την παραπάνω διαπίστωση. Επιπλέον, για άλλη μια φορά αποδεικνύεται η ισχύς του μοντέλου της γραμμικότητας στη σκέψη των μαθητών, το οποίο εφαρμόζουν αβίαστα

⁴⁸ δεξ, επίσης αναλυτικότερα Κεφ. 4.2.1, σελ. 228)

και μηχανικά σε κάθε περίπτωση που αντιλαμβάνονται ως αναλογία.

Αναμφισβήτητα, λοιπόν, το είδος των ποσών που μεταβάλλονται είναι μια παράμετρος καθοριστική ως προς την επίδοση των υποκειμένων και μάλιστα η αποτυχία στην επίλυση των προβλημάτων με ποσά αντιστρόφως ανάλογα μπορεί να αποδοθεί σε λανθασμένο τρόπο διδασκαλίας που οδηγεί σε μια μηχανιστική μάθηση και δεν επιτρέπει την βαθύτερη και ουσιαστικότερη κατανόηση των μαθητών.

Πρόβλημα 5,1:

Είναι το πρώτο από τα δύο προβλήματα πολλαπλής αναλογίας στα οποία δίνεται η τιμή της σύνθετης μονάδας και ζητείται η τιμή ενός από τα ενδιάμεσα τρία μεγέθη που υπάρχουν στην εκφώνηση. Το πρόβλημα αυτό είναι όμοιο ως προς τη φύση των μεγεθών και το εννοιολογικό περιεχόμενο του με το πρόβλημα 2,2. Το ποσοστό επιτυχίας που παρουσιάζει βρίσκεται στα 30% είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο 5,9% του προβλήματος 2,2, γεγονός που αποκαλύπτει ότι ως δεδομένο στην εκφώνηση του προβλήματος η τιμή της σύνθετης μονάδας διευκολύνει κατά πολύ τους μαθητές και τους οδηγεί σε επιτυχία. Μάλιστα, το πρόβλημα 2,2 αποδεικνύεται πιο δύσκολο, με διαφορά στατιστικά σημαντική. Άρα παρατηρούμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας ως δεδομένο στην εκφώνηση του προβλήματος συνέβαλε στη διευκόλυνση των μαθητών και κατά συνέπεια στην αύξηση της επιτυχίας τους. Ακόμα και στην περίπτωση που η τιμή αυτή δίδεται βοηθητικά η ερώτηση της τιμής της σύνθετης μονάδας, όπως στο πρόβλημα 6,1 και πάλι τα υποκείμενα παρουσιάζουν δυσκολίες καθώς ακόμα και στην περίπτωση που καταφέρουν να την υπολογίσουν δεν αντιλαμβάνονται τη χρησιμότητα της. Συνακόλουθα, το πρόβλημα 6.1 προκύπτει δυσκολότερο με στατιστικά σημαντική

διαφορά από ότι το πρόβλημα 5.1 όπου η τιμή αυτή αναφέρεται στα δεδομένα του προβλήματος.⁴⁹

Πρόβλημα 5,2:

Είναι το δεύτερο σε σειρά πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας με δεδομένη την τιμή της σύνθετης μονάδας στο οποίο ζητείται η τελική τιμή του συνδυασμού των μεγεθών. Παράλληλα, είναι όμοιο με το πρόβλημα 2,1 τόσο ως προς το εννοιολογικό του περιεχόμενο, όσο και ως προς τη φύση των μεγεθών του, με τη διαφορά ότι στο πρόβλημα αυτό ένα από τα ποσά είναι τα κιλά, ενώ στο 2,1 υπάρχουν τα λίτρα (ποσότητες συνεχείς και στις δύο περιπτώσεις). Το ποσοστό επιτυχίας που παρουσιάζει βρίσκεται στο 37,2% και είναι εμφανώς μεγαλύτερο από το αντίστοιχο ποσοστό του προβλήματος 2,1 που είναι 17,8% για την Α' ομάδα και 26,1% για την Β' ομάδα. Αυτό το γεγονός και στην περίπτωση αυτή δικαιολογείται από το ότι η δεδομένη τιμή της σύνθετης μονάδας διευκολύνει τους μαθητές στην επιτυχή επίλυση του προβλήματος. Μάλιστα, αναφορικά και για τις δύο ομάδες των υποκειμένων το πρόβλημα 5,2 αποδεικνύεται ευκολότερο από το 2,1 με στατιστικά σημαντική διαφορά. Ταυτόχρονα, αποδεικνύεται και ευκολότερο από το πρόβλημα 3,2 το οποίο θέτει την ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας προκειμένου να καθοδηγήσει τους μαθητές στην ορθή λύση του.

Συμπερασματικά, οι μαθητές διευκολύνονται στη λύση ενός προβλήματος πολλαπλής αναλογίας στην περίπτωση που η τιμή της σύνθετης μονάδας αναφέρεται στα δεδομένα του προβλήματος. Αντίθετα στην περίπτωση που ζητείται με μια ερώτηση πριν από το βασικό ζητούμενο, ακόμα και στην περίπτωση που κάποιοι μαθητές τη βρίσκουν με επιτυχία μπορεί να μην αντιλαμβάνονται το ρόλο και τη σημασία της και να την αγνοούν. Η επιτυχία είναι ακόμα μικρότερη όταν στην

⁴⁹ δεξ αναλυτικότερα Κεφ. 4.2.1, σελ. 228

εκφώνηση του προβλήματος δεν υπάρχει καμία αναφορά στη σύνθετη μονάδα, εκτός από την περίπτωση που τίθενται κάποιες επιπλέον πληροφορίες που οδηγούν στην ορθή επιλογή πράξεων⁵⁰.

Επιπλέον, το πρόβλημα αυτό αποδεικνύεται ένα εύκολο πρόβλημα για τα υποκείμενα με στατιστικά σημαντική διαφορά από όλα τα προβλήματα που αφορούν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας εκτός από το πρόβλημα 3,1 το οποίο προκύπτει πιο εύκολο.

Πρόβλημα 6,1 (με υποερωτήματα α και β):

Πρόκειται για ένα πρόβλημα όμοιο με το 2,2, τόσο ως προς τη φύση των μεγεθών όσο και ως προς το ζητούμενο, με τη διαφορά ότι με σκοπό τον έλεγχο της διευκόλυνσης των υποκειμένων τίθεται μια ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας. Συνολικά και στα δύο ερωτήματα οι μαθητές επιτυγχάνουν κατά 12% . Το ποσοστό αυτό αναφέρεται σε ταυτόχρονη επιτυχία και στα δύο ερωτήματα, ενώ η ταυτόχρονη αποτυχία ανέρχεται στο 70%. Από τη μεμονωμένη εξέταση της επιτυχίας στο δεύτερο υποερώτημα σε σχέση με το πρόβλημα 2,2 για κάθε ομάδα μπορούμε να αναφέρουμε τα εξής:

Μεταξύ των δύο προβλημάτων πιο εύκολο προκύπτει το πρόβλημα 6,1 με στατιστικά σημαντική διαφορά για το σύνολο του δείγματος, γεγονός που επιβεβαιώνει την αρχική μας υπόθεση ότι η ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας βοηθά στην αύξηση της επίδοσης των υποκειμένων. Παράλληλα, σε σχέση με το πρόβλημα 5,1 που είναι εννοιολογικά όμοιο, αλλά μεταξύ των δεδομένων υπάρχει και η τιμή της σύνθετης μονάδας, το πρόβλημα 6,1 αποδεικνύεται δυσκολότερο με στατιστικά σημαντική διαφορά. Δηλαδή και στην περίπτωση αυτή είναι φανερό ότι ως δεδομένη η τιμή αυτή συμβάλλει καθοριστικά στην ορθή επίλυση

⁵⁰ δεξ αναλυτικότερα Κεφ. 4.2.1, σελ. 228

του προβλήματος.

Ταυτόχρονα, τα δύο αυτά υποερωτήματα, όπως προαναφέρθηκε, συσχετίζονται ισχυρά μεταξύ τους και φυσικά το 6,1α προκύπτει πιο εύκολο από το 6,1β και στις δύο ομάδες των υποκειμένων με στατιστικά σημαντική διαφορά.

Τέλος, αξιοσημείωτο είναι και εδώ το φαινόμενο της άγνοιας μεγέθους ή τιμών των μεγεθών όπου εμφανίζεται σε ποσοστό άνω του 40% και για τα δύο υποερωτήματα.

4.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΙΔΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΠΟΥ ΠΑΡΑΤΗΡΗΘΗΚΑΝ

4.2.1. Η ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ

Τα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας που τέθηκαν στο ερωτηματολόγιο ανήκουν σε δύο βασικές κατηγορίες ανάλογα με το ζητούμενο στην εκφώνηση. Έτσι, υπάρχει η μια κατηγορία που απαιτεί την εύρεση ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη (π.χ. πρόβλημα 2,1) και η άλλη κατηγορία που απαιτεί την εύρεση μιας τελικής ποσότητας (π.χ. πρόβλημα 2,2).

Στην πρώτη κατηγορία, ανήκουν τα προβλήματα 2,1, 3,1, 3,2 και 5,2. Αυτά, με εξαίρεση το πρόβλημα 3,1 είναι όμοια και ως προς το είδος των μεγεθών που περιλαμβάνονται στην εκφώνηση τους, καθώς πρόκειται για συνεχείς ποσότητες. Η διαφορά τους έγκειται ότι στο 3,2 τίθεται η ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας και στο 5,2 αυτή η τιμή αναφέρεται στα δεδομένα του προβλήματος, με σκοπό τον έλεγχο του αν αυτή μπορεί να λειτουργήσει βοηθητικά και καθοδηγητικά στην επίλυση του προβλήματος.

Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν τα προβλήματα 2,2, 5,1 και 6,1, τα οποία είναι μεταξύ τους όμοια και ως προς το είδος των μεγεθών που περιλαμβάνονται στην εκφώνηση τους. Και στην περίπτωση αυτή, διαφέρουν ως προς την τιμή της σύνθετης μονάδας (ως πρώτο ζητούμενο στο πρόβλημα 6,1 και ως δεδομένο στο πρόβλημα 5,1) με σκοπό την εξέταση του ρόλου που αυτή μπορεί να διαδραματίσει στην επίδοση των υποκειμένων.

Εξ' αρχής υποθέσαμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας, είτε ως πρώτο ζητούμενο είτε ως δεδομένο, μπορεί να επιδράσει βοηθητικά ώστε ο μαθητής να επιλύσει το πρόβλημα με μεγαλύτερη ευκολία από ότι στην περίπτωση που δε γίνεται καμία αναφορά στη συγκεκριμένη τιμή.

Μετά από την ανακωδικοποίηση των τιμών προκύπτουν τα παρακάτω ποσοστά επιτυχίας και αποτυχίας για τα παραπάνω συναφή προβλήματα:

Ομάδα Α - Πίνακας 166

Πρόβλημα	Επιτυχία	ΑΠΟΤΥΧΙΑ
2,1	17,8%	82,2%
3,2β	19,6%	80,4%
5,2	37,4%	62,6%

Ομάδα Β (285) - Πίνακας 167

Πρόβλημα	Επιτυχία	Αποτυχία
2,1	25,5%	74,5%
3,2β	11,5%	88,5%
5,2	63,1%	36,9%

Πρόβλημα	Επιτυχία	ΑΠΟΤΥΧΙΑ
2,2	6,1%	93,9%
6,1β	9,8%	90,2%
5,1	28,2%	71,8%

Πρόβλημα	Επιτυχία	ΑΠΟΤΥΧΙΑ
2,2	5,1%	94,9%
6,1β	13,4%	86,6%
5,1	31,8%	68,2%

Από τα αποτελέσματα του binomial test προκύπτουν οι εξής διαπιστώσεις:

Για την ομάδα Α:

2,1A – 3,2β: Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά που να υποδηλώνει ποιο από τα δύο προβλήματα θεωρείται πιο δύσκολο από τα υποκείμενα.

2,1A – 5,2: Το πρόβλημα 2,1 προκύπτει πιο δύσκολο, με διαφορά στατιστικά σημαντική. Κατά συνέπεια μπορούμε να πούμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας ως δεδομένο διευκόλυνε σημαντικά τους μαθητές και επηρέασε θετικά την επίδοσή τους.

2,2 - 6,1β: Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά που να υποδηλώνει ποιο από τα δύο προβλήματα εμφανίζεται πιο δύσκολο.

2,2 - 5,1: Το πρόβλημα 2,2 προκύπτει πιο δύσκολο, με διαφορά στατιστικά σημαντική. Άρα και πάλι παρατηρούμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας ως δεδομένο στην εκφώνηση του προβλήματος συνέβαλε στη διευκόλυνση των μαθητών και στην αύξηση της επιτυχίας τους.

Για την ομάδα Β:

2,1B – 3,2β: Το πρόβλημα 3,2β αποδεικνύεται πιο δύσκολο και μάλιστα με διαφορά στατιστικά σημαντική. Στο σημείο αυτό βλέπουμε την υπόθεσή μας να ανατρέπεται και παρατηρούμε ότι τελικά οι επιπρόσθετες διευκρινιστικές πληροφορίες που δίνονται στην εκφώνηση του προβλήματος 2,1B σε σχέση με το 2,1A είναι πιο ισχυρός παράγοντας για την διευκόλυνση των μαθητών από ότι η ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας.

2,1B – 5,2: Το πρόβλημα 2,1 προκύπτει πιο δύσκολο, με διαφορά στατιστικά σημαντική. Κατά συνέπεια μπορούμε να πούμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας ως δεδομένο διευκόλυνε σημαντικά τους μαθητές και επηρέασε θετικά την επίδοσή τους.

2,2 - 6,1β: Το πρόβλημα 2,2 αποδεικνύεται πιο δύσκολο από τους μαθητές σε σχέση με το 6,1β και μάλιστα με διαφορά στατιστικά σημαντική, γεγονός που στο σημείο αυτό επιβεβαιώνει την αρχική μας υπόθεση.

2,2 - 5,1: Το πρόβλημα 2,2 προκύπτει πιο δύσκολο, με διαφορά στατιστικά σημαντική. Άρα και πάλι παρατηρούμε ότι η τιμή της σύνθετης μονάδας ως δεδομένο στην εκφώνηση του προβλήματος συνέβαλλε στη διευκόλυνση των μαθητών και στην αύξηση της επιτυχίας τους.

Συνακόλουθα, ως προς την αρχική μας υπόθεση, αυτή επιβεβαιώνεται απόλυτα μόνο στην περίπτωση που η τιμή της σύνθετης μονάδας υπάρχει ως δεδομένο στην εκφώνηση του προβλήματος. Τότε επιδρά σημαντικά στην αύξηση της επιτυχίας των υποκειμένων, καθώς τα καθοδηγεί και τα διευκολύνει στην ορθή επίλυση του προβλήματος.

Ταυτόχρονα, στην περίπτωση που στην εκφώνηση του προβλήματος υπάρχει πριν από το βασικό ερώτημα, μια ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας αυτή δε φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των υποκειμένων. Δηλαδή, σε σχέση με την αρχική μας υπόθεση⁵¹, αυτή επιβεβαιώνεται εν μέρει. Μάλιστα, στην περίπτωση που στην εκφώνηση του προβλήματος πολλαπλής αναλογίας υπάρχουν διευκρινιστικές πληροφορίες, τότε η υπόθεση ανατρέπεται αφού αυτές οι πληροφορίες αποτελούν παράγοντα πιο καθοριστικό για τη διευκόλυνση και υποβοήθηση των υποκειμένων. Διαπιστώνουμε, ακόμα, από την εξέταση των τεχνικών που ακολούθησαν τα υποκείμενα ότι και στην περίπτωση που αυτά βρίσκουν την τιμή αυτή, δεν τη χρησιμοποιούν για να καταλήξουν στο ζητούμενο. Ειδικότερα, από τη μελέτη της συσχέτισης της χρήσης της σύνθετης μονάδας με την επιτυχία στα προβλήματα 3,2 και 6,1 προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες:

⁵¹ υπόθεση Γ ιι, σελ. 28

Για το πρόβλημα 3,2:

Πίνακας 168

	Χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας	
Σωστό 3,2β	39	8	47
Λάθος 3,2β	2	32	34
	41	40	81

Φαίνεται ότι από τα 81 άτομα που συνολικά και στις δύο ομάδες βρίσκουν με επιτυχία την τιμή της σύνθετης μονάδας, τα 40 υποκείμενα, που ανάγεται σε ποσοστό 49,4%, δεν την χρησιμοποιούν για να βρουν τη ζητούμενη ποσότητα, δηλαδή δεν αντιλαμβάνονται τη χρησιμότητα της και δεν τη συνδέουν με την τελική κατάσταση του προβλήματος. Μάλιστα, από το σύνολο των 40 υποκειμένων τα 8 καταλήγουν στο ζητούμενο ακολουθώντας κάποια άλλη στρατηγική (π.χ. πίνακας αναλογιών με τις αρχικές και τελικές τιμές των μεγεθών, κ.α.), ενώ τα υπόλοιπα 32 άτομα ακολουθούν λανθασμένη διαδικασία, μη λαμβάνοντας υπόψη την τιμή της σύνθετης μονάδας (ποσοστό 39,5% στο σύνολο των 83 υποκειμένων). Η τιμή του κριτηρίου χ^2 είναι 46,912 για έναν βαθμό ελευθερίας που αποδεικνύει ότι η χρήση της σύνθετης μονάδας συσχετίζεται ισχυρά με την επιτυχία του προβλήματος.

Το πρόβλημα αυτό είναι όμοιο με το πρόβλημα 5,2, τόσο προς τη φύση των μεγεθών που περιέχει όσο και ως προς το είδος της ερώτησης που τίθεται αφού ζητά την τελική τιμή ενός από τα μεγέθη. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι στο πρόβλημα 5,2 η τιμή της σύνθετης μονάδας αναφέρεται ως δεδομένο στην εκφώνηση του, ενώ στο 3,2 ζητείται ο υπολογισμός της με μια ερώτηση πριν από την βασική ερώτηση του προβλήματος. Συγκρίνοντας την επίδοση των υποκειμένων στο πρόβλημα 3,2 που υπολογίζουν σωστά την τιμή αυτή με την επίδοσή τους στο πρόβλημα 5,2 δεν παρουσιάζεται συσχέτιση μεταξύ τους. Δηλαδή, δεν φαίνεται να υπάρχει τάση των

υποκειμένων που υπολογίζουν σωστά και χρησιμοποιούν την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 3,2 να απαντούν σωστά και στο πρόβλημα 5,2 όπου η τιμή αυτή αναφέρεται ως δεδομένο αφού για την παρακάτω κατανομή η τιμή του κριτηρίου χ^2 είναι $2,9 < 3,75$, για ένα βαθμό ελευθερίας.

Πίνακας 169ι

	Χρησιμοποιεί σωστά την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 3,2β	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας ή την χρησιμοποιεί εσφαλμένα στο πρόβλημα 3,2β	
Σωστό 5,2	25	19	44
Λάθος 5,2	14	23	37
	39	42	81

Πίνακας 169ιι

	Χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 3,2β	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 3,2β	
Σωστό 5,2	26	18	44
Λάθος 5,2	15	22	37
	41	40	81

Και στην περίπτωση της κατανομής αυτής η τιμή του κριτηρίου χ^2 είναι $2,76 < 3,85$.

για ένα βαθμό ελευθερίας.

Για το πρόβλημα 6,1

Πίνακας 170

	Χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας	
Σωστό 6,1β	37	0	37
Λάθος 6,1β	4	58	62
	41	58	99

Για το πρόβλημα 6,1 παρατηρούμε ότι από τα 99 άτομα που συνολικά βρίσκουν με επιτυχία την τιμή της σύνθετης μονάδας, τα 58 υποκείμενα, που ανάγεται σε ποσοστό 58,6%, δεν την χρησιμοποιούν για να βρουν τη ζητούμενη ποσότητα, δηλαδή δεν αντιλαμβάνονται τη χρησιμότητα της και δεν τη συνδέουν με την τελική κατάσταση του προβλήματος. Μάλιστα, και τα 58 υποκείμενα καταλήγουν ακολουθούν εσφαλμένη οδό λύσης, μη λαμβάνοντας υπόψη την τιμή της σύνθετης μονάδας. Ταυτόχρονα, και για το πρόβλημα αυτό η τιμή του χ^2 είναι 83,577 για έναν βαθμό ελευθερίας που αποδεικνύει ότι η χρήση της σύνθετης μονάδας συσχετίζεται και πάλι ισχυρά με την επιτυχία του προβλήματος.

Το πρόβλημα αυτό είναι όμοιο με το πρόβλημα 5,1, τόσο προς της φύση των μεγεθών που περιέχει όσο και ως προς το είδος της ερώτησης που τίθεται αφού ζητά την ενδιάμεση τιμή ενός από τα μεγέθη. Η διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι στο πρόβλημα 5,1 η τιμή της σύνθετης μονάδας αναφέρεται ως δεδομένο στην εκφώνηση του, ενώ στο 6,1 ζητείται ο υπολογισμός της με μια ερώτηση πριν από την βασική ερώτηση του προβλήματος. Αν συγκρίνουμε την επίδοση των μαθητών στο πρόβλημα 6,1 που υπολογίζουν σωστά την τιμή της σύνθετης μονάδας με την επίδοση των μαθητών στο πρόβλημα 5,1 και στην περίπτωση αυτή φαίνονται ασυσχέτιστες.

Πίνακας 171α

	Χρησιμοποιεί σωστά την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 6,1β	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας ή την χρησιμοποιεί εσφαλμένα στο πρόβλημα 6,1β	
Σωστό 5,2	14	25	39
Λάθος 5,2	23	37	60
	37	62	99

Η τιμή του χ^2 είναι $0,06 < 3,75$ για έναν βαθμό ελευθερίας που δείχνει ότι η παραπάνω κατανομή είναι τυχαία.

