



Πανεπιστήμιο Κρήτης
Διατμηματικό Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών
«Οπτική & Όραση»

«Υπολογισμός του διαθλαστικού σφάλματος με
χρήση αναλυτών μετώπου κύματος»

Κιλιντάρη Μαρίνα

Επιβλέπων : κος. Γκίνης Χαρίλαος

Ηράκλειο, Φεβρουάριος 2006



Πανεπιστήμιο Κρήτης
Διατμηματικό Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών
«Οπτική & Όραση»

**«Υπολογισμός του διαθλαστικού σφάλματος με
χρήση αναλυτών μετώπου κύματος»**

Κιλιντάρη Μαρίνα

Η παρούσα εργασία υπεβλήθη ως μέρος των υποχρεώσεων για την απονομή του μεταπτυχιακού διπλώματος ειδίκευσης του Διατμηματικού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Οπτική και Όραση» και παρουσιάστηκε στην Τριμελή Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

1. Γκίνη Χαρίλαο
2. Πλαΐνη Σωτήρη
3. Παλλήκαρη Ιωάννη

Ηράκλειο, Φεβρουάριος 2006

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η γνώση των οφθαλμικών εκτροπών είναι σημαντική αν θέλουμε να απαντήσουμε σε θεμελιώδη ερωτήματα της επιστήμης της όρασης και σε εφαρμοσμένα ερωτήματα στην κλινική άσκηση της οπτομετρίας και της οφθαλμολογίας. Με την παρούσα εργασία γίνεται προσπάθεια να προσδιοριστεί η κατάλληλη αντικειμενική μέθοδος προσδιορισμού της υποκειμενικής διάθλασης μέσω της μέτρησης των οφθαλμικών εκτροπών και να διευκολυνθεί η διερεύνηση κάποιων από τα ερωτήματα που απασχολούν τους ερευνητές της όρασης.

Η εκτροπή μετώπου κύματος είναι μία συνάρτηση που χαρακτηρίζει τις απεικονιστικές ιδιότητες κάθε οπτικού συστήματος (Born & Wolf, 1985). Ορίζεται ως η απόκλιση ενός μετώπου κύματος με εκτροπές από το ιδανικό σφαιρικό μέτωπο κύματος. Οι μονοχρωματικές εκτροπές μετρήθηκαν με ένα εκτροπόμετρο Hartmann-Shack σε ένα πληθυσμό 81 οφθαλμών. Ορίστηκαν δύο ομάδες μετρικών, ικανών να προβλέπουν τη συμβατική σφαιροκυλινδρική διόρθωση. Όλες οι μετρικές ήταν μαθηματικές συναρτήσεις που είχαν ως είσοδο τα πολυώνυμα Zernike και ως έξοδο μία μόνο τιμή. Οι δύο ομάδες διέφεραν μεταξύ τους μόνο στο ότι η δεύτερη συμπεριλάμβανε στους υπολογισμούς την Stiles-Crawford apodization συνάρτηση.

Η ακρίβεια πρόβλεψης του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος από τις μετρικές ήταν $-0.28D$ έως $-0.4D$. Το αντικειμενικά υπολογισμένο σφαιρικό διαθλαστικό σφάλμα εμφάνισε εξαιρετική συσχέτιση με το υποκειμενικό σφαίρωμα. Η μετρική (mVSMTF) που συμπεριλάμβανε στον υπολογισμό της τη συνάρτηση του Contrast Sensitivity Function ήταν μία από τις πιο ακριβείς και επέδειξε τη βέλτιστη συμπεριφορά. Ορίσαμε μία νέα μετρική, την weightedMTF, η οποία δίνει βαρύτητα σε υψηλότερες χωρικές συχνότητες, αποδείχθηκε πολύ καλή όσο αφορά την πρόβλεψη του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος. Η εισαγωγή του Stiles-Crawford βελτίωσε τις προβλέψεις για όλες τις μετρικές. Όλες οι μετρικές εξετάστηκαν για μονοχρωματικές και πολυχρωματικές συνθήκες.

Τα αποτελέσματα της μελέτης είναι ικανοποιητικά, ωστόσο είναι αναγκαίο κάποιος να αναγνωρίσει ότι η οπτική αντίληψη δεν είναι μία μηχανική καταγραφή στοιχείων αλλά μάλλον μια σύλληψη σύνθετων οπτικών σχέσεων και είναι ουτοπικό να θεωρηθεί ότι μία μόνο μετρική μπορεί να αιχμαλωτίσει την ποιότητα ενός τέλειου ειδώλου.

ABSTRACT

Visual performance is defined by how well a visual task of interest can be performed by a given individual. Therefore, the purpose of a conventional, ophthalmic refraction of the eye is to determine that combination of spherical and cylindrical lenses which optimizes visual acuity.

This study is concerned with the problem of objectively determining the best correction of an eye from measurements of wavefront aberrations. The wavefront aberration is a function that characterizes the image-forming properties of any optical system (Born & Wolf, 1985). It is defined as the optical deviation of the wavefront along a certain ray from the perfect spherical wavefront. A Hartmann-Shack wavefront sensor was used to measure the monochromatic wave aberrations of the subjects. We determined the accuracy of two groups of objective methods for predicting the results of conventional, sphero-cylindrical refraction from wavefront aberrations in a population of 81 eyes. All metrics used in this study are mathematical functions that have as input the normalized Zernike expansion coefficients and as output a single value. The second group of metrics, as opposed to the first on, included the Stiles-Crawford apodization filter in the calculations. We investigate whether the predictions from these methods were improved.

Accuracy for predicting defocus varied from -0.28D to -0.4D across methods. Objective determined defocus was significantly correlated with the subjective sphere. The metric mVSMTF, which included the Contrast Sensitivity Function in its calculations, was one of the most precise methods and exhibited the optimal performance. It is important to mention that we introduced a new metric, called weightedMTF, which proved good predictor of optical quality. This metric was inspired by mVSMTF but it differs significantly as it includes the impact of higher spatial frequencies. Inclusion of Stiles-Crawford improved the predictions from all metrics. All metrics discussed were calculated both for monochromatic and polychromatic light.

The link between visual performance and optical quality of the eye enjoys a renewed interest. However, visual perception is highly subjective and involves many aspects of image quality. Therefore, it may be unrealistic to suppose that one single metric will capture all aspects of image quality. Instead, multivariate metrics may be needed to adequately predict the visual effects caused by optical defects of the eye and to prescribe the ideal correction.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	3
1.1 ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΟΦΘΑΛΜΟΥ	3
1.2 ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ	6
1.3 ΟΦΘΑΛΜΙΚΑ ΜΕΣΑ.....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	13
2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ	13
2.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ	16
2.3 ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΕΚΤΡΟΠΕΣ	23
2.4 ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ	55
2.5 ΧΡΩΜΑΤΙΚΗ ΕΚΤΡΟΠΗ	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	78
3.1 ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΑΜΦΙΒΛΗΣΤΡΟΕΙΔΙΚΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ	78
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	96
4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ	96
4.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	107
<i>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</i>	195

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε όλες σχεδόν τις μελέτες που αφορούν την εκτίμηση της ποιότητας του αμφιβληστροειδικού ειδώλου στον άνθρωπο, ένα εξωτερικό ερέθισμα μεταδίδεται προς τον αμφιβληστροειδή μέσω των οπτικών στοιχείων του οφθαλμού. Γενικά, το τελικό είδωλο στο επίπεδο των υποδοχέων δεν είναι μια απλή γεωμετρική αντιστοιχία του εξωτερικού ερεθίσματος αλλά διαφοροποιείται σε παράγοντες όπως το φασματικό περιεχόμενο, την πόλωση, τη χωρική μορφή του κ.ά. που εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά διάδοσης και απεικόνισης των οφθαλμικών μέσων. Επομένως η σωστή κατανόηση των αποτελεσμάτων που συμβαίνουν στο αμφιβληστροειδικό επίπεδο εξαρτάται από τη σωστή εκτίμηση των αλλαγών που εισάγονται στο ερέθισμα από τα τμήματα πριν τον αμφιβληστροειδή.

Ακόμα και αν τα στοιχεία του οπτικού συστήματος του οφθαλμού που χρησιμοποιούνταν για την εστίαση ήταν τέλεια, η ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου θα υποβαθμιζόταν πάλι λόγω της περίθλασης του φωτός καθώς αυτό περνάει από την κόρη. Ένας επιπλέον δυνητικός περιοριστικός παράγοντας για την όραση είναι η σκέδαση του φωτός καθώς αυτό διαδίδεται μέσω των οφθαλμικών μέσων και του αμφιβληστροειδούς, πριν απορροφηθεί από τα μόρια των φωτοχρωστικών που βρίσκονται μέσα στους φωτούποδοχείς. Γι'αυτό η μελέτη της αντίληψης λογικά πρέπει να έχει αφετηρία τις απεικονιστικές ιδιότητες του οφθαλμού, με σκοπό να αποκαλυφθούν εκείνοι οι οπτικοί παράγοντες που περιορίζουν την ποιότητα της όρασης.

Το δεύτερο βήμα στην οπτική διαδικασία είναι η δειγματοληψία του οπτικού ειδώλου από τον αμφιβληστροειδή. Τα φωτοευαίσθητα ραβδία και κωνία είναι οι "διατάξεις" που μετατρέπουν το οπτικό είδωλο σε μια διακριτή, νευρωνική αναπαράσταση, το αμφιβληστροειδικό είδωλο. Αυτό το "νευρωνικό είδωλο" δειγματοληπτείται στη συνέχεια από μια σειρά ενδιάμεσων νευρώνων (που καλούνται δίπολα κύτταρα) και αυτό το ενδιάμεσο νευρωνικό είδωλο δειγματοληπτείται πάλι από τα κύτταρα εξόδου του αμφιβληστροειδούς (τα γαγγλιακά κύτταρα) για να μεταδοθεί μέσω του οπτικού νεύρου στον εγκέφαλο. Αυτές οι πολλαπλές διαδικασίες δειγματοληψίας είναι θεμελιώδους σημασίας για την όραση επειδή περιορίζουν την πιστότητα της νευρωνικής αναπαράστασης του εξωτερικού κόσμου. Ακριβώς όπως ένα ακατάλληλο στρώμα φωτοευαίσθητων κρυστάλλων σε ένα φωτογραφικό φιλμ παράγει μια αδρή

εικόνα, με τον ίδιο τρόπο μια ακατάλληλη συστοιχία φωτοανιχνευτικών νευρωνικών στοιχείων αναπαριστά με αδρό τρόπο το οπτικό είδωλο. Συνεπώς είναι αδύνατο από φυσική άποψη, ένα αραιό νευρωνικό δίκτυο όπως αυτό που υπάρχει στα περιφερειακά τμήματα του αμφιβληστροειδούς να αναπαριστά πιστά, εκλεπτυσμένα οπτικά σχέδια. Αυτό δε σημαίνει φυσικά ότι λεπτομερή σχέδια αποτυγχάνουν να παράγουν ένα χρήσιμο νευρωνικό είδωλο. Αντίθετα, είναι δυνατό για τα σχέδια αυτά να δημιουργήσουν οπτικά σήματα που αποδίδουν βιώσιμες αντιλήψεις αλλά αυτές οι αντιλήψεις αναπαριστούν το ερέθισμα με αδρό τρόπο.

Οι ατέλειες τόσο της οπτικής συσκευής όσο και του οφθαλμού σαν σύνολο έχουν λοιπόν τη δυναμική να επηρεάσουν κάθε πλευρά της οπτικής αντίληψης.

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη οπτικών (οφθαλμικές εκτροπές) και νευρωνικών παραγόντων που υποβαθμίζουν την ποιότητα του ειδώλου και κυρίως η εύρεση και η μελέτη αντικειμενικών μεθόδων που είναι κατάλληλες να ποσοτικοποιήσουν την ποιότητα του ειδώλου.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας γίνεται ανασκόπηση της σύγχρονης γνώσης πάνω στο σχηματισμό και τη δειγματοληψία του αμφιβληστροειδικού ειδώλου στον ανθρώπινο οφθαλμό και των οπτικών περιορισμών που θέτονται από τα αρχικά στάδια στην οπτική διαδικασία. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μελέτη των ερωτημάτων που θέτει η εργασία αυτή.

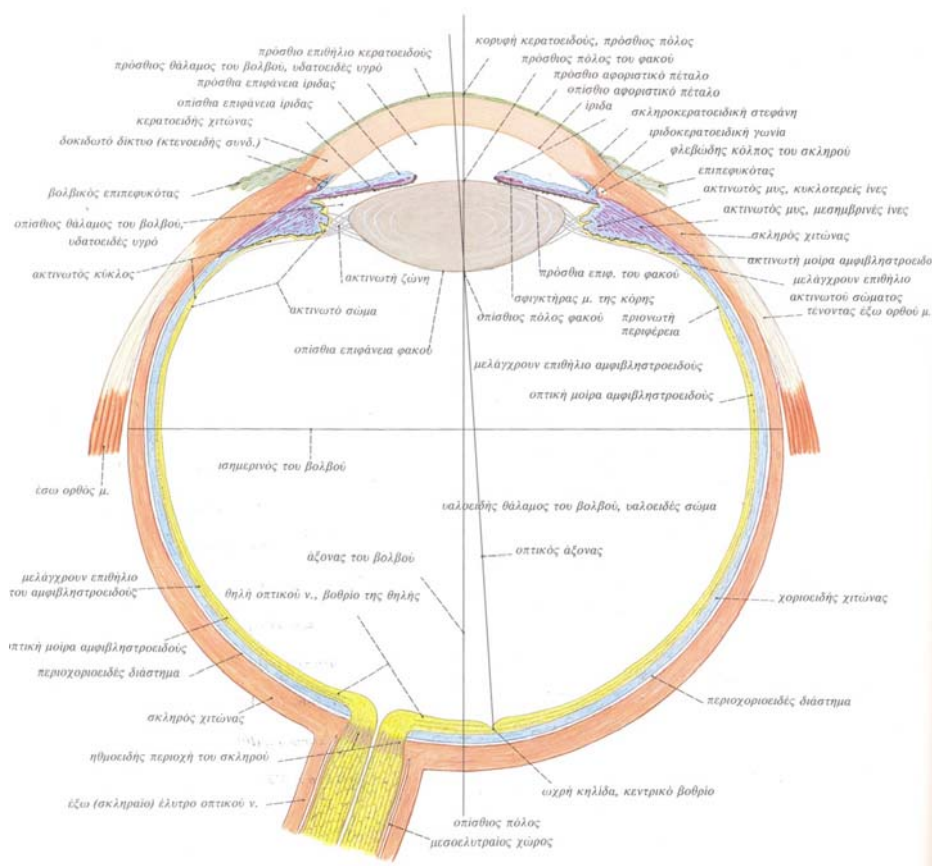
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΟΦΘΑΛΜΟΥ

Στον οφθαλμό ανήκουν ο οφθαλμικός βολβός με το οπτικό νεύρο και – ως βοηθητικοί σχηματισμοί του οφθαλμού – οι εξωτερικοί οφθαλμικοί μύες, η δακρυϊκή συσκευή και τα βλέφαρα με τον επιπεφυκότα. Ο βολβός του οφθαλμού και το λιπώδες σώμα του κόγχου καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος του οφθαλμικού κόγχου.

Το τοίχωμα του βολβού αποτελείται από τρεις χιτώνες, οι οποίοι από έξω προς τα έσω είναι:

- ο ινώδης χιτώνας, διακρινόμενος στον κερατοειδή στο πρόσθιο ημιμόριο και τον σκληρό χιτώνα.
- ο αγγειώδης χιτώνας (κύριος φορέας των αγγείων του βολβού), διακρινόμενος από πίσω προς τα εμπρός στο χοριοειδή, το ακτινωτό σώμα και την ίριδα.
- ο εσωτερικός αμφιβληστροειδής χιτώνας, η οπτική μοίρα του οποίου φέρει τα φωτοευαίσθητα οπτικά κύτταρα (κωνία, ραβδία).



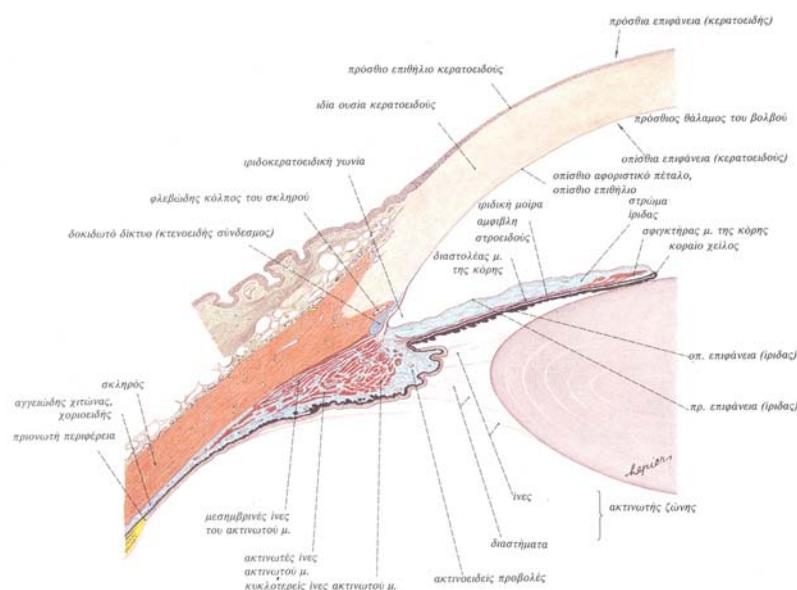
εικ.1.1 Οριζόντια τομή του δεξιού οφθαλμικού βολβού στο ύψος της εξόδου του οπτικού νεύρου, της οπτικής θηλής με το βοθρίο της θηλής.

Ο οφθαλμικός βολβός περιλαμβάνει τρεις κοιλότητες:

- τον πρόσθιο θάλαμο που περιέχει το υδατοειδές υγρό και αφορίζεται από τον κερατοειδή μπροστά.
- τον οπίσθιο θάλαμο που περιέχει το υδατοειδές υγρό και σχηματίζει δακτύλιο στην περιφέρεια της πρόσθιας επιφάνειας του φακού.
- την κυρίως κοιλότητα του βολβού που περιέχει το υαλώδες σώμα.

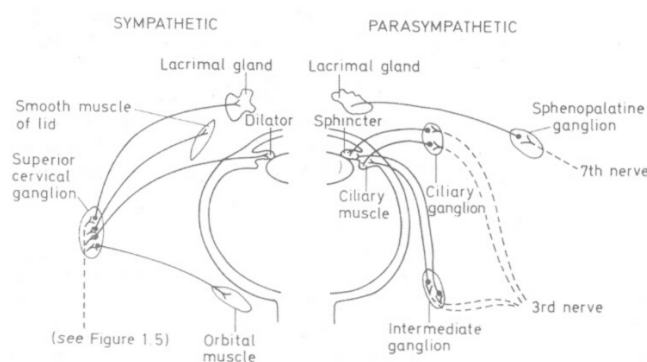
Το πρόσθιο μέρος του οφθαλμικού βολβού καταλαμβάνει ο διαφανής κερατοειδής χιτώνας. Ο κρυσταλλοειδής φακός βρίσκεται πίσω από την ίριδα που φέρει ένα κεντρικό άνοιγμα, την κόρη. Ο πρόσθιος και ο οπίσθιος θάλαμος περιέχουν το διαυγές υδατοειδές υγρό. Το υαλώδες σώμα είναι μια πηκτοειδής ουσία που αποτελείται κυρίως από νερό. Από το οπίσθιο τοίχωμα του οφθαλμικού βολβού, περίπου 3mm προς τα έσω και λίγο πάνω από τον οπίσθιο πόλο του, αναδύεται το οπτικό νεύρο.

Λειτουργικά ο οφθαλμικός βολβός αποτελείται από δύο μέρη: το πρόσθιο που αποτελεί τη διαθλαστική συσκευή του οφθαλμικού βολβού (κερατοειδής, υδατοειδές υγρό, κρυσταλλοειδής φακός, υαλώδες σώμα) και το οπίσθιο μέρος που περιέχει το ιδίως φωτοευαίσθητο τμήμα, δηλαδή τον αμφιβληστροειδή. Ο οφθαλμός συχνά παρομοιάζεται με φωτογραφική μηχανή, η οποία μπροστά έχει το σύστημα φακών με το διάφραγμα (στην περίπτωση του οφθαλμού η ίριδα) και πίσω έχει το φωτοευαίσθητο φωτογραφικό φιλμ (αμφιβληστροειδή) είναι κατανοητό όμως ότι μια τέτοια παρομοίωση είναι απλοϊκή.



εικ.1.2 Οριζόντια τομή του πρόσθιου τμήματος του οφθαλμικού βολβού.

Η ίριδα σχηματίζει διάφραγμα μπροστά από τον κρυσταλλοειδή φακό. Περιφερικά προσφύεται στο ακτινωτό σώμα ενώ το κεντρικό ελεύθερο χείλος της αφορίζει την κόρη. Η ίριδα αποτελείται από δυο στιβάδες: το στρώμα και την ιριδική μοίρα του αμφιβληστροειδούς. Το στρώμα της ίριδας αποτελείται από συνδετικό ιστό ενώ η ιριδική μοίρα του αμφιβληστροειδούς από δύο επιθηλιακές στιβάδες που περιέχουν χρωστικοφόρα κύτταρα. Μικρές αρτηρίες, μέσα στο υπόστρωμα της ίριδας, την σταθεροποιούν. Στη βάση της σχηματίζεται ο μείζων αρτηριακός κύκλος, κοντά δε στο κοραίο χείλος ο ελάσσων αρτηριακός κύκλος. Μεταξύ αυτών των δύο διατρέχουν ακτινοειδείς αρτηριακές αναστομώσεις.



εικ.1.3 Διαγραμματική αναπαράσταση της αυτόνομης νευρώσεως του οφθαλμού.

Ο σφιγκτήρας και ο διαστολέας μυς της κόρης είναι λείοι μύες, μέσα στο υπόστρωμα της ίριδας και προκαλούν την στένωση (μύση) και τη διαστολή (μυδρίαση) της κόρης. Ο σφιγκτήρας μυς της κόρης αποτελείται από σπειροειδείς μυϊκές δεσμίδες γύρω από το κοραίο χείλος, ο δε διαστολέας μυς της κόρης από λεπτές, ακτινοειδώς διατεταγμένες ως προς την κόρη δεσμίδες μυϊκών ινών.

Στον σφιγκτήρα μυ της κόρης και τον ακτινωτό μυ έρχονται με τα βραχεία ακτινοειδή νεύρα μεταγαγγλιακές παρασυμπαθητικές ίνες από το οφθαλμικό γάγγλιο (οι προγαγγλιακές ίνες έρχονται στο γάγγλιο με το κοινό κινητικό νεύρο). Στον διαστολέα μυ της κόρης φέρονται (αμύελες) μεταγαγγλιακές συμπαθητικές ίνες από το έσω καρωτιδικό πλέγμα. Οι ίνες φτάνουν στον μυ με τα μακρά και τα βραχεία ακτινοειδή νεύρα, με τα οποία πιθανώς έρχονται στον διαστολέα μυ της κόρης και μεταγαγγλιακές παρασυμπαθητικές ίνες.

Επί πλήρως παραλύσεως του κοινού κινητικού νεύρου η κόρη είναι διευρυμένη (μυδρίαση) και δεν αντιδρά. Παράλληλα, δεν υπάρχει προσαρμογή στην κοντινή όραση (διακοπή της παρασυμπαθητικής νευρώσεως του σφιγκτήρα μυ της κόρης και του ακτινωτού μυ). Φαρμακολογικώς προκαλείται μυδρίαση με παράλυση του

παρασυμπαθητικού (π.χ. χορήγηση ατροπίνης) ή με ερεθισμό του συμπαθητικού (π.χ. με αδρεναλίνη). Επί παραλύσεως του συμπαθητικού ή ερεθισμού του παρασυμπαθητικού, η κόρη στενεύει (μύση).

Το ακτινωτό σώμα βρίσκεται πίσω από την ίριδα και φτάνει μέχρι την πριονωτή περιφέρεια που είναι το όριο μεταξύ της φωτοευαίσθητης και της τυφλής μοίρας του αμφιβληστροειδούς. Χρησιμεύει στη στερέωση του κρυσταλλοειδούς φακού μέσω των ινών του Zinn. Περιέχει τον ακτινωτό μυ που αποτελείται από λείες μυϊκές ίνες, η σύσπαση ή η χαλάρωση του οποίου μεταβάλλει την καμπυλότητα του κρυσταλλοειδούς φακού. Με τον τρόπο αυτό γίνεται δυνατή η εστίαση του οφθαλμού τόσο σε μακρινά όσο και σε κοντινά αντικείμενα.