Πίνακας 171u

	Χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας στο πρόβλημα 6,1	Δεν χρησιμοποιεί την τιμή της σύνθετης μονάδας ή την χρησιμοποιεί εσφαλμένα στο πρόβλημα 6,1	
Σωστό 5,2	18	21	39
Λάθος 5,2	23	37	60
	41	58	99

Η τιμή του χ^2 είναι $0,6 < 3,75$ για έναν βαθμό ελευθερίας που δείχνει ότι και η παραπάνω κατανομή είναι τυχαία

4.2.2 ΧΡΗΣΗ ΕΤΕΡΟΓΕΝΩΝ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ Η ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΚΑΘΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Σε όλα τα προβλήματα, είτε απλής είτε πολλαπλής αναλογίας παρουσιάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο κάποια από τα υποκείμενα κάνουν χρήση ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών προκειμένου να επιλύσουν το πρόβλημα, δηλαδή προσθέτουν ή αφαιρούν ανόμοια μεταξύ τους ποσά. Μάλιστα, τα υποκείμενα είτε χρησιμοποιούν πρωτογενώς και αποκλειστικά αυτά τα ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές είτε ως δευτερογενείς ποσότητες κατά την διαδικασία επίλυσης.

Μετά από συγκέντρωση όλων των υποκειμένων που στο σύνολο των προβλημάτων χρησιμοποιούν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές παρατηρούμε ότι τα υποκείμενα αυτά παρουσιάζουν γενικά χαμηλή επίδοση σε σχέση με τα άτομα που δεν κάνουν τέτοια χρήση.

Πράγματι, τουλάχιστο σε ένα πρόβλημα του ερωτηματολογίου οι μαθητές που προσθέτουν ή αφαιρούν ανόμοια μεταξύ τους ποσά ως αποκλειστική τεχνική επίλυσης βρίσκονται κάτω από το μέσο όρο των επιτυχιών με στατιστικά σημαντική διαφορά σε σχέση με τους μαθητές εκείνους που δεν ακολουθούν κάποια άλλη διαδικασία. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει την κατανομή των υποκειμένων ως εξής:

Πίνακας 172

	Σύνολο υποκειμένων που κάνουν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές ως τεχνική επίλυσης σε τουλάχιστον ένα πρόβλημα	Άλλοι	
Πάνω από το Μ.Οολ⁵² των επιτυχιών	9	136	145
Κάτω από το Μ.Οολ των επιτυχιών	30	145	175
	39	281	320

Ο πίνακας αυτός παρουσιάζει την κατανομή των υποκειμένων που κάνουν χρήση ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών, ως αποκλειστική τεχνική επίλυσης και των υπολοίπων που ακολουθούν κάποια άλλη τεχνική, σε σχέση με τον αριθμό των επιτυχιών τους σε όλα τα προβλήματα του ερωτηματολογίου. Η τιμή του χ^2 είναι $8,8613 > 3,75$ που αναδεικνύει τη σημαντικότητα του φαινομένου. Ακόμα και στην περίπτωση που εξαιρεθούν τα υποκείμενα που χρησιμοποίησαν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές μόνο μια φορά στο σύνολο των προβλημάτων και πάλι παρατηρούμε έντονα το φαινόμενο αυτό. Η κατανομή των υποκειμένων στην περίπτωση αυτή έχει ως εξής:

Πίνακας 173

	Σύνολο υποκειμένων που κάνουν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές ως τεχνική επίλυσης σε περισσότερα από ένα προβλήματα	Άλλοι	
Πάνω από το Μ.Οολ⁵³ των επιτυχιών	3	136	139
Κάτω από το Μ.Οολ των επιτυχιών	17	145	162
	20	281	301

και η τιμή του χ^2 είναι $8,3797 > 3,75$.

⁵² Ο Ολικός Μέσος Όρος (Μ.Οολ) σε όλα τα προβλήματα είναι 2,17

⁵³ Ο Ολικός Μέσος Όρος (Μ.Οολ) σε όλα τα προβλήματα είναι 2,24, αν εξαιρεθούν τα υποκείμενα που χρησιμοποιούν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές σε ένα μόνο πρόβλημα

Στην περίπτωση που από το σύνολο των προβλημάτων συγκρίνουμε την επίδοση των παραπάνω υποκειμένων με την επίδοσή τους στα προβλήματα 1,2, 5,1 και 5,2 όπου δεν πραγματοποιήθηκε εκτενής ανάλυση των τεχνικών που χρησιμοποιήθηκαν διαπιστώνουμε και πάλι το παραπάνω φαινόμενο. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει την κατανομή των μαθητών που προσθέτουν ή αφαιρούν ανόμοια ποσά και των υπολοίπων σε σχέση με την επίδοσή τους στα τρία προαναφερθέντα προβλήματα

Πίνακας 174

	Σύνολο υποκειμένων που κάνουν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές ως τεχνική επίλυσης τουλάχιστον σε ένα πρόβλημα	Άλλοι	
Πάνω από το Μ.Οολ⁵⁴ των επιτυχιών	12	159	171
Κάτω από το Μ.Οολ των επιτυχιών	27	122	149
	39	281	320

Η τιμή του χ^2 είναι $9,172 > 3,75$ που πιστοποιεί για άλλη μια φορά το γεγονός ότι οι μαθητές που ως αποκλειστική τεχνική κάνουν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές εμφανίζουν χαμηλότερη επίδοση στην επίλυση προβλημάτων από τους άλλους που δεν μπαίνουν σε αυτή τη διαδικασία.

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι η χρήση ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών από τους μαθητές είναι δείκτης κακής ποιότητας γνώσης, τουλάχιστον σε ότι αφορά σε προβλήματα πολλαπλασιαστικών δομών. Συγκεκριμένα, τα άτομα που ακολουθούν μια τέτοια πορεία, ακόμα και όχι συστηματικά, εμφανίζουν επίδοση χαμηλότερη του μέσου όρου και κατά συνέπεια αποτυγχάνουν στην επίλυση προβλημάτων περισσότερο από τα υπόλοιπα άτομα που δεν το κάνουν.

⁵⁴ Ο Ολικός Μέσος Όρος (Μ.Οολ) στα τρία προβλήματα 1.2, 5.1 και 5.2 είναι 0,77

4.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΑΝΤΙ ΕΠΙΛΟΓΟΥ

Η αναλυτική παρουσίαση των στατιστικών συμπερασμάτων που προηγήθηκε φαίνεται να επαληθεύει τις υποθέσεις της έρευνας μας. Συγκεκριμένα,

Οι μαθητές κατά το τέλος της Στοιχειώδους Εκπαίδευσης φαίνεται να μην έχουν αποκτήσει ολοκληρωμένη γνώση της έννοιας της αναλογίας, αλλά μέσα από τις στρατηγικές επίλυσης διαφαίνεται ότι αυτοί έχουν στο μυαλό τους ένα μοντέλο απλής ευθείας αναλογίας το οποίο προσπαθούν να προσαρμόσουν σε κάθε πρόβλημα. Αποτέλεσμα αυτού είναι σε προβλήματα απλής αντίστροφης αναλογίας, οι μαθητές να παρουσιάζουν μεγαλύτερα ποσοστά αποτυχίας εξαιτίας της ισχυρής τάσης τους να εφαρμόζουν το μοντέλο της γραμμικότητας σε οποιαδήποτε κατάσταση⁵⁵. Το φαινόμενο αυτό πιστοποιείται από τα δεδομένα του πίνακα 97, βάσει του οποίου τα υποκείμενα προβαίνουν, σε μεγάλο ποσοστό, στη δημιουργία χιαστί και όχι ευθέων γινομένων, όπως θα άρμοζε στην κατάσταση της αντίστροφης αναλογίας που καλούνται να χειριστούν. Η παραπάνω διαπίστωση επιβεβαιώνει και την υπόθεση Α, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές αντιμετωπίζουν με μεγαλύτερη επιτυχία προβλήματα που αφορούν σε ανάλογα από ότι σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά.

Παράλληλα, μεγάλα ποσοστά αποτυχίας εμφανίζονται και σε προβλήματα πολλαπλής αναλογίας εξαιτίας της επιρροής του παραπάνω μοντέλου και της τάσης των μαθητών να μη λαμβάνουν υπόψη τους όλα τα μεγέθη που υπάρχουν στην εκφώνηση προκειμένου να προσαρμόσουν το πρόβλημα σε μια κατάσταση απλής αναλογίας. Η διαπίστωση αυτή επιβεβαιώνεται μέσω των πινάκων 32, 44, 56, 68, 72, 119 και 131 για τα προβλήματα 2.1, 2.2, 3.1, 3.2α, 3.2β, 6.1α και 6.1β αντίστοιχα. Σε όλα τα προαναφερθέντα προβλήματα που περιγράφουν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας διαφαίνεται η τάση των υποκειμένων να παραλείπουν κάποιο μέγεθος ή διάφορες τιμές των μεγεθών προκειμένου να απλοποιήσουν το πρόβλημα και να το προσαρμόσουν στην

⁵⁵ Bock D., Dooren W., Janssens D., Verschaffel., *Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors*, in Educational Studies In Mathematics, 50, 311-334. 2002

κατάσταση της απλής ευθείας αναλογίας που είναι γι' αυτά οικεία. Το συμπέρασμα αυτό που επιβεβαιώνει την υπόθεση Β, περιγράφεται αναλυτικότερα παρακάτω (Φαινόμενο Α6) σύμφωνα με την οποία οι μαθητές σε τέτοιου είδους προβλήματα δυσκολεύονται να λάβουν υπόψη το σύνολο των ποσοτήτων του προβλήματος και να τις εντάξουν σε ένα ορθό σχήμα επίλυσης.

A. Σύμφωνα με την αναλυτική μελέτη των διαδικασιών επίλυσης που ακολούθησαν τα υποκείμενα του δείγματος αναδύονται τα εξής φαινόμενα που παρουσιάζονται σε έντονο βαθμό σε όλα τα προβλήματα:

A.1. Οι μαθητές κάνουν πράξεις στα αποτελέσματα των οποίων δεν αποδίδουν ορθό νόημα, δηλαδή παρερμηνεύουν τα σχηματιζόμενα ποσά. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται με δύο όψεις⁵⁶:

A.1.1 Τα υποκείμενα καταλήγουν σε αποτελέσματα τα οποία τα χαρακτηρίζουν με μονάδες μέτρησης που δεν ανταποκρίνονται στα μεγέθη που έχουν βρει και

A.1.2 Τα υποκείμενα βρίσκουν ενδιάμεσα αποτελέσματα στα οποία δεν αναφέρουν μονάδες μέτρησης και στη συνέχεια τα χρησιμοποιούν εσφαλμένα, σαν να ήταν οι αναγκαίες ποσότητες για να συνεχίσουν.

Και οι δύο παραπάνω περιπτώσεις παρατηρήθηκαν σε όλα τα προβλήματα, είτε απλής είτε πολλαπλής αναλογίας. Ενδεικτικά, αναφέρουμε μερικά παραδείγματα που καταδεικνύουν το φαινόμενο αυτό:

Πρόβλημα 1.1 (απλή αναλογία): Το υποκείμενο σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα, εκτελεί όμως μόνο τον πολλαπλασιασμό και δίνει το γινόμενο ως απάντηση χαρακτηρίζοντας το ως λεπτά (*Περίπτωση A.1.1*).

Πρόβλημα 3.1: Σχηματίζει μια αναλογία με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών και βρίσκει το λόγο συνολικός αριθμός μπουκαλιών πρώτης κατάστασης/συνολικός αριθμός μπουκαλιών δεύτερης κατάστασης. Τέλος, διαιρεί το

⁵⁶ Όλες οι περιπτώσεις που συνιστούν το φαινόμενο αυτό χαρακτηρίζονται με το σύμβολο *2 και *3 στο κεφάλαιο της κωδικοποίησης

κόστος με τον συνολικό αριθμό των μπουκαλιών της πρώτης κατάστασης, βρίσκοντας έτσι την τιμή του ενός μπουκαλιού την οποία δίνει ως απάντηση στην ερώτηση εύρεσης του κόστους του συνολικού αριθμού των μπουκαλιών της δεύτερης κατάστασης. *(Περίπτωση A.1. 1).*

Πρόβλημα 3.2α: Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών. Ωστόσο δε δηλώνει τι ακριβώς βρήκε και έπειτα το γινόμενο αυτό το προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου. *(Περίπτωση A.1.2)*

Πρόβλημα 4.1: Βρίσκει τον χρόνο που χρειάζεται η μια μηχανή πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών. Έπειτα, στο γινόμενο αυτό, στο οποίο δεν αναφέρει μονάδα μέτρησης, το προσθέτει με τον τελικό αριθμό των μηχανών *(Περίπτωση A.1.2).*

Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές παρά τον ελλιπή προσδιορισμό των ποσοτήτων που βρίσκουν, τα χρησιμοποιούν στη συνέχεια, πολλές φορές εσφαλμένα για να καταλήξουν στην απάντηση του προβλήματος. Το φαινόμενο αυτό μαρτυρά ότι οι μαθητές συχνά κάνουν πράξεις χωρίς να έχουν πλήρη επίγνωση της σημασίας του αποτελέσματος.

A.2. Απόρροια του φαινομένου αυτού είναι ότι *τα παιδιά συχνά προβαίνουν μέσα από τις πράξεις τους στο σχηματισμό απλών γινομένων ή απλών λόγων που δεν έχουν κανένα νόημα.* Στην πρώτη περίπτωση εντάσσονται και ο σχηματισμός γινομένων μεταξύ όμοιων ποσών καθώς και ο σχηματισμός σταυρωτών (χιαστί) γινομένων στην περίπτωση της αντίστροφης αναλογίας ή ευθέων γινομένων στην ευθεία αναλογία. Όσον αφορά τους λόγους, συναντούμε λόγους μεταξύ των ποσών αντίστροφης αναλογίας, π.χ. $\frac{\text{αρχική τιμή } M_1}{\text{αρχική τιμή } M_2} = \frac{\text{τελική τιμή } M_1}{\text{τελική τιμή } M_2}$ ή κάποιο συνδυασμό των ποσών που οδηγεί σε αποτέλεσμα χωρίς νόημα.

Η συχνότητα του φαινομένου αυτού από πρόβλημα σε πρόβλημα ποικίλλει. Μάλιστα, πολύ πιο έντονα εμφανίζεται στα προβλήματα απλής αναλογίας (ευθείας και

αντίστροφης) και συγκεκριμένα σε ποσοστό 88,6% για το πρόβλημα 4,1 που αφορά σε ποσά μεταβαλλόμενα αντιστρόφως ανάλογα και σε ποσοστό 62,3% για το πρόβλημα 1,1 που αφορά σε ποσά ανάλογα. Παράλληλα, η συχνότητα εμφάνισης τους στα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας κυμαίνεται από 19,4% στο πρόβλημα 3.2α (πρόβλημα εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας) μέχρι 48,5% στο πρόβλημα 3,1⁵⁷.

Ενδεικτικά παραδείγματα που μαρτυρούν την παρουσία αυτών των φαινομένων είναι τα εξής:

Πρόβλημα 1,1:

- Ποσά: χρόνος - κιλά σοκολάτας (ποσά ανάλογα). Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Κάνει πρώτα τον πολλαπλασιασμό και στη συνέχεια πολλαπλασιάζει και πάλι με το συντελεστή του αγνώστου, αντί να διαιρεί με αυτόν. *(Γινόμενο χωρίς νόημα)*

- Βρίσκει το λόγο *αρχική ποσότητα σοκολάτας ανά λεπτό* και την τιμή αυτή την διαιρεί με την τελική ποσότητα σοκολάτας (έπρεπε η τιμή αυτή να είναι διαιρέτης και όχι διαιρετέος) *(Λόγος χωρίς νόημα)*

Πρόβλημα 2,1:

- Βρίσκει τους χρόνους που χρειάζεται η μια μηχανή, πολλαπλασιάζοντας τις τιμές των μεγεθών αριθμός μηχανών χ χρόνος, τόσο στην αρχική όσο και στην τελική κατάσταση και έπειτα σχηματίζει πίνακα αναλογιών με μεγέθη το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργεί ευθέα γινόμενα και κάνει πρώτα τον πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. Φαίνεται ότι μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα *(Γινόμενα χωρίς νόημα)*

- Βρίσκει το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος, βρίσκοντας έτσι την κατανάλωση των 8 μηχανών σε ένα λεπτό και τον διαιρεί στη συνέχεια με τον τελικό χρόνο των 36 λεπτών αντί να πολλαπλασιάζει (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *(Λόγος χωρίς νόημα)*

⁵⁷ Τα ποσοστά αυτά προκύπτουν από την άθροιση των περιπτώσεων που χαρακτηρίζονται με τους κωδικούς *2 και *3 διαρούμενων με το σύνολο των εσφαλμένων απαντήσεων, αφού έχουν εξαιρεθεί οι περιπτώσεις των υποκειμένων που δεν έχουν δώσει καμία απάντηση.

Πρόβλημα 4,1:

- Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, μετά πάλι πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου, αντί να διαιρεί . Δηλαδή, εκτός του ότι μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα, κάνει και λάθος που αφορά στην τεχνική χειρισμού των χιαστί γινομένων.

(Γινόμενα χωρίς νόημα)

- Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών. Διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών, αντί να πολλαπλασιάζει αυτά τα δύο μεγέθη για να βρει το χρόνο της μιας μηχανής ***(Λόγος χωρίς νόημα)***

Η έντονη παρουσία των παραπάνω γινομένων και λόγων χωρίς ορθό νόημα κυρίως στο πρόβλημα των αντιστρόφως αναλόγων ποσών εστιάζεται στο γεγονός ότι το μοντέλο της απλής ευθείας αναλογίας είναι καλά εδραιωμένο στη σκέψη των μαθητών οι οποίοι πέφτουν έτσι στη λεγόμενη «πλάνη της γραμμικότητας»⁵⁸. Έτσι, στην προσπάθεια τους να προσαρμόσουν το πρόβλημα στην οικεία γι' αυτούς κατάσταση της απλής γραμμικής αναλογίας, θεωρούν εσφαλμένα τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά ως ανάλογα και τα μεταχειρίζονται ως τέτοια. Έτσι, καταστρώνουν πίνακα αναλογιών, δημιουργούν σταυρωτά γινόμενα και επιλύουν το πρόβλημα σαν να επρόκειτο για ένα πρόβλημα ευθείας αναλογίας. Συνεπώς, εξηγείται η αυξημένη αποτυχία σε τέτοιου είδους προβλήματα που **επιβεβαιώνει** την υπόθεση Α.

Τα παραπάνω φαινόμενα σχετίζονται με την πολλαπλασιαστική δομή των προβλημάτων αναλογίας και πιστοποιούν το γεγονός ότι οι μαθητές της ηλικίας που μελετάμε παρουσιάζουν κενά και δυσκολίες στην πλήρη κατανόηση τους. Αυτό είναι βέβαιο και αποτέλεσμα της επίδρασης πολλών παραγόντων όπως είναι η δομή του Αναλυτικού Προγράμματος ή και ο τρόπος διδασκαλίας που συντελεί σε μια μάθηση που

⁵⁸ illusion of linearity

3 Bock D., Dooren W., Janssens D., Verschaffel., *Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors*, in Educational Studies In Mathematics, 50, 311-334. 2002

είναι μηχανική και δε δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα να κατανοήσει σε βάθος τις συγκεκριμένες έννοιες και να αναπτύξει ολοκληρωμένη μαθηματική σκέψη.

A.3. Παράλληλα, *η έρευνα καταδεικνύει και περιπτώσεις μαθητών που βρίσκουν μεν σωστά γινόμενα ή σωστούς λόγους, αλλά δεν συνδέουν τα ποσά μεταξύ τους με σκοπό να βρουν το ζητούμενο.* Το φαινόμενο αυτό είναι αρκετά έντονο στα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας, στα οποία τα υποκείμενα βρίσκουν αποκομμένα την τιμή μιας μονάδας, π.χ. αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή στον αρχικό δεδομένο χρόνο και αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά λεπτό από το δεδομένο αρχικό αριθμό των μηχανών, αλλά αδυνατούν να συνδέσουν τα τρία ποσά για την εύρεση της σύνθετης μονάδας (κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή στο ένα λεπτό). Ακόμα και το ζήτημα αυτό θεωρούμε ότι αποδίδεται στην έλλειψη της βαθύτερης κατανόησης των πολλαπλασιαστικών δομών.

A4. *Μερικές φορές στα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας οι μαθητές προκειμένου να δώσουν απάντηση προβαίνουν σε διαδικασίες «κατασκευής μιας ολικής ποσότητας» με σκοπό να απλοποιήσουν όσο το δυνατόν περισσότερο το πρόβλημα μειώνοντας τον αριθμό των μεγεθών που υπάρχουν στην εκφώνηση τους. Ενδεικτικά είναι τα ακόλουθα παραδείγματα:*

Πρόβλημα2,1:

Βρίσκει το λόγο *αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός αριθμός μηχανών*, βρίσκοντας έτσι την αρχική κατανάλωση πετρελαίου της μιας μηχανής στα 12 λεπτά και έπειτα το λόγο *αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος*, βρίσκοντας έτσι την αρχική κατανάλωση των 8 μηχανών σε ένα λεπτό. Αδυνατεί να συνδέσει τα ποσά για να βρει την τιμή της σύνθετης μονάδας. Μετά πολ/ζει το πρώτο πηλίκο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το δεύτερο πηλίκο με τον τελικό χρόνο. Στη συνέχεια, προσθέτει αυτά τα δύο γινόμενα

Πρόβλημα 2,2:

Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών, έπειτα τις δύο τιμές του αριθμού των μέτρων δρόμου. Τέλος πολ/ζει το δεύτερο άθροισμα με τον αρχικό αριθμό των ημερών. Έτσι, χρησιμοποιεί όλες τις τιμές των μεγεθών που αναφέρονται στην εκφώνηση του προβλήματος, αλλά η σύνδεση μεταξύ τους είναι ανεπιτυχής.