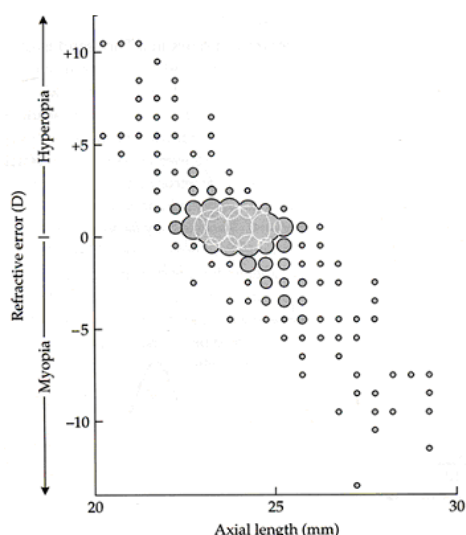
1.2 ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Η φυσιολογική κατάσταση του οφθαλμού, κατά την οποία (χωρίς προσαρμογή) παράλληλες ακτίνες φωτός σχηματίζουν τέλειο είδωλο επάνω στον αμφιβληστροειδή, ονομάζεται εμμετροπία. Ωστόσο υπάρχουν πολλοί παράγοντες που μπορεί να επηρεάσουν την όραση των ατόμων με αποτέλεσμα να μη βλέπουν καθαρά. Ένας από αυτούς είναι η παρουσία διαθλαστικού προβλήματος. Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- Μυωπία: είναι η διαθλαστική ανωμαλία, κατά την οποία παράλληλες ακτίνες φωτός εστιάζονται (σε απροσάρμοστο οφθαλμό) μπροστά από τον αμφιβληστροειδή. Η μυωπία μπορεί να οφείλεται είτε σε αύξηση του προσθιοπίσθιου άξονα του οφθαλμού οπότε ονομάζεται αξονική μυωπία, είτε σε αύξηση της διαθλαστικής ισχύος του οφθαλμού λόγω αύξησης της κυρτότητας οποιασδήποτε από τις διαθλαστικές του επιφάνειες οπότε ονομάζεται διαθλαστική μυωπία. Γενικά παρατηρείται δηλαδή αναντιστοιχία ανάμεσα στην διαθλαστική ισχύ και στο μέγεθος του οφθαλμού.
- Υπερμετροπία: είναι η διαθλαστική ανωμαλία, κατά την οποία παράλληλες ακτίνες φωτός εστιάζονται (σε απροσάρμοστο οφθαλμό) πίσω από τον αμφιβληστροειδή. Διακρίνεται ανάλογα σε αξονική υπερμετροπία και διαθλαστική υπερμετροπία.

Η παράμετρος του οφθαλμού που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με το διαθλαστικό σφάλμα είναι το αξονικό του μήκος. Μελέτες πολλαπλής παλινδρόμησης

αποδίδουν σχεδόν 50% του διαθλαστικού σφάλματος στην ύπαρξη του παράγοντα του αξονικού μήκους, 20% στη διαθλαστική ισχύ του κερατοειδούς, 5% στο βάθος του προσθίου θαλάμου και το υπόλοιπο 25% σε άγνωστες παραμέτρους μία από τις οποίες είναι ο κρυσταλλοειδής φακός. Το μεγάλο αξονικό μήκος του βολβού είναι ο κύριος παράγοντας μυωπίας άνω των $-6D$ και σπανιότερα της μέσης και υψηλής υπερμετροπίας.



εικ.1.4 Το διαθλαστικό σφάλμα (refractive error) σε συνάρτηση με το αξονικό μήκος (axial length). Αν διαφορετικές τιμές διαθλαστικών σφαλμάτων οφείλονται αποκλειστικά σε διαφορετικές τιμές αξονικού μήκους τότε η γραφική παράσταση των δύο μεγεθών θα ήταν μία ευθεία γραμμή. Αν και μια γραμμική σχέση είναι φανερή, υπάρχουν πολλά σημεία εκτός της μέσης γραμμής ($r=0,76$). Το αξονικό μήκος αν είναι ο κύριος παράγοντας που επηρεάζει το διαθλαστικό σφάλμα του οφθαλμού, δεν είναι ο μόνος. Για παράδειγμα η συχνότερη τιμή αξονικού μήκους 24mm συναντάται σε μυωπικούς, εμμετροπικούς αλλά και υπερμετροπικούς οφθαλμούς. Το μέγεθος του κάθε κύκλου είναι ανάλογο του αριθμού των παρατηρήσεων στο κέντρο κάθε ενός από αυτούς (Sorsby, 1960).

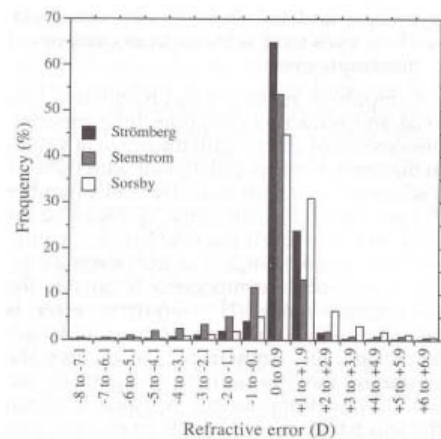
- **Αστιγματισμός:** είναι η διαθλαστική ανωμαλία, κατά την οποία παράλληλες ακτίνες φωτός δεν διαθλώνται εξίσου σε όλους τους μεσημβρινούς. Ο αστιγματισμός που οφείλεται σε ανωμαλία της κυρτότητας κάποιας διαθλαστικής επιφάνειας έχει σαν αιτία κυρίως τον κερατοειδή. Μπορεί επίσης να οφείλεται και σε ανωμαλία της κυρτότητας του φακού (φακικός αστιγματισμός), ο οποίος όμως συμβάλει πολύ λιγότερο από τον κερατοειδικό. Ο αστιγματισμός με την πάροδο της ηλικίας μεταβάλλεται από αστιγματισμό "σύμφωνα με τον κανόνα" (ο κάθετος μεσημβρινός παρουσιάζει τη μεγαλύτερη κυρτότητα) σε αστιγματισμό "παρα τον κανόνα" (ο οριζόντιος παρουσιάζει τη μεγαλύτερη κυρτότητα). Επίσης παρατηρούνται μεταβολές και στο μέγεθος του, αυτές όμως είναι μικρότερες.

- Πρεσβυωπία: είναι η μείωση τη προσαρμοστικής ικανότητας του οφθαλμού που επέρχεται με τη γήρανση του ατόμου και που έχει ως αποτέλεσμα την αδυναμία εστίασης κοντινών αντικειμένων.

1.2.1 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΟΥ ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΣΤΟΝ ΓΕΝΙΚΟ ΠΛΗΘΥΣΜΟ

Η κατανομή των διαθλαστικών σφαλμάτων εξαρτάται από την ηλικία του πληθυσμού που μελετάται και εμφανίζει ιδιαίτερες διακυμάνσεις κατά την παιδική ηλικία¹. Κατά την γέννηση, ο οφθαλμός του ανθρώπου παρουσιάζει κατά μέσο όρο υπερμετροπία 2D ενώ οι τιμές του διαθλαστικού σφάλματος ακολουθούν την κανονική κατανομή^{1,2,3}. Από την γέννηση μέχρι τα 11-13 έτη, καθώς ο οφθαλμός αναπτύσσεται και φτάνει σχεδόν τις διαστάσεις του οφθαλμού του ενήλικα, η κατάλληλη συσχέτιση της ισχύος των παραμέτρων του διαθλαστικού του συστήματος είναι αυτή που οδηγεί στην επιθυμητή εμμετροπία⁴.

Η κατανομή της αμετροπίας στον ενήλικο γενικό πληθυσμό παρουσιάζεται παρακάτω.



εικ.1.5 Κατανομή του διαθλαστικού σφάλματος (refractive error) στον γενικό πληθυσμό. Υπάρχουν περισσότεροι οφθαλμοί εκ του αναμενόμενου με διαθλαστικό σφάλμα κοντά στο μηδέν και περισσότεροι οφθαλμοί με υψηλή μυωπία σε σχέση με οφθαλμούς με υψηλή υπερμετροπία (Strömberg 1936; Stenström, 1948; Sorsby, 1960).

Επιπλέον φυλετικές και εθνολογικές μελέτες δείχνουν ότι η μυωπία συναντάται συχνότερα σε Ασιάτες (κίτρινη φυλή) και Εβραίους ενώ είναι σπανιότερη σε Αφρικανούς και Αμερικάνους. Μελέτη στην Ταϊβάν των Luke L-K et al. (IOVS 1996) ανεβάζει τη συχνότητα της μυωπίας στον ενήλικο πληθυσμό σε 84%.

¹ Hirsch, M. J. & Weymouth, F. W. (1991) Prevalence of refractive anomalies. In: Refractive Anomalies. Research and Clinical Implications (eds T. Grosvenor and M. C. Flom) Butterworth-Heinemann, Stoneham, Boston, MA, pp. 21–25.

² Incidence and Distribution of Refractive Anomalies, Karla Zadnick, Donald O. Mutti (1998) (Borish's clinical refraction).

³ Development of the Ametropias, David A. Goss (1998) (Borish's clinical refraction).

⁴ Troilo D. Eye, 1992;6 (Pt 2):154-60, Neonatal eye growth and emmetropisation--a literature review.

Παράλληλα, το γεγονός ότι υπάρχει σημαντική διακύμανση στην συχνότητα των διαθλαστικών σφαλμάτων στις υπο εξέταση ομάδες (της ίδιας φυλής), υποδηλώνει πως και άλλοι παράγοντες έχουν συμμετοχή. Σύμφωνα με τους Baldwin (1964)⁵ και τους Angle et al (1980)⁶ σημαντικό ρόλο για την εμφάνιση χαμηλού βαθμού μυωπίας διαδραματίζει ο αυξημένος χρόνος που αφιερώνουν καθημερινά οι άνθρωποι 15-25 ετών στο διάβασμα και γενικότερα στην κοντινή εργασία.

1.3 ΟΦΘΑΛΜΙΚΑ ΜΕΣΑ

1.3.1 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΟΦΘΑΛΜΙΚΩΝ ΜΕΣΩΝ

Όσο αφορά τις ιδιότητες των οφθαλμικών μέσων⁷ είναι σημαντικό να αναφερθούν τα παρακάτω:

Κερατοειδής

- η διαφορά του δείκτη διάθλασης αέρα-κερατοειδούς συνεισφέρει στην κύρια διάθλαση ενώ οι μικρές διαφορές του δείκτη διάθλαση μεταξύ των διαφόρων τμημάτων του κερατοειδούς (επιθήλιο, μεμβράνη Bowman, στρώμα, μεμβράνη Descemet, ενδοθήλιο) προκαλούν σκέδαση.
- το δακρυϊκό φιλμ έχει πάχος περίπου 5μm· αν και αυτό δεν είναι αρκετό για να επηρεάσει τις οπτικές ιδιότητες, οι ανωμαλίες αυτού μπορεί να οδηγήσουν σε επιδείνωση της ποιότητας του αμφιβληστροειδικού ειδώλου.
- η ομαλή διάταξη των κολλαγόνων ινών του στρώματος είναι υπεύθυνη για την διαφάνεια του, ενώ το περίγραμμα του είναι ελλειψοειδές και η περιφερική του αποπλάτυνση συμβάλει σημαντικά στη μείωση της επίδρασης της σφαιρικής εκτροπής σε μεγάλες κόρες.
- εμφανίζει διπλοθλαστικότητα.

Κόρη

- επηρεάζει σημαντικά το αμφιβληστροειδικό είδωλο καθώς ελέγχει το ποσό του φωτός που φθάνει στον αμφιβληστροειδή· περιορίζει επίσης τις περιφερικές ακτίνες και επομένως επηρεάζει τις οφθαλμικές εκτροπές και το βάθος πεδίου.

⁵ Baldwin WR. Am J Optom Arch Am Acad Optom. 1964 Sep;41:513-22. The relationship between axial length of the eye and certain other anthropometric measurements of myopes.

⁶ Angle J., Wissmann DA. The epidemiology of myopia. Am J Epidemiol. 1980 Feb;111(2):220-8.

⁷ "Optics of the Human Eye", D.A. Atchison, Butterworth Heinemann.

Κρυσταλλοειδής Φακός

- οπτικό στοιχείο βαθμωτού δείκτη διάθλασης που σε συνδυασμό με την ασφαιρική μορφή της επιφάνειάς του, βοηθάει στη μείωση των εκτροπών και ειδικότερα της σφαιρικής εκτροπής· επίσης η φασματική απορρόφησή του στα μικρά μήκη κύματος συμβάλλει στη μείωση της χρωματικής εκτροπής.
- εμφανίζει διπλοθλαστικότητα.

Αμφιβληστροειδής

- η αμφιβληστροειδική επιφάνεια δεν έχει συμμετρία περιστροφής γύρω από τον γεωμετρικό άξονα του οφθαλμού· έτσι ακόμα και αν τα οπτικά στοιχεία ήταν ικανά να παράγουν ένα shell image, η εικόνα που θα έπεφτε στους υποδοχείς θα παρουσίαζε ποικίλη ποιότητα σε διαφορετικούς μεσημβρινούς.

1.3.2 ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΟΜΠΗ ΚΑΙ ΕΚΠΟΜΠΗ ΠΟΛΩΣΗΣ

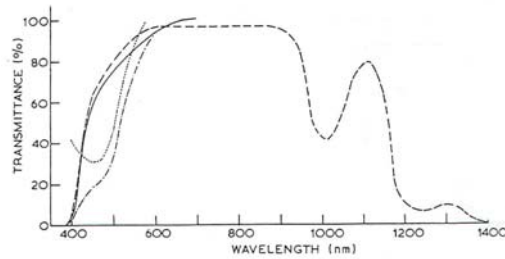
Το φασματικό περιεχόμενο οποιουδήποτε ειδώλου που πέφτει στα εξωτερικά τμήματα των φωτουποδοχέων τροποποιείται σημαντικά, λόγω της εκλεκτικής φασματικής ανάκλασης, απορρόφησης και σκέδασης τόσο από τα οπτικά στοιχεία του οφθαλμού όσο και από τα πρόσθια τμήματα του αμφιβληστροειδούς.

Η ανάκλαση παρουσιάζεται μεταξύ επιφανειών με διαφορετικό δείκτη διάθλασης και για κάθετη πρόσπτωση ακτίνων φωτός, η ανακλαστικότητα (reflectance) ισούται με

$$\frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

και εφόσον η διαφορά $n_1 - n_2$ είναι μεγαλύτερη στην διεπεφάνεια αέρα-κερατοειδούς, αυτή συνεισφέρει περίπου 2.5%, ενώ οι μηχανισμοί εξασθένισης (attenuation) της απορρόφησης και της σκέδασης είναι πιο αποτελεσματικοί στο μπλε άκρο του φάσματος.

Η παρακάτω εικόνα παρουσιάζει δεδομένα για τη συνδυασμένη εκπομπή (transmittance) του κερατοειδούς, του φακού και των υγρών (υδατοειδές, υαλώδες) του "μέσου" ενήλικα οφθαλμού.



εικ. 1.6 Transmittance of ocular media of the human eye. (Charman W.N. Progress in Retinal Research Vol. 2, Pergamon Press, 1983).

- “Standard” data for young adult observers as compiled by Norren and Vos (1974) from the results of earlier authors.
- Average data for 7 eyes in the age range 23-78 years, as found by Geeraets and Berry (1968) showing absorption bands in the infra-red.
- Typical transmittance of macular pigment (based on data collected by Weale [1974]).
- .-.- Product of “standard” transmittance and macular pigment transmittance, indicating the overall transmittance for light directed towards the foveal receptors.

Η καμπύλη εκπομπής (transmittance curve) κόβεται απότομα κάτω από τα ~ 400nm. Ενώ οι καμπύλες για τα διάφορα στοιχεία αδρά είναι ίδιες, ο φακός φαίνεται να είναι πιο σημαντικός στο cut-off στα μικρά μήκη κύματος. Είναι αξιοσημείωτο ότι κάποια από την ενέργεια που απορροφά ο φακός, επανεμφανίζεται σαν φθορισμός σε μεγαλύτερα μήκη κύματος. Ο φθορισμός θα προκαλέσει μια μικρή μείωση στο contrast του αμφιβληστροειδικού ειδώλου. Ο αμφιβληστροειδής σκεδάζει το 30% του ολικού φωτός⁸ ενώ η χρωστική της ωχράς απορροφά τα μικρότερα μήκη κύματος και μειώνει την επίδραση της αξονικής χρωματικής εκτροπής.

Διπλοθλαστικότητα επιδεικνύουν κυρίως ο κερατοειδής και λιγότερο ο φακός και επομένως επηρεάζουν τις ιδιότητες της πόλωσης του φωτός που φθάνει στον αμφιβληστροειδή. Γενικά οφείλεται σε κάποια μορφή διχροϊσμού των μορίων της χρωστικής της ωχράς (macular pigment) ή των νευρικών ινών στον κεντρικό αμφιβληστροειδή⁹. Αυτός ο διχροϊσμός μπορεί να είναι είτε εγγενής λόγω προσανατολισμού των ξεχωριστών μορίων ή σχηματίζεται συνολικά από τα μόρια που σχετίζονται^{10,11}. Σημαντική είναι επίσης η εμφάνιση διπλοθλαστικότητας στους φωτούποδοχείς¹² που παίζει σημαντικό ρόλο στην ιδιότητα τους να λειτουργούν ως κυματοδηγοί.

⁸ Vos, J. J. and Bouman, M. A. (1964) Contribution of the retina to entoptic scatter. J. Opt. Soc. Am. 54: 95-100.

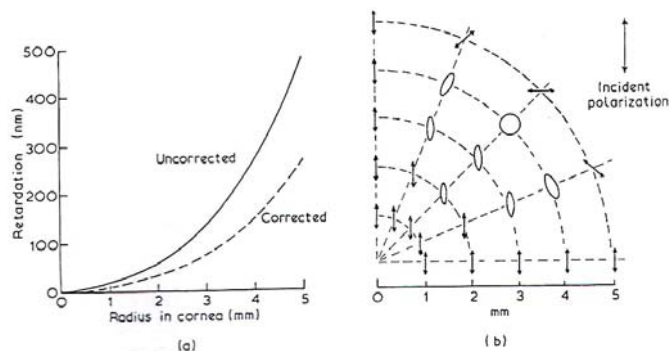
⁹ Weale, R. A. (1976) On the spectral sensitivity of the human retina to light which it has scattered. Vis. Res. 16: 1395-1399.

¹⁰ Summers et al. (1970) Physical models for Haidinger’s brush. J. Opt. Soc. Am. 60: 271-272.

¹¹ Hemenger, R. P. (1982) Dichroism of the macular pigment and Haidinger’s brushes J. Opt. Soc. Am. 72: 734-737.

¹² Schultze, M. (1867) Uber stabchen und zapfen der retina. Arch. mikr Anat. 3: 215-247.

Ο κερατοειδής αρχικά θεωρήθηκε ότι αποτελείται από τυχαία διατεταγμένες ίνες κολλαγόνου, καθεμία από τις οποίες υποδείκνυε διπλοθλαστικότητα¹³ οπότε του αποδόθηκε δράση κυρτού μονοαξονικού κρυστάλλου με τον οπτικό του άξονα κάθετο στην επιφάνειά του.



εικ. 1.7 (a) : Κερατοειδική “καθυστέρηση” σαν λειτουργία της ακτινικής απόστασης από το κέντρο του κερατοειδούς για μια παράλληλη δέσμη προσπίπτουσα κατά μήκος του οπτικού άξονα του οφθαλμού (b): Ποιοτική απεικόνιση της αναμενόμενης διαδιδόμενης πόλωσης συναρτήσει της θέσης του κερατοειδούς. (Charman W.N. Progress in Retinal Research Vol. 2, Pergamon Press, 1983).

Αργότερα όμως διαπιστώθηκε η ομαλή διάταξη των ινών του και πλέον θεωρείται ότι έχει δράση πλακιδίου καθυστέρησης (50nm) με τον αργό άξονα προσανατολισμένο προς τα κάτω και ρινικά. Υποθέεται ότι αυτό αντικατοπτρίζει έναν εκλεκτικό προσανατολισμό των κολλαγόνων ινών⁷.

¹³ His, W. (1856) Beitrage zur normalen und palhologischen histology der cornea. Berkhauser, Basel.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

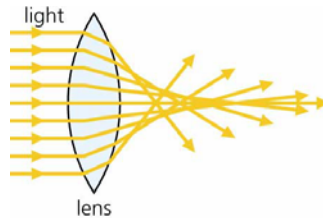
Ο τομέας των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού εξελίσσεται γρήγορα, οδηγούμενος από την επιθυμία να ελεγχθεί και να βελτιστοποιηθεί η όραση μετά από τη διαθλαστική χειρουργική επέμβαση. Πριν από την προηγούμενη δεκαετία, η μελέτη των εκτροπών του ανθρώπινου οφθαλμού ήταν σχεδόν απλώς η κονσέρβα των οπτικών επιστημόνων. Ο αναγνώστης μπορεί να ρωτήσει γιατί οι επαγγελματίες που ασχολούνται με την όραση πρέπει τώρα να ανησυχούν για τις εκτροπές όταν τα έχουν καταφέρει για χρόνια χωρίς αυτές. Υπάρχουν διάφοροι λόγοι. Σε φυσιολογικά μάτια, τα συμβατικά σφαιροκυλινδρικά σφάλματα επικρατούν αλλά όταν διορθώνονται αυτά, οι εκτροπές υψηλής τάξης περιορίζουν τις οπτικές ικανότητες. Στα μη φυσιολογικά μάτια με καταστάσεις όπως ο κερατόκωνος, οι εκτροπές υψηλής τάξης μπορούν να είναι σημαντικότερες από τα συμβατικά διαθλαστικά σφάλματα. Μερικές τεχνικές για τη διόρθωση των διαθλαστικών λαθών, όπως η διαθλαστική χειρουργική επέμβαση, τα ενδοφθάλμια μοσχεύματα και η ορθοκερατολογία, μπορούν ακούσια να εισάγουν σημαντικά ποσά εκτροπών υψηλής-τάξης.

Για λόγους ευκολίας, οι εκτροπές ενός οπτικού συστήματος διαιρούνται συνήθως σε δύο ομάδες, τις μονοχρωματικές και τις χρωματικές εκτροπές. Όπως τα ονόματα προτείνουν, η πρώτη ομάδα αναφέρεται στις εκτροπές που είναι παρούσες όταν μόνο ένα μήκος κύματος εξετάζεται, ενώ η δεύτερη ομάδα αναφέρεται στις πρόσθετες εκτροπές που εμφανίζονται όταν εξετάζονται τα χρωματικά αποτελέσματα της διασποράς από τα οπτικά μέσα. Παρακάτω εξετάζονται οι μονοχρωματικές εκτροπές αν και ο αναγνώστης πρέπει να λάβει υπόψη του ότι οι μονοχρωματικές εκτροπές σε ένα μήκος κύματος είναι διαφορετικές από εκείνες σε άλλο μήκος κύματος. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό κατά την εξέταση των οργάνων που μετρούν τη διάθλαση ή / και εκτροπές στα υπέρυθρα μήκη κύματος ενώ η διόρθωση απαιτείται για το ορατό φάσμα¹⁴. Οι χρωματικές εκτροπές θα αναφερθούν σε ακόλουθη παράγραφο.

¹⁴ D. Atchison, "Recent advances in representation of monochromatic aberrations", Clin Exp Optom 2004 87: 3: 138-148.

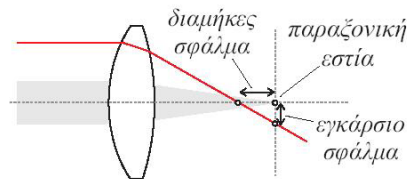
2.1.1 ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΚΤΡΟΠΗ

Σφαιρική εκτροπή είναι το φαινόμενο κατά το οποίο ακτίνες διαθλώμενες σε διαφορετικά ύψη μιας σφαιρικής επιφάνειας τέμνουν τον οπτικό άξονα σε διαφορετικά σημεία. Αν το φως πέσει πάνω σ' όλη την επιφάνεια του φακού, μετά την έξοδό του δεν εστιάζει σε ένα σημείο αλλά δημιουργεί κηλίδα.



εικ. 2.1 Σφαιρική εκτροπή.

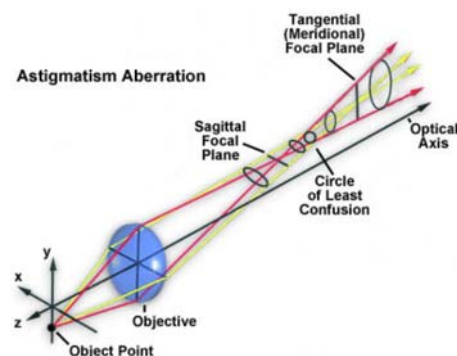
Το μέγεθος της κηλίδας είναι μικρότερο στη θέση του κύκλου ελάχιστης σύγχυσης. Η διάμετρος της κηλίδας αυξάνεται με το γωνιακό άνοιγμα και συγκεκριμένα η διάμετρος $\approx \phi^3$. Διακρίνεται η αξονική και η εγκάρσια σφαιρική εκτροπή (longitudinal & transverse spherical aberration).



εικ. 2.2 Εγκάρσια και διαμήκης σφαιρική εκτροπή.

2.1.2 ΑΣΤΙΓΜΑΤΙΣΜΟΣ

Είναι γενικά ένα σφάλμα λεπτών ακτίνων που προσπίπτουν πλάγια σε μια διαθλαστική επιφάνεια.

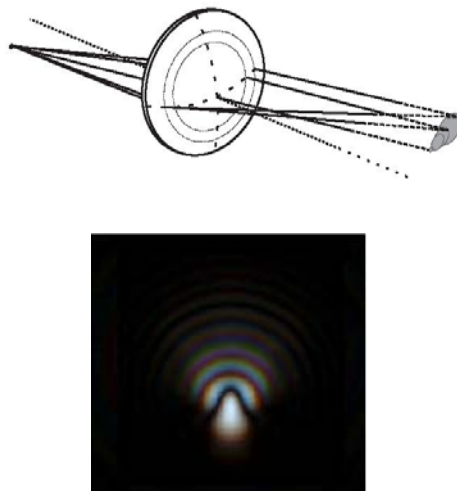


εικ. 2.3 Αστιγματισμός.

Η διαθλώμενη δέσμη τότε σχηματίζει δυο χωριστές εστιακές γραμμές, χαρακτηριστικές του αστιγματισμού, σε δύο κύριους μεσημβρινούς που καλούνται εφαπτομενικός και εγκάρσιος. Ο εφαπτομενικός μεσημβρινός περιέχει τις προσπίπτουσες και διαθλώμενες ακτίνες μαζί με τον οπτικό άξονα, ενώ ο εγκάρσιος μεσημβρινός είναι κάθετος στον εφαπτομενικό.

2.1.3 ΚΟΜΗ

Υποθέτουμε ότι μια δέσμη φωτός πέφτει σε ένα φακό παράλληλα με ένα δευτερεύοντα άξονά του. Οι διαφορετικές ζώνες του φακού δίνουν και διαφορετικές εστίες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το είδωλο σημειακού αντικειμένου στη δεύτερη δευτερεύουσα εστία να μην είναι σημείο αλλά κηλίδα ιδιόμορφου σχήματος και άνιση φωτεινότητας. Έτσι το είδωλο παρουσιάζεται συγκεχυμένο. Η εκτροπή αυτή ονομάζεται κόμη ή σφάλμα ασυμμετρίας. Η φωτεινότητα είναι μεγαλύτερη στην κορυφή και η έντασή της μειώνεται προς τα κάτω. Το μήκος της κόμης, κατά μήκος της μεσημβρινής κατεύθυνσης καλείται εφαπτομενική κόμη και το μισό πλάτος καλείται εγκάρσια κόμη.

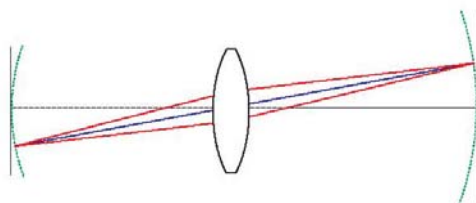


εικ. 2.4 Κόμη.

2.1.4 ΚΑΜΠΥΛΩΣΗ ΠΕΔΙΟΥ

Όταν ασχολούμαστε με παραξονικό σύστημα συμπεραίνεται ότι ένας φακός ή ένα σύστημα φακών παράγει μια επίπεδη εικόνα ή ένα επίπεδο αντικείμενο. Στην πραγματικότητα όμως όλα τα σημεία ενός ειδώλου βρίσκονται σε μια καμπύλη

επιφάνεια και το είδωλο ενός επίπεδου αντικειμένου θα είναι πραγματικά καμπύλο όπως φαίνεται στο σχήμα. Η καμπύλη αυτή επιφάνεια καλείται επιφάνεια Petzval.



εικ 2.5 Καμπύλωση πεδίου.

2.1.5 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

Η παραμόρφωση αφορά την ανικανότητα ενός φακού (ή συστήματος) να αναπαράγει, σε σχήμα, ένα είδωλο που είναι πιστό αντίγραφο του αντικειμένου. Τα σημεία του ειδώλου μπορεί να είναι σε ακριβή εστίαση στο σωστό επίπεδο του ειδώλου, το οποίο θα είναι επίπεδο αν όλες οι άλλες εκτροπές έχουν εξαλειφθεί αλλά εξαιτίας της παραμόρφωσης θα καταλαμβάνουν θέσεις είτε κοντύτερα, είτε μακρύτερα του άξονα από ότι οι ιδανικές τους θέσεις. Δηλαδή η παραμόρφωση δημιουργείται επειδή η γραμμική μεγέθυνση ενός φακού δεν είναι ομοιόμορφη σε όλη την επιφάνειά του.

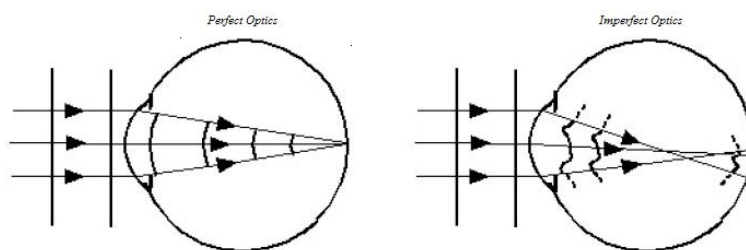


εικ 2.6 Βαρελοειδής παραμόρφωση και παραμόρφωση μηνίσκου.

2.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

Αν το οπτικό σύστημα του οφθαλμού ήταν τέλειο (χωρίς εκτροπές), θα εστίαζε όλες τις ακτίνες του φωτός από μια μακρινή σημειακή πηγή σε ένα μόνο σημειακό είδωλο πάνω στον αμφιβληστροειδή. Σε αυτή την περίπτωση, η μόνη ερώτηση που θα έμενε να απαντηθεί θα ήταν: Πού είναι αυτό το σημειακό είδωλο τοποθετημένο; Για να απαντηθεί αυτή η ερώτηση μπορούν να εφαρμοστούν οι βασικοί νόμοι της παραξονικής (Gaussian) οπτικής θεωρίας για να περιγραφεί η ιδανική περίπτωση μιας τέλειας απεικόνισης. Τα πραγματικά μάτια όμως, από την άλλη μεριά, έχουν τρία είδη οπτικών ατελειών και δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν με την παραξονική προσέγγιση: τις εκτροπές, την περίθλαση και τη σκέδαση. Αν και ο μηχανισμός είναι

διαφορετικός σε κάθε περίπτωση, το κοινό αποτέλεσμα αυτών των ατελειών είναι να διαχέουν το φως στην επιφάνεια του αμφιβληστροειδούς.



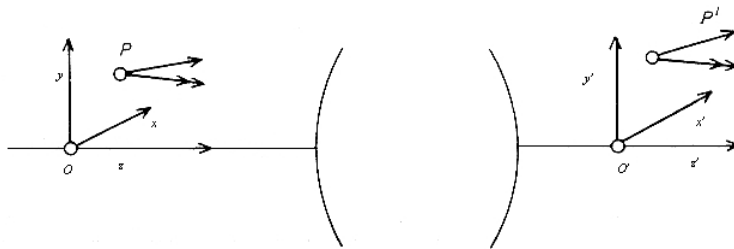
εικ. 2.7 Ιδανικό οπτικό σύστημα και οπτικό σύστημα με ατέλειες.

Για αυτό το λόγο, η δεύτερη και πιο δύσκολη ερώτηση που πρέπει να απαντηθεί είναι: Ποιά είναι η χωρική κατανομή της έντασης του φωτός στο είδωλο;

Η αντιμετώπιση θα βασιστεί κυρίως στο μοντέλο της γεωμετρικής οπτικής αλλά θα υπάρχουν περιστασιακές αναφορές στα physical optics με την μορφή της scalar wave theory. Στη γεωμετρική οπτική η κύρια ιδέα είναι η ακτίνα του φωτός, η οποία αντιμετωπίζεται σα διαισθητική αντίληψη, με την έννοια ότι μία ακτίνα εισερχόμενη στο σύστημα αντιστοιχεί σε μία και μόνο ακτίνα εξερχόμενη από αυτό. Σε αυτό το στάδιο δεν εγείρονται τα θέματα της ανάκλασης και της διάθλασης και δεν γίνεται καμία υπόθεση σχετικά με το πώς επιτυγχάνεται ο μετασχηματισμός από το χώρο του αντικειμένου στο χώρο του ειδώλου. Είναι βολικό ωστόσο να υποτεθεί ότι οι εισερχόμενες και οι εξερχόμενες ακτίνες είναι ευθύγραμμα τμήματα ή με φυσικούς όρους αυστηρά καθορισμένες περιοχές στο χώρο του αντικειμένου και του ειδώλου. Ο σχηματισμός ιδανικού ειδώλου για ένα γενικό σύστημα σημαίνει τότε ότι μία δέσμη ακτίνων από ένα σημείο στο χώρο του αντικειμένου καταλήγει σε ένα σημείο στο χώρο του ειδώλου. Αυτό δε μας πηγαίνει πολύ μακριά αλλά αν θεωρήσουμε ένα συμμετρικό σύστημα μπορούμε να εξάγουμε πολλές άλλες ιδιότητες για το σχηματισμό ιδανικού ειδώλου, το οποίο ένα πραγματικά καλά διορθωμένο σύστημα πρέπει να προσεγγίζει. Οι πρώτες αναφορές για το σχηματισμό ιδανικού ειδώλου μέσω συμμετρικών συστημάτων οφείλονται στον A. F. Möbius το 1855. Λίγα χρόνια αργότερα ο James Maxwell (1856-1858) τυποποίησε την ιδέα ενός ιδανικού συστήματος χωρίς τη μεσολάβηση physical image forming mechanism. Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται κυρίως η θεώρηση του Maxwell.

2.2.1 ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ ΣΤΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΟΠΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

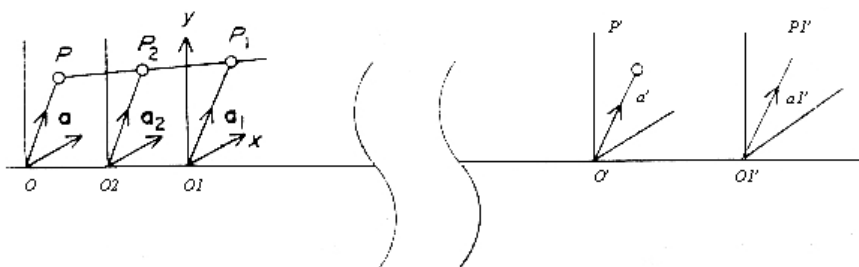
Ας θεωρήσουμε τον z άξονα ενός δεξιόστροφου συστήματος καρτεσιανών συντεταγμένων ως τον άξονα περιστροφής ενός συμμετρικού οπτικού συστήματος και τον άξονα y στο επίπεδο του διαγράμματος.



εικ. 2.8 Συντεταγμένες για το συμμετρικό οπτικό σύστημα.

Αν το φως ταξιδεύει από αριστερά προς τα δεξιά, τότε αυτό το σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται στο χώρο του αντικειμένου και υπάρχει ένα αντίστοιχο σύστημα $O'x'y'z'$ στο επίπεδο του ειδώλου με τους αντίστοιχους άξονες να είναι παράλληλοι μεταξύ τους. Ο χώρος του αντικειμένου εκτείνεται δεξιά μέσω του οπτικού συστήματος και ο χώρος του ειδώλου εκτείνεται απεριόριστα και στις δύο κατευθύνσεις. Αυτή είναι μία βασική σύμβαση για να αντιμετωπιστούν οι λεπτομέρειες του σχηματισμού του ειδώλου στους ενδιάμεσους χώρους ενός συστήματος.

Ο σχηματισμός ιδανικού ειδώλου από το $x-y$ επίπεδο στο $x'-y'$ επίπεδο μπορεί να οριστεί ως εξής. Όλες οι ακτίνες από οποιοδήποτε σημείο P στο $x-y$ επίπεδο πρέπει να περνούν μέσω ενός σημείου P' στο $x'-y'$ επίπεδο και οι συντεταγμένες $(x'y')$ είναι ανάλογες στις (xy) . Η σταθερά αναλογίας, η οποία φυσικά είναι η μεγέθυνση, εξαρτάται από την φύση του οπτικού συστήματος και από τις αξονικές θέσεις των δύο επιπέδων. Θα δειχθεί ότι αν υπάρχουν δύο τέτοια ζευγάρια συζυγών επιπέδων τότε οποιοδήποτε επίπεδο στο χώρο του αντικειμένου απεικονίζεται ιδανικά σε ένα άλλο επίπεδο στο χώρο του ειδώλου.



εικ. 2.9 Σχηματισμός ιδανικού ειδώλου.

Ας θεωρήσουμε ότι τα Oxy και $O_1x_1y_1$ είναι δύο επίπεδα στο χώρο του αντικειμένου και ότι τα $O'x'y'$ και $O'_1x'_1y'_1$ είναι τα αντίστοιχα επίπεδα στο χώρο του ειδώλου. Υποθέτουμε ότι ο σχηματισμός ειδώλου θα είναι ιδανικός ανάμεσα σε αυτά τα δύο ζεύγη επιπέδων.

Έτσι αν τα α και α_1 είναι δισδιάστατα διανύσματα στα επίπεδα Oxy και $O_1x_1y_1$ με αρχή τα σημεία P και P_1 , τα αντίστοιχα διανύσματα στο επίπεδο του ειδώλου θα είναι

$$\begin{aligned}\alpha' &= m\alpha \\ \alpha'_1 &= m_1\alpha_1\end{aligned}\quad (2.1)$$

όπου m και m_1 είναι οι κατάλληλοι παράγοντες μεγέθυνσης μεταξύ αυτών των επιπέδων. Αυτές οι εξισώσεις υποδηλώνουν ότι όλες οι ακτίνες μέσω του P περνάνε μέσω του P' και αντίστοιχα για τα P_1 και P'_1 και έτσι εκφράζουν την υπόθεση του σχηματισμού τέλει ειδώλου.

Ας θεωρήσουμε τώρα το σημείο P_2 σε ένα τρίτο επίπεδο $O_2x_2y_2$ και ερευνούμε αν όλες οι ακτίνες από αυτό περνούν μέσω ενός σημείου P'_2 στο χώρο του ειδώλου και αν αυτό ισχύει ερευνούμε αν αυτό το σημείο βρίσκεται πάντα σε ένα επίπεδο κάθετο στον άξονα και αν σχετίζεται με το P_2 μία σχέση παρόμοια με την (2.1). Έτσι έχουμε

$$\alpha_2 = (z_2/z_1) (\alpha_1 - \alpha) + \alpha \quad (2.2)$$

όπου z_1 και z_2 είναι οι συντεταγμένες των O_1 και O_2 σε σχέση με το O . Αν υπάρχει ένα σημείο P'_2 που έχει τις παραπάνω ιδιότητες, τότε πρέπει επίσης να ισχύει

$$\alpha'_2 = (z'_2/z'_1) (\alpha'_1 - \alpha') + \alpha' \quad (2.3)$$

και

$$\alpha'_2 = m_2 \alpha_2 \quad (2.4)$$

Οι εξισώσεις 2.3 και 2.2 μπορούν να γραφούν ξανά ως

$$\alpha'_2 = (m_1 z'_2/z'_1) \alpha_1 + m(1 - z'_2/z'_1)\alpha \quad (2.3')$$

$$\alpha_2 = (z_2/z_1)\alpha_1 + (1 - z_2/z_1)\alpha \quad (2.2')$$

και αυτές θα είναι συνεπείς με την εξίσωση 2.4 αν μπορούσαμε να βρούμε z_2' και m_2 που να ικανοποιούν τις σχέσεις

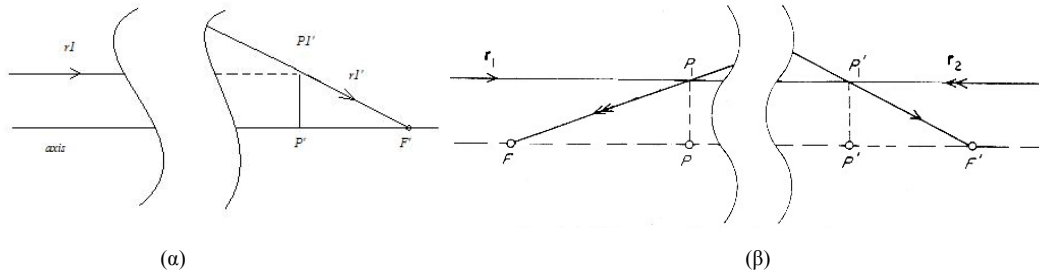
$$m_1 z'_2/z'_1 = m_2 z_2/z_1 \text{ και } m(1 - z'_2/z'_1) = m_2(1 - z_2/z_1) \quad (2.5)$$

Αυτό είναι φανερό ότι μπορεί να γίνει αφού έχουμε δύο εξισώσεις και δύο αγνώστους και οι τιμές θα είναι καλές για όλα τα σημεία P_2 . Επομένως δείξαμε ότι ο ιδανικός σχηματισμός ειδώλου για δύο ζεύγη συζυγών επιπέδων υποδηλώνει ιδανική απεικόνιση για όλα τα άλλα ζεύγη^{14,15}.

¹⁵ "Aberrations of Optical Systems", W. Welford, The Adam Hilger Series on Optics and Optoelectronics.

2.2.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΟΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Μπορούμε τώρα να αναπτύξουμε πολλές ιδιότητες των ιδανικών συστημάτων, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στην παραξονική προσέγγιση. Γι' αυτό το σκοπό θεωρούμε το οπτικό σύστημα στην παρακάτω εικόνα αλλά πρέπει να γίνει κατανοητό ότι μπορεί να επεκταθεί για μία σημαντική απόσταση κατά μήκος του άξονα.

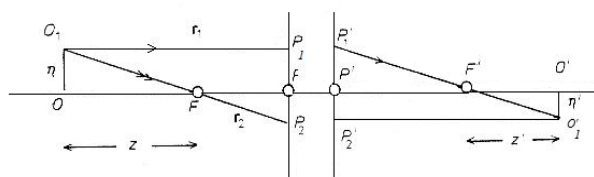


εικ. 2.10 (α) Κύρια εστία και κύριο σημείο (β) Μοναδιαία μεγέθυνση μεταξύ των κύριων σημείων.

Έστω ότι r_1 είναι ακτίνα από σημείο στο άπειρο στο χώρο του αντικειμένου π.χ. μια ακτίνα παράλληλη στον άξονα. Αυτή συναντάει τον άξονα στο χώρο του ειδώλου σε ένα σημείο F' . Το σημείο F' καλείται δευτερεύουσα κύρια εστία.

Ας θεωρήσουμε ότι η ακτίνα r_1 συναντάει το χώρο του ειδώλου στο σημείο P_1' . Ένα επίπεδο κάθετο στον άξονα που περνάει από το P_1' , συναντάει τον άξονα στο P' στο δευτερεύον κύριο σημείο και το επίπεδο αυτό καλείται δευτερεύον κύριο επίπεδο. Παρόμοιοι ορισμοί οδηγούν και στην κύρια εστία και στο κύριο επίπεδο στην πλευρά του αντικειμένου. Αυτές οι θεωρήσεις μπορούν να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα με τις ακτίνες r_1 και r_2 παράλληλες στον άξονα να έχουν επιλεγεί σε ίσες αποστάσεις από τον άξονα όπως φαίνεται στην εικόνα 2.10 που δείχνει τα τέσσερα σημεία F, F', P, P' . Η απόσταση $P'F'$ είναι η δευτερεύουσα εστιακή απόσταση που σημειώνεται με f' και $PF = f$ είναι η εστιακή απόσταση από την πλευρά του αντικειμένου.

Τα τέσσερα σημεία F, F', P και P' κατά μήκος του άξονα περιγράφουν τις ιδιότητες ενός ιδανικού οπτικού συστήματος απόλυτα. Μπορούμε να τα χρησιμοποιήσουμε για να βρούμε τη θέση και το μέγεθος του ειδώλου οποιουδήποτε αντικειμένου όπως φαίνεται στην εικόνα 2.11 όπου το οπτικό σύστημα αντιπροσωπεύεται από αυτά τα τέσσερα σημεία και τα κύρια επίπεδα.



εικ. 2.11

Ας υποθέσουμε ότι το αντικείμενο είναι το OO_1 και η ακτίνα r_1 μέσω του O_1 είναι παράλληλη με τον άξονα και συναντάει το πρώτο κύριο επίπεδο στο P_1 . Πρέπει να εξέλθει μέσω του P_1' στην ίδια απόσταση από τον άξονα και να περάσει μέσω του F' . Κατά τον ίδιο τρόπο, η ακτίνα r_2 από το O_1 μέσω του F περνάει μέσω του P_2 και P_2' . Το σημείο O_1' , στο οποίο τα τμήματα του ειδώλου των r_1 και r_2 συναντώνται, πρέπει να είναι το είδωλο του O_1 και το O' πρέπει επομένως να είναι στην κάθετο από το O_1' στον άξονα. Αυτή η διάταξη είναι μια απλή γενίκευση του σχηματισμού ειδώλου από λεπτό φακό. Αποκαλύπτει επίσης έναν απλό φορμαλισμό σχετικά με τις θέσεις και τα μεγέθη του αντικειμένου και του ειδώλου. Έστω ότι n και n' είναι τα ύψη αντικειμένου και ειδώλου αντίστοιχα (n θετικό και n' αρνητικό). Επίσης $FO = z$ και $F'O' = z'$ έτσι ώστε αυτές οι ποσότητες καθορίζουν τις αξονικές συζυγείς θέσεις (z θετικό και z' αρνητικό).

Από τα όμοια τρίγωνα FOO_1 και FPP_1 προκύπτει

$$n'/n = -f/z \quad (2.6)$$

και ομοίως από τα $F'O'O_1'$ και $F'P'P_1'$

$$n'/n = -z'/f \quad (2.7)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.6) και (2.7) έχουμε

$$zz' = ff' \quad (2.8)$$

γνωστή σαν η conjugate distance equation, καθώς συσχετίζει τα z και z' . Γενικά καλείται ως Newton's conjugate distance equation. Ο Isaac Newton την όρισε για μια μόνο επιφάνεια ("Opticks", Book 1, Part 1, axiom 6, Dover 1952).

Ταυτόχρονα κερδίσαμε σημαντικές εκφράσεις για τη μεγέθυνση $m = n'/n$ στις εξισώσεις (2.6) και (2.7). Αυτές γενικά γράφονται

$$z = -f/m \quad z' = -mf' \quad (2.9)$$

Είναι επίσης χρήσιμο να έχουμε μια εξίσωση συζυγών αποστάσεων σε όρους αποστάσεων του αντικειμένου και του ειδώλου από τα αντίστοιχα κύρια επίπεδα. Αν $PO = l$ και $P'O' = l'$ (με l αρνητικό και l' θετικό στην εικόνα 2.11) έχουμε

$$l = z + f \quad l' = z' + f' \quad (2.10)$$

αν οι τιμές των z και z' αντικατασταθούν από την εξίσωση (2.9), όπου το n εξαλείφεται, έχουμε

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1 \quad (2.11)$$

δηλαδή την απαιτούμενη εξίσωση. Έχουμε επίσης ανάλογα με την εξίσωση (2.9)

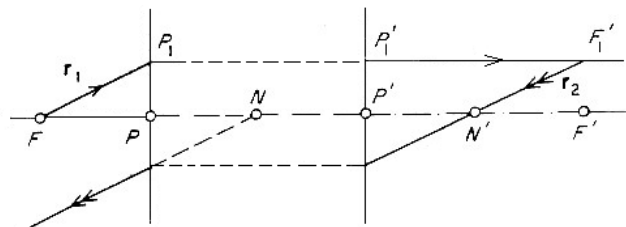
$$l = f\left(1 - \frac{1}{m}\right) \quad \text{και} \quad l' = f'(1 - m) \quad (2.12)$$

οπότε

$$m = -\frac{l'f}{lf'} \quad (2.13)$$

Η αξιοσημείωτη διαφορά μεταξύ των εξισώσεων (2.8) και (2.11) για τις συζυγείς αποστάσεις προκύπτει γιατί στην εξίσωση (2.11) τα συζυγή αναφέρονται σε σχέση με το χώρο του αντικειμένου και του ειδώλου που είναι και τα ίδια συζυγή, δηλαδή τα δυο κύρια σημεία, ενώ οι κύριες εστίες δεν είναι συζυγείς.

Ένα τρίτο χρήσιμο ζευγάρι σημείων στον άξονα είναι τα κομβικά σημεία N και N'. Αυτά είναι τέτοια ώστε μια ακτίνα που εισέρχεται μέσω του N να εξέρχεται από το N' παράλληλη με την αρχική της διεύθυνση. Οι θέσεις των κομβικών σημείων μπορούν να βρεθούν, χρησιμοποιώντας το συνηθισμένο σύστημα που χαρακτηρίζεται από τα F, F', P και P', όπως φαίνεται στην εικόνα 2.12.



εικ. 2.12 Κομβικά σημεία.

Εύκολα φαίνεται από τα όμοια τρίγωνα ότι

$$FN = f' \quad F'N' = f \quad (2.14)$$

Τα έξι σημεία F, F', P, P', N, N' μερικές φορές καλούνται cardinal points. Αν μία από τις τετράδες F, F', P, P' ή F, F', N, N' είναι γνωστή, οι ιδιότητες του συστήματος μπορούν να καθοριστούν απόλυτα, εφόσον η εξίσωση συζυγών αποστάσεων και ο φορμαλισμός της μεγέθυνσης είναι γνωστά. Τα σημεία μπορούν να προκύψουν σε οποιαδήποτε σειρά και σχετική θέση στον οπτικό άξονα και υπόκεινται μόνο στους περιορισμούς που θέτει η εξίσωση 2.14.

Η σχέση μεταξύ των αξονικών σημείων αντικειμένου και ειδώλου που γίνεται από τις εξισώσεις (2.8) και (2.11) είναι μία προς μία αντιστοίχιση μεταξύ ζευγών σημείων σε

μία γραμμή, τον οπτικό άξονα. Είναι μία involution (σε όρους projective geometry). Παρόμοια ο μετασχηματισμός που εκφράζει το τμήμα της ακτίνας του ειδώλου σε όρους τμήματος αντικειμένου είναι μία προς μία αντιστοίχιση μεταξύ γραμμών στον ίδιο τρισδιάστατο χώρο (a collineation) με αξονική συμμετρία. Πιο λεπτομερής αναφορά στις involutions και collineations δεν είναι απαραίτητο να αναφερθεί στη γεωμετρική οπτική. Πρέπει απλά να επισημανθεί ότι ο πραγματικός σχηματισμός οπτικού ειδώλου είναι πολύ πιο πολύπλοκος από τις ιδανικές περιπτώσεις που περιγράφηκαν^{15,16}.