Πρόβλημα 4,1:

Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των μηχανών και το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό χρόνο.

Βέβαια το ποσοστό εμφάνισης αυτού του φαινομένου είναι αρκετά μικρό (6 υποκείμενα από το σύνολο των 320 υποκειμένων του δείγματος).

A5. Πολύ σημαντικό θεωρείται το φαινόμενο κατά το οποίο *τα υποκείμενα να μη λαμβάνουν υπόψη ένα μέγεθος ή δύο ή και περισσότερες τιμές των διαφόρων μεγεθών του προβλήματος*. Αυτό παρουσιάζεται σε αρκετά έντονο βαθμό σε προβλήματα πολλαπλής αναλογίας και μαρτυρά την τάση των υποκειμένων να προσπαθούν να προσαρμόσουν το πρόβλημα σε μια οικεία κατάσταση απλής αναλογίας με σκοπό να διευκολυνθούν στην επίλυση τους.

Αναλυτικά, για κάθε πρόβλημα πολλαπλής αναλογίας εμφανίζονται τα ποσοστά άγνοιας μεγεθών ή κάποιων από τις τιμές τους στην προσπάθεια επίλυσης των προβλημάτων από τα υποκείμενα, στο συνοπτικό σχολιασμό τους για την κάθε ομάδα χωριστά. Πάντως πρόκειται για ένα φαινόμενο έντονο καθώς η παρουσία του κυμαίνεται από 22,3% στο πρόβλημα 3,1 για την Β' ομάδα μέχρι 57,1% στο πρόβλημα 6,1β για την Α' ομάδα και αποκαλύπτει την ισχυρή επίδραση του μοντέλου της απλής ευθείας αναλογίας το οποίο οι μαθητές προσπαθούν να αναδείξουν απλοποιώντας το πρόβλημα, αφού παραλείψουν κάποιο από τα μεγέθη.

Αναμφίβολα, πάντως, τα τρία παραπάνω φαινόμενα (A3, A4 και A5) **επιβεβαιώνουν** και πάλι την υπόθεση Β, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές σε προβλήματα πολλαπλώς

αναλόγων ποσών δυσκολεύονται να λάβουν υπόψη το σύνολο των ποσοτήτων που υπάρχουν στην εκφώνηση και να τις εντάξουν σε ένα ορθό σχήμα επίλυσης.

A6. Τέλος, ένα φαινόμενο που παρουσιάζεται σε όλα τα προβλήματα τα οποία οι μαθητές κλήθηκαν να επιλύσουν είναι η χρήση ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών μεταξύ των τιμών των ποσών που αναφέρονται σε κάθε πρόβλημα. Τα παιδιά που προσθέτουν ή αφαιρούν ανόμοια μεταξύ τους ποσά, χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

I) σε εκείνα που κάνουν αποκλειστική χρήση ετερογενών αθροισμάτων ή διαφορών και

II) σε εκείνα που σχηματίζουν ετερογενή αθροίσματα ή διαφορές από δευτερογενείς ποσότητες .

Τα υποκείμενα της πρώτης κατηγορίας δεν έχουν καμία «επαφή» με την έννοια των πολλαπλασιαστικών δομών και γενικότερα η συμπεριφορά τους μαρτυρά τεράστια κενά στη μαθηματική τους παιδεία. Στη δεύτερη κατηγορία εντάσσονται μαθητές οι οποίοι παρουσιάζουν κάποια σύγχυση στην έννοια των αναλογιών και των πολλαπλασιαστικών δομών γενικότερα. Μάλιστα, αποδεικνύεται ότι οι μαθητές που σχηματίζουν αποκλειστικά ετερογενή αθροίσματα εμφανίζονται να βρίσκονται κάτω από τον ολικό μέσο όρο επιτυχίας με στατιστικά σημαντική διαφορά σε σχέση με τα υποκείμενα που ακολουθούν διαφορετικές στρατηγικές⁵⁹.

B. Παράλληλα, πέρα από τα παραπάνω φαινόμενα που εμφανίζονται σε όλα τα προβλήματα τόσο απλής (ευθείας και αντίστροφης) όσο και πολλαπλής αναλογίας, *η γενική διαπίστωση είναι ότι η επιτυχία των μαθητών βρίσκεται σε συνάρτηση με το περιεχόμενο του προβλήματος και τον τρόπο παρουσίασης του, στην εκφώνηση.*

Ειδικότερα, συμπεραίνουμε ότι:

B1. Ένα τυπικό πρόβλημα αναλόγων ποσών και αναζήτησης τέταρτου αναλόγου θεωρείται ευκολότερο και επιλύεται με μεγαλύτερη επιτυχία από τους μαθητές σε σχέση

⁵⁹ Το φαινόμενο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά στο κεφάλαιο 4.2.2

με το αντίστοιχο πρόβλημα απλής αντίστροφης αναλογίας. Όταν, όμως, στα προβλήματα αυτά περιλαμβάνεται μια βοηθητική πράξη η οποία είναι απαραίτητη στο να γίνει η διάκριση των μεγεθών που συνιστούν την αναλογία, παρατηρείται μια σύγχυση που δυσχεραίνει το σχηματισμό της ορθής αναλογίας και κατά συνέπεια την επιτυχή επίλυση του προβλήματος. Το γεγονός αυτό πιστοποιεί, για άλλη μια φορά ότι η μάθηση των παιδιών στο ερευνώμενο θέμα είναι μηχανιστική και όχι ουσιαστική. ***Πράγματι, απ' ότι φαίνεται ο τρόπος διδασκαλίας στηρίζεται στην εκμάθηση τεχνικών και αλγορίθμων που εφαρμόζονται μηχανικά.*** Έτσι δε δίνεται έμφαση σε διαδικασίες ορθής ανάλυσης των εκάστοτε δεδομένων και εξερεύνησης της γνώσης που θα συνέβαλε στο να αναπαραστήσουν οι μαθητές εσωτερικά τις καταστάσεις που παρουσιάζονται στα προβλήματα αυτού του τύπου. Αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα στη συνέχεια οι μαθητές να μπορούν να σχεδιάζουν το δικό τους τρόπο επίλυσης που θα είναι ορθός, να εκτελούν αυτό το σχέδιο λύσης και τέλος να αξιολογούν την πορεία που ακολούθησαν. Αντίθετα, η πλειοψηφία των μαθητών μένει σε μια επιφανειακή ανάγνωση του προβλήματος, δεν έχει μάθει να βρίσκει τρόπους οργάνωσης των δεδομένων και ουσιαστικής κατανόησης του περιεχομένου του και φυσικά έχει ανεπαρκείς μέχρι ελλιπείς μεταγνωστικές δεξιότητες που επιτρέπουν την αξιολόγηση της λύσης του και φυσικά την επίλυση άλλων προβλημάτων με παρεμφερές ή και διαφορετικό σημασιολογικό περιεχόμενο.

Η μηχανιστική αυτή αντιμετώπιση των προβλημάτων εμφανίζεται πολύ έντονα και σε προβλήματα απλής αντίστροφης αναλογίας, όπου το πιο συνηθισμένο λάθος των μαθητών είναι η θεώρηση των ποσών που υπάρχουν στην εκφώνηση του προβλήματος ως ανάλογα, με συνέπεια να ακολουθούν εσφαλμένη οδό λύσης. Δεν είναι τυχαίο ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της εμφάνισης γινομένων ή λόγων χωρίς νόημα (που συνίσταται κυρίως στη δημιουργία χιαστί γινομένων και λόγων που προκύπτουν από τη διαίρεση και όχι τον πολλαπλασιασμό των τιμών των μεγεθών μιας κατάστασης ως προς την αναγωγή στη μονάδα), εμφανίζεται στα προβλήματα αυτού του τύπου. Το γεγονός αυτό ισχυροποιεί

την προηγούμενη διαπίστωση ότι **το μοντέλο της γραμμικότητας επιδρά σημαντικά στον τρόπο σκέψης των μαθητών**. Μάλιστα, η επίδραση γίνεται εντονότερη με τον τρόπο που διδάσκεται η έννοια αυτή και η μάθηση των παιδιών τελικά είναι μηχανιστική, αφού οι τεχνικές επίλυσης εφαρμόζονται, χωρίς να ερμηνεύεται η ουσία του προβλήματος από αυτά

B2. Αναφορικά με τα προβλήματα που περιλαμβάνουν καταστάσεις πολλαπλής αναλογίας, είναι φανερό ότι η επιτυχία των μαθητών βρίσκεται σε συνάρτηση με το εννοιολογικό περιεχόμενο του προβλήματος. Συγκεκριμένα εξαρτάται από την πολυπλοκότητα της εκφώνησης που περιλαμβάνει το είδος των μεγεθών, επιπλέον διευκρινιστικές πληροφορίες, τη σειρά που δίδονται τα δεδομένα και το είδος της ερώτησης που τίθεται. Ειδικότερα, μέσα από τα αποτελέσματα της έρευνάς μας διακρίνουμε τις εξής παραμέτρους που επηρεάζουν τη δυσκολία αυτών των προβλημάτων και κατά συνέπεια την επίδοση των μαθητών:

1. Η οικειότητα του περιεχομένου και το είδος των ποσοτήτων που υπάρχουν στην εκφώνηση. Η ερμηνεία των προβλημάτων απαιτεί συγκεκριμένες γνώσεις, όπως γλωσσικές και πραγματολογικές. Έτσι,

α) Είναι σημαντικό η κατάσταση που περιγράφεται στο πρόβλημα να βρίσκεται κοντά στην εμπειρία των μαθητών. Με τον τρόπο αυτό θα διευκολύνεται η αναπαράσταση αυτής και κατά συνέπεια η επιλογή της ορθής στρατηγικής επίλυσης. Μάλιστα, μέσα από την έρευνα μας καταδείχθηκε το γεγονός ότι οι διακριτές ποσότητες επιδρούν θετικά στην επίδοση των μαθητών σε σχέση με τις συνεχείς ποσότητες, όταν όλες οι άλλες μεταβλητές που υπάρχουν στην εκφώνηση του προβλήματος παραμένουν σταθερές. Συγκεκριμένα, από τη σύγκριση των προβλημάτων 3,1 που περιλαμβάνει διακριτά μεγέθη και του 2,1Α που περιλαμβάνει συνεχή μεγέθη, αλλά είναι όμοια ως προς τη δομή και το ζητούμενο, αποδεικνύεται ευκολότερο το πρώτο με στατιστικά σημαντική διαφορά. Στο πρόβλημα αυτό οι ενδείξεις μας οδηγούν στη διαπίστωση ότι λόγω των διακριτών ποσοτήτων οι

πράξεις μεταξύ αυτών υπαγορεύουν στη δημιουργία άλλων ποσών, εύκολα κατανοητών και με πρακτικό νόημα για το παιδί.⁶⁰ Το συμπέρασμα αυτό μας **επιβεβαιώνει** την υπόθεση Γ και ειδικά το πρώτο σκέλος της.

β) *Η παρουσία επιπλέον πληροφοριών που επιδρούν διευκρινιστικά καθώς και βοηθητικών ερωτήσεων που καθοδηγούν το μαθητή στην επιλογή ορθής στρατηγικής επίλυσης συντελούν στην αύξηση της επιτυχίας.* Ειδικότερα, όταν στην εκφώνηση ενός προβλήματος υπάρχουν λέξεις ή φράσεις που υπαγορεύουν την πράξη που πρέπει να γίνει μεταξύ των δεδομένων, είναι προφανές ότι η κατάσταση που περιγράφεται γίνεται περισσότερο σαφής και συνεπώς και η επίδοση των μαθητών μεγαλώνει. Συγκεκριμένα για το πρόβλημα 2,1 που αφορά σε μια κατάσταση πολλαπλής αναλογίας το οποίο δόθηκε με δύο εκφωνήσεις που διέφεραν μεταξύ τους ως προς κάποιες λέξεις που καθοδηγούσαν το μαθητή στην ορθή επιλογή των πράξεων, παρατηρήσαμε μια αύξηση επιτυχίας στην περίπτωση των επιπλέον πληροφοριών, η οποία όμως δεν αποδείχθηκε στατιστικά σημαντική.

γ) Παράλληλα, στα προβλήματα πολλαπλής αναλογίας, διαπιστώσαμε ότι **καθοδηγητικά επιδρά και η τιμή της σύνθετης μονάδας που σχηματίζεται από τα τρία ποσά.** Μάλιστα η επίδραση της είναι πολύ μεγαλύτερη στην ουσιαστικότερη κατανόηση του προβλήματος και στη μεγιστοποίηση της επιτυχίας, πρωταρχικά όταν αναφέρεται ως δεδομένο στην εκφώνηση και δευτερευόντως όταν ζητείται ως ενδιάμεση ερώτηση για το πέρασμα στην τελική κατάσταση. Συγκεκριμένα παραδείγματα αναφέρονται αναλυτικά στην ανάλυση του δείγματος των δύο ομάδων για καθεμία από τις πιο πάνω περιπτώσεις. Το φαινόμενο αυτό αναλύεται εκτενώς στο κεφάλαιο 4.2.1 και **επιβεβαιώνει** εν μέρει την αρχική μας υπόθεση Γ στο δεύτερο σκέλος της.

2. **Το είδος της ερώτησης που τίθεται.** Στην προκειμένη περίπτωση ένα πρόβλημα στο οποίο ζητείται η τιμή ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη θεωρείται από τα παιδιά πιο

⁶⁰ βλ. και σελ. 221

δύσκολο από ένα αντίστοιχο πρόβλημα στο οποίο το ζητούμενο είναι ένα τελικό ποσό. Αυτό και πάλι ερμηνεύεται από το γεγονός ότι στην πρώτη περίπτωση οι μαθητές δυσκολεύονται στο να αναπαραστήσουν νοερά την τελική κατάσταση του προβλήματος και κατά συνέπεια να οργανώσουν ορθό σχέδιο επίλυσης.

Έτσι, μελετήσαμε τρία ζευγάρια προβλημάτων προκειμένου να καταλήξουμε στην παραπάνω διαπίστωση. Το πρώτο ζευγάρι ήταν το πρόβλημα 2,1Α και το 2,2 που περιέγραφαν την κατάσταση της πολλαπλής αναλογίας χωρίς κάποια καθοδήγηση, όπως κάποια νύξη για την τιμή της σύνθετης μονάδας ή κάποιες επιπλέον πληροφορίες που δρουν καθοδηγητικά. Το δεύτερο ζευγάρι είναι το 3,2 και το 6,1 που έθεταν ως βοηθητική την ερώτηση εύρεσης της τιμής της σύνθετης μονάδας και το τρίτο ζευγάρι ήταν το 5,1 και το 5,2 που στα δεδομένα τους αναφερόταν και η τιμή αυτή. Μάλιστα και στις τρεις περιπτώσεις το πρόβλημα που ζητά την τιμή ενός από τα ενδιάμεσα μεγέθη αποδεικνύεται δυσκολότερο από το αντίστοιχο που ζητά τελική τιμή με στατιστικά σημαντική διαφορά για το σύνολο του δείγματος.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις που επαληθεύουν τις υποθέσεις της έρευνάς μας, περιγράφουν μια εικόνα κατά την οποία οι μαθητές στο τέλος της Στοιχειώδους Εκπαίδευσης φέρουν αποσπασματικές και σε μεγάλο βαθμό διαδικαστικές γνώσεις της έννοιας της αναλογικότητας. Αυτό πηγάζει από την έλλειψη μιας βαθιάς και ουσιαστικής κατανόησης των πολλαπλασιαστικών δομών που μπορεί να οφείλεται τόσο στη δομή του Αναλυτικού Προγράμματος όσο και στον τρόπο παρουσίασης των εννοιών αυτών στα σχολικά εγχειρίδια και βέβαια στον ίδιο τον εκπαιδευτικό και στον τρόπο διδασκαλίας του αντικειμένου.

Αναμφίβολα, η διδασκαλία πρέπει να περιλαμβάνει πολλές ενέργειες, πέρα από την απλή μετάδοση πληροφοριών. Όπως, αναφέρει χαρακτηριστικά και ο Gagne η διδασκαλία είναι ένας τρόπος ενεργοποίησης των δυνατοτήτων του μαθητή που από μόνος του θα πραγματοποιήσει τη μάθηση. Είναι σημαντικό ο δάσκαλός να δημιουργεί τις συνθήκες

που θα προκαλέσουν το ενδιαφέρον του μαθητή και θα του δημιουργήσουν το κίνητρο να ερευνήσει, να επινοήσει, να κατασκευάσει και να αξιολογήσει από μόνος του τη γνώση. Δυστυχώς, σήμερα φαίνεται ότι δίνεται μια έμφαση σε υπολογιστικές διαδικασίες που αδρανοποιούν τη σκέψη του μαθητή και δεν του επιτρέπουν την ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μαθηματικής ικανότητας. Σίγουρα, αυτό οφείλεται στην πολυπλοκότητα του Αναλυτικού Προγράμματος και στις ανάγκες του εκπαιδευτικού μας συστήματος και που είναι ιδιαίτερα απαιτητικό και τελικά φοβίζει τον εκπαιδευτικό να ενεργήσει αυτόβουλα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

A. ΤΟ ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

ΟΝΟΜΑ:.....

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΑΠΟ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΑΠΟΦΟΙΤΗΣΑΤΕ:

.....

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑ ΠΑΤΕΡΑ:.....

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑ ΜΗΤΕΡΑΣ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

1Α

1.1. Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή φτιάχνει σοκολάτα. Η μηχανή σε 8 λεπτά φτιάχνει 104 κιλά σοκολάτα. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτιάξει 702 κιλά σοκολάτα;

Πρόχειρο:

Απάντηση:

1.2. Ένα ρόφημα αποτελείται μόνο από γάλα και κακάο. Τα 15 κιλά ροφήματος περιέχουν 3 κιλά κακάο. Το εργοστάσιο διαθέτει 572 κιλά γάλα. Τι ποσότητα κακάο πρέπει να προσθέσει για να φτιάξει τον ίδιο τύπο ροφήματος;

Πρόχειρο:

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

1B

1.3. Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή φτιάχνει σοκολάτα. Η μηχανή σε 52 λεπτά φτιάχνει 325 κιλά σοκολάτα. Πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτιάξει 260 κιλά σοκολάτα;

Πρόχειρο:

Απάντηση:

1.4. Ένα ρόφημα αποτελείται μόνο από γάλα και κακάο. Τα 15 κιλά ροφήματος περιέχουν 3 κιλά κακάο. Το εργοστάσιο διαθέτει 572 κιλά γάλα. Τι ποσότητα κακάο πρέπει να προσθέσει για να φτιάξει τον ίδιο τύπο ροφήματος;

Πρόχειρο:

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

2Α

- 2.1. Σ' ένα εργοστάσιο μια ομάδα με 8 όμοιες μηχανές δούλεψε για 12 λεπτά και κατανάλωσε 672 λίτρα πετρελαίου. Αν δουλέψουν 20 μηχανές για 36 λεπτά, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσουν;

Πρόχειρο

Απάντηση:

- 2.2. Ένα συνεργείο με 12 εργάτες δούλεψε 14 ημέρες και έστρωσε με ασφαλτο 840 μέτρα δρόμο. Αν δουλέψουν 18 εργάτες πόσες ημέρες θα χρειαστούν για να στρώσουν 3150 μέτρα δρόμο;

Πρόχειρο

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

2B

- 2.1.** Σ' ένα εργοστάσιο 8 όμοιες μηχανές δούλεψαν για 12 λεπτά η καθεμία και κατανάλωσαν όλες μαζί 672 λίτρα πετρελαίου. Αν δουλέψουν 20 μηχανές για 36 λεπτά η καθεμία, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσουν όλες μαζί;

Πρόχειρο

Απάντηση:

- 2.2.** Ένα συνεργείο με 12 εργάτες δούλεψε 14 ημέρες και έστρωσε με άσφαλτο 840 μέτρα δρόμο. Αν δουλέψουν 18 εργάτες πόσες ημέρες θα χρειαστούν για να στρώσουν 3150 μέτρα δρόμο;

Πρόχειρο

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

3

- 3.1.** 18 κιβώτια περιέχουν 8 μπουκάλια κρασί το καθένα. Ένας συνεταιρισμός τα πούλησε και εισέπραξε 1584€. Αν ο συνεταιρισμός πουλήσει 45 κιβώτια που το καθένα τους περιέχει 24 ίδια μπουκάλια κρασί, πόσα ευρώ θα εισπράξει;

Πρόχειρο

Απάντηση:

- 3.2.** Σ' ένα εργοστάσιο μια ομάδα με 6 όμοιες μηχανές δούλεψε 14 λεπτά και κατανάλωσε 756 λίτρα πετρελαίου.
α) Πόσα λίτρα πετρελαίου καταναλώνει η μια μηχανή σε 1 λεπτό;
β) Αν δουλέψει μια ομάδα με 15 όμοιες μηχανές για 42 λεπτά, πόσο πετρέλαιο θα καταναλώσει;

Πρόχειρο

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

4

4.1. Σ' ένα εργοστάσιο, 26 μηχανές χρειάζονται 224 λεπτά για να παράγουν μια ποσότητα παγωτού. Αν δουλέψουν 91 μηχανές σε πόσο χρόνο θα παράγουν την ίδια ποσότητα παγωτού;

Πρόχειρο

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

5

5.1. Ένας ελαιοχρωματιστής σε 1 ημέρα βάφει 17 τετραγωνικά μέτρα τοίχου. Οι 26 εργάτες πόσες ημέρες χρειάζονται για να βάψουν 19.448 τετραγωνικά μέτρα τοίχου;

Πρόχειρο

Απάντηση:

5.2. Σ' ένα εργοστάσιο μια μηχανή παράγει 12 κιλά παγωτό κάθε λεπτό. Αν δουλέψουν 23 μηχανές για 38 λεπτά, πόσα κιλά παγωτού θα παράγουν;

Πρόχειρο

Απάντηση:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

6

6.1. Ένα συνεργείο με 14 εργάτες δούλεψε 8 ημέρες και έστρωσε με άσφαλτο 1456 μέτρα δρόμο.