2.3 ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΕΚΤΡΟΠΕΣ

2.3.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

Η γενική ιδέα της εκτροπής ενός οπτικού συστήματος είναι η αποτυχία του συστήματος να συμμορφωθεί στη διαδικασία παραγωγής ενός ιδανικού ειδώλου όπως αυτό περιγράφηκε προηγουμένως. Αν P είναι ένα οποιοδήποτε σημειακό αντικείμενο και P' είναι το Gaussian είδωλο του, τότε όλες οι ακτίνες από το P π.χ όλες εκείνες που διέρχονται από την aperture stop, πρέπει να περνούν μέσω του P'. Εναλλακτικά, τα μέτωπα κύματος από το P πρέπει, στο χώρο του ειδώλου, να είναι τμήματα σφαιρών επικεντρωμένα στο P'. Αυτές οι συνθήκες είναι ισοδύναμες και οι εκτροπές παρουσιάζονται ως μη εκπλήρωση είτε της μιας είτε της άλλης συνθήκης.

Είναι δυνατό οι ακτίνες ή τα μέτωπα κύματος από το P να συγκλίνουν όλα σε ένα σημείο P'' στο χώρο του ειδώλου που δεν είναι το P' (το Gaussian είδωλο του P) αλλά είναι κοντά στο P'. Αυτό μας οδηγεί στον πολύ χρήσιμο διαχωρισμό μεταξύ των

- Point-imaging aberrations, στις οποίες οι ακτίνες στο χώρο του ειδώλου δεν συγκλίνουν και στις
- Image-shape aberrations, όπου κάθε σημειακό αντικείμενο σχηματίζει ένα πραγματικό σημειακό είδωλο αλλά δεν υπάρχει η κατάλληλη ομοιότητα ανάμεσα στα σχήματα ειδώλου – αντικειμένου

Μια άλλη πολύ χρήσιμη περιγραφή των εκτροπών ενός οπτικού συστήματος είναι η παρακάτω¹⁷:

¹⁶ "Formation and Sampling of the Retinal Image", L.N. Thibos, Handbook of Perception and Cognition

¹⁷ "Mathematical Treatment of Ocular Aberrations", D.A. Atchison

- Εκτροπές μετώπου κύματος

Θεωρούμε ένα σφαιρικό μέτωπο κύματος που εκπέμπεται από μία σημειακή πηγή. Λόγω των εκτροπών σε ένα οπτικό σύστημα, το σφαιρικό μέτωπο κύματος παραμορφώνεται στο σχήμα του καθώς ταξιδεύει μέσω του συστήματος. Αυτό το aberrated μέτωπο κύματος μπορεί να συγκριθεί με ένα ιδανικό σφαιρικό μέτωπο κύματος, που έχει το κέντρο καμπυλότητας στην θέση που βρίσκεται το ιδανικό είδωλο. Για το ιδανικό μέτωπο κύματος κάθε ακτίνα συγκλίνει στο ίδιο σημείο και το σημειακό είδωλο είναι τοποθετημένο σε τέτοια θέση ώστε να παράγει ένα είδωλο που είναι ακριβές αντίγραφο του αντικειμένου, επιτρέποντας διάφορες μεγεθύνσεις. Ενώ το aberrated μέτωπο κύματος μπορεί να συγκριθεί με το ιδανικό μέτωπο κύματος σε κάθε σημείο ενός οπτικού συστήματος, μία βολική θέση για να γίνει αυτή η σύγκριση είναι η κόρη εξόδου του συστήματος. Η κόρη εξόδου είναι η περιοριστική οπή (limiting aperture) του συστήματος όπως φαίνεται από την πλευρά του ειδώλου. Η εξαγωγή του aberrated μετώπου κύματος από το ιδανικό μέτωπο κύματος δίνει την εκτροπή του μετώπου κύματος που σχετίζεται με ένα συγκεκριμένο σημείο της κόρης εξόδου.

- Εγκάρσιες εκτροπές

Πρόκειται για τη διαφορά (departure) μιας μόνο ακτίνας από την ιδανική θέση της στο επίπεδο του ειδώλου. Έχει μία οριζόντια και μία κάθετη συνιστώσα.

- Αξονικές εκτροπές

Πρόκειται για τη διαφορά (departure) της τομής, όπου συμβαίνει, μιας ακτίνας με τον άξονα αναφοράς μακριά από το σημείο όπου θα συνέβαινε η ιδανική τομή. Μπορεί να έχει διαφορετικές τιμές στο οριζόντιο και στο κάθετο επίπεδο. Μπορεί να μετρηθεί είτε ως μήκος (m) είτε ως δύναμη (D) και επομένως εκφράζεται σε μορφή που οι περισσότεροι ερευνητές της όρασης γνωρίζουν καλά και μπορούν να διαχειριστούν εύκολα. Οι εκτροπές του οφθαλμού συνήθως μετρούνται στην πλευρά του αντικειμένου (σε ένα οπτικό σύστημα). Αντί να αναφέρονται οι εκτροπές στην κόρη εξόδου, αναφέρονται στην κόρη εισόδου που είναι το είδωλο της περιοριστικής οπής (της ίριδας) στην πλευρά του αντικειμένου.

Οι τελευταίες αυτές εκτροπές είναι φυσικά, η παραμόρφωση και η καμπύλωση πεδίου ενώ οι πρώτες είναι η σφαιρική εκτροπή, το κόμα, ο αστιγματισμός και οι εκτροπές υψηλής τάξης σύνθετης μορφής.

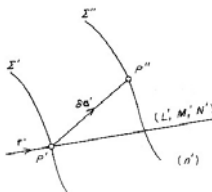
Το βασικό πρόβλημα που αντιμετωπίζει κανείς είναι να υπάρξει ένα οπτικό σύστημα με δεδομένες εκτροπές π.χ. με μηδενικές ή ελάχιστες εκτροπές εντός κάποιων

συνθηκών. Γι' αυτό το λόγο χρειάζεται κάποια ιδέα για το πως προκύπτουν οι εκτροπές ή τι είδους εκτροπές προκύπτουν από δεδομένα είδη οπτικών στοιχείων. Στο παρόν τμήμα του κεφαλαίου θα εξεταστεί η σχέση μεταξύ των δύο κύριων ορισμών για τις εκτροπές και θα εισαχθεί μια κατηγοριοποίηση των εκτροπών με τύπους και ονοματολογία κατάλληλη για τον οπτικό σχεδιασμό. Οι σχέσεις αυτές μεταξύ των ορισμών αποκτούνται με τον καλύτερο τρόπο, εισάγοντας την χαρακτηριστική εξίσωση του Hamilton, μια εξαιρετική σύλληψη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξαχθούν αρκετά χρήσιμα θεωρητικά αποτελέσματα. Η συζήτηση εδώ περιορίζεται στις μονοχρωματικές εκτροπές.

2.3.2 ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ, ΕΓΚΑΡΣΙΕΣ ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΗΣΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Έστω P και P' είναι σημεία στους χώρους του αντικειμένου και του ειδώλου ενός οπτικού συστήματος αντίστοιχα που δεν είναι σε γενικές γραμμές συζυγή, έτσι ώστε συνήθως μια μόνο ακτίνα μπορεί να βρεθεί που να περνάει μέσω του P και του P'. Η χαρακτηριστική εξίσωση σημείου V του Hamilton ορίζεται ως ο οπτικός δρόμος κατά μήκος αυτής της μοναδικής ακτίνας από το P στο P'. Επομένως είναι μια συνάρτηση των συντεταγμένων των P και P' και μπορεί να γραφεί ως V (α, α') όπου α και α' είναι τα διανύσματα θέσης των P και P'. Η μορφή της συνάρτησης του V εξαρτάται φυσικά από το οπτικό σύστημα και είναι δυνατό να υπολογιστεί μόνο αριθμητικά δηλαδή δεν είναι δυνατό να αποκτηθεί από ένα τύπο, παρά μόνο σε τετριμμένες περιπτώσεις. Αγνοώντας αυτήν την δυσκολία, υποθέτουμε ότι το V είναι γνωστό για ένα δεδομένο σύστημα. Έστω r' μοναδιαίο διάνυσμα πάνω στην ακτίνα που περνάει από το P' (εικόνα 2.13) και Σ' το μέτωπο κύματος από το P μέσω του P'. Αν P'' είναι ένα γειτονικό σημείο με διάνυσμα θέσης α' και δα', έχουμε, θεωρώντας το V ως συνάρτηση του α' μόνο για μια στιγμή

$$V(\alpha' + \delta\alpha', \alpha) - V(\alpha', \alpha) = \delta\alpha' \cdot \text{grad } V. \quad (2.15)$$



εικ. 2.13 The characteristic function and the ray components.

* Αν το P' είναι κοντά στο Gaussian είδωλο του P μπορεί να συμβεί ότι δύο ή περισσότερες ακτίνες από το P περνούν μέσω του P' και οι οπτικοί δρόμοι μπορεί να είναι άνισοι. Η συνάρτηση V τότε παίρνει πολλές τιμές.

Όμως η αριστερή πλευρά της εξίσωσης είναι ίση με τον οπτικό δρόμο (από δω και στο εξής θα αναφέρεται σαν OPL, optical path length) μεταξύ των μετώπων κύματος Σ' και Σ'' μέσω του P' και του P'' αντίστοιχα, δηλαδή $n' \delta\alpha' \cdot r'$ όπου n' είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου. Επομένως έχουμε

$$n' \delta\alpha' \cdot r' = \delta\alpha' \cdot \text{grad}V \quad (2.16)$$

και εφόσον το $\delta\alpha'$ είναι μια αυθαίρετη προσαύξηση, τότε $n' r' = \text{grad}V$ ή

$$\left. \begin{aligned} n' L' &= \frac{\partial V}{\partial x'} \\ n' M' &= \frac{\partial V}{\partial y'} \\ n' N' &= \frac{\partial V}{\partial z'} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

όπου, όπως συνήθως L' , M' , N' είναι τα συνημίτονα της κατεύθυνσης της ακτίνας.

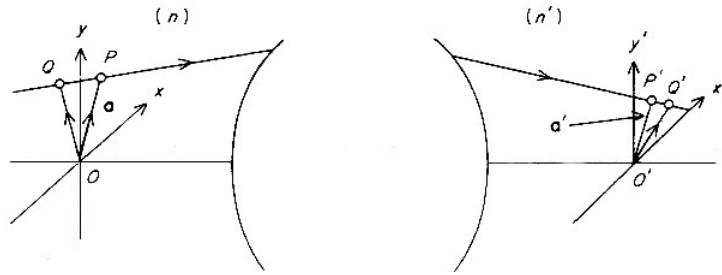
Με τον ίδιο τρόπο για τον χώρο του αντικειμένου

$$\left. \begin{aligned} n L &= - \frac{\partial V}{\partial x} \\ n M &= - \frac{\partial V}{\partial y} \\ n N &= - \frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

Επομένως η χαρακτηριστική συνάρτηση σημείου θα έδινε, αν ήταν γνωστή, την αντιστοιχία των ακτίνων αντικειμένου – ειδώλου.

Μια άλλη στενά συνδεδεμένη, χαρακτηριστική συνάρτηση καλείται eikonal και συμβολίζεται με E . Αυτή η συνάρτηση επίσης ορίστηκε και χρησιμοποιήθηκε από τον Hamilton αλλά ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα και της δόθηκε το όνομα eikonal από τον H. Bruns το 1895.

Ας θεωρήσουμε τα σημεία O και O' στην εικόνα 2.14 ότι είναι οι θέσεις του αντικειμένου και του ειδώλου (χωρίς να είναι απαραίτητα συζυγή) και έστω ότι μια ακτίνα συναντάει τα επίπεδα κάθετα στον άξονα μέσω των O και O' στα P και P' .



εικ. 2.14 The eikonal.

Το τμήμα OP είναι το διάνυσμα α και το $O'P'$ το α' . Οι κάθετες από τα σημεία O και O' συναντούν την ακτίνα στα Q και Q' . Η συνάρτηση E ορίζεται σαν OPL από το Q στο Q' , ως συνάρτηση των συνημίτονων των τμημάτων της ακτίνας. Επομένως, με όρους της χαρακτηριστικής συνάρτησης προκύπτει

$$E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = V(\alpha, \alpha') - n' \alpha' \cdot \mathbf{r}' + n\alpha \cdot \mathbf{r} \quad (2.19)$$

Παραγωγίζοντας την εξίσωση ως προς L' προκύπτει

$$\frac{\partial E}{\partial L'} = \frac{\partial V}{\partial x'} \frac{\partial V}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial L'} + \frac{\partial V}{\partial y'} \frac{\partial V}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial L'} - n' x' - n' L' \frac{\partial x'}{\partial L'} - n' M' \frac{\partial y'}{\partial L'} \quad (2.20)$$

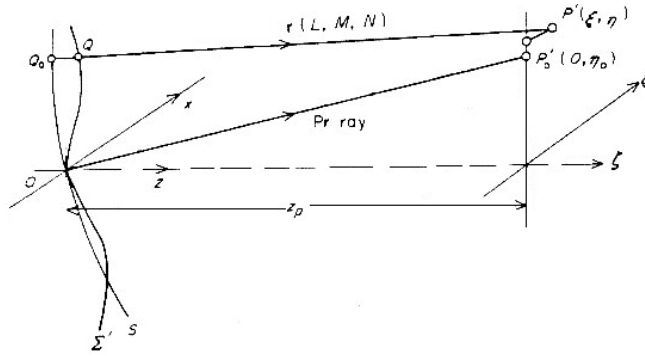
και χρησιμοποιώντας τις δύο πρώτες εξισώσεις της (2.17) προκύπτει

$$\frac{\partial E}{\partial L'} = -n' x' \quad (2.21)$$

και παρόμοια

$$\frac{\partial E}{\partial M'} = -n' y' \quad (2.22)$$

Αντίστοιχα υπάρχουν εξισώσεις για το χώρο του αντικειμένου και επομένως η E θα έδινε επίσης ολοκληρωτικά τις ιδιότητες ενός συστήματος αν μπορούσε να υπολογιστεί, αφού οι εξισώσεις (2.21) και (2.22) θα απέδιδαν τις εγκάρσιες εκτροπές. Τώρα πλέον μπορούν να οριστούν οι εκτροπές μετώπου κύματος και μέσω των χαρακτηριστικών συναρτήσεων να συσχετιστούν άμεσα με τις ακτινικές εκτροπές. Στην παρακάτω εικόνα έστω O ότι είναι το κέντρο της κόρης εξόδου ενός συμμετρικού οπτικού συστήματος και OP' είναι μια πεπερασμένη κύρια ακτίνα από ένα σημειακό αντικείμενο P, που δεν είναι φανερό στην εικόνα.



εικ. 2.15 Wavefront aberration and transverse ray aberration.

Θεωρούμε τους συνήθεις x -, y - άξονες στο επίπεδο της κόρης και ξ -, η - άξονες στο επίπεδο του ειδώλου αλλά στην παρούσα περίπτωση ούτε το επίπεδο της κόρης ούτε του ειδώλου είναι απαραίτητα το Gaussian επίπεδο, μολονότι θα ήταν πιο βολικό να θεωρηθεί αυτό. Το σημείο P βρίσκεται στο επίπεδο που περιέχει τους y - και z - άξονες. Δεν υπάρχει απώλεια της γενικότητας σ' αυτό σε σχέση με την αξονική συμμετρία του συστήματος. Το Σ' θεωρείται το μέτωπο κύματος της δέσμης ακτίνων από το P που περνούν μέσω του O και S είναι η σφαίρα αναφοράς με κέντρο το P_0' και ακτίνα $P_0'O$. Ας θεωρήσουμε μια άλλη ακτίνα r της δέσμης από το P να συναντά τα S και Σ' στα Q_0 και Q αντίστοιχα και τα συναντά το επίπεδο του ειδώλου το P' . Οι συντεταγμένες των Q_0 , P' και P_0' θα είναι (x,y,z) , (ξ,η) και $(0, n_0)$ αντίστοιχα και τα συνημίτονα της κατεύθυνσης της ακτίνας r (L,M,N) .

Η εκτροπή μετώπου κύματος ορίζεται τότε ως ο οπτικός δρόμος από το Q_0 στο Q δηλαδή είναι η nQ_0Q όπου n είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου. Το σύμβολο W χρησιμοποιείται για την εκτροπή μετώπου κύματος και στην παρούσα κατάσταση είναι μια συνάρτηση της θέσης του Q_0 , ένα σημείο στην σφαίρα αναφοράς. Γι αυτό γράφεται ως $W(x,y)$, εφόσον το z καθορίζεται από την συνθήκη όπου το Q_0 βρίσκεται πάνω στη σφαίρα αναφοράς. Σαφώς η συνάρτηση $W(x,y)$ εκφράζει την παραμόρφωση του μετώπου κύματος από το ιδανικό σφαιρικό σχήμα και γι' αυτό το λόγο είναι μια κατάλληλη συνάρτηση για να καθορίσει λεπτομερώς την εκτροπή σύμφωνα με τον τρόπο όπως περιγράφεται στην παράγραφο 2.3.1.

Η εικόνα 2.15 μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να μορφοποιηθεί ένας ορισμός των ακτινικών εκτροπών (ray aberration). Το γεγονός ότι το P' δεν συμπίπτει με το P_0' αποτελεί την εκτροπή και μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα δύο αυτά στοιχεία της μετατόπισης $P_0' P'$ για να διευκρινιστούν οι εκτροπές. Αυτά είναι τα ξ , $\eta - n_0$ και

καλούνται τα στοιχεία της εγκάρσιας αξονικής / ακτινικής εκτροπής. (transverse ray aberration). Ξανά είναι συνάρτηση των x και y . Τα δηλώνουμε ως $\delta\xi$ και $\delta\eta$.

Και η εκτροπή μετώπου κύματος και η εγκάρσια αξονική εκτροπή εξαρτώνται φυσικά από τη θέση του σημειακού αντικειμένου P αλλά προς το παρόν δεν ενδιαφερόμαστε γι αυτό.

Τώρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την χαρακτηριστική συνάρτηση για να εξάγουμε μία σχέση μεταξύ της εκτροπής μετώπου κύματος και της εγκάρσιας αξονικής εκτροπής. Ο OPL από το P στο O είναι $V(P,Q)$ όπου V είναι η χαρακτηριστική συνάρτηση σημείου όπως ορίστηκε προηγουμένως, έτσι ώστε:

$$W(x,y) = V(P,Q) - V(P,Q_0) = V(P,O) - V(P,O_0) \quad (2.23)$$

εφόσον το Q και O βρίσκεται στο ίδιο μέτωπο κύματος και βρίσκονται επομένως στην ίδια οπτική απόσταση από το P . Διαφορίζοντας την εξίσωση έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= - \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Η εξίσωση της σφαίρας αναφοράς είναι

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2n_0y - 2z_p z = 0 \quad (1.25)$$

όπου z_p είναι η απόσταση του επιπέδου του ειδώλου από την κόρη.

Αν αντικαταστήσουμε τις τιμές που αποκτούνται από αυτό, για τα $\partial z / \partial x$ και $\partial z / \partial y$ στην εξίσωση (2.24) και αν χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (2.17) έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n} \frac{\partial w}{\partial x} &= - \left(L + \frac{Nx}{z_p - z} \right) \\ \frac{1}{n} \frac{\partial w}{\partial y} &= - \left(M + \frac{N(y - n_0)}{z_p - z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Αλλά $(L,M,N) = \frac{(\xi - x, n - y, z_p - z)}{Q_0 P'}$ (2.27)

και αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στην εξίσωση (2.26) προκύπτει

$$\left. \begin{aligned} \delta\xi &= - \frac{Q_0 P'}{n} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \delta\eta &= - \frac{Q_0 P'}{n} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Αυτές οι εξισώσεις που συσχετίζουν τις εκτροπές μετώπου κύματος με τις εγκάρσιες αξονικές εκτροπές είναι ακριβείς αλλά περιέχουν την άγνωστη απόσταση QoP' . Για πρακτικούς λόγους μπορούμε να αντικαταστήσουμε την QoP' με R , την ακτίνα της σφαίρας αναφοράς και τότε έχουμε

$$\left. \begin{aligned} \delta\xi &= - \frac{R}{n} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \delta\eta &= - \frac{R}{n} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

εκφράσεις της εγκάρσιας ακτινικής εκτροπής (transverse ray aberration) σε όρους εκτροπής μετώπου κύματος. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι συντεταγμένες x και y είναι αυτές του Q_o , του σημείου τομής της ακτίνας με την σφαίρα αναφοράς, όχι το επίπεδο της κόρης. Κάτω από αυτές τις συνθήκες οι εξισώσεις (2.28) είναι αληθείς για κάθε γωνία πεδίου.

Συμβαίνει συχνά οι εγκάρσιες ακτινικές εκτροπές να είναι γνωστές από την πορεία των ακτίνων που επιθυμούμε να υπολογίσουμε τις εκτροπές μετώπου κύματος. Επομένως γνωρίζουμε τα $\delta\xi$ και $\delta\eta$ ως συναρτήσεις των x και y για κάποια εστία κατά μήκος της σφαίρας αναφοράς ας πούμε από το A στο B . Τότε από τις εξισώσεις (2.29) προκύπτει

$$\frac{R}{n} |W_B - W_A| = - \int_A^B \{ \delta\xi dx + \delta\eta dy \} \quad (2.30)$$

όπου τα όρια της ολοκλήρωσεως είναι από το A στο B .

2.3.3 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΙΣ ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΜΙΑΣ ΑΛΛΑΓΗΣ ΣΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Στην παράγραφο 2.3.2 συζητήθηκε η σχέση μεταξύ των εκτροπών μετώπου κύματος και των transverse ray aberrations με συγκεκριμένη επιλογή του κέντρου της σφαίρας αναφοράς ως το σημείο τομής της κύριας ακτίνας με το επίπεδο του ειδώλου. Ωστόσο κάποιες άλλες φορές, άλλες επιλογές είναι επιθυμητές. Πιο γενικά, χρειάζεται να γνωρίζουμε την επίδραση στις εκτροπές μικρών αλλαγών στο κέντρο της σφαίρας αναφοράς. Αυτό επιτρέπει σε κάποιον να επιλέξει ως σημειακό είδωλο εκείνο το κέντρο σε σχέση με το οποίο οι εκτροπές είναι ελάχιστες, σύμφωνα κάποια προσυμφωνημένα κριτήρια.

Ας υποθέσουμε σύμφωνα με την παράγραφο 2.3.2, ότι το σημείο P' ο αλλάζει σε P₁' , μια θέση με συντεταγμένες (δξ_ο, n_ο + δn_ο, δζ_ο) και ότι η νέα σφαίρα αναφοράς εξακολουθεί αν περνάει μέσω του O, του κέντρου της κόρης. Αν η επακόλουθη προσαύξηση της εκτροπής μετώπου κύματος είναι δW όπως στην εξίσωση 2.18, τότε διαφορίζοντας την εξίσωση της σφαίρας αναφοράς (2.25) προκύπτει

$$(xL + yM + zN) \frac{\delta W}{n} = -x \delta \xi_o - y \delta n_o + n_o M \frac{\delta W}{n} - z \delta \zeta_o + z_p N \frac{\delta W}{n} \quad (2.31)$$

εφόσον δx = - LδW/n κτλ. Γι αυτή τη διαφορίση ήταν αναγκαίο να εισαχθεί στην εξίσωση 2.25 ένας notional (θεωρητικός/φανταστικός) όρο -2ξ_οx και να τεθεί ξ_ο = 0 μετά τη διαφορίση. Έτσι προκύπτει

$$\begin{aligned} \delta W &= - \frac{n(x\delta \xi_o + y\delta n_o + z\delta \zeta_o)}{Lx + M(y - n_o) + N(z - z_p)} \\ &= \frac{n}{R}(x\delta \xi_o + y\delta n_o + z\delta \zeta_o) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Επομένως προέκυψε η αλλαγή στην εκτροπή μετώπου κύματος λόγω της αλλαγής στο κέντρο της σφαίρας αναφοράς.

Για τις transverse ray aberrations οι προσαυξήσεις στα δξ και δη αποκτώνται εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.29) στην προσαύξηση δW, συγκρατώντας στη μνήμη ότι τα x, y και z σχετίζονται με ένα σημείο στη σφαίρα αναφοράς

$$x^2 + (y - n_o)^2 + (z - z_p)^2 = R^2.$$

Υποθέτουμε ότι αυτό παραμένει ουσιαστικά ανεπηρέαστο από την αλλαγή στο κέντρο της σφαίρας αναφοράς.

Βρίσκουμε ότι

$$\left. \begin{aligned} \delta(\delta \xi) &= - \left(\frac{x}{z_p - z} \delta \zeta_o + \delta \xi_o \right) \\ \delta(\delta n) &= - \left(\frac{y - n_o}{z_p - z} \delta \zeta_o + \delta n_o \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

2.3.4 ΦΥΣΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Η παράγραφος 2.3.3 μπορεί να εγείρει το ερώτημα: Ποια είναι η επίδραση στις εκτροπές μετώπου κύματος μιας αλλαγής στην ακτίνα R της σφαίρας αναφοράς

(διατηρώντας το κέντρο της όμως σταθερό;). Μπορεί να δειχθεί ότι αν η αλλαγή στην ακτίνα R είναι δR τότε η αλλαγή στο W είναι της τάξης $\theta^2 \delta R$, όπου θ είναι η μικρή γωνία $P_0'P/R$ δηλαδή the angular ray aberration. Αυτή η ποσότητα είναι γενικά κατά πολύ μικρότερη από την πραγματική εκτροπή μετώπου κύματος. Παρόλα αυτά κάποιος μπορεί να σκεφτεί ότι δεν είναι ικανοποιητικό να έχει οριστεί μια μέτρηση των εκτροπών, στην οποία η ποσότητα / το μέγεθος εξαρτάται από την προφανώς αυθαίρετη επιλογή της ακτίνας της σφαίρας αναφοράς, ιδιαίτερα όταν δεν υπάρχει καμία τέτοια επίδραση για τις transverse ray aberrations ούτε για τις χαρακτηριστικές εξισώσεις της παραγράφου 2.3.2. Αυτό το μειονέκτημα των εκτροπών μετώπου κύματος δεν επηρεάζει ωστόσο σημαντικά την κύρια χρησιμότητα τους, που είναι να παρέχουν μια μέτρηση των εκτροπών με άμεση φυσική σημασία για τον σχηματισμό ενός οπτικού ειδώλου. Για να διαπιστωθεί πως προκύπτει αυτό, χρειάζεται να αναφερθούν κάποιες αρχές της οπτικής φυσικής.

Το είδωλο ενός σημειακού αντικειμένου που σχηματίζεται από ένα aberration – free σύστημα δεν είναι φυσικά ένα σημείο αλλά ένα σχέδιο (pattern) περίθλασης, του οποίου η κλίμακα εξαρτάται από το μήκος κύματος και τη γωνία σύγκλισης μιας δέσμης ακτίνων που σχηματίζουν το είδωλο, γνωστό ως Airy pattern. Στην παρουσία εκτροπών, αυτό το pattern γίνεται λιγότερο αυστηρό και αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να θεωρηθεί ότι οφείλεται στο ότι διαταραχές του φωτός από διαφορετικά τμήματα της κόρης δεν φθάνουν στο γεωμετρικό σημειακό είδωλο (το κέντρο της σφαίρας αναφοράς) με την ίδια φάση. Η φάση της διαταραχής από το σημείο (x,y) στην κόρη είναι στην ουσία $(2\pi/\lambda)W(x,y)$ όπου W είναι η εκτροπή μετώπου κύματος όπως ορίζεται στην εξίσωση 7.2 και αυτή η ποσότητα εισάγεται άμεσα στον υπολογισμό του aberrated Airy pattern. Έχει βρεθεί λοιπόν ότι οι εκτροπές εκφράζονται ικανοποιητικά με όρους $W(x,y)$ όταν η διόρθωση εκτροπών του συστήματος είναι τέτοια που το σημειακό είδωλο είναι μια καλή προσέγγιση του Airy pattern. Είναι επομένως χρήσιμη σαν μέτρηση των εκτροπών για υψηλής ποιότητας οπτικά συστήματα.

Όταν οι συνθήκες της χρήσης δεν απαιτούν μια ακριβή διόρθωση των εκτροπών π.χ. όταν το όριο διακριτικής ικανότητας (resolution limit) του ανιχνευτή είναι μεγαλύτερο από το Airy pattern, άλλες μετρήσεις της ποιότητας των εκτροπών μπορεί να είναι κατάλληλες. Οι transverse ray aberrations δίνουν μια ικανοποιητική ιδέα ενός σοβαρά aberrated σημειακού ειδώλου και στο τελευταίο τμήμα αυτού του κεφαλαίου

θα περιγραφούν κάποιοι διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους μπορούν οι εκτροπές να δειχθούν.

Είναι φανερό ότι και οι δύο τρόποι περιγραφής των εκτροπών έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα και είναι επομένως αναγκαίο να τους γνωρίζουμε. Τα μέτωπα κύματος, τα οποία αντιμετωπίζουμε, θεωρούνται μία από τις κύριες ιδέες της γεωμετρικής οπτικής. Ωστόσο, οι εκτροπές μετώπου κύματος αποκαλύπτουν πληροφορίες που μπορούν να εφαρμοστούν σε προβλήματα σχηματισμού ειδώλου από περίθλαση και έτσι η σχέση $W(x,y)$ είναι ο ουσιαστικός συνδετικός κρίκος μεταξύ των δύο αυτών διαφορετικών περιοχών.

Μπορεί στο τέλος να σημειωθεί ότι η συνάρτηση *eikonal*, όπως περιγράφηκε στην παράγραφο 2.3.2, μπορεί να συσχετιστεί με τις εκτροπές μετώπου κύματος. Όταν αυτή χρησιμοποιείται για βασικές θεωρητικές μελέτες, η αρχή των O και O' (εικόνα 2.14), από τα οποία κάθετες σχεδιάζονται προς τα τμήματα της ακτίνας, είναι συνήθως πάνω στον οπτικό άξονα και είναι είτε Gaussian συζυγή σημεία είτε οι κύριες εστίες. Ωστόσο αυτό δεν χρειάζεται να είναι έτσι και θα μπορούσε για παράδειγμα να θεωρηθούν αυτά ως τα σημεία τομής μιας πεπερασμένης κύριας ακτίνας με τα Gaussian επίπεδα αντικειμένου και ειδώλου, P_o και P_o' (εικόνα 2.15). Τότε μπορεί να δειχθεί ότι αν Q και Q' είναι οι καταλήξεις των καθέτων από τα P_o και P_o' σε μια άλλη πεπερασμένη ακτίνα μιας δέσμης, η ποσότητα $[P_o P_o'] - [QQ']$ είναι η εκτροπή μετώπου κύματος που αναφέρεται σε μια σφαίρα αναφοράς με άπειρη ακτίνα καμπυλότητας επικεντρωμένη στο P_o' . Εφόσον $[QQ']$ είναι η συνάρτηση *eikonal* για αρχές από τα P_o και P_o' , συσχετίστηκαν άμεσα οι δυο θεωρήσεις.

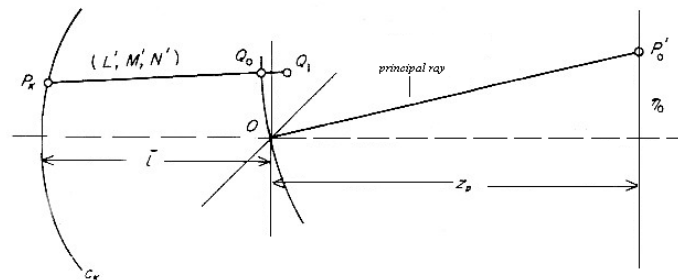
2.3.5 ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Η παρακολούθηση της πορείας πεπερασμένων ακτίνων είναι η βασική μέθοδος υπολογισμού της ακριβούς συμπεριφοράς ενός οπτικού συστήματος. Από αυτό μπορούν να βρεθούν άμεσα οι *transverse ray aberrations* και στη συνέχεια σύμφωνα με την εξίσωση (2.30) οι εκτροπές μετώπου κύματος. Όλες οι άλλες τεχνικές για τον υπολογισμό των εκτροπών μετώπου κύματος ή λίγο-πολύ του ισοδύναμου αυτών, εξαρτώνται επίσης σημαντικά από την ακολουθία της πορείας πεπερασμένων ακτίνων. Ωστόσο υπάρχουν αρκετές παραλλαγές, από τις οποίες κάποια ή κάποιες, μπορεί να είναι βολικές και εξαρτώνται από τον σκοπό του υπολογισμού και από την ταχύτητα και την αναλυτική ικανότητα του υπολογιστή που είναι διαθέσιμος.

Μια μέθοδος προκύπτει άμεσα από τον ορισμό των εκτροπών μετώπου κύματος που δίνεται στην παράγραφο 2.3.2. Στην εικόνα 2.15 το W στο σημείο $Q_0(x,y,z)$ στην σφαίρα αναφοράς θεωρείται ως η διαφορά ανάμεσα στους οπτικούς δρόμους από το σημειακό αντικείμενο P στο Q_0 και από το P στο O, το κέντρο της κόρης, όπως στην εξίσωση (2.23).

Μπορούμε τότε να ακολουθήσουμε πεπερασμένες ακτίνες από το σημειακό αντικείμενο μέσω του συστήματος να βρούμε τις τομές τους με τη σφαίρα αναφοράς και να αθροίσουμε τα τμήματα των οπτικών δρόμων κατά μήκος των ακτίνων χρησιμοποιώντας την εξίσωση (2.23).

Για να γίνει αυτό πρέπει να γίνει μια μετάθεση σε μια αποκεντρωμένη σφαιρική επιφάνεια, την σφαίρα αναφοράς και πρέπει να αποκτηθούν οι OPLs των τμημάτων των ακτίνων. Η παρακάτω εικόνα αναπαριστά τη μετάθεση στη σφαίρα αναφοράς.



εικ. 2.16 Υπολογισμός της τομής μιας ακτίνας με την τελική σφαίρα αναφοράς.

Η ακτίνα με συνημίτονα κατεύθυνσης (L,M,N) αφήνει την τελευταία k^{th} επιφάνεια στο σημείο P_k , του οποίου οι συντεταγμένες είναι (x_k, y_k, z_k) στο σχήμα με αρχή σ' αυτή την επιφάνεια. Έστω ότι αυτή η ακτίνα συναντάει τη σφαίρα αναφοράς στο Q_0 και το επίπεδο της κόρης στο Q_1 και έστω ότι το επίπεδο της κόρης βρίσκεται σε απόσταση \bar{l} από την τελευταία επιφάνεια. Αν οι συντεταγμένες στο Q_1 είναι $(x_1, y_1, 0)$ και αυτές του Q_0 είναι (x, y, z) τότε

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_k + \frac{L'}{N'}(\bar{l} - z_k) \\ y_1 &= y_k + \frac{M'}{N'}(\bar{l} - z_k) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

και

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 + L' \Delta_p \\ y &= y_1 + M' \Delta_p \\ z &= N' \Delta_p \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

όπου $\Delta_p = Q_1 Q_0$. Για να βρεθεί το Δ_p , ελαχιστοποιούνται τα x , y και z της εξίσωσης (2.35) και στην εξίσωση της σφαίρας αναφοράς (2.25). Η διαδικασία που περιλαμβάνει την επιλογή πρόσημου της τετραγωνικής ρίζας είναι ίδια όπως στην συνηθισμένη πεπερασμένη ακολουθία της πορείας των ακτίνων. Το αποτέλεσμα είναι:

$$\Delta_p = \frac{x_1^2 + y_1^2 - 2n_0 y_1}{N'_z p - L'x_1 - M'(y_1 - n_0) + \left\{ (N'_z p - L'x_1 - M'(y_1 - n_0))^2 - x_1^2 - y_1^2 + 2n_0 y \right\}^{1/2}} \quad (2.36)$$

που ολοκληρώνει τη μετάθεση (transfer) στη σφαίρα αναφοράς. Ας θεωρήσουμε ότι D_j είναι το μήκος του τμήματος της ακτίνας ανάμεσα στις επιφάνειες $j-1$ και j . Τότε εύκολα είναι φανερό ότι

$$D_j = \frac{d'_{j-1} - z_{j-1}}{N'_j} + \Delta_j, \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (2.37)$$

Όπου τα σύμβολα αναφέρονται στις συνήθεις ποσότητες του ray tracing αλλά ο δείκτης j αναφέρεται αποκλειστικά στην επιφάνεια που μας ενδιαφέρει. Κατά τον ίδιο τρόπο το μήκος του τμήματος της ακτίνας από την τελευταία (k^{th}) επιφάνεια στη σφαίρα αναφοράς είναι

$$D_p = \frac{\bar{l} - z_k}{N'_k} + \Delta_p \quad (2.38)$$

και το D_1 το τμήμα από το σημειακό αντικείμενο στην πρώτη επιφάνεια αποκτάται από μια προφανή τροποποίηση της εξίσωσης (2.37). Τότε από την εξίσωση (2.23) προκύπτει

$$W(x,y) = \sum n(\bar{D} - D) \quad (2.39)$$

όπου το \bar{D} αναφέρεται στην κύρια ακτίνα και το D στην ακτίνα που συναντά τη σφαίρα αναφοράς στο σημείο Q_0 με συντεταγμένες (x,y,z) .

Το αποτέλεσμα δείχνει άμεσα την εξάρτηση των εκτροπών μετώπου κύματος από τις παραμέτρους του δρόμου των ακτίνων (ray paths). Παρόλα αυτά με τη μορφή που είναι, έχει περιορισμένη πρακτική σημασία γιατί καθένας από τους όρους στη δεξιά πλευρά είναι της τάξης του ποσού του ολικού μήκους του οπτικού συστήματος (ίσως μερικές εκατοντάδες χιλιοστά) ενώ η διαφορά μεταξύ αυτών πρέπει να υπολογιστεί σαν κλάσμα ενός μήκους κύματος. Αυτό μπορεί να χρειάζεται μεγάλες απαιτήσεις από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η εξίσωση (2.39) μπορεί να γραφεί σε μια μορφή

που να απαιτεί μικρότερη αριθμητική ακρίβεια με τον ακόλουθο τρόπο. Η εξίσωση (2.37) μπορεί να γραφεί ως

$$D_j = \frac{d'_{j-1} - z_{j-1} + z_j}{N_j} \quad (2.40)$$

Τότε έχουμε

$$W(x,y) = \sum_j n_j (\bar{D}_j - D_j) = \sum_j n_j \left\{ \frac{(d'_{j-1} - \bar{z}_{j-1} + \bar{z}_j)}{N_j} - \frac{(d'_{j-1} - z_{j-1} + z_j)}{N_j} \right\} \quad (2.41)$$

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των συνημίτονων, έχουμε αν \bar{N} και N είναι δύο οποιαδήποτε συνημίτονα στην z κατεύθυνση,

$$\frac{1}{\bar{N}} - \frac{1}{N} = \frac{N - \bar{N}}{N\bar{N}} = \frac{N^2 - \bar{N}^2}{N\bar{N}(N + \bar{N})} = \frac{\bar{L}^2 + \bar{M}^2 - L^2 - M^2}{N\bar{N}(N + \bar{N})} \quad (2.42)$$

και εφόσον τα L και M είναι συνήθως αρκετά μικρότερα από το N , αυτό ελαχιστοποιεί την ασφάλεια σε ακρίβεια. Στη συνέχεια αντικαθιστώντας αυτήν την έκφραση στην εξίσωση (2.41) έχουμε

$$W(x,y) = \sum_j n_j \left\{ d'_{j-1} \frac{(\bar{L}_j^2 + \bar{M}_j^2 - L_j^2 - M_j^2)}{N_j \bar{N}_j (N_j + \bar{N}_j)} + \frac{\bar{z}_j - \bar{z}_{j-1}}{N_j} - \frac{(z_j - z_{j-1})}{N_j} \right\} \quad (2.43)$$

Σ' αυτή την έκφραση δεν υπάρχουν πλέον πολύ μεγάλοι αριθμοί και όλοι οι όροι είναι της τάξης του ποσού του z , το οποίο τυπικά είναι μόνο λίγα χιλιοστά και έτσι το υπολογιστικό κόστος μειώνεται και μόνο λίγο εις βάρος της απλότητας στην έκφραση, η αριθμητική ακρίβεια βελτιώνεται στο σημείο όπου υπάρχει αρκετή ακρίβεια για ένα εξαψήφιο δεκαδικό computer για ένα οπτικό σύστημα μέτριου μεγέθους.

Για πολλές μεθόδους εκτίμησης ειδώλου είναι επιθυμητό να υπάρχουν είτε τα στοιχεία των transverse ray aberrations ή των εκτροπών μετώπου κύματος με τη μορφή πολυωνύμου ή spline των συντεταγμένων x και y της κόρης αντί για ένα σετ τιμών σε απομονωμένα σημεία. Δεν θα προχωρήσουμε σε λεπτομέρειες για τη δυνατότητα πολυωνυμικής προσαρμογής. Υποθέτουμε ότι είναι δυνατό να γίνει fitting με πολυώνυμα στις transverse ray aberrations και ότι στη συνέχεια γίνεται η ολοκλήρωση αλγεβρικά αυτών των πολυωνύμων σύμφωνα με την εξίσωση (2.30) έτσι ώστε να υπολογιστεί το αόριστο ολοκλήρωμα. Ένα ενδιαφέρον σημείο

προκύπτει εδώ που αφορά την ολοκλήρωση. Οι δυο transverse ray aberrations είναι, στη γενική μορφή και οι δυο, συναρτήσεις των μεταβλητών x και y και συνδέονται με την ιδιότητα ότι είναι ανάλογες με τις μερικές παραγώγους των εκτροπών μετώπου κύματος (βλέπε εξίσωση 2.29). Γι αυτό το ολοκλήρωμα την εξίσωση (2.30) πρέπει να είναι της μορφής

$$\frac{\partial}{\partial y} \delta\xi = \frac{\partial}{\partial x} \delta\eta \quad (2.44)$$

Ωστόσο, αν και αυτή η συνθήκη πρέπει να εκπληρωθεί για τις πραγματικές συναρτήσεις $\delta\xi$ και $\delta\eta$, δε σημαίνει ότι θα διατηρηθεί για τα fitted polynomials με οποιαδήποτε μορφή, καθώς αυτά είναι μόνο προσαρμογές. Αν η εξίσωση (2.44) δεν ικανοποιείται πλήρως, δεν θα είναι δυνατό να υπολογιστεί το $W(x,y)$ ως το αόριστο ολοκλήρωμα του $\delta\xi dx + \delta\eta dy$. Υπό τη φυσική έννοια αυτό σημαίνει ότι διαφορετικές τιμές του W θα αποκτούνται ανάλογα με την επιλογή του δρόμου για την ολοκλήρωση ανάμεσα σε δυο σημεία A και B στην κόρη, στην εξίσωση (2.30). Αυτό είναι παράλογο που μπορεί να προκύψει λόγω της επιλογής ακατάλληλων όρων στα πολυώνυμα των transverse ray aberrations και μπορεί να αποφευχθεί περιορίζοντας αυτά προκαταβολικά, έτσι ώστε να έχουν τη σωστή μορφή. Για παράδειγμα γνωρίζουμε από την συμμετρία ότι για μια δέσμη ακτίνων που είναι εκτός άξονα, το W βρίσκεται στον άξονα x (βλέπε παράγραφο 2.3.6) έτσι ώστε

$$W = ax^2 + by^2 + cx^2y + dy^3 + \dots; \quad (2.45)$$

Και επομένως τα $\delta\xi$ και $\delta\eta$ πρέπει να είναι της μορφής

$$\left. \begin{aligned} \delta\xi &= 2ax + 2cxy + \dots \\ \delta\eta &= 2by + cx^2 + 3dy^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

Τελικά σημειώνουμε ότι για ορισμένους σκοπούς ίσως είναι χρήσιμο να υπολογίσουμε τα πολυώνυμα για τις εκτροπές σε συνάρτηση τριών μεταβλητών, των δύο συντεταγμένων της κόρης και μιας τρίτης συντεταγμένης που είναι μια μέτρηση της γωνίας του πεδίου ή του ύψους του ειδώλου, αντί για να υπάρχουν ξεχωριστά πολυώνυμα για κάθε γωνία πεδίου.

2.3.6 THE THEORY OF ABERRATION TYPES

Μέχρι τώρα σε αυτό το κεφάλαιο συζητήθηκαν οι εκτροπές θεωρώντας μια πεπερασμένη πορεία ακτίνας (finite ray tracing) ως αφετηρία. Έτσι δείχθηκε πως να υπολογίζεται η ολική εκτροπή μέσω ενός συστήματος σε συνάρτηση της θέσης της κόρης και της γωνίας του πεδίου αλλά δεν έγινε φανερό τι είδους εκτροπές είναι πιθανό να προκύψουν σε ένα σύστημα και γι' αυτό δεν υπάρχει κάποια ένδειξη για το είδος των όρων που πρέπει να αναμένονται σε ένα πολυώνυμο εκτροπών.

Ο Sir William Hamilton ανέπτυξε μια πολύ κομψή θεωρία για τους τύπους των εκτροπών, ξεκινώντας από τον ορισμό της χαρακτηριστικής συνάρτησης και χρησιμοποιώντας τη συμμετρία εκ περιστροφής του οπτικού συστήματος, έδειξε ότι μόνο ορισμένοι όροι μπορεί πιθανό να υπάρξουν. Αυτοί οι όροι αντιστοιχούν στην σφαιρική εκτροπή, το κόμα κλπ. Μπορούμε να αναπτύξουμε τη θεωρία παρατηρώντας ότι η συνάρτηση eikonal E της παραγράφου 2.3.2 είναι μια συνάρτηση τεσσάρων μεταβλητών L, M, L', M' όπου είναι τα x και y συνημίτονα των τμημάτων μιας ακτίνας στους χώρους του αντικειμένου και του ειδώλου. Ωστόσο το οπτικό σύστημα είναι συμμετρικό εκ περιστροφής γύρω από τον z άξονα, έτσι ώστε μια rigid περιστροφή της ακτίνας γύρω από τον z άξονα, δεν μπορεί να μεταβάλλει την τιμή του E . Εναλλακτικά το E πρέπει να είναι ανεξάρτητο από μια rigid περιστροφή των x και y αξόνων γύρω από τον z - άξονα έτσι ώστε να είναι δυνατό να γραφεί το E σε συνάρτηση μεταβλητών που δεν εξαρτώνται από το αζιμούθιο των x και y αξόνων. Τέτοιες μεταβλητές είναι η κλίση των τμημάτων της ακτίνας στους χώρους του αντικειμένου και του ειδώλου στον z άξονα και η γωνία μεταξύ αυτών των τμημάτων και είναι εύκολα κατανοητό ότι αυτές οι τρεις μεταβλητές είναι απαραίτητες και ικανές να οριοθετήσουν τον σχηματισμό των ακτίνων εντελώς ανεξάρτητα από την rigid rotation. Φυσικά, μπορεί να επιλεγεί οποιαδήποτε συνάρτηση μεταξύ των τριών αυτών γωνιών σε μεταβλητές. Ο Hamilton χρησιμοποίησε αυτές τις ποσότητες ως

$$L^2 + M^2, LL' + MM', L'^2 + M'^2 \quad (2.47)$$

Και η πρώτη και η τρίτη αυτών είναι τα τετράγωνα των ημίτονων των γωνιών U και U' των τμημάτων της ακτίνας με τον άξονα. Η δεύτερη σχέση είναι η

$$\cos \theta - \cos U \cos U',$$

όπου θ είναι η γωνία μεταξύ των τμημάτων.

Ο Hamilton έγραψε

$$E \equiv E(L^2 + M^2, LL' + MM', L'^2 + M'^2) \quad (2.48)$$

και στη συνέχεια δήλωσε ότι το E μπορεί να γραφεί σα σειρά δυνάμεων των τριών μεταβλητών. Αποδείχθηκε ότι οι όροι πρώτης τάξης αντιστοιχούν στην Gaussian οπτική και ότι οι όροι ανώτερης τάξης σε εκτροπές διαφορετικού είδους.

Για τους σκοπούς του κεφαλαίου είναι χρήσιμο να χρησιμοποιηθεί μια παρόμοια expansion σε όρους εκτροπών μετώπου κύματος W. Θεωρούμε το W σα συνάρτηση τεσσάρων μεταβλητών x,y (οι συντεταγμένες της κόρης εμβαδού ή εισόδου) και ξ,n (οι συντεταγμένες του σημειακού αντικειμένου). Για την ώρα δεν υπάρχει ο περιορισμός το σημειακό αντικείμενο να βρίσκεται στο επίπεδο που περιέχει τους y και z άξονες. Εξαιτίας της περιστροφικής συμμετρίας, το W δεν πρέπει να μεταβάλλεται αν υπάρχει μια rigid rotation των ξ-, n- και x-, y- αξόνων γύρω από τον z άξονα έτσι ώστε να μπορεί να είναι πραγματικά μια συνάρτηση του συνδυασμού των x, y, ξ, n τα οποία μένουν αμετάβλητα από την περιστροφή. Τέτοιοι συνδυασμοί είναι οι

$$x^2 + y^2, x\xi + yn, \xi^2 + n^2 \quad (2.49)$$

Μπορεί να επαληθευθεί από άμεσες αντικαταστάσεις σύμφωνα με τις εξισώσεις

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos \theta - y' \sin \theta & y &= y' \cos \theta + x' \sin \theta \\ \xi &= \xi' \cos \theta - n' \sin \theta & n &= n' \cos \theta + \xi' \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

ότι αυτοί οι συνδυασμοί παραμένουν αμετάβλητοι από την περιστροφή και όλοι οι άλλοι συνδυασμοί που είναι αμετάβλητοι από την περιστροφή πρέπει να είναι συναρτήσεις αυτών καθώς δεν μπορεί να ληφθούν περισσότερες από τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές αμετάβλητες από την περιστροφή, από τις τέσσερις που υπάρχουν. Επομένως το W πρέπει να είναι μια συνάρτηση των τριών ποσοτήτων στην εξίσωση (2.49). Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε περισσότερο τη συμμετρία, καθώς θυμόμαστε ήδη από την παράγραφο 2.3.2, ότι θεωρούμε μόνο σημειακά αντικείμενα κατά μήκος του n- άξονα. Γι αυτό το λόγο θέτουμε το ξ ίσο με το μηδέν και το W γράφεται σαν συνάρτηση των $x^2 + y^2$, yn και n^2 . Τελικά ακολουθώντας τον Hamilton, υποθέτουμε ότι το W μπορεί να γραφεί σαν σειρά δυνάμεων αυτών των μεταβλητών και έτσι γράφεται ως

$$\begin{aligned} W(x,y,n) &= W(x^2 + y^2, yn, n^2) = \\ &= a_1(x^2 + y^2) + a_2 yn + a_3 n^2 + b_1(x^2 + y^2)^2 + b_2 yn(x^2 + y^2) + b_3 y^2 n^2 + b_4 n^2(x^2 + y^2) + \\ &+ b_5 yn^3 + b_6 n^4 + \dots + \text{third and higher order terms} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Ο σταθερός όρος παραλείπεται γιατί στον ορισμό των εκτροπών μετώπου κύματος υποθέσαμε ότι τόσο το μέτωπο κύματος όσο και η σφαίρα αναφοράς επιλέγονται να περνούν μέσω του κέντρου της κόρης (βλέπε εικόνα 2.15) έτσι ώστε το W πρέπει να είναι μηδέν στην αρχή των x, y αξόνων του συστήματος συντεταγμένων. Θεωρώντας αυτό ως έτσι, σημειώνουμε ότι δεν μπορούν να υπάρξουν όροι που θα είναι ανεξάρτητοι από τα x και y , έτσι ώστε οι συντελεστές a_3, b_6 κλπ των n^2, n^4 και δυνάμεων πρέπει όλοι να είναι μηδέν.