α) Πόσα μέτρα δρόμου στρώνει με άσφαλτο ο ένας εργάτης σε μια ημέρα;

β) Αν δουλέψουν 21 εργάτες πόσες ημέρες θα χρειαστούν για να στρώσουν 5460 μέτρα δρόμο;

Πρόχειρο

Απάντηση:

B. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Πρόβλημα 1.2

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

(ΚΑΝΕΙ ΤΗ ΒΟΗΘΗΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ)

3.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.1 Ποσά: ποσότητα γάλακτος – ποσότητα κακάο → ποσά ανάλογα, σχηματισμός αναλογίας, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση

1.1.2 Ποσά: ποσότητα ροφήματος – ποσότητα γάλακτος → ποσά ανάλογα, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός, μετά διαίρεση. Βρίσκει έτσι, την τελική ποσότητα ροφήματος από την οποία αφαιρεί την τελική ποσότητα γάλακτος και βρίσκει με τον τρόπο αυτό την ζητούμενη ποσότητα κακάο.

1.1.3 Ποσά: ποσότητα ροφήματος – ποσότητα γάλακτος → ποσά ανάλογα, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός, μετά διαίρεση. Βρίσκει έτσι την τελική ποσότητα ροφήματος και τη χρησιμοποιεί για την κατασκευή ενός νέου πίνακα με ποσά την ποσότητα ροφήματος και την ποσότητα γάλακτος → ποσά ανάλογα, σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός, μετά διαίρεση.

3.2 Σχηματισμός αναλογίας

Σχηματισμός αναλογίας → σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολλαπλασιασμός και μετά διαίρεση

3.3 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο αρχική ποσότητα γάλακτος / αρχική ποσότητα κακάο και με αυτόν διαιρεί στη συνέχεια την τελική ποσότητα γάλακτος.

3.4 Απλή μέθοδος των τριών

Ποσότητα γάλακτος – ποσότητα κακάο: σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολλαπλασιασμός, μετά διαίρεση.

3.5 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο τελική ποσότητα γάλακτος / αρχική ποσότητα γάλακτος και τον πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με την αρχική ποσότητα κακάο.

2. Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες μέθοδοι επίλυσης

1.2 Λάθος μόνο στη βοηθητική πράξη (δεν έκανε τη βοηθητική πράξη)

1.3 Σωστή η βοηθητική πράξη, άλλα λάθη

1.4 Λάθος στη βοηθητική πράξη και άλλο λάθος

Πρόβλημα 2.2

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

3.1.1 Βρίσκει το σύνολο των ημερών που χρειάζεται ο ένας εργάτης για να στρώσει 480μ. δρόμου (συνολικός αριθμός ημερών⁶¹), πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών και σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το συνολικό αριθμό των ημερών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Βρίσκει, έτσι, το συνολικό αριθμό των ημερών τον οποίο διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών και βρίσκει το ζητούμενο.

3.1.2 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου/ημέρα. Σαν αρχική τιμή των μέτρων/ημέρα θέτει το λόγο αρχικός αριθμός μέτρων/αρχικός αριθμός ημερών και ως τελική τιμή το χ . Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Τέλος, διαιρεί τον τελικό αριθμό μέτρων με το προηγούμενο αποτέλεσμα και καταλήγει στο ζητούμενο.

3.2 Σχηματισμός αναλογίας

Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών και σχηματίζει αναλογία με ποσά το συνολικό αριθμό των ημερών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου ($\frac{168}{840} = \frac{18 \cdot x}{3150}$). Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Κάνει τους πολ/μους, μετά διαίρεση

3.3 Αναγωγή στη μονάδα

⁶¹ Με τον όρο συνολικός αριθμό ημερών στο εξής σε όλη την έκταση της κωδικοποίησης του προβλήματος 2.2, νοείται ο αριθμός των ημερών που χρειάζεται ο ένας εργάτης για να στρώσει 840μ. δρόμου.

3.3.1 Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας, διαιρώντας τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών και έπειτα με τον αρχικό αριθμό των ημερών. Στη συνέχεια, αυτή την τιμή την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των εργατών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί την τελική τιμή των μέτρων δρόμου.

3.3.2 Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας, διαιρώντας τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και έπειτα με τον αρχικό αριθμό των εργατών. Στη συνέχεια, αυτή την τιμή την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των εργατών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί την τελική τιμή των μέτρων δρόμου.

3.3.3 Βρίσκει το λόγο του αρχικού αριθμού των μέτρων δρόμου/αρχικό αριθμό των ημερών. Έπειτα, βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός εργατών/αρχικός αριθμός εργατών τον οποίο πολλαπλασιάζει με το προηγούμενο πηλίκο. Τέλος, διαιρεί με το αποτέλεσμα αυτό τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου.

3.4 Πράξεις

3.4.1 Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός εργατών/αρχικός αριθμός εργατών, έπειτα το λόγο τελικός αριθμός μέτρων δρόμου/αρχικός αριθμός μέτρων δρόμου και διαιρεί το δεύτερο λόγο με τον πρώτο. Έπειτα, με το πηλίκο αυτό πολλαπλασιάζει τον αρχικό αριθμό των ημερών.

3.4.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁶², πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών. Έπειτα, διαιρεί τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με το συνολικό αριθμό των ημερών, βρίσκοντας, έτσι, την τιμή της σύνθετης μονάδας την οποία πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των εργατών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί την τελική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

⁶² Βλ. σημ. 62, σελ. 263

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο *αρχικά μέτρα δρόμου/αρχικός αριθμός ημερών* τον οποίο *πολ/ζει* έπειτα με τον τελικό αριθμό των εργατών και τέλος με το γινόμενο αυτό διαιρεί τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, έπρεπε να πολλαπλασιάσει με τον αρχικό αριθμό των εργατών)

1.1.1.2 Πράξεις

Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁶³ *πολ/ντας* τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών. Έπειτα *πολ/ζει* τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου. Έπρεπε με το πηλίκο αυτό να διαιρέσει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών.

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁶⁴)

1.1.2.1. Βρίσκει το συνολικό χρόνο⁶⁵ (αρχικό ή τελικό). Ακολουθεί από εκεί και κάτω λάθος διαδικασία (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο) - Πράξεις

1.1.2.1.1 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών *πολ/ντας* τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών, μετά τον προσθέτει με τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου και έπειτα *πολ/ζει* τον τελικό αριθμό των εργατών με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

*4

⁶³ Βλ. σημ. 62, σελ. 263

⁶⁴ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

⁶⁵ Βλ. σημ. 62, σελ. 263

1.1.2.1.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών πολ/ντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών. Το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου και τέλος αφαιρεί τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ) *6

1.1.2.1.3 Πολ/ζει τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και του αριθμού των ημερών, βρίσκοντας έτσι τον αρχικό συνολικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου. Τέλος, τη διαφορά αυτή την προσθέτει στον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *6

1.1.2.2 *Βρίσκει αποκομμένα τα μέτρα δρόμου ανά εργάτη ή ανά ημέρα ή την τιμή της σύνθετης μονάδας και από στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέσει τα τρία ποσά μεταξύ τους κάνει μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις χωρίς νόημα (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)*

1.1.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία ποσά (3χ2). Βρίσκει πρώτα το λόγο των μέτρων δρόμου προς τον αρχικό αριθμό των εργατών, βρίσκοντας πόσα μέτρα στρώνει ο ένας εργάτης σε 14 ημέρες και έπειτα διαιρεί πάλι τα μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών. (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΕΙ ΤΗΝ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ). Τέλος πολ/ζει τα τελικά μέτρα δρόμου με το πρώτο πηλίκο (840/12) → ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ *4

1.1.2.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας διαιρώντας τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών και έπειτα με τον αρχικό αριθμό των ημερών. Στη συνέχεια, πολ/ζει τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *4

1.1.2.3 *Σχηματίζει αναλογίες μεταξύ των δύο από τα τρία ποσά και έπειτα στην*

προσπάθεια να συνδέσει μεταξύ τους και τα τρία ποσά, προβαίνει σε μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα.

Πίνακας αναλογιών

1.1.2.3.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των εργατών και των ημερών → Σχηματισμός αναλογίας → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει τον πολ/μο, δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα). Έπειτα, σχηματίζει πάλι έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων του δρόμου → Δημιουργία σταυρωτών γινομένων → κάνει μόνο πολ/μο, δεν διαιρεί με τον συντελεστή του αγνώστου (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *4

1.1.2.3.2 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών δουλειάς και των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. Έτσι, βρίσκει μια τιμή στην οποία προσθέτει το άθροισμα των δύο τιμών του αριθμού των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.3.3 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών δουλειάς και των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου, αλλά με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁶⁶)

.1.1.3.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.3.1.1 Κάνει λάθος στην κατάστρωση του πίνακα, οπότε υπάρχουν συνακόλουθα λάθη

1.1.3.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου → λανθασμένη τοποθέτηση των τιμών στον πίνακα $\begin{bmatrix} 14 & 3150 \end{bmatrix}$

⁶⁶ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα \rightarrow Κάνει πρώτα τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση. Έπειτα, αφαιρεί τον αρχικό από τον τελικό αριθμό των εργατών και τη διαφορά την πολ/ζει με το αποτέλεσμα που βρήκε από τον πίνακα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.1.3.1.1.2 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών δουλειάς και των μέτρων δρόμου. Σύγκυση των ποσών. Ως αρχικές τιμές βάζει το συνολικό αριθμό των ημερών πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές (12 χ 14) και τα 840μ. Ως τελικές τιμές στον αριθμό των ημερών θέτει τον τελικό αριθμό των εργατών (18) και τον άγνωστο χ τον θέτει ως τελική τιμή των μέτρων δρόμου \rightarrow Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα \rightarrow κάνει πρώτα τον πολ/μο, μετά τη διαίρεση.

1.1.3.1.1.3 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών δουλειάς και των μέτρων δρόμου. Στις τιμές των μέτρων θέτει τα γινόμενα εργάτες χ μέτρα δρόμου, για τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα \rightarrow Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά διαίρεση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.3.1.2 *Κάνει πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις χωρίς κανένα νόημα*

1.1.3.1.2.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των εργατών και των ημερών. Δεν κάνει καθόλου πράξεις με τα δεδομένα του πίνακα, αλλά πολ/ζει τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.3.1.2.2 Σχηματίζει έναν πίνακα 3 χ 2. Έπειτα, πολ/ζει μεταξύ τους τις αρχικές και τελικές τιμές όλων των ποσών ξεχωριστά και προσθέτει τα τρία γινόμενα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.1.3.2 Πράξεις

1.1.3.2.1 Πολ/ζει την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και έπειτα πολ/ζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2

1.1.3.2.2 Πολ/ζει τον αρχικό αριθμό των ημερών με τον τελικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το πολ/ζει με τα τελικά μέτρα δρόμου. Τέλος, από το γινόμενο αυτό αφαιρεί τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2, *6

1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.4.1 Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2. Δεν κάνει καθόλου πράξεις.

1.1.4.2 Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2, καμία αναφορά στα μεγέθη, χρήση άσχετων αριθμητικών δεδομένων

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Αγνοια του αριθμού των εργατών

1. 2.1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.1.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Διαιρεί, έπειτα τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου προς τον αρχικό αριθμό των ημερών. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) – η τεχνική αυτή συνδυάζεται με την τεχνική της αναγωγής στη μονάδα.

1.2.1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει τον αριθμό των μέτρων δρόμου σε μια ημέρα από τους 12 εργάτες, διαιρώντας τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και με το πηλίκο αυτό διαιρεί τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁶⁷)

1.2.1.1.2.1 Σχηματισμός αναλογίας

Σχηματισμός αναλογίας με ποσά τον αριθμό των ημερών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → κάνει τον πολ/μο, δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.1.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

Διαιρεί την αρχική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και το λόγο αυτό τον πολλαπλασιάζει έπειτα με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.2.1.1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁶⁸)

1.2.1.1.3.1 Πίνακας αναλογιών – Λάθος στην κατάστρωση

Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2. Σχηματισμός αναλογίας

$$\frac{\text{αρχικός αριθμός ημερών}}{\text{τελικά μέτρα δρόμου}} = \frac{\text{τελικός αριθμός ημερών}}{\text{αρχικά μέτρα δρόμου}}. \text{ Δημιουργεί ίσα γινόμενα } \rightarrow$$

πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ,

ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.2.1.1.3.2 Πράξεις

1.2.1.1.3.2.1 Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα

Πολλαπλασιάζει τον αρχικό αριθμό των ημερών με την αρχική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου. Έπειτα, διαιρεί το γινόμενο αυτό με την τελική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2

⁶⁷ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

⁶⁸ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.1.3.2.2 Σχηματίζει κάποια ομοειδή αθροίσματα και στη συνέχεια κάνει κάποιον πολ/μο χωρίς ορθό νόημα.

Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών, έπειτα τις δύο τιμές του αριθμού των μέτρων δρόμου και τέλος πολ/ζει το δεύτερο άθροισμα με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *5, *1

1.2.1.2 Άγνοια των μέτρων δρόμου

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Σχηματίζει ίσα γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει πράξεις σε δευτερογενές επίπεδο⁶⁹)

1.2.1.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Σχηματίζει ίσα γινόμενα. Κάνει τον πολ/μο, μετά πολλαπλασιάζει πάλι με το συντελεστή του αγνώστου αντί να διαιρεί. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ). *2

1.2.1.2.2.2 Πράξεις

Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών πολ/ντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών και τον πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των εργατών, αντί να διαιρεί. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

⁶⁹ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.2.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.3.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.2.3.1.1 *Μεταχειρίζεται τα ποσά αριθμός εργατών και αριθμός ημερών σαν να ήταν ανάλογα*

1.2.1.2.3.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.2.1.2.3.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Σχηματίζει σταυρωτά γινόμενα. Κάνει τον πολ/μο, μετά πολλαπλασιάζει αντί να διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΘΕΩΡΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.2.3.1.2 *Κάνει λάθος στην κατάστροψη του πίνακα*

1.2.1.2.3.1.2.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Θέτει δύο αγνώστους x και δημιουργεί μια εξίσωση χωρίς νόημα.

1.2.1.2.3.1.2.2 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των ημερών δουλειάς και των εργατών. Στις αντίστοιχες τιμές σαν αρχική τιμή των ημερών θέτει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών (αρχικός αριθμός εργατών x αρχικός αριθμός ημερών) (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ)

1.2.1.2.3.1.3 *Κάνει πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα*

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.2.3.2 Πράξεις

Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των ημερών με τον αρχικό αριθμό των εργατών *3

1.2.1.3 Άγνοια του αριθμού των ημερών

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁷⁰)

Πράξεις

1.2.1.3.1.1 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών. Έπειτα, αφαιρεί τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου και από τη διαφορά αυτή αφαιρεί το προηγούμενο γινόμενο.

(ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *2, *6

1.2.1.3.1.2 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και έπειτα πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου

(ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3.2 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των μέτρων δρόμου. Δεν κάνει καθόλου πράξεις. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ).

1.2.2 ΑΓΝΟΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.2.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2 και έπειτα διαιρεί την τελική τιμή των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ)

⁷⁰ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.2.1.2 Πράξεις

1.2.2.1.2.1 Διαιρεί την τελική τιμή των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών.

(ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ)

1.2.2.1.2.2 Διαιρεί την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών

και το πηλίκο το πολλαπλασιάζει με την τελική τιμή των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.2.1.2.3 Πολλαπλασιάζει την τελική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου με τον

τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.2.1.2.4 Πολλ/ζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον αρχικό αριθμό των ημερών και

το γινόμενο αυτό το προσθέτει με τα τελικά μέτρα δρόμου. (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2, *6

1.2.2.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.2.1 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁷¹ πολλαπλασιάζοντας τις

αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ ΚΑΙ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *1

1.2.2.2.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁷² πολ/ντας τις αρχικές τιμές

των μεγεθών αριθμός εργατών χ αριθμός ημερών και το γινόμενο το πολ/ζει με την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ

⁷¹ Βλ. σημ. 62, σελ. 263

⁷² Βλ. σημ. 62, σελ. 263

ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2,
*1

1.2.2.3. ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΤΙΜΕΣ Η ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ)

1.2.2.3.1 Διαιρεί την τελική με την αρχική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.2.3.2 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

*2, *1

1.2.2.3.3 Πολλαπλασιάζει την τελική τιμή του αριθμού των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *1

1.2.2.3.4 Βρίσκει το λόγο αρχικά μέτρα δρόμου/αρχικός αριθμός ημερών και τον πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *1

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΜΟΝΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1.1 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.2 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών. Έπειτα, αφαιρεί από την τελική τιμή των μέτρων δρόμου την αρχική τιμή και τέλος από τη διαφορά αυτή αφαιρεί

τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.3 Προσθέτει τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών, έπειτα προσθέτει την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και τέλος το άθροισμα αυτό το προσθέτει στην τελική τιμή των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.4 Προσθέτει τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών, έπειτα προσθέτει την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών. Στη συνέχεια, προσθέτει μεταξύ τους τα δύο αθροίσματα και τέλος το νέο άθροισμα το προσθέτει στον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.5 Αφαιρεί από τον αρχικό αριθμό των ημερών, τον αρχικό αριθμό των εργατών και τη διαφορά αυτή την αφαιρεί από τον τελικό αριθμό των εργατών. Τέλος, αφαιρεί από την αρχική την τελική τιμή των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.6 Από την τελική τιμή των μέτρων δρόμου αφαιρεί όλα τα υπόλοιπα αριθμητικά δεδομένα. Έπειτα, προσθέτει μεταξύ τους όλα τα δεδομένα. Στη συνέχεια, προσθέτει μεταξύ τους τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων πράξεων και τέλος, προσθέτει μεταξύ τους όλα τα αποτελέσματα των πράξεων του (ΑΣΧΕΤΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.7 Αφαιρεί από την αρχική τιμή των μέτρων δρόμου τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και τη διαφορά αυτή την προσθέτει στα τελικά μέτρα δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.1.8 Προσθέτει μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ)

1.3.2 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΑ Η ΛΟΓΟΥΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.1 Αφαιρεί από τον αρχικό αριθμό των ημερών τον αρχικό αριθμό των εργατών και τη διαφορά αυτή την προσθέτει στον τελικό αριθμό των εργατών. Τέλος, με το άθροισμα αυτό πολ/ζει τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.3.2.2 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των ημερών και τον τελικό αριθμό των εργατών, έπειτα προσθέτει το άθροισμα αυτό με τον αρχικό αριθμό των εργατών. Μετά προσθέτει μεταξύ τους τα δύο αθροίσματα και με αυτό το νέο άθροισμα διαιρεί τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.3 Προσθέτει τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και των ημερών και το άθροισμα αυτό το αφαιρεί από τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου. Τέλος, τη διαφορά αυτή την πολ/ζει με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.3.2.4 Αφαιρεί από τον τελικό αριθμό των εργατών τον αρχικό τους αριθμό, έπειτα αφαιρεί από τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου τον αρχικό τους αριθμό και προσθέτει μεταξύ τους τα δύο παραπάνω αποτελέσματα. Τέλος, με το άθροισμα αυτό διαιρεί τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.3.2.5 Σχηματίζει έναν πίνακα 3×2 . Έπειτα, πολ/ζει μεταξύ τους τις αρχικές και τελικές τιμές όλων των ποσών ξεχωριστά και προσθέτει τα τρία γινόμενα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3.2.6 Πολ/ζει τις αρχικές τιμές του αριθμού των εργατών και του αριθμού των ημερών και το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου. Τέλος, τη διαφορά αυτή την προσθέτει στον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

Πρόβλημα 3.1

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα \rightarrow κάνει πρώτα πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου.

3.2 ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Σχηματίζει αναλογία με ποσά το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα \rightarrow κάνει πρώτα πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου.

3.3 Απλή μέθοδος των τριών

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός

μπουκαλιών. Σχηματίζει χιαστί γινόμενα με ποσά το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους \rightarrow κάνει πρώτα πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου.

3.4 Αναγωγή στη μονάδα

3.4.1 Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας (κόστος ανά μπουκάλι), διαιρώντας το συνολικό αρχικό κόστος πρώτα με τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων και έπειτα με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών. Στη συνέχεια, πολλαπλασιάζει την τιμή αυτή με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ή και αντίστροφα)

3.4.2 Διαιρεί το αρχικό συνολικό κόστος με τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων και έπειτα πολλαπλασιάζει το πηλίκο αυτό με το λόγο τελικός αριθμός μπουκαλιών/αρχικός αριθμός μπουκαλιών και στη συνέχεια το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων.

3.5 Πράξεις

3.5.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Διαιρεί, έπειτα, το αρχικό συνολικό κόστος με το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας την οποία πολλαπλασιάζει με το συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών.