Από τους όρους που απομένουν μπορεί ναδειχθεί ότι υπάρχουν $1/2n(n+3)$ βαθμοί και στις τρεις μεταβλητές, αποκλείοντας όρους του n^2 μόνο, όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Οι δύο πρώτου βαθμού όροι (στο x^2+y^2 και yn) έχουν ιδιαίτερη σημασία. Είναι σύνηθες στη θεωρία του Hamilton να αναφέρεται ότι στην expansion των εκτροπών μετώπου κύματος, η σφαίρα αναφοράς για κάθε γωνία πεδίου έχει το κέντρο της στο Gaussian σημειακό είδωλο, δηλαδή οι εκτροπές μετρώνται θεωρώντας το Gaussian σημειακό είδωλο ως το ιδανικό σημειακό είδωλο. Αν αναφερθούμε στην εξίσωση 2.32 είναι φανερό ότι μια αξονική μεταβολή του κέντρου της σφαίρας αναφοράς συνεισφέρει έναν όρο στο z , δηλαδή στο $x^2 + y^2$ της εκτροπής έτσι ώστε η παρουσία ενός τέτοιου όρου να υποδηλώνει ότι η σφαίρα αναφοράς δεν είναι σωστά επικεντρωμένη στο Gaussian επίπεδο του ειδώλου. Παρόμοια ένας μη μηδενικός yn όρος θα σήμαινε μια εγκάρσια μεταβολή του κέντρου της σφαίρας αναφοράς. Επομένως, οι δυο γραμμικοί όροι δεν αναπαριστούν "πραγματικές" εκτροπές και γι' αυτό δεν περιλαμβάνονται συνήθως στην aberration expansion.

Οι επόμενοι πέντε όροι δεύτερου βαθμού με συντελεστές b_1 και b_5 είναι επομένως η πρώτη ομάδα των όρων. Τα διάφορα γκρουπ των εκτροπών έχουν λάβει αρκετά διαφορετικά ονόματα. Για παράδειγμα όπως προκύπτει από την εξίσωση 2.29, η ομάδα b_1 έως b_5 θα είναι αυτή της τρίτης τάξης των μεταβλητών x, y και n αν εκφραστούν σαν transverse ray aberrations και για αυτό μερικές φορές καλούνται εκτροπές τρίτης τάξης και οι επόμενες ομάδες είναι πέμπτης, έβδομης κλπ τάξης. Εναλλακτικά, η ομάδα b_1 έως b_5 μπορεί να κληθεί ως κύριες εκτροπές και οι επόμενες ομάδες ως δεύτερης, τρίτης τάξης κτλ. Αναλυτική φόρμουλα για τον υπολογισμό των εκτροπών τρίτης τάξης δόθηκε συστηματικά για πρώτη φορά από τον L. Seidel (το πλήρες όνομα του ήταν Philip Ludwing von Seidel) το 1856 και γι' αυτό το λόγο καλούνται εκτροπές Seidel.

Στην εξίσωση (2.51) τα x και y είναι οι συντεταγμένες στον άξονα της κόρης στο σημείο P_0 , στο οποίο η ακτίνα συναντά την σφαίρα αναφοράς (εικόνα 2.15). Με

βάση αυτό προκύπτει ένας αδιαμφισβήτητος ορισμός όλων των ομάδων εκτροπών υψηλής τάξης σύμφωνα με την εξίσωση 2.51. Ωστόσο πρέπει να σημειωθεί ότι αυτός δεν είναι ο μοναδικός πιθανός τρόπος με τον οποίο μια aberration expansion μπορεί να γραφεί. Μπορεί για παράδειγμα να ληφθούν οι συντεταγμένες στο σύστημα της κόρης, ως εκείνες του σημείου στο οποίο η ακτίνα περνάει το επίπεδο της κόρης και τότε ένα δεδομένο σύστημα θα βρισκόταν να έχει διαφορετικούς συντελεστές για τους όρους υψηλής τάξης. Ο λόγος γι' αυτό είναι ότι μια τέτοια αλλαγή θα παρήγαγε μια αλλαγή τάξης του ποσού α^3 στα x και y όπου το α έχει τη σημασία μιας μεταβλητής που είναι γραμμική στα x, y και n και αυτό αν αντικατασταθεί σε οποιονδήποτε από τους όρους Seidel θα παράγει όρους έκτης τάξης, δηλ. η δευτεροβάθμια ή πέμπτης τάξης εκτροπή αλλάζει. Για τον ίδιο λόγο μπορεί να φανεί ότι οι όροι Seidel δεν επηρεάζονται από λεπτομέρειες of the exact significance of the coordinates. Για αυτό το λόγο οι όροι Seidel είναι μοναδικοί και όλα από τα πολλά συστήματα που τους υπολογίζουν, οδηγούν περίπου στις ίδιες ποσότητες εκτός από σταθερούς αριθμητικούς παράγοντες αλλά δεν υπάρχει τέτοια ομοφωνία για τους όρους υψηλής τάξης. Παρόλα αυτά, αυτό δεν είναι σοβαρό ζήτημα α) γιατί όλα τα οπτικά σχέδια τελικά ελέγχονται με raytracing και β) γιατί δεν είναι σύνηθες στο σύγχρονο σχεδιασμό οπτικών συστημάτων να υπολογίζονται λεπτομερώς πολλές εκτροπές υψηλής τάξης είναι ωστόσο πολύ χρήσιμη στη συζήτηση των δυνατοτήτων και των περιορισμών ενός οπτικού συστήματος.

Είναι σχετικά εύκολο να υπολογιστούν αριθμητικά οι τιμές των όρων Seidel για ένα δεδομένο σύστημα. Αυτή η σχέση και παρόμοια η συζήτηση στο επόμενο τμήμα για τη σπουδαιότητα των όρων των εκτροπών, θα αναπτυχθεί τόσο σε όρους ray aberrations όσο και εκτροπών μετώπου κύματος καθώς και οι δύο αυτές προσεγγίσεις είναι χρήσιμες στην πρακτική. Παρόμοια θα χρησιμοποιηθούν πολικές συντεταγμένες στην κόρη αντί για τις x και y όταν αυτό θα απλοποιήσει τη συζήτηση. Είναι επιθυμητό να τονιστεί ότι αυτές οι εναλλακτικές περιγραφές σχετίζονται με τα ίδια φυσικά γεγονότα και καμία δεν είναι πιο θεμελιώδης από την άλλη. Η μορφή των εξισώσεων του Seidel για τις εκτροπές είναι ικανοποιητικά απλή στη δομή και επιτρέπει την ανάπτυξη αρκετών γενικών θεωρημάτων σχετικά με τις εκτροπές που μπορεί να συμβούν σε ένα οπτικό σύστημα και αποτελούν μια βάση για μια πρώτη προσέγγιση σε ένα διορθωμένο σύστημα. Αυτός είναι ένας ακόμα λόγος για την εκτενή μελέτη των εκτροπών Seidel αλλά από την άλλη πλευρά όλες οι θεωρίες για

τις εκτροπές υψηλής τάξης που έχουν αναπτυχθεί ως τώρα είναι σχετικά πολύπλοκες και πολύ λίγα γενικά θεωρήματα βρέθηκαν.

2.3.7 ΕΚΤΡΟΠΕΣ SEIDEL

Σε αυτή την παράγραφο θα εξεταστούν λεπτομερώς οι μορφές των πέντε όρων της εξίσωσης (2.51) για τον τέταρτο βαθμό των x , y και n που καλούνται εκτροπές Seidel. Υποθέτουμε ότι οι αριθμητικές τιμές των συντελεστών b_1 ως b_5 έχουν βρεθεί και επιθυμούμε να βρούμε τις μορφές των μετώπων κύματος και των ray intersection pattern όπου συνεπάγονται.

Ο πρώτος όρος, $b_1(x^2+y^2)^2$ είναι η σφαιρική εκτροπή. Η μεταβλητή πεδίου n δεν εμφανίζεται σ' αυτόν τον όρο και η επίδραση της είναι συνεχής σε όλο το πεδίο του συστήματος*. Στη συνάρτηση αυτή καθώς και άλλων εκτροπών είναι μερικές φορές βολικό να χρησιμοποιούνται οι πολικές συντεταγμένες ρ , φ στην κόρη σαν εναλλακτική στις x , y καρτεσιανές συντεταγμένες.

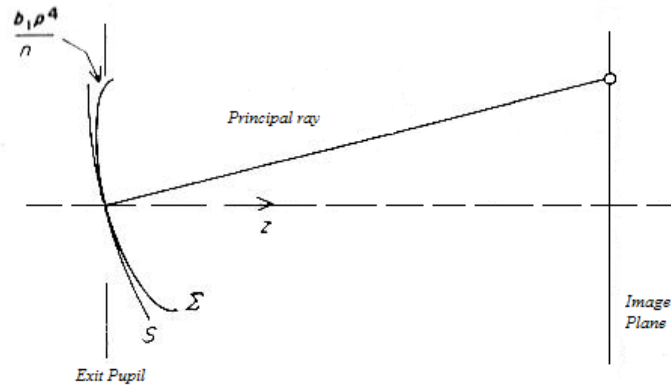
Επομένως

$$\left. \begin{aligned} \rho^2 &= x^2+y^2 & \tan\varphi &= x/y \\ x &= \rho \sin\varphi & y &= \rho \cos\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Και οι βασικοί συντελεστές της aberration expansion (εξίσωση 2.51) παίρνουν τη μορφή ρ^2 , $\rho n \cos\varphi$, n^2 (2.53).

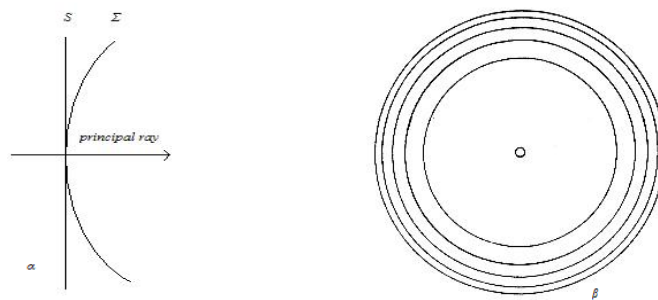
Η σφαιρική εκτροπή έχει επομένως τη μορφή $b_1\rho^4$ σαν εκτροπή μετώπου κύματος. Η μορφή της απόκλισης του μετώπου κύματος από την σφαίρα αναφοράς είναι αξονικά συμμετρική γύρω από την κύρια ακτίνα. Το προφίλ στο y - z τμήμα φαίνεται στην εικόνα 2.17 και επίσης φαίνεται ότι η σφαίρα αναφοράς και το μέτωπο κύματος έχουν την ίδια καμπυλότητα στο κέντρο της κόρης.

* Τέτοιες δηλώσεις σαν αυτή θα υπάρχουν καθόλο το κείμενο αλλά έχουν σημασία μόνο εντός των ορίων της aberration expansion theory. Αν η ακριβής συμπεριφορά ενός δεδομένου οπτικού συστήματος καθορίζεται από το ray tracing βρίσκεται γενικά ότι μια εκτροπή που εξαρτάται από $(x^2+y^2)^2$ είναι παρούσα αλλά το μέγεθος του συντελεστή ποικίλει με τη γωνία πεδίου. Αυτό σημαίνει ότι το μεταβαλλόμενο κομμάτι πρέπει να γραφεί σαν ένας ακόμα όρος της μορφής $n^2(x^2+y^2)^2$ δηλ. μια εκτροπή υψηλής τάξης. Επίσης μπορεί να βρεθεί ότι ο συντελεστής του $(x^2+y^2)^2$ που προκύπτει από το ray tracing δεν είναι ίσος με τον συντελεστή που προκύπτει από τη θεώρηση του επομένου κεφαλαίου. Αυτό συμβαίνει επειδή οι όροι αποκτούνται από πολυωνυμικό fitting των αποτελεσμάτων του ray tracing για ένα αυθαίρετο σετ σημείων στο χώρο x , y , n ενώ οι συντελεστές των εκτροπών είναι μια σειρά Taylor με αρχή την παραξονική περιοχή έτσι ώστε να γίνεται fitted στα ανώτερης τάξης παράγωγα.



εικ. 2.17 Το μέτωπο κύματος στη σφαιρική εκτροπή.

Το $y-z$ τμήμα, το οποίο περιέχει την κύρια ακτίνα, σύμφωνα με την σύμβαση να θέτεται το $\xi=0$ για το Gaussian σημειακό είδωλο, καλείται μεσημβρινό ή εφαπτομενικό τμήμα. Αν θεωρήσουμε τη δέσμη ακτίνων να μεταφέρεται σε άπειρη απόσταση (από ένα θεωρητικό aberration – free σύστημα), η σφαίρα αναφοράς γίνεται ένα επίπεδο και το μεσημβρινό τμήμα είναι όπως αυτό στην εικόνα 2.18α.



εικ. 2.18 (α) Ένα μέτωπο κύματος στο άπειρο με σφαιρική εκτροπή (β) Κροσσοί συμβολής στην περίπτωση της σφαιρικής εκτροπής.

Μπορούμε επίσης να φανταστούμε μια άποψη αυτού του διαγράμματος στην κατεύθυνση του τόξου, διαγράφοντας περιγράμματα και επίπεδα σταθερών εκτροπών μετώπου κύματος.

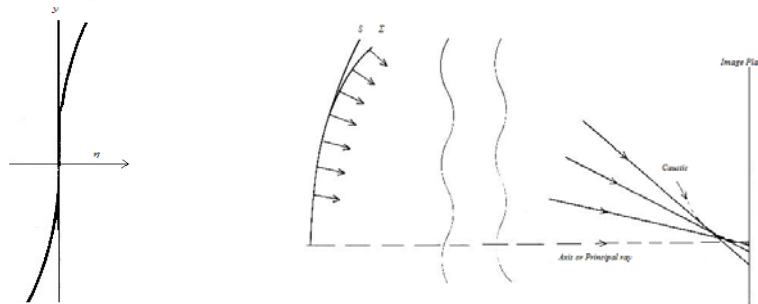
Αυτό παρουσιάζεται στην εικόνα 2.18β. Κάθε περίγραμμα αντιστοιχεί σε μια αύξηση ενός μήκους κύματος στην εκτροπή ενός μετώπου κύματος, με την ακτίνα φανερά να αυξάνεται ως $N^{1/L}$, όπου N είναι ο αριθμός σε μήκη κύματος. Η εικόνα 2.18 αντιστοιχεί σε αυτό που θα παρατηρούνταν σε ένα συμβολόμετρο για τη μέτρηση των εκτροπών, όπως το Twyman – Green συμβολόμετρο, με τους κροσσούς συμβολής να αντιστοιχούν σε βήματα μισού μήκους κύματος. Αν τώρα μεταφερθούμε στην transverse ray aberration αναπαράσταση, βρίσκουμε από την εξίσωση (2.29) ότι τα συστατικά των εκτροπών είναι

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= -\frac{4b_1R}{n}x(x^2 + y^2) \\ \Delta\eta &= -\frac{4b_1R}{n}y(x^2 + y^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

Όταν, όπως στην παρούσα περίπτωση, η εκτροπή είναι συμμετρική γύρω από την κύρια ακτίνα είναι αρκετό να θεωρούμε μόνο μια από αυτές, ας θεωρήσουμε την $\Delta\eta$ και ασχολούμαστε μόνο με ακτίνες στο μεσημβρινό τμήμα. Έτσι, μπορούμε στη συνέχεια να αναπαραστήσουμε γραφικά το $\Delta\eta$ σε συνάρτηση με το y

$$\Delta\eta = -\frac{4b_1R}{n}y^3 \quad (2.55)$$

κι έτσι προκύπτει η εικόνα 2.19α.



εικ. 2.19 (α) Primary spherical aberration as transverse ray aberration at the Gaussian image plane (β) Ray paths in primary spherical aberration: the intersections with the axis (principal ray) give the longitudinal ray aberration.

Μπορούμε επίσης να σχεδιάσουμε τις ακτίνες στο μεσημβρινό τμήμα ως κάθετες στο μέτωπο κύματος και μ' αυτό τον τρόπο προκύπτει η εικόνα 2.19β. Τα δυο μισά αυτής της εικόνας δεν είναι σχεδιασμένα φυσικά στην ίδια κλίμακα. Οι ακτίνες κοντά στο Gaussian σημειακό είδωλο αγγίζουν μια επιφάνεια περιστροφής, την caustic από την οποία η εξίσωση του μεσημβρινού τμήματος μπορεί να βρεθεί στα εξής. Από την εξίσωση (2.55), η εξίσωση για τις η , ζ συντεταγμένες μιας ακτίνας είναι

$$\eta = C\zeta^3 - \frac{(y - C\zeta^3)}{R}\zeta \quad (2.56)$$

όπου $C = -4b_1R/n$. Στην εξίσωση (2.56) το y είναι μια παράμετρος, η οποία καθορίζει μια συγκεκριμένη ακτίνα από την οικογένεια των ακτίνων στο μεσημβρινό τμήμα. Μπορούμε να βρούμε the envelope αυτής με τον συνήθη τρόπο, διαφορίζοντας την εξίσωση (2.56) ως προς y και ελαχιστοποιώντας το y ανάμεσα στο αποτέλεσμα και την εξίσωση (2.56). Έτσι προκύπτει ότι

$$n = - \frac{2}{3\sqrt{3R}} \cdot \frac{\zeta^{3/2}}{(C(R+\zeta))^{1/2}} \quad (2.57)$$

και αν υποθέσουμε ότι το ζ είναι μικρό συγκρινόμενο με το R

$$n = - \frac{2}{3\sqrt{3C}} \left(\frac{\zeta}{R}\right)^{3/2} \quad (2.58)$$

μια ημισφαιρική παραβολή (subcubical parabola). Μόνο το άνω τμήμα απεικονίζεται στην εικόνα 2.19β*. Καθώς όλες οι ακτίνες ακουμπούν την caustic επιφάνεια, θα περιμέναμε υψηλή ένταση φωτός σ' αυτήν την περιοχή και αυτό μας οδηγεί να διερευνήσουμε την κατανομή των ακτίνων σε επίπεδα του ειδώλου διαφορετικά από αυτό που περιέχει την παραξονική εστία.

Είναι σύνηθες να υποθέτουμε ότι η ένταση του φωτός σε ένα είδωλο αποκτάται σύμφωνα με την προσέγγιση της γεωμετρικής οπτικής μέσω της πορείας των ακτίνων από το σημειακό αντικείμενο μέσω ενός ομοιόμορφου πλέγματος σημείων στην κόρη εισόδου και λαμβάνοντας την ένταση του φωτός να είναι ανάλογη της πυκνότητας των τομών των ακτίνων στο επιλεγμένο επίπεδο του ειδώλου. Αυτή η εξήγηση είναι προφανές ότι δεν έχει ισχύ στην evolute όπου η πυκνότητα των τομών των ακτίνων είναι άπειρη αλλά αλλού στο είδωλο παρέχει ένα χρήσιμο οδηγό για την ποιότητα του ειδώλου. Μπορούμε να προσπεράσουμε τη δυσκολία της απειρότητας, με τον απλό τρόπο να παριστάνουμε απομονωμένα σημεία για τις εξατομικευμένες τομές των ακτίνων. Το αποτέλεσμα καλείται spot diagram και δίνει μια πολύ χρήσιμη εντύπωση της γεωμετρικής ποιότητας του ειδώλου. Τα σημεία μπορούν να αναπαρασταθούν σαν τετράγωνα ή κύκλοι κλπ. για να υποδηλώσουν περιοχές της κόρης από τις οποίες οι ακτίνες προέρχονται.

Η πυκνότητα των τομών των ακτίνων μπορεί να υπολογιστεί, συνειδητοποιώντας ότι ένα τετράγωνο $dx.dy$ στο μέτωπο κύματος σκιαγραφείται από τις ακτίνες μέσω αυτού, σαν ένα παραλληλόγραμμο στο επίπεδο του ειδώλου και η πυκνότητα των ακτίνων είναι αντίστροφα ανάλογη με την περιοχή αυτού του παραλληλογράμμου. Οι τέσσερις κορυφές του παραλληλογράμμου έχουν τις συντεταγμένες

* Αυτή η caustic surface είναι φυσικά, αυτό που καλείται στη γεωμετρία η εξελιγμένη επιφάνεια (evolute surface) του μετώπου κύματος. The evolute of a surface είναι γενικά μια επιφάνεια δύο φύλλων? (two sheets) οι εστίες των κέντρων καμπυλότητας των κύριων τομών (principal sections) ή (κάτι που ουσιαστικά είναι το ίδιο) the envelope of the normals. The evolute is common to σε όλα τα μέτωπα κύματος μιας δέσμης ακτίνων όπως είναι προφανές από τον τρόπο που προκύπτει στην εικόνα 2.19. Στην περίπτωση μιας επιφάνειας εκ περιστροφής όπως το μέτωπο κύματος με σφαιρική εκτροπή, το δεύτερο φύλλο της εξελιγμένης επιφάνειας φθίνει σε μια μόνο γραμμή, τον άξονα περιστροφής ο οποίος περνάει μέσω του cusp της καμπύλης που ορίζεται στις εξισώσεις (2.57) ή (2.58).

$$\begin{aligned}
& -\frac{R}{n} \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y} \right) \\
& -\frac{R}{n} \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} dx, \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} dx \right) \\
& -\frac{R}{n} \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} dy, \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} dy \right) \\
& -\frac{R}{n} \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} dy, \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} dx + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} dy \right)
\end{aligned} \tag{2.59}$$

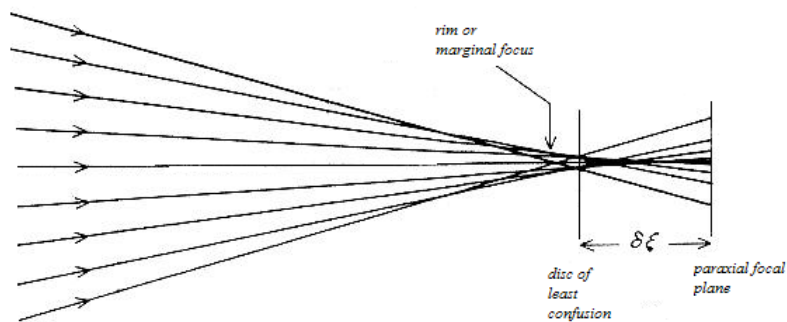
οπότε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου είναι

$$-\frac{R}{n} \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \end{vmatrix} dx dy \tag{2.60}$$

επομένως η πυκνότητα των ray intersection είναι ανάλογη με το αντίστροφο της ορίζουσας

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \end{vmatrix} \tag{2.61}$$

Το μικρότερο είδωλο θα βρίσκεται εκεί όπου η ακτίνα από το χείλος της κόρης συναντάει την caustic όπως στην εικόνα 2.20.



εικ. 2.20 Ο κύκλος ελάχιστης σύγχυσης για τη σφαιρική εκτροπή.

Αν η ακτίνα της κόρης είναι a , από την εξίσωση 2.56, το χείλος της κόρης συναντάει

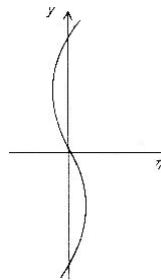
$$\text{το επίπεδο της κόρης στο } n = -Ca^3 + \frac{\alpha\zeta}{R} = -\frac{2}{3\sqrt{3C}}\left(\frac{1}{R}\right)^{3/2} \quad (2.62)$$

Παραγοντοποιώντας, η λύση στην εξίσωση είναι $3Ca^2R/4$. Το σημείο, στο οποίο οι πιο ακραίες ακτίνες τέμνουν την κύρια ακτίνα, είναι το $\zeta = Ca^2R$, έτσι ώστε το μικρότερο image path να βρίσκεται στα τρία τέταρτα του δρόμου από την παραξονική εστία ως το χείλος ή την ακραία (marginal) εστία και η ακτίνα του είναι, από την εξίσωση (2.58), $Ca^3/4$. Αυτό το image patch καλείται κύκλος ελάχιστος σύγχυσης (disc of least confusion).

Η επίδραση της αλλαγής της εστίας στο μέγεθος του image path μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα λίγο διαφορετικό τρόπο, σημειώνοντας ότι είναι ισοδύναμο με την πρόσθεση ενός γραμμικού όρου στην εξίσωση (7.41) για την transverse ray aberration

$$\Delta n = -\frac{4b_1R}{n}y^3 - \frac{1}{R}y \quad (2.63)$$

Για αυτό η εικόνα 2.19α έχει ένα γραμμικό όρο προστιθέμενο και η τιμή του ζ που αντιστοιχεί στον κύκλο ελάχιστης σύγχυσης είναι αυτή για την οποία το γράφημα έχει ίσες θετικές και αρνητικές excursions, όπως στην εικόνα 2.21.



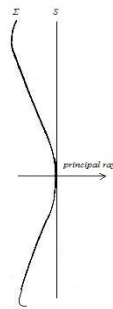
εικ. 2.21 The transverse ray aberration at the disc of least confusion: this is obtained from fig. 2.19 by adding a linear term.

Είναι σαφές ότι η πρόσθεση ενός κατάλληλα επιλεγμένου γραμμικού όρου μειώνει αισθητά το μέγεθος του image path (στην πραγματικότητα κατά τον παράγοντα 4).

Επιστρέφοντας στην wavefront aberration representation, είναι γνωστό ήδη από τις παραγράφους 2.3.3 και 2.3.6 ότι η αλλαγή στην εστία αντιστοιχεί στην πρόσθεση ενός quadratic (τετραγωνικού) όρου στην εκτροπή μετώπου κύματος. Από την εξίσωση 2.32 αυτός ο όρος φαίνεται να είναι ο $(n\zeta/2R^2)(x^2+y^2)$, όπου ζ είναι η αλλαγή στην εστία, έτσι ώστε η εκτροπή μετώπου κύματος σε σχέση με τη νέα σφαίρα αναφοράς είναι

$$W = b_1\rho^4 + \frac{n}{2R^2}\zeta\rho^2 \quad (2.64)$$

Και η εικόνα 2.18α θα παρουσιάζεται σ' αυτή την περίπτωση όπως η εικόνα 2.22.



εικ. 2.22 Primary spherical aberration with defocus as a wavefront aberration in star space; this is obtained from fig. 2.18 α by adding a quadratic term.

Η επίδραση της μεταβολής της εστίας είναι να μειώσει την απομάκρυνση του μετώπου κύματος από τη σφαίρα αναφοράς. Η εικόνα 2.22 έχει σχεδιαστεί για εστιακή αλλαγή που δίνει τον κύκλο ελάχιστης σύγκυσης, έτσι ώστε η εκτροπή μετώπου κύματος να είναι

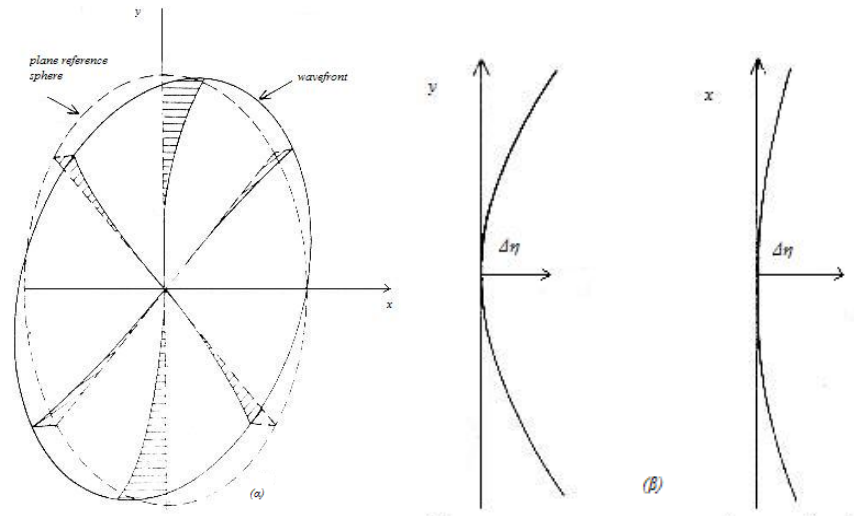
$$W = b_1 (\rho^4 - 3/2 \alpha^2 \rho^2) \quad (2.65)$$

Αυτό το ποσό defocus αντιστρέφει τελείως το πρόσημο της εκτροπής όπως μπορεί να φανεί από την σύγκριση των εικόνων 2.22 και 2.18α. Δεν είναι φανερό ωστόσο, ότι αυτό είναι το βέλτιστο από τη σκοπιά των εκτροπών μετώπου κύματος. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να υποθέσει ότι το καταλληλότερο defocus είναι αυτό το ποσό που ελαχιστοποιεί τη μέση τιμή των τετραγώνων των εκτροπών για την επιφάνεια της κόρης και πράγματι αυτό φαίνεται να είναι η σωστή επιλογή σύμφωνα με ένα από τα κριτήρια που υπάρχουν.

Ο δεύτερος όρος στην expansion της εξίσωσης (2.51) τον οποίο χρειάζεται να σκεφτούμε είναι το κόμα, $b_2 n(x^2 + y^2)$ ή σε πολικές συντεταγμένες, $b_2 r^3 \cos \phi$. Εξαιτίας του n αυτή η εκτροπή είναι απύσχα στον άξονα και αυξάνεται γραμμικά με την γωνία του πεδίου και την απόσταση. Αν σκεφτούμε το σχήμα του μετώπου κύματος για ένα συγκεκριμένο σημείο του πεδίου μόνο, η συντεταγμένη n μπορεί να τοποθετηθεί μαζί με το b_2 σαν ένας σταθερός συντελεστής και το μεταβλητό κομμάτι είναι το $y(x^2 + y^2)$. Η μορφή του μετώπου κύματος για το κόμα φαίνεται στην εικόνα 2.23. Τα transverse ray aberration στοιχεία είναι

$$\left. \begin{aligned} \Delta \xi &= - \frac{2R}{n} b_2 n x y \\ \Delta \eta &= - \frac{R}{n} b_2 n (x^2 + 3y^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

με το n να λαμβάνεται κατά μήκος των x και y διευθύνσεων όπως φαίνεται στην εικόνα 2.23β.

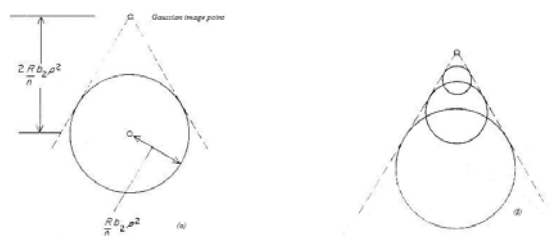


εικ. 2.23 (α) Το σχήμα του μετώπου κύματος για το κόμα (β) The n -component of transverse ray aberration for primary coma plotted across the y and x sections of the pupil.

Παρατηρούμε ότι παρόλο που η εκτροπή μετώπου κύματος είναι μηδέν κατά μήκος του x -μήματος ή sagittal section, η transverse ray aberration δεν εξαφανίζεται επειδή το μέτωπο κύματος έχει ένα πεπερασμένο gradient στη y κατεύθυνση κατά μήκος του x άξονα. Είναι περισσότερο σύνηθες να γράφονται οι transverse ray aberration σε συναρτήσεις των πολικών συντεταγμένων στην κόρη

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= -\frac{R}{n}b_2n\rho^2 \sin\phi \\ \Delta\eta &= -\frac{R}{n}b_2n\rho^2 (2 + \cos^2\phi) \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

Αν θεωρήσουμε για λίγο μόνο τις ακτίνες ενός κύκλου ακτίνας ρ στην κόρη, φαίνεται ότι οι εξισώσεις (2.67) είναι οι παραμετρικές εξισώσεις ενός κύκλου στο επίπεδο του ειδώλου, με την παράμετρο να είναι η ϕ . Το κέντρο του κύκλου είναι σε απόσταση $2Rb_2n\rho^2/n$ από το Gaussian σημειακό είδωλο O_1' και η ακτίνα του είναι $Rb_2n\rho^2/n$.



εικ. 2.24 (α) The coma circle (β) The transverse ray aberration for coma.

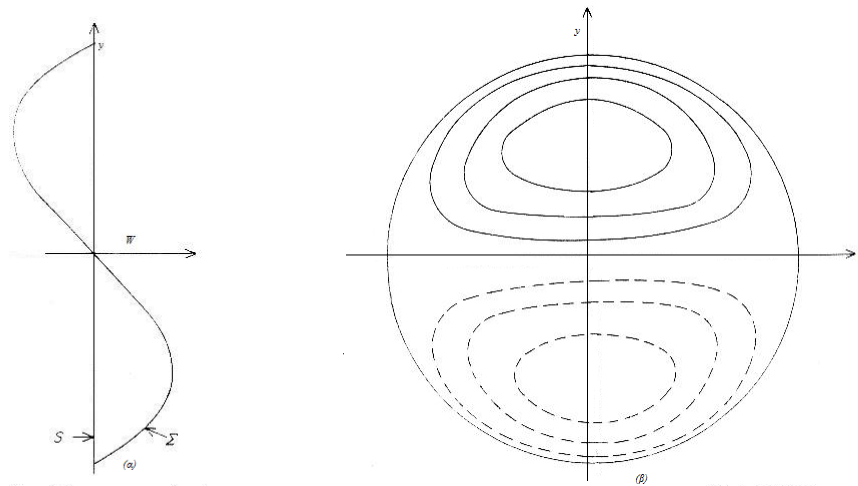
Αν το ρ επιτρέπεται να μεταβάλλεται, προκύπτει μια σειρά κύκλων με μεταβαλλόμενες ακτίνες και κέντρα και το ολικό αποτέλεσμα φαίνεται στην εικόνα 2.24β. Κάθε κύκλος is traced out δυο φορές για μια εγκάρσια τομή της κόρης εξαιτίας της διπλής γωνίας της εξίσωσης (2.67). Αυτή η εικόνα δεν αναπαριστά καλά την πυκνότητα των ακτίνων, παρόλα αυτά όμως υποδεικνύει το λόγο που η εκτροπή αυτή ονομάζεται κόμα.

Το πιο αξιοσημείωτο γεγονός σχετικά με το είδωλο που έχει κόμα είναι η αξιοπρόσεκτη ασυμμετρία, ένα πολύ ανεπιθύμητο χαρακτηριστικό γενικά, ιδιαίτερα όταν πρέπει να γίνουν μετρήσεις θέσης. Η κλίμακα όλου του pattern (της μορφής) του κόματος αυξάνει γραμμικά με τη γωνία πεδίου και από τις εξισώσεις (2.67) τετραγωνικά με την ακτίνα της κόρης.

Λαμβανομένης υπ'όψη της βελτίωσης της ποιότητας του ειδώλου με τη σφαιρική εκτροπή που αποκτάται από τη μεταβολή της εστίας, είναι φυσικό να αναρωτηθεί κάποιος αν το ίδιο ισχύει και για το κόμα. Σε όρους μορφής του μετώπου κόματος, μια αλλαγή στην εστία αντιστοιχεί σε πρόσθεση ενός τετραγωνικού όρου αλλά εφόσον το τμήμα του μετώπου κύματος στο y - z επίπεδο είναι κυβικό (εικόνα 2.23α), δηλ. η εκτροπή μετώπου κύματος είναι περιττή συνάρτηση του y , είναι φανερό ότι η πρόσθεση ενός άρτιου όρου (y^2) μπορεί μόνο να χειροτερέψει τα πράγματα για αρνητικές y τιμές αν τις βελτιώνει για θετικές τιμές.

Η εικόνα των ακτίνων είναι πιο πολύπλοκη αλλά το ίδιο συμπέρασμα είναι συνήθως αποδεκτό, ότι το είδωλο με κόμα δε βελτιώνεται με αλλαγή της εστίας.

Από την άλλη, είναι φανερό ότι οι τομές (intersections) των ακτίνων στο spot diagram βρίσκονται όλες στη μια πλευρά του Gaussian σημειακού ειδώλου έτσι ώστε το «καλύτερο» κέντρο του ειδώλου για οποιοδήποτε κριτήριο να μεταβάλλεται πλευρικά (laterally) στην η κατεύθυνση. Αυτό αντιστοιχεί στην πρόσθεση ενός γραμμικού όρου στο y στην εκτροπή μετώπου κύματος όπως στην εξίσωση (2.32), έτσι ώστε η μορφή του wavefront να είναι όπως αυτή στην εικόνα 2.25α και τα περιγράμματα της εκτροπής μετώπου κύματος όπως στην εικόνα 2.25β.



εικ. 2.25 (α) Tangential section of the coma wavefront with linear term added (β) Contours of coma wavefront with linear term.

Η επίδραση ενός γραμμικού όρου κατάλληλου ποσού είναι προφανώς η μείωση της απομάκρυνσης του μετώπου κύματος από τη σφαίρα αναφοράς. Φυσικά αυτές οι πλευρικές (lateral) αλλαγές δε βελτιώνουν πραγματικά το είδωλο με την έννοια ότι αυτή η εστιακή μεταβολή δίνει μια βελτίωση. Απλώς επιλέγεται ένα σημείο διαφορετικό από το Gaussian σημειακό είδωλο για να αναπαραχθεί το πιο κατάλληλο κέντρο για τη συγκέντρωση του φωτός στο σημειακό είδωλο.

Η τρίτη εκτροπή Seidel, $b_3 y^2 n^2$ στην εξίσωση (2.51) καλείται αστιγματισμός, ένα όνομα που ξανά δεν είναι ιδιαίτερα κατάλληλο. Δεν υπάρχει εκτροπή μετώπου κύματος στο x τμήμα (sagittal section) αλλά στο y τμήμα (μεσημβρινό τμήμα) υπάρχει μια προσαύξηση της καμπυλότητας, καθώς η εκτροπή εξαρτάται τετραγωνικά από το y. Η αύξηση της καμπυλότητας στο y τμήμα εξαρτάται από το τετράγωνο της γωνίας πεδίου.

Τα ray aberration στοιχεία είναι από την εξίσωση (2.29).

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= 0 \\ \Delta n &= -\frac{2R}{n} b_3 n^2 y \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

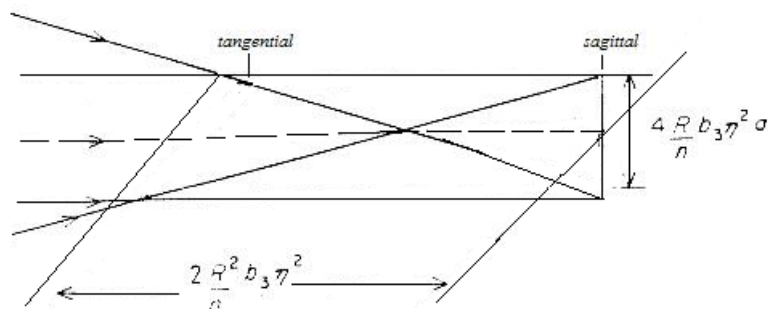
έτσι ώστε όλες οι ακτίνες να περνούν μέσω μιας γραμμής στο τμήμα $-y$ του επιπέδου του ειδώλου, μήκους $4Rb_3 n^2 a/n$, όπου a είναι η ακτίνα της κόρης. Καθώς ο αστιγματισμός είναι μια περιτή συνάρτηση των μεταβλητών της κόρης, προσπαθούμε να διαπιστώσουμε την επίδραση μιας εστιακής αλλαγής στο είδωλο. Όπως στη σφαιρική εκτροπή, αυτό είναι ένας όρος την μορφής $(n\zeta/2R^2) (x^2+y^2)$ όπου ζ είναι η αλλαγή της εστίας και τα ray aberrations γίνονται

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= -\frac{\zeta}{R} x \\ \Delta n &= -\left(\frac{\zeta}{R} + \frac{2R}{n} b_3 n^2\right) y \end{aligned} \right\} \quad (2.69)$$

Αν το ζ , το ποσό της εστιακής αλλαγής επιλέγει ώστε να είναι

$$\frac{\zeta}{R} = -\frac{2R}{n} b_3 n^2 \quad (2.70)$$

Ο συντελεστής του y στην εξίσωση (2.69) εξαφανίζεται και όλες οι ακτίνες περνούν μέσω μιας γραμμής στο ξ τμήμα του επιπέδου του ειδώλου μήκους $4Rb_3n^2/n$. Επομένως η τρισδιάστατη κατανομή των ακτίνων στην περιοχή του ειδώλου είναι τέτοια ώστε να περνούν μέσω δυο γραμμών σε ορθές γωνίες όπως στην εικόνα 2.26. Οι δυο γραμμές καλούνται αστιγματικές εστίες ή αστιγματικές εστιακές γραμμές.



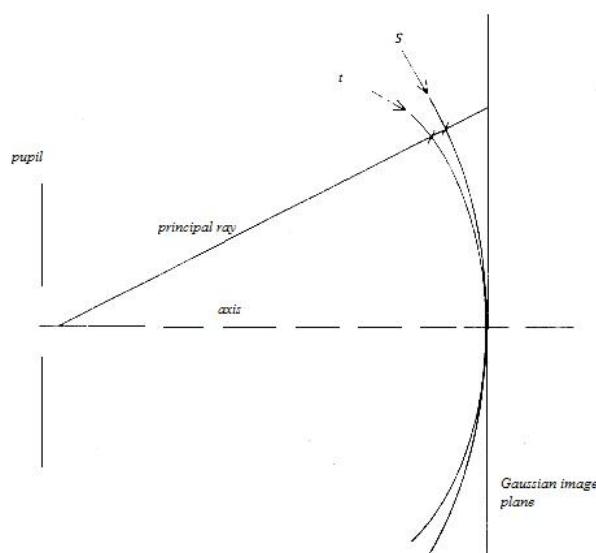
εικ. 2.26 Η εφαπτομενική και η εγκάρσια εστιακή γραμμή.

Το διάστημα μεταξύ τους αυξάνεται με το τετράγωνο της γωνίας πεδίου και το ίδιο συμβαίνει και για το μήκος της κάθε γραμμής. Οι εστιακές γραμμές βρίσκονται στα κέντρα καμπυλότητας του μετώπου κύματος για τα x και y τμήματα., δηλ. they are portions of the evolute of the wavefronts. Οι κύριες εκτροπές έχουν οριστεί ως τετάρτου βαθμού για τις μεταβλητές της κόρης και του πεδίου μαζί έτσι ώστε καθώς έχουμε n^2 στον όρο της εκτροπής, μπορούμε να έχουμε μόνο τετραγωνικούς όρους στα x και y .

Το καλύτερο είδωλο συνήθως λαμβάνεται στα μισά της απόστασης ανάμεσα στις δυο αστιγματικές εστίες. Από τις εξισώσεις (2.69) είναι εύκολα φανερό ότι οι ακτίνες περνούν μέσω ενός κυκλικού τμήματος διαμέτρου $2Rb_3n^2/n$ δηλ. το μισό του μήκους μιας εστιακής γραμμής και επίσης και αυτό καλείται αρκετά συχνά κύκλος ελάχιστης σύγχυσης. Το spot diagram για αυτή την εστιακή θέση είναι ένα σχέδιο από κηλίδες ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια του κύκλου. Η κάθετη γραμμή

στην εικόνα 2.26 μπορεί να θεωρηθεί σαν η εστία για ακτίνες από το x-τμήμα της κόρης, καθώς το Δξ είναι μηδέν σ' αυτή την εστία και η οριζόντια γραμμή είναι η εστία για το y – τμήμα. Επομένως η κάθετη γραμμή καλείται sagittal astigmatic local line και η οριζόντια γραμμή meridian or tangential local line. Είναι απαραίτητο να προσέχουμε ότι η sagittal local line είναι στην πραγματικότητα στο meridian τμήμα και ανάποδα.

Η τέταρτη κύρια εκτροπή $b_4 n^2 (x^2 + y^2)$, έχει την εξάρτηση από την εστιακή αλλαγή (ρ^2) αλλά εξαρτάται και από το τετράγωνο της γωνίας πεδίου. Στην πραγματικότητα η εστία εύκολα φαίνεται να βρίσκεται σε απόσταση $2R^2 b_4 n^2 / n$ στα δεξιά του Gaussian επιπέδου του ειδώλου, έτσι ώστε τα είδωλα να είναι πραγματικά σημειακά είδωλα σε μια καμπύλη επιφάνεια καμπυλότητας $4R^2 b_4 / n$. Για αυτό το λόγο αυτή η εκτροπή καλείται καμπύλωση. Ο αστιγματισμός και η καμπύλωση συχνά κατηγοριοποιούνται μαζί καθώς και οι δυο εξαρτώνται από το τετράγωνο της γωνίας πεδίου. Αν και οι δυο b_2 και b_4 συντελεστές είναι μη μηδενικοί τότε οι sagittal local lines σχηματίζονται πάνω σε μια καμπύλη επιφάνεια ειδώλου αντί σε ένα Gaussian επίπεδο ειδώλου και οι meridian local lines σχηματίζονται πάνω σε μια άλλη επιφάνεια μεγαλύτερης ή μικρότερης καμπυλότητας, που εξαρτάται από τα πρόσημα και τα μεγέθη των b_3 και b_4 . Η εικόνα 2.27 δείχνει την επίδραση στο n- τμήμα της περιοχής του ειδώλου.



εικ. 2.27 Astigmatic curved fields.

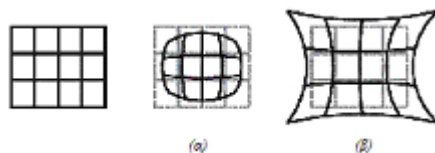
Οι επιφάνειες πάνω στις οποίες σχηματίζονται τα είδωλα καλούνται sagittal και tangential image surfaces. Φαίνεται ότι αν ένα αντικείμενο αποτελείται από κύκλους ομόκεντρους με τον άξονα και τις radial lines, οι κύκλοι θα εμφανίζονται ευκρινείς

στην tangential local surface και οι radial lines θα εμφανίζονται ευκρινείς στην sagittal local surface όπως στην εξίσωση 2.44.

Ο τελευταίος όρος εκτροπής στην εξίσωση (2.51) είναι ο $b_5 y n^3$ και από την εξίσωση (2.32) προκύπτει ότι έχει την επίδραση μιας αλλαγής στο κέντρο της σφαίρας αναφοράς στην n- κατεύθυνση δηλαδή το σημειακό είδωλο μετακινείται στην κατεύθυνση του άξονα κατά ένα ποσό

$$\Delta n = -R/n b_5 n^3 \quad (2.71)$$

Αυτό δεν αποτελεί απλώς μια αλλαγή στο μέγεθος καθώς η μεταβολή είναι ανάλογη του n^3 . Η επίδραση είναι ότι το σχήμα του ειδώλου παραμορφώνεται και συνεπακόλουθα αυτή η εκτροπή είναι η γνωστή παραμόρφωση. Το αποτέλεσμα αυτής μπορεί να φανεί γενικά θεωρώντας ένα τετράγωνο τοποθετημένο συμμετρικά ως προς τον οπτικό άξονα και μεταβάλλοντας κάθε σημείο ακτινικά κατά ένα ποσό ανάλογο με το τετράγωνο της απόστασης του από το κέντρο όπως στην εικόνα 2.28.



εικ. 2.28 Βαρελοειδής και πυθοειδής παραμόρφωση.

Το αρχικό τετράγωνο παρουσιάζεται μαζί με το είδωλο (α) όταν το b_5 είναι θετικό, στην οποία περίπτωση η επίδραση καλείται barrel distortion και (β) όταν το b_5 είναι αρνητικό, οπότε προκύπτει η pincushion distortion.

Μέχρι τώρα αναλύθηκε η επίδραση κάθε εκτροπής Seidel ξεχωριστά πάνω στο είδωλο. Στην πράξη φυσικά οι εκτροπές παρατηρούνται σε συνδυασμούς μεταξύ τους καθώς και με τις εκτροπές υψηλής τάξης. Οι αναλογίες καθορίζονται από τα σχετικά μεγέθη και τα πρόσημα των συντελεστών $b_1, b_2, \dots, c_1, c_2, \dots$. Η επιλογή προσήμου για τους συντελεστές εξαρτάται από την σύμβαση που ακολουθείται. Στην περίπτωση αυτή υπαγορεύεται από τον ορισμό των εκτροπών μετώπου κύματος ως το οπτικό μονοπάτι. Έτσι η εκτροπή είναι θετική όταν το μέτωπο κύματος προηγείται από τη σφαίρα αναφοράς για θετικά y στην κόρη. Αυτό είναι απλώς μια σύμβαση και δεν την υιοθετούν όλοι οι συγγραφείς. Έχει το πλεονέκτημα ότι οι εκτροπές μετώπου κύματος προκύπτουν θετικές για αμφίκυρτους φακούς με συζυγή επίπεδα και κόρες στις πιο συνηθισμένες θέσεις. Συνεπακόλουθα, ένα σύστημα που έχει θετικές εκτροπές καλείται υποδιορθωμένο ενώ εκείνο με αρνητικές εκτροπές υπερδιορθωμένο για αυτή την εκτροπή.

2.4 ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΟΧΡΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

Ο πιο κοινός τρόπος για την αναπαράσταση των εκτροπών μετώπου κύματος (wave aberrations) ενός οπτικού συστήματος είναι η χρήση πολωνύμων, από τα οποία με κατάλληλες μαθηματικές σχέσεις μπορούν να προκύψουν οι μετρικές της ποιότητας του ειδώλου.