3.5.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, βρίσκει το λόγο συνολικός τελικός αριθμός μπουκαλιών/ συνολικός αρχικός αριθμός μπουκαλιών τον οποίο πολλαπλασιάζει με το αρχικό συνολικό κόστος.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1. Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Σχηματισμός αναλογίας

Σχηματίζει μια αναλογία με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών και βρίσκει το λόγο τελικός/αρχικός συνολικός αριθμός μπουκαλιών. Τέλος, διαιρεί το αρχικό συνολικό κόστος με τον αρχικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας την οποία δίνει ως απάντηση. *1

1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το κόστος ανά κιβώτιο, διαιρώντας το συνολικό αρχικό κόστος με τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων. Τέλος, το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών. Έπρεπε, ως τελευταία πράξη να διαιρέσει με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *1

1.1.1.3 Πράξεις

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Διαιρεί, έπειτα, το συνολικό αρχικό κόστος με τον συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας την οποία πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με τον συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών. Καταλήγει έτσι στο ζητούμενο κόστος το οποίο προσθέτει, όμως, στο αρχικό κόστος.

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁷³)

1.1.2.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό ή τελικό). Ακολουθεί από εκεί και κάτω λάθος διαδικασία – χρησιμοποιεί όμως τα ποσά πολλαπλασιαστικά (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.2.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με τα τρία ποσά. Βρίσκει πρώτα το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, διαιρεί το συνολικό αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΣΩΣΤΑ ΤΑ ΠΟΣΑ) *3, *4

1.1.2.1.1.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο και μετά πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου, αντί να διαιρεί (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.1.1.3 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί ίσα γινόμενα → Κάνει πρώτα πολ/μο και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΣΑΝ ΝΑ ΗΤΑΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ) *2

1.1.2.1.2 Πράξεις

1.1.2.1.2.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό)

⁷³ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Διαιρεί, έπειτα, το αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *3, *4

1.1.2.1.2.2 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Διαιρεί, έπειτα, το συνολικό αρχικό κόστος με τον συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας την οποία πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών, αντί να το πολλαπλασιάσει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων. (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ)

*2

1.1.2.1.2.3 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και τους αφαιρεί μεταξύ τους. Έπειτα, διαιρεί το αρχικό κόστος με τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων και πολλαπλασιάζει το πηλίκο με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2,

*4

1.1.2.1.2.4 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, πολλαπλασιάζει το συνολικό αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *4

1.1.2.1.2.5 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και έπειτα πολλαπλασιάζει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών με το αρχικό κόστος (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *4

1.1.2.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό ή τελικό). Ακολουθεί από εκεί και κάτω λάθος διαδικασία – δημιουργεί ετερογενή άθροίσματα ή διαφορές (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.2.2.1 Πράξεις

1.1.2.2.1.1 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει στο αρχικό κόστος τον τελικό αριθμό των κιβωτίων και από το άθροισμα αυτό αφαιρεί τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *4, *6

1.1.2.2.1.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών με το αρχικό κόστος (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *4, *6

1.1.2.2.1.3 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και τον προσθέτει στο αρχικό κόστος. Έπειτα, προσθέτει τις τελικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων και του αριθμού των μπουκαλιών και το άθροισμα αυτό το αφαιρεί από το προηγούμενο άθροισμα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ) *4, *6

1.1.2.2.1.4 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει στο αρχικό κόστος τον αρχικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ) *4, *6

1.1.2.2.1.5 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει όλες μαζί τις αρχικές και τελικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων και των μπουκαλιών και

τέλος αφαιρεί το συνολικό αρχικό κόστος από το πρώτο άθροισμα (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛ/ΚΩΝ ΔΟΜΩΝ) *6

1.1.2.2.1.6 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και τον προσθέτει στο συνολικό αρχικό κόστος. Έπειτα, το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2, *6

1.1.2.3 Σχηματίζει αναλογίες μεταξύ δύο ποσών και στην προσπάθεια του να συνδέσει τα τρία ποσά κάνει λανθασμένες ενέργειες (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)

1.1.2.3.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος σε ευρώ → Σχηματισμός αναλογίας. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο και μετά διαίρεση. Έπειτα, σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και το κόστος σε ευρώ. → Σχηματισμός αναλογίας. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο και μετά διαίρεση. Τέλος, πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του κόστους που βρήκε (ΠΟΣΟ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΝΕΠΙΤΥΧΗΣ ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ) *2, *5

1.1.2.3.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το αρχικό κόστος ανά μπουκάλι και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών. Έπειτα, το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων. Τέλος, πολλαπλασιάζει πάλι το νέο αυτό γινόμενο με το πρώτο γινόμενο (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *1

1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

1.1.3.1 Κάνει πολ/μους ή διαιρέσεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα

1.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών (λάθος στην κατάστρωση του πίνακα)

1.1.3.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών. Στις τιμές, θέτει τις αρχικές τιμές των μεγεθών, ενώ για τελικές τιμές θέτει το

αρχικό κόστος ως τελική τιμή του αριθμού των κιβωτίων και την άγνωστη ποσότητα χ ως τελική τιμή του αριθμού των μπουκαλιών. Σχηματίζει αναλογία, δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα κάνει τον πολλαπλασιασμό και μετά τη διαίρεση. Έπειτα σχηματίζει δεύτερο πίνακα με τα ίδια ποσά, όπου πλέον σαν αρχικές τιμές θέτει τις τελικές τιμές των μεγεθών και ως τελικές τιμές θέτει το αποτέλεσμα της προηγούμενης αναλογίας ως τιμή του αριθμού των κιβωτίων και χ ως τελική τιμή του αριθμού των μπουκαλιών. Σχηματίζει αναλογία, δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα κάνει τον πολ/μο, μετά διαίρεση (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ)

1.1.3.1.1.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Τοποθετεί λανθασμένα τις τιμές των ποσών στον πίνακα. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα,

Αξία σε ευρώ	1584	1080
--------------	------	------

Αριθμός μπουκαλιών	144	X
--------------------	-----	---

εκτελεί μόνο τον πολ/μο.

1.1.3.2 *Δεν συνδέει τα τρία ποσά μεταξύ τους και σχηματίζει αναλογίες μεταξύ των δύο από τα τρία ποσά και στη συνέχεια δεν τα μεταχειρίζεται με τον τρόπο που τους αρμόζει (τα θεωρεί αντιστρόφως ανάλογα, ενώ είναι ανάλογα τουλάχιστον στην πρώτη πράξη) (ΠΡΑΞΕΙΣ)*

1.1.3.2.1 Βρίσκει το λόγο αρχικός αριθμός μπουκαλιών/τελικός αριθμός μπουκαλιών τον οποίο πολλαπλασιάζει με το συνολικό αρχικό κόστος (ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΣΑΝ ΝΑ ΗΤΑΝ ΑΝΑΛΟΓΑ). Έπειτα, το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2

1.1.3.2.2 Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και έπειτα διαιρεί τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών. Έπειτα, πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τα δύο πηλίκα και με ότι βρει διαιρεί το αρχικό συνολικό κόστος (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3, *2

1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.4.1 Σχηματίζει έναν πίνακα 3×2 , αλλά δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.4.2 Σχηματίζει έναν πίνακα 3×2 . Δεν κάνει καμία αναφορά στα μεγέθη, χρήση άσχετων αριθμητικών δεδομένων

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Άγνοια του αριθμού των κιβωτίων

1.2.1.1.1 ΚΑΝΕΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΟΛΕΣ ΕΧΟΥΝ ΟΡΘΟ ΝΟΗΜΑ

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.1.1.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολ/μο και μετά τη διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ)

1.2.1.1.1.1.2 Σχηματίζει έναν πίνακα 3×2 . Βρίσκει το λόγο του τελικού αριθμού των μπουκαλιών προς τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών τον οποίο πολλαπλασιάζει με το αρχικό κόστος (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ)

1.2.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁷⁴)

1.2.1.1.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των μπουκαλιών και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολ/μο, μετά αντί να διαιρεί,

⁷⁴ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.2 Άγνοια του αριθμού των μπουκαλιών

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολ/μο, μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ)

1.2.1.2.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το κόστος ανά κιβώτιο, διαιρώντας το αρχικό συνολικό κόστος με τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ)

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁷⁵)

1.2.1.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και το κόστος τους. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολ/μο, αλλά δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.2.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.3.1 Πράξεις

⁷⁵ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.2.3.1.1 Πολλαπλασιάζει το αρχικό συνολικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2

1.2.1.2.3.1.2 Διαιρεί το αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.1.3 Άγνοια του κόστους των μπουκαλιών

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.3.1.1 Πράξεις

1.2.1.3.1.1.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και δίνει ως απάντηση τον αρχικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ) *1

1.2.1.3.1.1.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει μεταξύ τους τα δύο αυτά γινόμενα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ) *1

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁷⁶)

1.2.1.3.2.1 Πράξεις - Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό ή τελικό ή και τους δύο και στη συνέχεια κάνει κάποια εσφαλμένη πράξη)

1.2.1.3.2.1.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των μπουκαλιών (αρχικό και τελικό) πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές και τελικές αντίστοιχα τιμές των μεγεθών αριθμός

⁷⁶ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τα δύο αυτά γινόμενα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ) *2

1.2.1.3.2.1.2 Βρίσκει τον τελικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών, πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2

1.2.1.3.2.1.3 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών. Έπειτα, πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μπουκαλιών και τέλος το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ) *2, *4

1.2.1.3.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.3.3.1 Πράξεις – Κάνει πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα

1.2.1.3.3.1.1 Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και έπειτα διαιρεί τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ).

1.2.1.3.3.1.2 Διαιρεί το συνολικό αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *3

1.2.1.3.3.2 Απλή μέθοδος των τριών

Αγνοεί το κόστος και δεν θέτει άγνωστο χ. $(\frac{18}{45} \quad \frac{8}{24})$

Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Κάνει τους δύο πολλαπλασιασμούς και έπειτα προσθέτει τα γινόμενα (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ) *2,*6

1.2.1.3.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών. Δεν κάνει καθόλου πράξεις. Δεν θέτει άγνωστο χ (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ)

1.2.2. ΑΓΝΟΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.2.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.1.1 Πίνακας αναλογιών –Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

Σχηματίζει έναν πίνακα 3χ2. Στη συνέχεια, πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με την τελική τιμή του αριθμού των κιβωτίων (ΠΟΣΑ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2

1.2.2.1.2 Πράξεις

1.2.2.1.2.1 Όλες ή κάποιες από τις πράξεις που κάνει έχουν ορθό νόημα

1.2.2.1.2.1.1 Βρίσκει τον τελικό συνολικό αριθμό των μπουκαλιών, πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές του αριθμού των κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και τον δίνει ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *1

1.2.2.1.2.1.2 Βρίσκει το συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από το αρχικό συνολικό κόστος (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *6

1.2.2.1.2.1.3 Βρίσκει το συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και το γινόμενο αυτό

το προσθέτει στο αρχικό συνολικό κόστος (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *6

1.2.2.1.2.1.4 Βρίσκει το συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών με τον οποίο στη συνέχεια διαιρεί το αρχικό συνολικό κόστος (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *3

1.2.2.1.2.1.5 Βρίσκει το συνολικό τελικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών, τον οποίο πολλαπλασιάζει πάλι με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *2

1.2.2.1.2.2 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

1.2.2.1.2.2.1 Διαιρεί τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με το αρχικό κόστος (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3, *2

1.2.2.1.2.2.2 Διαιρεί τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.2.2. ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.2.1 Πίνακας αναλογιών – λάθος στην κατάστρωση

Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών. Στις τιμές, θέτει τις αρχικές τιμές των μεγεθών, ενώ για τελικές τιμές θέτει το αρχικό κόστος ως τελική τιμή του αριθμού των κιβωτίων και την άγνωστη ποσότητα χ ως τελική τιμή του αριθμού των μπουκαλιών. Σχηματίζει αναλογία, δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα κάνει τον πολλαπλασιασμό και μετά τη διαίρεση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ

ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ, ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ)

1.2.2.2.2 Πράξεις – κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και με το πηλίκο αυτό διαιρεί το αρχικό κόστος (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.2.3. ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΤΙΜΕΣ Ή ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ)

1.2.2.3.1 Αγνοεί δύο μεγέθη

Διαιρεί τον τελικό προς τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ)

1.2.2.3.2 Αγνοεί πάνω από δύο τιμές διαφορετικών μεγεθών

1.2.2.3.2.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.2.3.2.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών. Θέτει ως άγνωστη τιμή την τιμή του τελικού αριθμού των κιβωτίων. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, αλλά δεν διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2

1.2.2.3.2.1.2 Σχηματίζει έναν πίνακα με ποσά τον αριθμό των κιβωτίων και τον αριθμό των μπουκαλιών. Θέτει ως άγνωστη τιμή την τιμή του τελικού αριθμού των κιβωτίων. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, κάνει τον πολ/μο, μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΛΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ)

1.2.2.3.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.2.3.2.2.1 Βρίσκει το αρχικό κόστος ανά μπουκάλι και τον λόγο αυτό τον πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ

ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *2, *1

1.2.2.3.2.2 Βρίσκει το αρχικό κόστος ανά κιβώτιο και τον λόγο αυτό τον πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ) *2, *1

1.2.2.3.2.3 Πράξεις

1.2.2.3.2.3.1 Διαιρεί τον τελικό αριθμό των κιβωτίων προς τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με το αρχικό κόστος (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΚΙΒΩΤΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ) *3,*2

1.2.2.3.2.3.2 Βρίσκει το συνολικό αρχικό αριθμό των μπουκαλιών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές των μεγεθών αριθμός κιβωτίων χ αριθμός μπουκαλιών και τον πολλαπλασιάζει έπειτα με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΠΟΥΚΑΛΙΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΜΟΝΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1.1 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και το άθροισμα αυτό το αφαιρεί από το αρχικό συνολικό κόστος. Τέλος, τη διαφορά αυτή την πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών.

1.3.1.2 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών. Έπειτα, προσθέτει το αρχικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων. Τέλος, στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών

1.3.1.3 Προσθέτει ξεχωριστά τις δύο τιμές του αριθμού των κιβωτίων και του αριθμού των μπουκαλιών και τέλος προσθέτει μεταξύ τους τα δύο αθροίσματα

1.3.1.4 Προσθέτει τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών. Από το άθροισμα αυτό αφαιρεί τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών. Έπειτα, με τη διαφορά αυτή πολλαπλασιάζει το αρχικό συνολικό κόστος.

1.3.1.5 Αφαιρεί από το αρχικό συνολικό κόστος τον τελικό αριθμό των κιβωτίων

1.3.1.6 Αφαιρεί από το αρχικό κόστος όλα τα υπόλοιπα αριθμητικά δεδομένα. Έπειτα, προσθέτει μεταξύ τους όλα τα δεδομένα και τέλος προσθέτει τα αποτελέσματα των δύο πράξεων του.

1.3.1.7 Προσθέτει μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα

1.3.1.8 Προσθέτει το αρχικό συνολικό κόστος με τον τελικό αριθμό των κιβωτίων

1.3.2 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΑ Η ΛΟΓΟΥΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.1 Αφαιρεί από τον τελικό αριθμό των κιβωτίων, τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών και τη διαφορά την προσθέτει στο αρχικό συνολικό κόστος. Έπειτα, αφαιρεί από τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και με αυτή τη διαφορά διαιρεί το προηγούμενο άθροισμα.

1.3.2.2 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων με τον αρχικό αριθμό των μπουκαλιών και το άθροισμα αυτό το αφαιρεί από τον τελικό αριθμό των κιβωτίων. Έπειτα, τη διαφορά αυτή την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ)

1.3.2.3 Αφαιρεί μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των κιβωτίων, όσο και τις δύο τιμές του αριθμού των μπουκαλιών και προσθέτει μεταξύ τους τις δύο διαφορές. Το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με το αρχικό κόστος.

1.3.2.4 Αφαιρεί τον αρχικό αριθμό των κιβωτίων από τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών και τη διαφορά την πολλαπλασιάζει με το αρχικό κόστος.

1.3.2.5 Προσθέτει τον τελικό αριθμό των κιβωτίων με τον τελικό αριθμό των

μπουκαλιών και έπειτα πολλαπλασιάζει το άθροισμα τους με τον τελικό αριθμό των μπουκαλιών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ)

Πρόβλημα 3.2α

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

3.2 Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου (ως αρχικές τιμές θέτει τον αρχικό χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου/μηχανή και ως τελικές τιμές: στο χρόνο τη μονάδα, στην κατανάλωση πετρελαίου χ)

3.3 Βρίσκει το συνολικό αρχικό χρόνο⁷⁷ και σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου (ως τελική τιμή του χρόνου θέτει τη μονάδα). → Σχηματισμός αναλογίας → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση.

3.2 Αναγωγή στη μονάδα

3.3.1 Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας διαιρώντας την κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και έπειτα το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό χρόνο.

3.3.2 Βρίσκει την τιμή της σύνθετης μονάδας διαιρώντας την κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό χρόνο και έπειτα το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των μηχανών.

3.3 Πράξεις

⁷⁷ Με τον όρο συνολικός χρόνος εννοείται ο χρόνος που χρειάζεται η μια μηχανή για να καταναλώσει όλη την ποσότητα πετρελαίου..

Βρίσκει το συνολικό χρόνο⁷⁸ πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και έπειτα διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με το συνολικό αυτό χρόνο.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Αναγωγή στη μονάδα

Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου ξεχωριστά, πρώτα με το χρόνο και έπειτα με τον αριθμό των μηχανών. Δεν δίνει μια συγκεκριμένη απάντηση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ)

***4**

1.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

1.1.1.2.1 Πράξεις

Βρίσκει το χρόνο που χρειάζεται για να λειτουργήσει η μια μηχανή αν καταναλώνει 756 λίτρα πετρελαίου και στη συνέχεια ακολουθεί λάθος διαδικασία (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.1.2.1.1 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο⁷⁹, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου. ***6, *1**

1.1.1.2.1.2 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου. ***6, *1**

1.1.1.2.1.3 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον

⁷⁸ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

⁷⁹ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

αριθμό των μηχανών, έπειτα το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση πετρελαίου και τέλος το νέο αυτό γινόμενο το διαιρεί με το προηγούμενο γινόμενο. *2, *1

1.1.1.2.1.4 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο το πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση πετρελαίου. *2

1.1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

1.1.1.3.1 Σχηματισμός αναλογίας – Λάθος στην κατάσταση με επακόλουθα λάθη

Σχηματίζει μια αναλογία:
$$\frac{\text{αρχικός αριθμός μηχανών}}{\text{αρχική κατανάλωση}} = \frac{\text{τελική κατανάλωση}}{\text{τελικός χρόνος}}$$

→ Σύγκριση των ποσών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος και μετά πάλι πολ/ζει με το συντελεστή του αγνώστου αντί να διαιρεί (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.1.3.2 Πράξεις – Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα, τουλάχιστον στην πρώτη πράξη

1.1.1.3.2.1 Διαιρεί το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και με το πηλίκο αυτό πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου. *3, *2

1.1.1.3.2.2 Διαιρεί το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και με το πηλίκο αυτό διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου. *3

1.1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2, αλλά δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1. ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Άγνοια του χρόνου

1.2.1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργεί ίσους λόγους και σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ).

1.2.1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ)

1.2.1.2 Άγνοια του αριθμού των μηχανών

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ).

1.2.1.2.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.2.1.2.1 Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με το χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.2.1.2.1.2.2 Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με το χρόνο και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με το χρόνο των 60 λεπτών, βρίσκοντας έτσι την κατανάλωση πετρελαίου των 6 μηχανών σε 60 λεπτά. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργία ίσων γινομένων, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΩΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ) *2

1.2.1.2.2 Πράξεις

Πολλαπλασιάζει τον αρχικό χρόνο με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ – ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3 Άγνοια της κατανάλωσης πετρελαίου

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών (θέτει ως τελικές τιμές χ για τον αριθμό των μηχανών και τη μονάδα για τον χρόνο). Δημιουργία ίσων γινομένων, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ) *1

1.2.1.3.1.2 Πράξεις

Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο⁸⁰, πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και τον δίνει ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ). *1

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁸¹)

Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο⁸², πολλαπλασιάζοντας το χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και έπειτα διαιρεί τα δύο αυτά μεγέθη μεταξύ τους, δίνοντας το πηλίκο ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΑΝ ΤΑ ΔΥΟ ΠΟΣΑ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΑ Η΄ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ) *3

1.2.1.3.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο που έχει ως επακόλουθο και λάθος σε δευτερογενές επίπεδο) – Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα τουλάχιστον στην πρώτη πράξη

1.2.1.3.3.1 Πίνακας αναλογιών

⁸⁰ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

⁸¹ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

⁸² Βλ. σημ. 77, σελ. 295

1.2.1.3.3.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2 στον οποίο τοποθετεί τις τιμές και των τριών μεγεθών. Στη συνέχεια, διαιρεί τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ). *3

1.2.1.3.3.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και τον αριθμό των μηχανών (θέτει ως τελικές τιμές χ για τον αριθμό των μηχανών και τη μονάδα για το χρόνο). Δημιουργία σταυρωτών γινομένων, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ). *2

1.2.1.3.3.2 Πράξεις

1.2.1.3.3.2.1 Διαιρεί το χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ – ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *3, *1

1.2.1.3.3.2.2 Διαιρεί το χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ) *3, *1

1.2.2 ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΤΙΜΕΣ Η΄ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ)

1.2.2.1 Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου με το χρόνο των 60 λεπτών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ: ΧΡΟΝΟΣ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.2.2.2 Δίνει ως απάντηση την αρχική κατανάλωση πετρελαίου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ)

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΜΟΝΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1.1 Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2 στον οποίο τοποθετεί τις τιμές και των τριών μεγεθών. Έπειτα, αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΜΗ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΩΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ).

1.3.1.2 Προσθέτει διαδοχικά μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα

1.3.1.3 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των μηχανών με τον αρχικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ)

1.3.1.4 Προσθέτει όλα μαζί τα αριθμητικά δεδομένα (αρχικές και τελικές τιμές)

1.3.1.5 Προσθέτει τον χρόνο με την κατανάλωση πετρελαίου και έπειτα αφαιρεί το άθροισμα αυτό από την κατανάλωση πετρελαίου. Τέλος, πολλαπλασιάζει τη διαφορά με τη μονάδα και προσθέτει στο γινόμενο το πρώτο άθροισμα. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.3.1.6 Προσθέτει τον χρόνο με τον αριθμό των μηχανών και το άθροισμα αυτό το προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου

1.3.1.7 Αφαιρεί από τον χρόνο τον αριθμό των μηχανών και τη διαφορά αυτή την προσθέτει στην κατανάλωση πετρελαίου.

1.3.1.8 Προσθέτει όλα μαζί τα αριθμητικά δεδομένα και έπειτα τα αφαιρεί από την αρχική κατανάλωση πετρελαίου.

1.3.2 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΑ Η ΛΟΓΟΥΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.1 Προσθέτει τον αριθμό των μηχανών με το χρόνο και το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με την κατανάλωση πετρελαίου.

1.3.2.2 Προσθέτει τον αριθμό των μηχανών με το χρόνο και με το άθροισμα αυτό διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου.

Πρόβλημα 3.2β

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

Βρίσκει τους συνολικούς χρόνους⁸³ (αρχικό και τελικό), πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών: χρόνος χ αριθμός μηχανών και σχηματίζει πίνακα με ποσό το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση.

3.2 Αναγωγή στη μονάδα

Την αρχική κατανάλωση ανά μηχανή (756:6) την πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών (15) και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με το λόγο τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος

3.3 Πράξεις

3.3.1 Την τιμή της σύνθετης μονάδας που βρήκε στο α' ερώτημα την πολλαπλασιάζει διαδοχικά, πρώτα με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό χρόνο.

3.3.2 Την τιμή της σύνθετης μονάδας που βρήκε στο α' ερώτημα την πολλαπλασιάζει διαδοχικά, πρώτα με τον τελικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών.

3.3.3 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο⁸⁴, πολλαπλασιάζοντας τον τελικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με την τιμή της σύνθετης μονάδας που βρήκε στο α' ερώτημα.

3.3.4 Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός μηχανών/αρχικός αριθμός μηχανών και το λόγο τελικός χρόνος/αρχικός χρόνος και έπειτα πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τους δύο αυτούς λόγους και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει έπειτα με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

⁸³ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

⁸⁴ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1. Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.1.1.1.1 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των μηχανών με το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός αριθμός μηχανών και τον τελικό χρόνο με το λόγο αρχική κατανάλωση/αρχικός χρόνος και το γινόμενο αυτό το δίνει ως απάντηση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΤΑ 3 ΠΟΣΑ) *4

1.1.1.1.2 Διαιρεί την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών. Τέλος, πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου που είχε δώσει ως απάντηση στο α' ερώτημα με τον τελικό χρόνο και δίνει το γινόμενο αυτό ως απάντηση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ). *4

1.1.1.2 Πράξεις

Πολλαπλασιάζει την τιμή της σύνθετης μονάδας με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ)

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁸⁵)

1.1.2.1 Αναγωγή στη μονάδα

Πολλαπλασιάζει τον τελικό χρόνο με το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός αριθμός μηχανών *2

⁸⁵ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.1.2.2 Πράξεις:

1.1.2.2.1 Πολλαπλασιάζει διαδοχικά την τιμή της σύνθετης μονάδας (απάντηση στο α' ερώτημα) χωριστά με τον τελικό χρόνο και με τον τελικό αριθμό των μηχανών και τέλος πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τα δύο γινόμενα). *2, *5

1.1.2.2.2 Πολλαπλασιάζει το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή διαδοχικά με τον τελικό αριθμό των μηχανών και έπειτα με τον τελικό χρόνο *2

1.1.2.2.3 Πολλαπλασιάζει το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά λεπτό διαδοχικά με τον τελικό αριθμό των μηχανών και έπειτα με τον τελικό χρόνο.

1.1.2.2.4 Πολλαπλασιάζει την τιμή της σύνθετης μονάδας διαδοχικά δύο φορές με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθα λάθη και σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.3.1 Κάνει λάθος στην κατάστρωση με επακόλουθα λάθη και στην τεχνική

1.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.3.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου. Ως τελική τιμή του χρόνου θέτει την τελική τιμή του αριθμού των μηχανών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ)

1.1.3.1.1.2 Σχηματίζει έναν πίνακα στον οποίο δεν αναφέρει τα ποσά, αλλά ως αναλογία

$$\text{προκύπτει } \frac{\text{αρχικός συνολικός χρόνος}}{\text{αρχική κατανάλωση}} = \frac{\text{αρχικός αριθμός μηχανών}}{\text{τελική κατανάλωση}}$$

Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Τον αρχικό συνολικό χρόνο τον βρίσκει πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό χρόνο με τον αρχικό αριθμό των μηχανών (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ).

1.1.3.1.1.3 Πίνακας 3γ2, δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.1.3.1.2 Πράξεις

Κάνει πολλαπλασιασμούς η διαιρέσεις που οδηγούν σε ποσά χωρίς νόημα

1.1.3.1.2.1 Διαιρεί την κατανάλωση πετρελαίου (απάντηση στο α' ερώτημα η οποία ήταν η κατανάλωση πετρελαίου σε ένα λεπτό των 6 μηχανών) με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό χρόνο. *3

1.1.3.1.2.2 Πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου (απάντηση από το α' ερώτημα η οποία ήταν η κατανάλωση πετρελαίου της μιας μηχανής σε 14 λεπτά) με τον αρχικό αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.1.3.1.2.3 Πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου (απάντηση από το α' ερώτημα η οποία ήταν η κατανάλωση πετρελαίου σε ένα λεπτό των 6 μηχανών) με τον τελικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των μηχανών. *3

1.1.3.1.2.4 Βρίσκει το άθροισμα αρχικός χρόνος και αρχικός αριθμός μηχανών το οποίο πολλαπλασιάζει με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον τελικό χρόνο *3,*6

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1. Αγνοια του χρόνου

1.2.1.1.1 Κάνει πράξεις που έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και την κατανάλωση πετρελαίου. Δημιουργεί ίσους λόγους και σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ)

1.2.1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των μηχανών με το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου ανά μηχανή.

1.2.1.2. Αγνοια του αριθμού των μηχανών

1.2.1.2.1 ΚΑΝΕΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΟΡΘΟ ΝΟΗΜΑ

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.2.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου, σωστή τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ).

1.2.1.2.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά το χρόνο και την κατανάλωση πετρελαίου, σωστή τοποθέτηση των ποσών στον πίνακα. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα διαίρεση, μετά πολ/μός (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ).

1.2.1.2.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Πολλαπλασιάζει το λόγο αρχική κατανάλωση πετρελαίου/αρχικός χρόνος με τον τελικό χρόνο, βρίσκοντας πάλι την τιμή της αρχικής κατανάλωσης πετρελαίου.

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις που δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο και λάθη σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.2.1 Πράξεις

1.2.1.2.2.1.1 Πολλαπλασιάζει την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ).

***2**

1.2.1.2.2.1.2 Διαιρεί την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) ***3**

1.2.1.3 Άγνοια της κατανάλωσης πετρελαίου

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁸⁶)

1.2.1.3.1.1 Πράξεις

1.2.1.3.1.1.1 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο⁸⁷, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, τον οποίο πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό, τέλος, το διαιρεί με τον τελικό χρόνο. *2, *1

1.2.1.3.1.1.2 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, τον οποίο διαιρεί στη συνέχεια με τον τελικό χρόνο. *3, *1

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο και λάθη σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.3.2.1 Πίνακας αναλογιών – λάθος στην κατάστροψη – μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα

1.2.1.3.2.1.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο και ως άγνωστη τιμή θέτει χ στην τελική τιμή του αριθμού των μηχανών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΙΕΤΡΕΛΑΙΟΥ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ)

1.2.1.3.2.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των μηχανών και το χρόνο. Ως αρχικές τιμές θέτει τις τελικές τιμές των μεγεθών και ως τελικές τιμές θέτει το γινόμενο αρχικός χρόνος χ αρχικός αριθμός των μηχανών (6χ14=84) ως τελική τιμή του αριθμού των μηχανών και χ ως τελική τιμή του χρόνου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα, πρώτα

⁸⁶ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

⁸⁷ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

πολ/μος, μετά διαίρεση (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ)

1.2.1.3.2.2 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο αρχικός χρόνος/αρχικός αριθμός μηχανών και τον πολλαπλασιάζει διαδοχικά με τον τελικό αριθμό των μηχανών και τον τελικό χρόνο *3

1.2.2. ΑΓΝΟΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.2.2.1. ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα 3x2 τοποθετώντας σωστά τις αρχικές και τελικές τιμές των μεγεθών. Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο πολλαπλασιάζοντας τις τελικές τιμές των μεγεθών: χρόνος χ αριθμός μηχανών και τον δίνει ως απάντηση (ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ, ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ). *1

1.2.2.1.2 Πράξεις

1.2.2.1.2.1 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο⁸⁸, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών (ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ, ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ). *1

1.2.2.1.2.2 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό χρόνο (ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ, ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *2, *1

1.2.2.1.2.3 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, τον οποίο πολλαπλασιάζει με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧ. ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *6, *1

⁸⁸ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

1.2.2.1.2.4 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, τον οποίο προσθέτει στην αρχική κατανάλωση πετρελαίου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *2, *1

1.2.2.1.2.5 Πολλαπλασιάζει την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό αριθμό των μηχανών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό χρόνο. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *2, *1

1.2.2.1.2.6 Βρίσκει τον τελικό συνολικό χρόνο, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, στη συνέχεια τον πολλαπλασιάζει πάλι με τον τελικό χρόνο και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ). *2, *1

1.2.3. Αγνοεί διάφορα

1.2.3.1 ΑΓΝΟΕΙ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ

Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τον αρχικό με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ). *2, *1

1.2.3.2. ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.3.2.1 Πολλαπλασιάζει την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ) *2

1.2.3.2.2 Πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου (απάντηση στο α' ερώτημα η οποία ήταν η κατανάλωση σε ένα λεπτό των 6 μηχανών) με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ) *2

1.2.3.2.3 Πολλαπλασιάζει την αρχική κατανάλωση πετρελαίου με τον τελικό αριθμό των μηχανών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ, ΔΕ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΤΗ ΣΥΝΘΕΤΗ ΜΟΝΑΔΑ).

1.2.3.2.4 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό χρόνο⁸⁹, πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές των μεγεθών χρόνος χ αριθμός μηχανών, τον οποίο προσθέτει στον τελικό χρόνο (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ, ΔΕΝ ΚΑΤΑΝΟΕΙ ΤΟ ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ ΚΑΙ ΤΟ ΝΟΗΜΑ ΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ) *6

1.2.3.2.5 Πολλαπλασιάζει την κατανάλωση πετρελαίου (απάντηση από το α' ερώτημα η οποία ήταν το γινόμενο αρχική κατανάλωση πετρελαίου χ αρχικός χρόνος) με τον τελικό αριθμό των μηχανών και έπειτα το γινόμενο αυτό το προσθέτει στην κατανάλωση αυτή (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ). *2, *6

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΜΟΝΟ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1.1 Προσθέτει διαδοχικά μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα.

1.3.1.2 Προσθέτει την κατανάλωση πετρελαίου που δίνει ως απάντηση στο α' ερώτημα με την τελική κατανάλωση πετρελαίου.

1.3.1.3 Αφαιρεί τον τελικό αριθμό των μηχανών από τον τελικό χρόνο και τη διαφορά αυτή την αφαιρεί από την κατανάλωση πετρελαίου που έδωσε ως απάντηση στο α' ερώτημα

1.3.1.4 Προσθέτει τον τελικό χρόνο με τον τελικό αριθμό των μηχανών και δίνει το άθροισμα αυτό ως απάντηση.

1.3.1.5 Αφαιρεί από τον τελικό χρόνο τον τελικό αριθμό των μηχανών.

1.3.1.6 Προσθέτει μεταξύ τους τα αποτελέσματα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης όλων των αριθμητικών δεδομένων του ερωτήματος α' και από το άθροισμα αφαιρεί μαζί τα αριθμητικά δεδομένα του ερωτήματος β'

⁸⁹ Βλ. σημ. 77, σελ. 295

1.3.2. ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΓΙΝΟΜΕΝΑ Η ΛΟΓΟΥΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΟΡΘΟ ΝΟΗΜΑ

1.3.2.1 Προσθέτει τον τελικό αριθμό των μηχανών με τον τελικό χρόνο και το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό χρόνο.

1.3.2.2 Βρίσκει τις δύο διαφορές: τελικός αριθμός μηχανών-αρχικός αριθμός μηχανών και τελικός χρόνος-αρχικός χρόνος και μετά τις προσθέτει μεταξύ τους. Τέλος, πολλαπλασιάζει το άθροισμα αυτό με την αρχική κατανάλωση πετρελαίου.

Πρόβλημα 5.1

0 Καμία απάντηση

1

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

Πρόβλημα 5.2

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

Πρόβλημα 6,1α

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

3.1.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών⁹⁰ που χρειάζεται ο ένας εργάτης, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και έπειτα σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και τα μέτρα δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου.

3.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τα μέτρα δρόμου και τον αριθμό των ημερών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. Το αποτέλεσμα της αναλογίας το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των εργατών.

3.2 Σχηματισμός αναλογίας

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών που χρειάζεται ο ένας εργάτης, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και έπειτα σχηματίζει αναλογία μεταξύ του αριθμού των ημερών και των μέτρων δρόμου $\left(\frac{112}{1456} = \frac{1}{x}\right)$. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → Κάνει πρώτα τον πολλαπλασιασμό και μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου.

3.3 Αναγωγή στη μονάδα

3.3.3 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά ημέρα και το πηλίκο αυτό το διαιρεί στη συνέχεια με τον αρχικό αριθμό των εργατών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας⁹¹.

⁹⁰ Με τον όρο συνολικός αριθμός ημερών εννοείται ο χρόνος που χρειάζεται ο ένας εργάτης για να στρώσει με άσφαλο όλα τα μέτρα του δρόμου.

⁹¹ Μέτρα δρόμου που στρώνει ο ένας εργάτης σε μια ημέρα.

3.3.4 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά εργάτη και το πηλίκο αυτό το διαιρεί στη συνέχεια με τον αρχικό αριθμό των ημερών, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας

3.4 Πράξεις

Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών που χρειάζεται ο ένας εργάτης, πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και έπειτα με αυτό το γινόμενο διαιρεί τα αρχικά μέτρα δρόμου, βρίσκοντας έτσι την τιμή της σύνθετης μονάδας.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1. Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.1.1.1.1 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά ημέρα και έπειτα χωριστά ανά εργάτη (έναν εκ των δύο λόγων δίνει ως απάντηση). Δεν συνδέει τα ποσά για να βρει την τιμή της σύνθετης μονάδας. *4

1.1.1.1.2 Πολλαπλασιάζει τον αρχικό αριθμό των εργατών και των ημερών, βρίσκοντας έτσι τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁹² και έπειτα βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά εργάτη, τον οποίο δίνει ως απάντηση. (η μέθοδος αυτή συνδυάζεται με πράξη)

*4

⁹² Με τον όρο συνολικός αριθμός ημερών εννοείται ο χρόνος που χρειάζεται ο ένας εργάτης για να τρώσει 1456 μέτρα δρόμου

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

1.1.2.1 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει αποκομμένα τα μέτρα δρόμου ανά εργάτη ή ανά ημέρα και στη συνέχεια προσπαθώντας να συνδέει τα τρία ποσά μεταξύ τους κάνει μια ή περισσότερες λανθασμένες πράξεις χωρίς νόημα (ανεπιτυχής η σύνδεση των τριών ποσών)

1.1.2.1.1 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά ημέρα και έπειτα το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.1.2 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά εργάτη και έπειτα το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.1.3 Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά ημέρα και έπειτα χωριστά ανά εργάτη και πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τα δύο πηλίκα (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.2.2 Πράξεις

Βρίσκει το χρόνο που χρειάζεται ο ένας εργάτης για να στρώσει 1456 μέτρα δρόμου και στη συνέχεια ακολουθεί λάθος διαδικασία (λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.2.2.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών⁹³ πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και τον προσθέτει με τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.2.2.2 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και τον αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.1.2.2.3 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και τον πολλαπλασιάζει με τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.1.3 Κάνει πράξεις χωρίς ορθό νόημα

1.1.3.1 Απλή μέθοδος των τριών – Λάθος στην κατάστρωση με επακόλουθα

⁹³ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

λάθη

Λάθος κατάστρωση $\left(\frac{14}{8} \quad \frac{1456}{x} \right) \rightarrow$ Πολλαπλασιάζει τον αρχικό αριθμό των ημερών με

τα αρχικά μέτρα δρόμου και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των εργατών *2

1.1.3.2 Πράξεις - κάνει πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις χωρίς κανένα νόημα

1.1.3.2.1 Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου. Τέλος, αφαιρεί μεταξύ τους τα δύο αυτά γινόμενα (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *6

1.1.3.2.2 Βρίσκει το λόγο αρχικός αριθμός εργατών / αρχικός αριθμός ημερών και με αυτόν διαιρεί τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.1.3.2.3 Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον αρχικό αριθμό των ημερών.

1.1.3.2.4 Βρίσκει το λόγο αρχικός αριθμός εργατών/αρχικός αριθμός ημερών και τον πολλαπλασιάζει στη συνέχεια με τον αρχικό αριθμό των μέτρων δρόμου. *2,*3

1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2, αλλά δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.2 ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Άγνοια του αριθμού των εργατών

1.2.1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.1.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των

μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση.
(ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα 3×2 και δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα με τις τιμές των ποσών μέτρα δρόμου – αριθμός ημερών → τελικά διαιρεί τα μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά ημέρα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ)

1.2.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα (Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.1.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → κάνει τον πολ/μό και μετά πολ/ζει αντί να διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2

1.2.1.1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο με επακόλουθο λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και διαιρεί με το 1 (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *1

1.2.1.2 Αγνοια των μέτρων δρόμου

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πράξεις

1.2.1.2.1.1.1 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών⁹⁴ πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και τον δίνει ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *1

⁹⁴ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

1.2.1.2.1.1.2 Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των εργατών και των ημερών ξεχωριστά με τη μονάδα. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ)

1.2.1.2.2 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο λάθος σε δευτερογενές επίπεδο) – μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν ανάλογα, τουλάχιστον στην πρώτη πράξη

1.2.1.2.2.1 Απλή μέθοδος των τριών ή πίνακας αναλογιών

Ποσά: αριθμός ημερών – αριθμός εργατών. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.2.1.2.2.2. Πράξεις

1.2.1.2.2.2.1 Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των εργατών με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.1.2.2.2.2 Διαιρεί τον αρχικό αριθμό των ημερών με τον αρχικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.1.3 Άγνοια του χρόνου (του αριθμού των ημερών)

1.2.1.3.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.2.1.3.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.1.3.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και των μέτρων δρόμου. Ως τελική τιμή του αριθμού των εργατών θέτει το 21, από το β' ερώτημα και όχι τη μονάδα. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.1.3.1.2 Απλή μέθοδος των τριών

Ποσά: μέτρα δρόμου – αριθμός εργατών. Διαιρεί τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό

αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.1.3.1.3 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά εργάτη (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ)

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.3.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και των μέτρων δρόμου. Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα → πρώτα πολ/μος, μετά πάλι πολλαπλασιάζει με το συντελεστή του αγνώστου, αντί να διαιρεί (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3.2.2 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο των μέτρων δρόμου ανά εργάτη και έπειτα το πηλίκο αυτό το πολλαπλασιάζει με το 24 (ΧΡΗΣΗ ΑΣΧΕΤΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.1.3.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο με επακόλουθο λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

Μεταχειρίζεται τα ποσά σαν να ήταν αντιστρόφως ανάλογα, τουλάχιστον στην πρώτη πράξη

1.2.1.3.3.1 Σχηματισμός αναλογίας

Σχηματίζει αναλογία με τα ποσά: μέτρα δρόμου και αριθμός εργατών. Δημιουργεί ίσα γινόμενα. (ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *2

1.2.1.3.3.2 Απλή μέθοδος των τριών

Ποσά: μέτρα δρόμου – αριθμός εργατών. Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΗ

ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3.3.3 Πράξεις

Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.2 ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ

1.2.2.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των εργατών.

Παρουσιάζει μια σύγκυση των ποσών και τοποθετεί τις τιμές τους λανθασμένα στον

πίνακα. $\left(\frac{14}{1456} = \frac{21}{x} \right)$ Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα \rightarrow πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση

(Δηλώνει ως ποσό τον αριθμό των ημερών, αλλά δεν λαμβάνει υπόψη την αριθμητική του τιμή, ενώ δεν αναφέρει ως ποσό τα μέτρα δρόμου, αλλά χρησιμοποιεί την αριθμητική του τιμή)

1.2.2.2 Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αριθμό 24 (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΧΡΗΣΗ ΑΣΧΕΤΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ)

1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΓΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Η ΔΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 Αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου τον αρχικό αριθμό των εργατών

1.3.2 Προσθέτει τον αρχικό αριθμό των ημερών με τον αρχικό αριθμό των εργατών και το άθροισμα αυτό το προσθέτει στα αρχικά μέτρα δρόμου

1.3.3 Προσθέτει τα αρχικά μέτρα δρόμου με το αρχικό αριθμό των εργατών. Έπειτα, προσθέτει μεταξύ τους τον αρχικό αριθμό των ημερών με τον τελικό αριθμό των εργατών και τέλος προσθέτει μεταξύ τους τα δύο αυτά αθροίσματα

1.3.4 Αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου τον αρχικό αριθμό των ημερών

1.3.5 Προσθέτει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των εργατών και από το άθροισμα αυτό αφαιρεί τον αρχικό αριθμό των ημερών

Πρόβλημα 6.1β

0 Καμία απάντηση

3 Σωστές στρατηγικές επίλυσης

3.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου.

Ως αρχικές τιμές θέτει για μια ημέρα 13 μέτρα δρόμου (τιμή σύνθετης μονάδας)

$\left[\frac{13}{1} = \frac{5460}{x} \right] \rightarrow$ Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα κάνει τον πολλαπλασιασμό και

μετά διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου. Τέλος, το αποτέλεσμα της αναλογίας το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών.

3.2 Πράξεις

3.2.1 Πολλαπλασιάζει την τιμή της σύνθετης μονάδας με τον τελικό αριθμό των εργατών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου.

3.2.2 Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με την τιμή της σύνθετης μονάδας και το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών.

2 Ημιτελής διαδικασία επίλυσης

2.1 Ημιτελής λανθασμένη διαδικασία

2.2 Ημιτελής σωστή διαδικασία

1 Εσφαλμένες στρατηγικές επίλυσης

1.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΟΣΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΑ

1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου.

Ως αρχικές τιμές θέτει την τιμή της σύνθετης μονάδας στα μέτρα δρόμου και 1 ως αρχικός

αριθμός ημερών → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Βρίσκει έτσι πόσες ημέρες χρειάζεται ο ένας εργάτης για να στρώσει 5460 μέτρα δρόμου.

(ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.1.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με την τιμή της σύνθετης μονάδας. Έπρεπε να διαιρέσει ακόμα με τα τελικά μέτρα δρόμου. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *1

1.1.1.3 Πράξεις

1.1.1.3.1 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με την τιμή της σύνθετης μονάδας. Βρίσκει έτσι, τα μέτρα δρόμου που στρώνουν οι 21 εργάτες σε 1 ημέρα. (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.1.1.3.2 Διαιρεί ξεχωριστά τα τελικά μέτρα δρόμου πρώτα με την τιμή της σύνθετης μονάδας και έπειτα με τον τελικό αριθμό των εργατών. Το δεύτερο πηλίκο το δίνει ως απάντηση (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΠΟΣΑ) *4

1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁹⁵)

1.1.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει δύο πίνακες με ποσά τα μέτρα δρόμου και τον αριθμό των εργατών για τον α' πίνακα και τα μέτρα δρόμου και τον αριθμό των ημερών για τον β' πίνακα. Για τον α' πίνακα θέτει ως αρχικά μέτρα το πηλίκο αρχικά μέτρα/αρχικός αριθμός εργατών, ενώ για τον β' πίνακα θέτει επίσης την ίδια αρχική τιμή των μέτρων δρόμου. Έτσι, διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με την τιμή αυτή και το πηλίκο αυτό το διαιρεί ξανά με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΣΩΣΤΑ ΤΑ ΠΟΣΑ) *1, *3

⁹⁵ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.1.2.2 Πράξεις

1.1.2.2.1 Πολλαπλασιάζει το λόγο αρχικά μέτρα δρόμου/αρχικός αριθμός ημερών με το λόγο αρχικός αριθμός εργατών/τελικός αριθμός εργατών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.1.2.2.2 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών⁹⁶ πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και το γινόμενο αυτό το προσθέτει στον τελικό αριθμό των εργατών. Έπειτα, το άθροισμα αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ). *2, *6

1.1.2.2.3 Πολλαπλασιάζει τα τελικά μέτρα δρόμου με το λόγο αρχικά μέτρα ανά ημέρα και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2, *3

1.1.2.2.4 Βρίσκει το συνολικό αριθμό των ημερών⁹⁷ πολλαπλασιάζοντας τις αρχικές τιμές του αριθμού των ημερών και του αριθμού των εργατών και τον αφαιρεί από τα αρχικά μέτρα δρόμου. Το αποτέλεσμα αυτό το προσθέτει στα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ). *6,*1

1.1.2.2.5 Βρίσκει τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών⁹⁸ τον οποίο πολλαπλασιάζει με τα αρχικά μέτρα δρόμου και το γινόμενο αυτό στη συνέχεια το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθα λάθη και σε δευτερογενές επίπεδο)

1.1.3.1 Κάνει λάθος στην κατάσταση με επακόλουθα λάθη και στην τεχνική

⁹⁶ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

⁹⁷ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

⁹⁸ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

1.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

1.1.3.1.1.1 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Δεν τοποθετεί σωστά τις τιμές των ποσών στον πίνακα $\left(\frac{14}{8} \quad \frac{5460}{x}\right) \rightarrow$

Σχηματισμός αναλογίας. Διαιρεί σταυρωτά τα $5460:8$ και το πηλίκο αυτό το διαιρεί με το 8 ξανά. (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.1.3.1.1.2 Σχηματίζει πίνακα με ποσά τον αριθμό των εργατών και τον αριθμό των ημερών. Ως αρχική τιμή του αριθμού των ημερών θέτει τα αρχικά μέτρα δρόμου (1456) και ως τελική τιμή το $x \rightarrow$ Δημιουργεί ίσα γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ)

1.1.3.1.1.3 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου. Ως αρχική τιμή του αριθμού των ημερών βάζει το πηλίκο αρχικά μέτρα ανά εργάτη από το ερώτημα α'. \rightarrow Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Το αποτέλεσμα της αναλογίας, στη συνέχεια το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών.

1.1.3.1.2 Απλή μέθοδος των τριών

Σχηματίζει την εξής διαδικασία $\frac{8175}{21} \quad \frac{5460}{x}$. Το 8175 είναι το αποτέλεσμα της εξής

διαδικασίας: Λάθος κατάστρωση $\left(\frac{14}{8} \quad \frac{1456}{x}\right) \rightarrow$ Πολλαπλασιάζει τον αρχικό αριθμό των

ημερών με τα αρχικά μέτρα δρόμου και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των εργατών \rightarrow Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΣΥΓΧΥΣΗ ΤΩΝ ΠΟΣΩΝ, ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ)

1.1.3.2 Κάνει πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις χωρίς κανένα νόημα

1.1.3.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και του αριθμού των εργατών → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση. Τελικά, διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με το αποτέλεσμα της αναλογίας (ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΗΜΕΡΕΣ – ΕΡΓΑΤΕΣ ΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ, ΔΕΝ ΣΥΝΔΕΕΙ ΕΠΙΤΥΧΩΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΚΑΙ ΤΕΛΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *2

1.1.3.2.2 Πράξεις

Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τα τελικά μέτρα δρόμου. Έπειτα, το πηλίκο αυτό το διαιρεί με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2, *3

1.1.4 Δεν κάνει καθόλου πράξεις

Σχηματίζει έναν πίνακα 3x2, αλλά δεν κάνει καθόλου πράξεις

1.2. ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΔΥΟ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

1.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

1.2.1.1 Άγνοια του αριθμού των εργατών

1.2.1.1.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.1.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.1.2 Απλή μέθοδος των τριών

Ποσά: μέτρα δρόμου – αριθμός ημερών → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.1.3 Αναγωγή στη μονάδα

Βρίσκει το λόγο αρχικά μέτρα δρόμου/αρχικός αριθμός των ημερών και με αυτόν διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

1.2.1.1.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο⁹⁹)

1.2.1.1.2.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά αντί να διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου πολλαπλασιάζει με αυτόν (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ)

*2

1.2.1.1.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο λάθος και σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.1.3.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και των μέτρων δρόμου → Δημιουργεί ίσα γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΜΕΤΑΧΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑ ΠΟΣΑ ΩΣ ΑΝΑΛΟΓΑ) *2

1.2.1.1.3.2 Πράξεις

Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *3

1.2.1.2 Άγνοια των μέτρων δρόμου

1.2.1.2.1 Κάνει πράξεις που όλες έχουν ορθό νόημα

1.2.1.2.1.1 Πίνακας αναλογιών

⁹⁹ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και του αριθμού των εργατών. → Δημιουργεί ίσα γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.2.1.2.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.2.1 Πράξεις

Βρίσκει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών¹⁰⁰ πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.2.1.2.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο λάθος και σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.2.3.1 Πίνακας αναλογιών – μεταχειρίζεται τα ποσά αριθμός ημερών και αριθμός εργατών σαν να ήταν ανάλογα

1.2.1.2.3.1.1 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και του αριθμού των εργατών → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.2.1.2.3.1.2 Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των ημερών και του αριθμού των εργατών. → Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά αντί να διαιρεί με το συντελεστή του αγνώστου πολλαπλασιάζει με αυτόν (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

¹⁰⁰ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

1.2.1.3 Άγνοια του αριθμού των ημερών

1.2.1.3.1 ΚΑΝΕΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΟΛΕΣ ΕΧΟΥΝ ΟΡΘΟ ΝΟΗΜΑ

1.2.1.3.1.1 Πίνακας αναλογιών

Σχηματίζει πίνακα αναλογιών με ποσά τον αριθμό των εργατών και των μέτρων δρόμου
→ Δημιουργεί σταυρωτά γινόμενα. Πρώτα πολ/μος, μετά διαίρεση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.1.3.1.2 Αναγωγή στη μονάδα

Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με το λόγο αρχικά μέτρα ανά εργάτη (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ)

1.2.1.3.1.3 Πράξεις

1.2.1.3.1.3.1 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με το λόγο αρχικά μέτρα ανά εργάτη και με το γινόμενο αυτό διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου. Έπρεπε να πολλαπλασιάσει το αποτέλεσμα αυτό με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *1

1.2.1.3.1.3.2 Διαιρεί ξεχωριστά μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών (τελική/αρχική) και τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου (τελικά/αρχικά). Το δεύτερο πηλίκο το δίνει ως απάντηση (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *1

1.2.1.3.2 Κάνει πράξεις που κάποιες από αυτές έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε δευτερογενές επίπεδο¹⁰¹)

1.2.1.3.2.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.1.3.2.1.1 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με το λόγο αρχικά μέτρα ανά εργάτη και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *2, *1

¹⁰¹ Βλ. σημ. 15, σελ. 44

1.2.1.3.2.1.2 Πολλαπλασιάζει τα τελικά μέτρα δρόμου με τον λόγο αρχικά μέτρα ανά εργάτη (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3.2.2 Πράξεις

Βρίσκει το λόγο τελικός αριθμός των εργατών/αρχικός αριθμός εργατών και τον πολλαπλασιάζει με τα τελικά μέτρα δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

1.2.1.3.3 Όλες οι πράξεις που κάνει δεν έχουν ορθό νόημα

(Κάνει λάθος σε πρωτογενές επίπεδο, με επακόλουθο λάθος και σε δευτερογενές επίπεδο)

1.2.1.3.3.1 Πράξεις

1.2.1.3.3.1.1 Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί με τον τελικό αριθμό των μέτρων δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2, *3

1.2.1.3.3.1.2 Πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και έπειτα πολλαπλασιάζει τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου και το γινόμενο αυτό το δίνει ως απάντηση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *2, *1

1.2.1.3.3.1.3 Πολλαπλασιάζει τα αρχικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και από το γινόμενο αυτό αφαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ) *2, *6

1.2.2 ΑΓΝΟΙΑ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

1.2.2.1 ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.2.2.1.1 Αναγωγή στη μονάδα

1.2.2.1.1.1 Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *1

1.2.2.1.1.2 Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το ημερήσιο αυτό το διαιρεί έπειτα με τον αρχικό αριθμό των ημερών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *3, *1

1.2.2.1.1.3 Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το ημερήσιο αυτό το διαιρεί πάλι με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *3, *1

1.2.2.1.1.4 Διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το ημερήσιο αυτό το διαιρεί με τον αρχικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *3, *1

1.2.2.1.2 Πράξεις

1.2.2.1.2.1 Πολλαπλασιάζει τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *2, *1

1.2.2.1.2.2 Πολλαπλασιάζει τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί ξανά με τα τελικά μέτρα δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ) *2

1.2.2.1.2.3 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον αρχικό αριθμό των ημερών και με το γινόμενο αυτό διαιρεί τα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2, *3

1.2.2.1.2.4 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον αρχικό αριθμό των ημερών και το γινόμενο το αφαιρεί από τα τελικά μέτρα δρόμου. *2,*6

1.2.2.1.2.5 Πολλαπλασιάζει τα τελικά μέτρα δρόμου με τον τελικό αριθμό των εργατών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί ξανά με τα τελικά μέτρα δρόμου *2

1.2.3 ΑΓΝΟΕΙ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΤΙΜΕΣ Ή ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ)

1.2.3.1 ΑΓΝΟΕΙ ΔΥΟ ΜΕΓΕΘΗ

1.2.3.1.1 Βρίσκει το λόγο τελικά μέτρα δρόμου/αρχικά μέτρα δρόμου (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ)

1.2.3.1.2 Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει ξανά με τον τελικό αριθμό των εργατών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2

1.2.3.1.3 Πολλαπλασιάζει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και δίνει το γινόμενο αυτό ως απάντηση (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΗΜΕΡΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ) *2, *1

1.2.3.1.4 Αφαιρεί τα τελικά από τα αρχικά μέτρα δρόμου.

1.2.3.2 ΑΓΝΟΕΙ ΔΥΟ Η ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΟ ΤΑ ΠΟΣΑ (ΑΡΧΙΚΕΣ Η ΤΕΛΙΚΕΣ)

1.2.3.2.1.Βρίσκει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών¹⁰² πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και το γινόμενο αυτό το διαιρεί με τα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *3, *1

1.2.3.2.2 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών¹⁰³ πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και το γινόμενο αυτό το αφαιρεί από τα τελικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ

¹⁰² Βλ. σημ. 90, σελ. 313

¹⁰³ Βλ. σημ. 90, σελ. 313

ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΤΕΛΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *6

1.2.3.2.3 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με τον αρχικό αριθμό των ημερών και το γινόμενο αυτό το πολλαπλασιάζει με τα αρχικά μέτρα δρόμου (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ, ΑΓΝΟΙΑ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ) *2

1.2.3.2.4 Πολλαπλασιάζει τον τελικό αριθμό των εργατών με το λόγο αρχικά μέτρα ανά ημέρα (ΑΓΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΩΝ ΕΡΓΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΕΛΙΚΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΔΡΟΜΟΥ, ΠΡΑΞΗ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *2

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΤΕΡΟΤΕΝΗ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ Ή ΛΙΑΦΟΡΕΣ

1.3.1 Προσθέτει μεταξύ τους όλα τα αριθμητικά δεδομένα

1.3.2 Στο άθροισμα όλων των αρχικών τιμών των μεγεθών προσθέτει τον τελικό αριθμό των εργατών και στο νέο αυτό άθροισμα προσθέτει τα τελικά μέτρα δρόμου.

1.3.3 Στο άθροισμα όλων των αρχικών τιμών των μεγεθών και του τελικού αριθμού των εργατών προσθέτει τα τελικά μέτρα δρόμου.

1.3.4 Βρίσκει τον συνολικό αρχικό αριθμό των ημερών πολλαπλασιάζοντας τις αντίστοιχες τιμές του αριθμού των ημερών και των εργατών και το γινόμενο αυτό το προσθέτει στα αρχικά μέτρα δρόμου. Στο άθροισμα αυτό προσθέτει διαδοχικά τα τελικά μέτρα δρόμου, τον τελικό αριθμό των εργατών και τέλος τον αρχικό συνολικό αριθμό των ημερών (ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΝΟΗΜΑ) *6

1.3.5 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και στο άθροισμα αυτό προσθέτει τον αρχικό αριθμό των ημερών

1.3.6 Προσθέτει τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών, αφαιρεί μεταξύ τους τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου και έπειτα τα δύο παραπάνω αποτελέσματα τα προσθέτει μεταξύ τους και με τον αρχικό αριθμό των ημερών.

1.3.7 Αφαιρεί από τα τελικά μέτρα δρόμου τον τελικό αριθμό των εργατών.

1.3.8 Προσθέτει μεταξύ τους τις δύο τιμές του αριθμού των εργατών και τις δύο τιμές των μέτρων δρόμου και στο άθροισμα αυτό προσθέτει ξανά τα τελικά μέτρα δρόμου. Τέλος, αφαιρεί μεταξύ τους τα δύο παραπάνω αποτελέσματα.

ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ χ^2

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 1,2 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 175

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1.1A_MEO		Σύνολο
		1	2	
1.2_MEO	1	82	63	145
	2	4	14	18
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 176

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,571	1	
Fisher's Exact Test			0.011

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 2,1A (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 177

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1.1A_MEO		Σύνολο
		1	2	
2,1MEO	1	75	59	134
	2	11	18	29
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 178

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	3,113	1	
Fisher's Exact Test			0,101

Πρόβλημα 1.1Α * Πρόβλημα 2,2 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 179

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1Α_ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
2,2ΜΕΘ	1	82	71	153
	2	4	6	10
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 180

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	—		
Fisher's Exact Test			0,519

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 4,72.

Πρόβλημα 1.1Α * Πρόβλημα 3,1 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 181

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1Α_ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,1ΜΕΘ	1	66	36	102
	2	20	41	61
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 182

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	15,604	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 3,2α (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 183

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
3,2αMEO	1	71	49	120
	2	15	28	43
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 184

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,489	1	
Fisher's Exact Test			0,008

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 3,2β (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 185

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
3,2βMEO	1	75	56	131
	2	11	21	32
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 186

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,400	1	
Fisher's Exact Test			0,029

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 4,1 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 187

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
4,1 ΜΕΘ	1	73	61	134
	2	13	16	29
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 188

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,891	1	
Fisher's Exact Test			0,414

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 5,1 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 189

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
5,1 ΜΕΘ	1	68	49	117
	2	18	28	46
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 190

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	4,777	1	
Fisher's Exact Test			0,036

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 5,2 (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 191

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	51	51	102
	2	35	26	61
Σύνολο	86	77	163	

Τεστ χ^2 - Πίνακας 192

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,833	1	
Fisher's Exact Test			0,419

Πρόβλημα 1.1A * Πρόβλημα 6,1a (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 193

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1A_MEO		Σύνολο	
	1	2		
6,1a ΜΕΘ	1	65	52	117
	2	21	25	46
Σύνολο	86	77	163	

Τεστ χ^2 - Πίνακας 194

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	1,299	1	
Fisher's Exact Test			0,297

Πρόβλημα 1.1Α * Πρόβλημα 6,1β (Για την Α ομάδα) - Πίνακας 195

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1.1Α_ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	82	65	147
	2	4	12	16
Σύνολο		86	77	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 196

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,486	1	
Fisher's Exact Test			,032

Πρόβλημα 1.1Β * Πρόβλημα 1,2 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 197

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,1ΒΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
1,2 ΜΕΘ	1	93	54	147
	2	2	8	10
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 198

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	—		
Fisher's Exact Test			0,015

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,95.

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 2,1B (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 199

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,1BMEΘ		Σύνολο	
		1	2	
2,1B MEΘ	1	81	36	117
	2	14	26	40
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 200

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	14,617	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 2,2 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 201

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,1BMEΘ		Σύνολο	
		1	2	
2,2 MEΘ	1	91	58	149
	2	4	4	8
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 202

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	—		
Fisher's Exact Test			0,713

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,16.

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 3,1 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 203

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BMEΘ		Σύνολο
		1	2	
3,1MEΘ	1	60	23	83
	2	35	39	74
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 204

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	10,226	1	
Fisher's Exact Test			0,002

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 3,2α (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 205

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BMEΘ		Σύνολο
		1	2	
3,2αMEΘ	1	73	46	119
	2	22	16	38
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 206

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,143	1	
Fisher's Exact Test			0,708

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 3,2β (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 207

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2β ΜΕΘ	1	88	51	139
	2	7	11	18
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 208

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	3,977	1	
Fisher's Exact Test			0,071

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 4,1 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 209

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
4,1ΜΕΘ	1	77	48	125
	2	18	14	32
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 210

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,305	1	
Fisher's Exact Test			0,686

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 5,1 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 211

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
5,1 ΜΕΘ	1	71	36	107
	2	24	26	50
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 212

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	4,805	1	
Fisher's Exact Test			0,036

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 5,2 (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 213

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
5,2 ΜΕΘ	1	67	32	99
	2	28	30	58
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 214

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,761	1	
Fisher's Exact Test			0,019

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 6,1α (Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 215

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	72	34	106
	2	23	28	51
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 216

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,508	1	
Fisher's Exact Test			0,009

Πρόβλημα 1.1B * Πρόβλημα 6,1β(Για την Β' ομάδα) - Πίνακας 217

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		1,1BΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	85	51	136
	2	10	11	21
Σύνολο		95	62	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 218

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	1,686	1	
Fisher's Exact Test			0,233

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 2,2 - Πίνακας 219

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
2,2 ΜΕΘ	1	278	24	302
	2	14	4	18
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 220

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,061

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,16.

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 3,1 - Πίνακας 221

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,1 ΜΕΘ	1	175	10	185
	2	117	18	135
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 222

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	6,144	1	
Fisher's Exact Test			0,016

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 3,2^α- Πίνακας 223

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2α ΜΕΘ	1	226	13	239
	2	66	15	81
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 224

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	12,961	1	
Fisher's Exact Test			0,001

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 3,2β - Πίνακας 225

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2β ΜΕΘ	1	254	16	270
	2	38	12	50
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 226

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 4,38.

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 4,1 - Πίνακας 227

Κωδικοποίηση:		1,2ΜΕΘ		Σύνολο
Λάθος: 1				
Σωστό: 2				
		1	2	
4,1 ΜΕΘ	1	241	18	259
	2	51	10	61
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 228

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,515	1	
Fisher's Exact Test			0,040

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 229

Κωδικοποίηση:		1,2ΜΕΘ		Σύνολο
Λάθος: 1				
Σωστό: 2				
		1	2	
5,1 ΜΕΘ	1	212	12	224
	2	80	16	96
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 230

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	10,765	1	
Fisher's Exact Test			0,002

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 231

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	187	14	201
	2	105	14	119
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 232

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	2,157	1	
Fisher's Exact Test			0,155

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 6,1α - Πίνακας 233

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1α ΜΕΘ	1	208	13	221
	2	84	15	99
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 234

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,357	1	
Fisher's Exact Test			0,010

Πρόβλημα 1.2 * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 235

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	1,2ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	262	21	283
	2	30	7	37
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 236

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,030

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,24.

Πρόβλημα 2,1Α * Πρόβλημα 1,2 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 237

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
1,2 ΜΕΘ	1	121	24	145
	2	13	5	18
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 238

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,322

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,20.

Πρόβλημα 2,1Α * Πρόβλημα 2,2 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 239

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
2,2 ΜΕΘ	1	131	22	153
	2	3	7	10
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 240

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 1,78.

Πρόβλημα 2,1Α * Πρόβλημα 3,1 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 241

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,1 ΜΕΘ	1	97	5	102
	2	37	24	61
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 242

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	30,960	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 3,2α (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 243

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2α ΜΕΘ	1	112	8	120
	2	22	21	43
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 244

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	38,490	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1Α * Πρόβλημα 3,2β (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 245

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2β ΜΕΘ	1	121	10	131
	2	13	19	32
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 246

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	47,074	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 4,1 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 247

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
4,1 ΜΕΘ	1	114	20	134
	2	20	9	29
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 248

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	4,230	1	
Fisher's Exact Test			0,058

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 5,1 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 249

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,1 ΜΕΘ	1	105	12	117
	2	29	17	46
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 250

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	16,094	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 5,2 (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 251

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
5,2 ΜΕΘ	1	91	11	102
	2	43	18	61
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 252

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	9,150	1	
Fisher's Exact Test			0,005

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 6,1α (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 253

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	106	11	117
	2	28	18	46
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 254

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	19,952	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1A * Πρόβλημα 6,1β (Για την ομάδα Α') - Πίνακας 255

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΑΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	129	18	147
	2	5	11	16
Σύνολο		134	29	163

Τεστ χ^2 - Πίνακας 256

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,85.

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 1,2 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 257

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1ΒΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
1,2 ΜΕΘ	1	112	35	147
	2	5	5	10
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 258

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,125

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,55.

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 2,2 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 259

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
2,2 ΜΕΘ	1	116	33	149
	2	1	7	8
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 260

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,04.

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 3,1 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 261

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,1 ΜΕΘ	1	79	4	83
	2	38	36	74
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 262

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	39,582	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 3,2α (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 263

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2α MEΘ	1	96	23	119
	2	21	17	38
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 264

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	9,794	1	
Fisher's Exact Test			0,003

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 3,2β (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 265

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2β MEΘ	1	110	29	139
	2	7	11	18
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 266

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,001

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 4,59.

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 4,1 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 267

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο
	1	2	
4,1 MEΘ	1	97	125
	2	20	32
Σύνολο	117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 268

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	3,060	1	
Fisher's Exact Test			0,110

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,85.

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 5,1 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 269

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο
	1	2	
5,1 MEΘ	1	86	107
	2	31	50
Σύνολο	117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 270

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	6,059	1	
Fisher's Exact Test			0,018

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 5,2 (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 271

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
		1	2	
5,2 ΜΕΘ	1	80	19	99
	2	37	21	58
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 272

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,577	1	
Fisher's Exact Test			0,023

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 6,1α (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 273

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	89	17	106
	2	28	23	51
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 274

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	15,315	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 2,1B * Πρόβλημα 6,1β (Για την ομάδα Β') - Πίνακας 275

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,1BMEΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β MEΘ	1	106	30	136
	2	11	10	21
Σύνολο		117	40	157

Τεστ χ^2 - Πίνακας 276

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	6,260	1	
Fisher's Exact Test			0,028

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 3,1 - Πίνακας 277

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 MEΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,1 MEΘ	1	181	4	185
	2	121	14	135
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 278

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	9,905	1	
Fisher's Exact Test			0,002

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 3,2α - Πίνακας 279

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2α ΜΕΘ	1	234	5	239
	2	68	13	81
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 280

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 4,56.

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 3,2β - Πίνακας 281

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
3,2β ΜΕΘ	1	264	6	270
	2	38	12	50
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 281

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,81.

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 4,1 - Πίνακας 282

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
4,1 ΜΕΘ	1	249	10	259
	2	53	8	61
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 283

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,010

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 3,43.

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 284

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,1 ΜΕΘ	1	216	8	224
	2	86	10	96
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 285

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	5,932	1	
Fisher's Exact Test			0,030

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 286

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	195	6	201
	2	107	12	119
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 287

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,096	1	
Fisher's Exact Test			0,011

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 288

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	2,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1α ΜΕΘ	1	215	6	221
	2	87	12	99
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 289

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	11,396	1	
Fisher's Exact Test			0,002

Πρόβλημα 2,2 * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 290

Κωδικοποίηση:		2,2 ΜΕΘ		Σύνολο
Λάθος: 1				
Σωστό: 2				
		1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	273	10	283
	2	29	8	37
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 291

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2			
Fisher's Exact Test			0,000

Ένα κελί (25%) έχει αναμενόμενη συχνότητα μικρότερη του 5. Η ελάχιστη αναμενόμενη συχνότητα είναι 2,08.

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 3,2^α - Πίνακας 292

Κωδικοποίηση:		3,1 ΜΕΘ		Σύνολο
Λάθος: 1				
Σωστό: 2				
		1	2	
3,2α ΜΕΘ	1	159	80	239
	2	26	55	81
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 293

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης)
Pearson χ^2	29,401	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 3,2β - Πίνακας 294

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
3,2β ΜΕΘ	1	174	96	270
	2	11	39	50
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 295

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	31,162	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 4,1 - Πίνακας 296

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
4,1 ΜΕΘ	1	154	105	259
	2	31	30	61
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 297

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	1,511	1	
Fisher's Exact Test			0,250

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 298

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,1 ΜΕΘ	1	145	79	224
	2	40	56	96
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 299

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης)
Pearson χ^2	14,658	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 300

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	140	61	201
	2	45	74	119
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 301

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	31,063	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 302

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
3,2α ΜΕΘ	1	150	71	221
	2	35	64	99
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 303

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	29,646	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,1 * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 304

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	177	106	283
	2	8	29	37
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 305

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	22,468	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 3,2β - Πίνακας 306

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
3,2β ΜΕΘ	1	236	34	270
	2	3	47	50
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 307

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	147,887	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 4,1 - Πίνακας 308

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
4,1 ΜΕΘ	1	204	55	259
	2	35	26	61
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 309

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	11,946	1	
Fisher's Exact Test			0,001

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 310

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,1 ΜΕΘ	1	184	40	224
	2	55	41	96
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 311

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	21,952	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 312

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	171	30	201
	2	68	51	119
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 313

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	30,847	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 6,1α - Πίνακας 314

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	193	28	221
	2	46	53	99
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 315

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	60,397	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2α * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 316

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2α ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	231	52	283
	2	8	29	37
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 317

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	62,318	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2β * Πρόβλημα 4,1 - Πίνακας 318

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2β ΜΕΘ		Σύνολο
	1	2	
4,1 ΜΕΘ	1	230	259
	2	40	61
Σύνολο		270	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 319

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	20,208	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2β * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 320

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2β ΜΕΘ		Σύνολο
	1	2	
5,1 ΜΕΘ	1	204	224
	2	66	96
Σύνολο		270	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 321

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	25,397	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2β * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 322

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		3,2β ΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
5,2 ΜΕΘ	1	189	12	201
	2	81	38	119
Σύνολο		270	50	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 323

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	38,217	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2β * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 324

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2		3,2β ΜΕΘ		Σύνολο
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	210	11	221
	2	60	39	99
Σύνολο		270	50	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 325

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	61,430	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 3,2β * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 326

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	3,2β ΜΕΘ		Σύνολο
	1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	254	283
	2	16	37
Σύνολο		270	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 327

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	53,689	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 4,1 * Πρόβλημα 5,1 - Πίνακας 328

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	4,1 ΜΕΘ		Σύνολο
	1	2	
5,1 ΜΕΘ	1	195	224
	2	64	96
Σύνολο		259	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 329

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	18,103	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 4,1 * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 330

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	4,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
5,2 ΜΕΘ	1	172	29	201
	2	87	32	119
Σύνολο		259	61	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 331

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,525	1	
Fisher's Exact Test			0,008

Πρόβλημα 4,1 * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 332

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	4,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	186	35	221
	2	73	26	99
Σύνολο		259	61	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 333

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	4,817	1	
Fisher's Exact Test			0,032

Πρόβλημα 4,1 * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 334

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	4,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	235	48	283
	2	24	13	37
Σύνολο		259	61	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 335

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	7,005	1	
Fisher's Exact Test			0,013

Πρόβλημα 5,1 * Πρόβλημα 5,2 - Πίνακας 336

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	5,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
5,2 ΜΕΘ	1	163	38	201
	2	61	58	119
Σύνολο		224	96	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 337

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	31,681	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 5,1 * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 338

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	5,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
6,1α ΜΕΘ	1	177	44	221
	2	47	52	99
Σύνολο		224	96	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 339

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	34,635	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 5,1 * Πρόβλημα 6,1^β - Πίνακας 340

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	5,1 ΜΕΘ		Σύνολο	
		1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	213	70	283
	2	11	26	37
Σύνολο		224	96	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 341

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	32,308	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 5,2 * Πρόβλημα 6,1^α - Πίνακας 342

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	5,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1α ΜΕΘ	1	175	46	221
	2	26	73	99
Σύνολο		201	119	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 343

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	81,983	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 5,2 * Πρόβλημα 6,1^β - Πίνακας 344

Κωδικοποίηση: Λάθος: 1 Σωστό: 2	5,2 ΜΕΘ		Σύνολο	
	1	2		
6,1β ΜΕΘ	1	196	87	283
	2	5	32	37
Σύνολο		201	119	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 345

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	43,531	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 6,1α * Πρόβλημα 6,1β - Πίνακας 346

Κωδικοποίηση:		6,1α ΜΕΘ		Σύνολο
Λάθος: 1				
Σωστό: 2				
		1	2	
6,1β ΜΕΘ	1	221	62	283
	2	0	37	37
Σύνολο		221	99	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 347

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	93,395	1	
Fisher's Exact Test			0,000

Πρόβλημα 1.1Α * Πρόβλημα 1.1Β (Ομάδα Α * Ομάδα Β) - Πίνακας 348

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2				
		1	2	
Ομάδα	1	77	86	163
	2	62	95	157
Σύνολο		139	181	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 349

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας
Pearson χ^2	1,9544	1

Πρόβλημα 2.1A * Πρόβλημα 2.1B (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 350

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	29	134	163
	2	41	116	157
Σύνολο		70	250	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 351

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας
Pearson χ^2	1,9544	1

Πρόβλημα 2.1A * Πρόβλημα 2.1B (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 352

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	29	134	163
	2	41	116	157
Σύνολο		70	250	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 353

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας
Pearson χ^2	3,2418	1

Πρόβλημα 1,2Α * Πρόβλημα 1,2Β (Ομάδα Α * Ομάδα Β) - Πίνακας 354

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	145	18	163
	2	147	10	157
Σύνολο		292	28	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 355

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	2,188	1	
Fisher's Exact Test			0,167

Πρόβλημα 2,2Α * Πρόβλημα 2,2Β (Ομάδα Α * Ομάδα Β) - Πίνακας 356

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	153	10	163
	2	149	8	157
Σύνολο		302	18	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 357

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,163	1	
Fisher's Exact Test			0,810

Πρόβλημα 3,1A * Πρόβλημα 3,1B (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 358

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	102	61	163
	2	83	74	157
Σύνολο		185	135	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 359

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	3,092	1	
Fisher's Exact Test			0,090

Πρόβλημα 3,2αΑ * Πρόβλημα 3,2αΒ (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 360

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	120	43	163
	2	119	38	157
Σύνολο		239	81	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 361

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,200	1	
Fisher's Exact Test			0,700

Πρόβλημα 3,2βΑ * Πρόβλημα 3,2β (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 362

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	131	32	163
	2	139	18	157
Σύνολο		270	50	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 363

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	4,046	1	
Fisher's Exact Test			0,047

Πρόβλημα 4,1Α * Πρόβλημα 4,1Β (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 364

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	134	29	163
	2	125	32	157
Σύνολο		259	61	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 365

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,348	1	
Fisher's Exact Test			0,572

Πρόβλημα 5,1A * Πρόβλημα 5,1B (Ομάδα Α * Ομάδα Β) - Πίνακας 366

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2	Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο	
	1	2		
Ομάδα	1	117	46	163
	2	107	50	157
Σύνολο		224	96	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 367

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,501	1	
Fisher's Exact Test			0,542

Πρόβλημα 5,2A * Πρόβλημα 5,2B (Ομάδα Α * Ομάδα Β) - Πίνακας 368

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2	Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο	
	1	2		
Ομάδα	1	102	61	163
	2	99	58	157
Σύνολο		201	119	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 369

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,008	1	
Fisher's Exact Test			1,000

Πρόβλημα 6,1αΑ * Πρόβλημα 6,1αΒ (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 370

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	117	46	163
	2	104	53	157
Σύνολο		221	99	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 371

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	1,148	1	
Fisher's Exact Test			0,333

Πρόβλημα 6,1βΑ * Πρόβλημα 6,1βΒ (Ομάδα Α* Ομάδα Β) - Πίνακας 372

Κωδικοποίηση: Αποτυχία: 1, Επιτυχία: 2 Ομάδα Α: 1, Ομάδα Β: 2		Επιτυχία - Αποτυχία		Σύνολο
		1	2	
Ομάδα	1	147	16	163
	2	136	21	157
Σύνολο		283	37	320

Τεστ χ^2 - Πίνακας 373

	Τιμή	Βαθμοί ελευθερίας	Πιθανότητα διπλής κατεύθυνσης
Pearson χ^2	0,991	1	
Fisher's Exact Test			0,383

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D. : 1998, “The predominance of the linear model in secondary school students’ solutions of word problems involving length and area of similar plane figures” in Educational Studies in Mathematics, 35, 65-83
- C.R.D.P./Grenoble, apprentissage’ a la resolution des problemes I.N.P, 1987.
- Chaim, D., Fey, J., Fitzgerald, W., Benedetto, C., and Miller, J.: 1998, “Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences”, in Educational Studies in Mathematics, 36, 247-273.
- Confrey, J.: 1995, “Student voice in examinining “Splitting” as an approach to ratio, proportions and fractions” Proceedings of the 19th PME Conference in Recife, Brazil.
- Cramer, K & Post, T: 1993, “Proportional reasoning”, The Mathematics Teacher, 86
- Cramer, K., Post, T & Currier, S.: 1993, « Learning and teaching ratio and proportions: Research implications”, in D.T. Owens (Eds), Research Ideas for the Classroom, Middle Grades Mathematics, New York: MacMillan Publishing Company
- Dirk de Bock, Dooren, W., Janssens, D, Verschaffel., L.: 2002, “Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students’ errors”, in Educational Studies in Mathematics, 50, 311-334.
- Dirk de Bock, Dooren, W., Janssens, D, Verschaffel., L.: 2002, “Improper use of linear reasoning: an in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students’ errors”, in Educational Studies in Mathematics, 50, 311-334.

- Dupuis, C., Pluvinaige. F. : 1981, « La proportionnalité et son utilisation », RDM, 2, 2, 165-212
- Freudenthal, H.:1983, “Didactical Phenomenology of mathematical structures” D. Reidel, chs. 5 ,6
- Greer, B., “Multiplication and division as models of situations”, in D.A. Grouws (ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan, New York, 276-295.
- Hart, K.:1988, “Ratio and Proportion”, in M. Behr & J. Hiebert (Eds.), Number Concepts and Operations in the Middle Grades, 198-219, Reston, VA, NCTM
- Hart, K., M.: 1981, “Children’s Understanding of Mathematics”: 11-16. London: John Murray Ltd.
- Kaput, J., & West, M.:1994, “Missing value proportional reasoning: Factors affecting informal reasoning patterns”, in G. Harel, & J. Confrey (Eds), Multiplicative reasoning, 237-292, Albany: State University of New York
- Karplus, R., Pulos, S., Stage, E.: 1983, “Early adolescents’ proportional reasoning on ‘rate’ problems”, in Educational Studies in Mathematics, 14, 3, 219-233.
- Lamon, S.:1994, “Ratio and Proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming”, in G. Harel, & J. Confrey (Eds), Multiplicative reasoning, 89-122, Albany: State University of New York.
- Lesh R., Behr M., Post T.:1987, “Rational Number Relations and Proportions” in Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates Publishers Hillsdale, New Jersey, London, 41-57
- Lesh, R., Post T.R., Behr, M.: 1988, “Proportional reasoning” in J. Hiebert and M. Behr (Eds.), Number Concepts and Operations in the Middle Grades, 93-118, Reston, VA:NCTM

- Lo, J., Watanabe, T.: 1997, “Developing ratio and proportion schemes: a story of a fifth grader”, in *Educational Studies in Mathematics*, 28, 2, 216-236.
- Noeiting, G.: 1980, “The development of proportional reasoning and the ratio concept, part I – differentiation of stages”, in *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-253.
- Noeiting, G.: 1980, “The development of proportional reasoning and the ratio concept, part II – Problem – Structure at successive stages; Problem – Solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring”, in *Educational Studies in Mathematics*, 11, 331-363.
- Phillips, F.: 1972, “Teaching mathematics in the elementary school”, Addison – Wesley publishing company, 12.
- Post T., Behr M., Lesh R., 1988, “Proportionality and the Development of Prealgebra Understandings” in *The Ideas of Algebra K-12*, National Council of teachers of mathematics, United States of America, 78-90
- Resnick, L.B., & Singer J.A.: 1993, “Protoquantitative origins of ratio reasoning ,, in P. Carpenter & T.A. Romberg (Eds), *Rational Numbers : An Integration of Research*, Lawrence Erlbaum Hillsdale, NJ, 107-130
- Rouche, N.: 1989, « Prouver: Amener a l' évidence contrôler des implications? » Actes du 7eme Colloque inter-IREM Epistémologie et Historie des Mathématiques , Besançon, France, pp. 8-38
- Singer J., Resnick L.,:1992, “Representations of proportional relationships: Are children part – part or part – whole reasoners?” in *Educational Studies in Mathematics*, 23, 231-246
- Singh P.:2001, “Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students” in *Educational Studies in Mathematics*, 43, 271-292

- Steffe, L.: 1994, “Children’ s multiplying scheme”, in M. Behr and J. Hiebert (Eds.), Number concepts and Operations in the Middle Grades, NCTM, Reston, VA, p.294
- Streefland., L.: 1984, “Search for the roots of ratio: some thoughts on the long term learning process (towards....a theory), in Educational Studies in Mathematics, 15, 4, 327-347.
- Tourniaire, F., Pulos, S. :1985, “Proportional reasoning: a review of the literature”, in Educational Studies in Mathematics, 16, 2, 181-203.
- Tourniare, F.: 1986, “Proportions in elementary school”, Educational Studies in Mathematics, 17, 401-412
- Vergnaud, G., Rouchier, A., Ricco, G. et al. : 1997, « Aquisition des structures multiplicatives », IREM d ; Orleans, RO, 2
- Vergnaud, G.: 1982, « Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématique », in For the learning of mathematics, 3, 2, 31-41
- Vergnaud, G.: 1988, «Multiplicative Structures ». In Heibert & M. Behr (Eds.). Number concepts and operations in the middle grades, 141-161, Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates & NCTM

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βάμβουκας, Μ.:1998, «Εισαγωγή στην ψυχοπαιδαγωγική έρευνα και μεθοδολογία», εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα
- Δαφέρμος, Β.: 1998, «Οι απόψεις των μαθητών της Ε' και ΣΤ' Δημοτικού για τα κλάσματα», Πρακτικά 1^{ης} Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών, Ρέθυμνο.

- Δαφέρμος, Β.: 2000, «Η δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας του κλάσματος και το σύνδρομο της αποφυγής», Πρακτικά 2^{ης} Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών, Ρέθυμνο.
- Καλδρυμίδου, Μ., Οικονόμου, Α., Οικονόμου, Π., Σακονίδης, Χ., Τζεκάκη, Μ.: 2000, «Αξιολόγηση των Μαθηματικών γνώσεων μαθητών ΣΤ' δημοτικού και Γ' γυμνασίου», Πρακτικά 2^{ης} Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών, Ρέθυμνο.
- Κολέζα, Ε.:2000, «Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών», εκδ. Leader Books, Αθήνα
- Πόταρη, Δ.: 1989, «Δυσκολίες μάθησης των Μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο», Ευκλείδης Γ', τόμος 6, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, Αθήνα.
- Τρούλης, Γ.:1992, «Τα μαθηματικά στο Δημοτικό σχολείο», εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα.
- ΥΠΕΠΘ. «Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού», βιβλίο για το δάσκαλο, ΟΕΔΒ, Αθήνα, 1996.
- Χρίστου Κ., Φιλίππου Γ.,: 1999 «Άτυπα Μοντέλα Προβλημάτων Αναλογίας», στα πρακτικά 16^{ου} Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, Λάρισα, 138-151