2.4.1 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ TAYLOR

Οι εκτροπές μπορούν να αναπαρασταθούν με την βοήθεια των πολωνύμων Taylor. Θέλουμε να μελετήσουμε κάθε ακτίνα σε κάθε θέση της κόρης εισόδου ενός οπτικού συστήματος που εκτρέπεται κατά οποιοδήποτε ποσό. Σε αυτήν την περίπτωση οι εκτροπές ενός οπτικού συστήματος με ένα σημειακό αντικείμενο μπορούν να αναπαρασταθούν με ένα πολυώνυμο (ή συνάρτηση) εκτροπής μετώπου κύματος της μορφής

$$W(x, y) = W_1 + W_2x + W_3y + W_4x^2 + W_5xy + W_6y^2 + W_7x^3 + W_8x^2y + W_9xy^2 + W_{10}y^3 + W_{11}x^4 + W_{12}x^3y + W_{13}x^2y^2 + W_{14}xy^3 + W_{15}y^4 + \text{Higher order terms} \quad (2.72)$$

όπου x και y είναι οι συντεταγμένες της κόρης εισόδου. Η δεξιά πλευρά της εξίσωσης αναφέρεται ως μία σειρά Taylor. Με βάση τους όρους που υπάρχουν στην εξίσωση, είναι δυνατό να υπολογίσουμε εύκολα τις εκτροπές ανώτερης τάξης με την κατάλληλη progression και αυτό το πολυώνυμο μπορεί να γραφεί με την μορφή

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^{n=k} \sum_{m=0}^{m=n} W_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1} x^{n-m} y^m \quad (2.73)$$

όπου n είναι η τρέχουσα τάξη του πολωνύμου και ποικίλει από 0 ως την ανώτερη τάξη που επιλέγεται από το k , m είναι η τρέχουσα τάξη του y και ποικίλει από 0 έως n

και $W_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1}$ είναι το coefficient για τον $\frac{n(n+1)}{2} + m + 1$ ιοστό όρο.

Οι πρώτοι 15 συντελεστές της εξίσωσης (2.72) μπορούν να περιγραφούν ως εξής :

W_1 συντελεστής piston, συνήθως θέτεται μηδέν έτσι ώστε η εκτροπή στο κέντρο του μετώπου κύματος να είναι μηδέν.

W_2 και W_3 συντελεστές tilt (prismatic or distortion)

W_4 , W_5 και W_6 συντελεστές defocus και αστιγματισμού

W_7 , W_8 , W_9 και W_{10} συντελεστές «coma-like»

$W_{11}, W_{12}, W_{13}, W_{10}$ και W_{14} συντελεστές «spherical-aberration like»

Οι τιμές των συντελεστών (coefficients) εξαρτώνται από τη θέση του αντικειμένου στο πεδίο. Αν ένα οπτικό σύστημα είναι εκ περιστροφής συμμετρικό και το σημειακό αντικείμενο βρίσκεται κατά μήκος ενός μεσημβρινού, ως υποθέσουμε του άξονα x , κάποιοι όροι αποκλείονται και συμπεριλαμβάνονται άλλοι. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει η εξίσωση

$$W(x, y) = W_1 + W_2 x + W_4 x^2 + W_6 y^2 + W_7 (x^2 + y^2) y + W_{11} (x^2 + y^2)^2 + \text{Higher order terms} \quad (2.74)$$

Ένας εναλλακτικός τρόπος να εκφράσουμε τις εκτροπές ενός συμμετρικού συστήματος είναι ο παρακάτω :

$$W(n; x, y) = {}_0W_{0,0} + {}_0W_{2,0} (x^2 + y^2) + {}_0W_{4,0} (x^2 + y^2)^2 + {}_1W_{3,1} n (x^2 + y^2) x + {}_2W_{2,0} n^2 (x^2 + y^2) + {}_2W_{2,2} n^2 x^2 + {}_3W_{1,1} n^3 x + \text{Higher order aberrations} \quad (2.75)$$

όπου το n φανερώνει εξάρτηση από τη θέση του αντικειμένου στο πεδίο. Ο πρώτος όρος είναι το piston, ο δεύτερος όρος το defocus και οι επόμενοι πέντε όροι είναι κύριες μονοχρωματικές εκτροπές (3^{ης} τάξης) όπως ακόλουθα :

${}_0W_{4,0}$ Spherical aberration

${}_1W_{3,1}$ Coma

${}_2W_{2,0}$ Field curvature

${}_2W_{2,2}$ Astigmatism

${}_3W_{1,1}$ Distortion

Η σφαιρική εκτροπή είναι η μόνη μονοχρωματική εκτροπή που συμβαίνει πάνω στον άξονα και δεν εξαρτάται από το n .

Ένας εναλλακτικός τρόπος για να γραφεί η εξίσωση (4) με πολικές συντεταγμένες (R, θ) και όχι με καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y) είναι:

$$W(n; R, \theta) = {}_0W_{0,0} + {}_0W_{2,0} R^2 + {}_0W_{4,0} R^4 + {}_1W_{3,1} n R^3 \cos \theta + {}_2W_{2,0} n^2 R^2 + {}_2W_{2,2} n^2 R^2 \cos 2\theta + {}_3W_{1,1} n^3 R \cos \theta + \text{Higher order terms} \quad (2.76)$$

όπου R είναι η ακτίνα (μισό της διαμέτρου) της κόρης εισόδου ή εξόδου, $x = R \cos \theta$, $y = R \sin \theta$ και η γωνία θ μετριέται από τον x άξονα. Στις εξισώσεις (2.75) και (2.72)) κάθε συντελεστής των εκτροπών μετώπου κύματος παρουσιάζεται με τρεις

δείκτες. Ο μονός δείκτης υποδηλώνει την τάξη της εξάρτησης από το n και το ζεύγος των δεικτών φανερώνει την τάξη της εξάρτησης από τα R και $\cos\theta$.

2.4.1.1 ΤΑΞΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ

Οι κλασσικές εκτροπές ενός συμμετρικού εκ περιστροφής οπτικού συστήματος αναφέρονται είτε ως κύριες ή εκτροπές τρίτης τάξης. Υπάρχουν 7 τέτοιες εκτροπές, δύο εκ των οποίων είναι οι χρωματικές εκτροπές και οι άλλες 5 είναι οι μονοχρωματικές εκτροπές των εξισώσεων (2.75) και (2.76).

Μερικές φορές χρησιμοποιείται ο όρος «Seidel» (όπως περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους) αντί για τους όρους κύριες (primary) ή τρίτης τάξης εκτροπές. Οι εκτροπές Seidel σχετίζονται με τις κύριες (ή τρίτης τάξης) εκτροπές με απλές γραμμικές εξισώσεις. Για τις κύριες εκτροπές, το άθροισμα των δυνάμεων για την εξάρτηση από το πεδίο (n) και από το μέγεθος της κόρης (k) είναι 4.

Η σχέση ανάμεσα στην γωνία α (σε ακτίνια) και στο ημίτονό της δίνεται από το ανάπτυγμα

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + \dots \quad (2.77)$$

Αν η μεγαλύτερη δύναμη του α είναι η τρίτη, τότε η σχέση θα απλοποιηθεί σε

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!}$$

Αν αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή των εξισώσεων για τις εκτροπές, εξάγονται μόνο οι κύριες εκτροπές και για αυτό το λόγο προκύπτει η ονομασία τους εκτροπές τρίτης τάξης. Για συμμετρικά εκ περιστροφής οπτικά συστήματα, μπορούμε να θεωρήσουμε επιπλέον όρους εκτροπών. Μπορούμε να αποκαλέσουμε τις εκτροπές αυτές, εκτροπές πέμπτης τάξης γιατί αυτή είναι η υψηλότερη τάξη εκτροπών που προκύπτει από το ανάπτυγμα μιας σειράς ημιτόνων στην εξίσωση (2.76) αν το α είναι στην πέμπτη δύναμη (α^5). Στη συνέχεια προκύπτουν εκτροπές έβδομης τάξης κ.τ.λ. (π.χ. ${}_0W_{8,0}R^8$).

Γενικά, σε ένα οποιοδήποτε οπτικό σύστημα, η χρήση της εξάρτησης από το πεδίο είναι συχνά χωρίς νόημα, ιδιαίτερα όταν μπορεί να υπάρχουν tilts και decentrations, γεγονός που σημαίνει όροι που συμβαίνουν μόνο «εκτός άξονα» σε ένα συμμετρικό εκ περιστροφής σύστημα, τώρα παρουσιάζονται «πάνω στον άξονα». Σε αυτή την περίπτωση, η τάξη ενός όρου ισούται με το άθροισμα των δυνάμεων στο x και στο y .

Για παράδειγμα, η κύρια σφαιρική εκτροπή σε ένα εκ περιστροφής συμμετρικό σύστημα, δίνεται ως ${}_0W_{4,0}R^4$. Για λόγους γενίκευσης, αφήνουμε τον μονό δείκτη και έτσι γράφεται ως $W_{4,o}R^4$. Σαν τμήμα ενός αναπτύγματος Taylor θα δίνεται από τη σχέση $W_{11}x^4 + W_{13}x^2y^2 + W_{15}y^4$ όπου $W_{4,0} = W_{1,1} = W_{15} = W_{13}/2$. Κάθε μία από αυτές τις εκτροπές θεωρείται εκτροπή 4^{ης} τάξης γιατί το άθροισμα των δυνάμεων στα x και y είναι 4.

2.4.1.2 ΣΧΕΤΙΚΑ ΚΑΙ ΑΠΟΛΥΤΑ ABERRATION CO-EFFICIENTS

Οι διαστάσεις (x,y) είναι απόλυτες θέσεις στην κόρη εισόδου. Αντί να χρησιμοποιήσουμε αυτές, μπορούμε να τις μετατρέψουμε σε σχετικές διαστάσεις (x,y) όπου τα x και y θα μεταβάλλονται πάντα μεταξύ -1 και 1, ανεξάρτητα από την ακτίνα της κόρης. Αυτό μπορεί να γίνει θέτοντας απλά

$$x = X/R \text{ και } y = Y/R \quad (2.78)$$

όπου R είναι η ακτίνα της κόρης εισόδου. Όταν έχουμε μία νέα σειρά συντελεστών w_1, w_2, w_3, \dots κ.τ.λ. όπου αναφέρονται στην εξίσωση (2), $\frac{n(n+1)}{2} + m + 1$ ιοστοί όροι συνδέονται ως εξής

$$W_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1} X^{n-m} Y^m = w_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1} x^{n-m} y^m \quad (2.79)$$

Από αυτό προκύπτει

$$w_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1} = W_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1} R^n \quad (2.80)$$

Αν το μέγεθος της κόρης και οι εκτροπές δίνονται σε mm, ο συντελεστής $W_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1}$ αναπαριστά την εκτροπή σε ακτίνα 1mm στην κόρη εισόδου και έχει μονάδες mm^{1-n} ,

ενώ ο συντελεστής $w_{\frac{n(n+1)}{2}+m+1}$ αναπαριστά την εκτροπή στην άκρη της κόρης και έχει μονάδες mm. Το πλεονέκτημα αυτού του σχετικού συστήματος είναι ότι υπάρχει ένα-προς-ένα χαρτογράφηση της κόρης εξόδου (υποθέτοντας ότι το σύστημα είναι αρκετά καλά διορθωμένο για να ισχύει αυτό). Επίσης ο συντελεστής υποδεικνύει το μέγεθος (the magnitude) του όρου της εκτροπής στην άκρη της κόρης. Ωστόσο κάθε φορά που το μέγεθος της κόρης μεταβάλλεται, ο συντελεστής w πρέπει να μεταβληθεί ανάλογα,

σύμφωνα με την εξίσωση (2.80). Π.χ. για τον όρο $w_{11}x^4$ με $w_{11}=0,05\text{mm}^{-3}$, αν $R=1\text{mm}$ τότε $w_{11}=0,005\text{mm}$ αλλά για $R=4\text{mm}$, $w_{11}=12,8\text{mm}$.

Είναι σύμβαση τα τωρινά χρόνια στις επιστήμες της όρασης να χρησιμοποιούνται συντελεστές για την αναπαράσταση των εκτροπών που αναφέρονται σε ακτίνα κόρης εισόδου 1mm, ανεξάρτητα από το μέγεθος της κόρης.

2.3.1.3 ΠΡΟΣΗΜΑ ΚΑΙ ΑΛΛΕΣ ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ

Η σύμβαση προσήμου στην κόρη μπορεί να δημιουργήσει σύγχυση. Συνήθως η εκτροπή σε ένα σημείο λαμβάνεται σαν θετική αν το μέτωπο κύματος είναι μπροστά από το μέτωπο κύματος αναφοράς αλλά αυτό δεν ισχύει πάντα. Το y θεωρείται ότι είναι προς τα πάνω αλλά το x μπορεί να είναι δεξιά ή αριστερά όταν ο παρατηρητής κοιτάει προς το οπτικό σύστημα από το χώρο του αντικειμένου. Χρησιμοποιείται συνήθως το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπου το x βρίσκεται στα δεξιά του παρατηρητή όπως κοιτάει ένα οπτικό σύστημα από το χώρο του αντικειμένου. Η γωνία θ μπορεί να μετρηθεί σε σχέση με τον οριζόντιο ή κάθετο άξονα. Στη συνήθη οφθαλμική σύμβαση μετράται η γωνία θ αντίθετα από την φορά των δεικτών του ωρολογίου από τον θετικό x -άξονα.

2.4.1.4 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ (VARIANCE)

Η ποιότητα ενός οπτικού συστήματος μπορεί να εκτιμηθεί με ποικίλους τρόπους, π.χ. από την ίδια την συνάρτηση του μετώπου κύματος, από την συνάρτηση μεταφοράς σημείου (Point Spread Function) ή από την συνάρτηση Optical Transfer Function. Όλες αυτές οι συναρτήσεις είναι συναρτήσεις δύο μεταβλητών: οριζόντια και κάθετη θέση στην περίπτωση των εκτροπών μετώπου κύματος και των PSF μετρήσεων, οριζόντια και κάθετη χωρική συχνότητα στην περίπτωση των μετρήσεων MTF. Είναι συχνά βολικό να αποτιμούμε την ποιότητα ενός οπτικού συστήματος συνοψίζοντας σε ένα μόνο αριθμό αντί για μια συνάρτηση δύο μεταβλητών. Η διακύμανση V της συνάρτησης εκτροπής μετώπου κύματος είναι τέτοια ώστε να μειώνεται η συνάρτηση εκτροπής μετώπου κύματος σε ένα μόνο αριθμό. Η διακύμανση της συνάρτησης εκτροπής μετώπου κύματος έχει τον ίδιο ορισμό όπως στην στατιστική. Είναι ο μέσος των τετραγώνων των διαφορών των εκτροπών του μετώπου κύματος σε κάθε σημείο από τη μέση εκτροπή. Ιδανικά, η διακύμανση θα ήταν μηδέν, γεγονός που θα σήμαινε ότι το σύστημα θα ήταν ιδανικό.

Σε όρους σχετικών καρτεσιανών συντεταγμένων, η διακύμανση μπορεί να γραφεί σαν

$$V = \frac{\iint_E [W(x, y) - \bar{W}]^2 dx dy}{4} \quad (2.81)$$

όπου το E υποδηλώνει ολοκλήρωση για όλη την περιοχή της κόρης A. Επεκτείνοντας τη σχέση μπορούμε να γράψουμε

$$V = \frac{\iint_E (W^2(x, y) - 2W(x, y)\bar{W} + \bar{W}^2) dx dy}{4} \quad (2.82)$$

Καθένας από τους όρους στην παρένθεση μπορεί να διαχειριστεί ξεχωριστά και τα ολοκληρώματα μπορούν στη συνέχεια να προστεθούν για να δώσουν την τελική έκφραση του V. Η ολοκλήρωση του πρώτου όρου δίνει \bar{W}^2 , το οποίο είναι ο μέσος

όρος των τετραγώνων των εκτροπών. Καθώς $\frac{1}{A} \iint_E W(x, y) dx dy = \bar{W}$, ο δεύτερος όρος

γίνεται $-2\bar{W}^2$ και ο τρίτος \bar{W}^2 το τετράγωνο της μέσης εκτροπής. Επομένως προκύπτει η κλασσική σχέση

$$V = \bar{W}^2 - 2\bar{W}^2 + \bar{W}^2 = \bar{W}^2 - \bar{W}^2 \quad (2.83)$$

όπου η διακύμανση ισούται με το μέσο των τετραγώνων μείον το τετράγωνο του μέσου.

2.4.1.5 DEFOCUS IN LONGITUDINAL TERMS

Το defocus και ο αστιγματισμός που εμφανίζονται στην εξίσωση (2.72) συχνά μετατρέπονται σε αξονικούς όρους συμβατικής σφαιρικής και κυλινδρικής δύναμης και άξονα S/C x α.

Οι σχέσεις για αυτά είναι

$$C = 2\sqrt{[(W_6 - W_4)^2 + W_5^2]} \quad (2.84)$$

$$S = W_4 + W_6 - \frac{C}{2} \quad (2.85)$$

$$a = \tan^{-1} \left[\frac{-W_5}{W_6 - W_4} \right] / 2 \quad (2.86)$$

Αν $W_6 \leq W_4$, τότε το α (μοίρες) πρέπει να μεταβληθεί ανάλογα

$$a = 90 - a \quad (2.86 a)$$

Επίσης, αν $a < 0$, το a αλλάζει ως

$$a = 180 + a \quad (2.86 \text{ b})$$

Αν διορθώσουμε το οπτικό σύστημα με συμβατικούς οφθαλμικούς φακούς, τότε τα πρόσημα των C και S πρέπει να αλλάξουν. Σαν παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι για ένα δεδομένο μάτι $W_4=0,0005\text{mm}^{-1}$, $W_5=-0,0003\text{mm}^{-1}$ και $W_6=0,0001\text{mm}^{-1}$. Οι εξισώσεις (13) έως (15) δίνουν ότι $C=+1.00D$, $S=+0.10D$ και $\alpha=-18^\circ$. Καθώς $W_6 \leq W_4$, εφαρμόζουμε την εξίσωση 15a που δίνει $\alpha=108^\circ$. Δεν υπάρχει ανάγκη να εφαρμόσουμε την εξίσωση 15b καθώς τώρα $\alpha > 0$. Αντιστρέφουμε τα πρόσημα για να δώσουμε την οφθαλμική διόρθωση : $-0.10/-1.00 \times 108^\circ$.

2.4.2 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ZERNIKE

Τα αναπτύγματα Taylor δεν είναι η μόνη μαθηματική σειρά ικανή να αναπαραστήσει τις εκτροπές μετώπου κύματος ενός οπτικού συστήματος. Από τις άλλες δυνατές επιλογές, αυτή που κέρδισε αρκετή δημοτικότητα είναι τα πολυώνυμα Zernike. Τα πολυώνυμα Zernike έχουν αρκετά χρήσιμα χαρακτηριστικά που συζητούνται παρακάτω.

Συνήθως τα πολυώνυμα Zernike έχουν την μορφή

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{c=0}^n C_{\frac{n(n+2)+m}{2}} R_n^{|m|} \begin{cases} \cos(m\theta) \\ \sin(-m\theta) \end{cases} \quad (2.87)$$

όπου $\frac{C_{\frac{n(n+2)+m}{2}}}{2}$ είναι ο συντελεστής για τον $\frac{n(n+2)+m}{2}$ οστό Zernike όρο, k είναι η μέγιστη τάξη ή πολυώνυμο, n είναι η παρούσα τάξη του όρου, m είναι η συχνότητα που δίνεται από $m = 2i - n$ και το \cos χρησιμοποιείται για συχνότητες ≥ 0 και το \sin χρησιμοποιείται για συχνότητες < 0 . Αυτή είναι μία αναπαράσταση με πολικές συντεταγμένες, με το σχετικό μέγεθος της κόρης ρ να μετράται από το κέντρο της κόρης σαν θετικό, τη γωνία θ να μετράται από το θετικό x -άξονα με φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού. Ο όρος $R_n^{|m|}$ είναι το ακτινικό πολυώνυμο και είναι μέρος του όρου Zernike, ο οποίος είναι μια συνάρτηση του ρ . Δίνεται από τη σχέση

$$R_n^{|m|} = \sum_{s=0}^{\lfloor \frac{n-|m|}{2} \rfloor} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [0,5(n+|m|)-s]! [0,5(n-|m|)-s]!} \rho^{n-2s} \quad (2.88)$$

Κάποιες φορές η πιο πάνω σχέση γράφεται πιο απλά ως

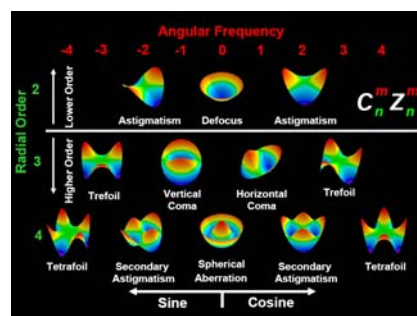
$$W(\rho, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i Z_i$$

όπου Z_i είναι ο i -οστός Zernike όρος και C_i είναι ο συντελεστής του. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα στοιχεία για τα πολώνυμα Zernike.

Number j	Radial order n	Frequency m	Polar representation	Monomial representation
0	0	0	1	1
1	1	-1	$2\rho \sin(\theta)$	$2y$
2	1	1	$2\rho \cos(\theta)$	$2x$
3	2	-2	$\sqrt{6}\rho^2 \sin(2\theta)$	$2\sqrt{6}xy$
4	2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	$\sqrt{3}(2x^2+2y^2-1)$
5	2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$	$\sqrt{6}(x^2-y^2)$
6	3	-3	$\sqrt{8}\rho^3 \sin(3\theta)$	$\sqrt{8}(3x^2y-y^3)$
7	3	-1	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin(\theta)$	$\sqrt{8}(3x^3y-3y^3-2y)$
8	3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos(\theta)$	$\sqrt{8}(3x^3+3xy^2-2x)$
9	3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$	$\sqrt{8}(x^3-3xy^2)$
10	4	-4	$\sqrt{10}\rho^4 \sin(4\theta)$	$\sqrt{10}(4x^4y-4xy^3)$
11	4	-2	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\sin(2\theta)$	$\sqrt{10}(8x^4y+8xy^3-6xy)$
12	4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	$\sqrt{5}(6x^4+12x^2y^2+6y^4-6x^2-6y^2+1)$
13	4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\cos(2\theta)$	$\sqrt{10}(4x^4+4x^2y^2-3x^2-4xy^2-4y^2+3y^2)$
14	4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \cos(4\theta)$	$\sqrt{10}(x^4-6x^2y^2+y^4)$
15	5	-5	$\sqrt{12}\rho^5 \sin(5\theta)$	$\sqrt{12}(5x^5y-10x^3y^3+y^5)$
16	5	-3	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\sin(3\theta)$	$\sqrt{12}(15x^5y+10x^3y^3-12x^2y-5y^4+4y^2)$
17	5	-1	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\sin(\theta)$	$\sqrt{12}(10x^5y+20x^3y^3+10xy^5-12x^3y-12y^4+3y)$
18	5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\cos(\theta)$	$\sqrt{12}(10x^5+20x^3y^2+10xy^4-12x^3-12xy^2+3x)$
19	5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\cos(3\theta)$	$\sqrt{12}(5x^5-4x^3-10x^3y^2-15xy^4+12xy^2)$
20	5	5	$\sqrt{12}\rho^5 \cos(5\theta)$	$\sqrt{12}(x^5-10x^3y^2+5xy^4)$
21	6	-6	$\sqrt{14}\rho^6 \sin(6\theta)$	$\sqrt{14}(6x^6y-20x^4y^3+6xy^5)$
22	6	-4	$\sqrt{14}(6\rho^6-5\rho^4)\sin(4\theta)$	$\sqrt{14}(24x^6y-20x^4y^3-24xy^5+20xy^3)$
23	6	-2	$\sqrt{14}(15\rho^6-20\rho^4+6\rho^2)\sin(2\theta)$	$\sqrt{14}(30x^6y+60x^4y^3+30xy^5-40x^4y-40xy^3+12xy)$
24	6	0	$\sqrt{7}(20\rho^6-30\rho^4+12\rho^2-1)$	$\sqrt{7}(20x^6+60x^4y^2+60x^2y^4+20xy^6-30x^4-60x^2y^2-30y^4+12x^2+12y^2-1)$
25	6	2	$\sqrt{14}(15\rho^6-20\rho^4+6\rho^2)\cos(2\theta)$	$\sqrt{14}(15x^6+15x^4y^2+20x^2y^4+6x^4+6x^2+15xy^4+15y^6+20xy^2-6y^2)$
26	6	4	$\sqrt{14}(6\rho^6-5\rho^4)\cos(4\theta)$	$\sqrt{14}(6x^6-5x^4-30x^4y^2+30x^2y^4+6y^6-5y^4)$
27	6	6	$\sqrt{14}\rho^6 \cos(6\theta)$	$\sqrt{14}(x^6-15x^4y^2+15x^2y^4-y^6)$

(Atchison A. Recent advances in representation of monochromatic aberrations of human eyes. Clin Exp Optom 2004; 87: 3: 138–148.)

Τα πολώνυμα Zernike μπορούν να αναπαρασταθούν όχι μόνο με μονό δείκτη αλλά και με δύο δείκτες της μορφής Z_n^m , όπου n είναι η τάξη του όρου και m η συχνότητά του. Η εικόνα 2.29 δείχνει την πυραμίδα των πολωνύμων, όπου τα Zernike είναι τοποθετημένα σύμφωνα με την τάξη και τη συχνότητά τους. Η εικόνα βοηθάει να γίνει κατανοητή η σχέση μεταξύ των σχημάτων των συναρτήσεων για διαφορετικές συχνότητες και τάξεις των πολωνυμικών όρων.



εικ. 2.29 Πυραμίδα πολωνύμων Zernike.

Κάθε όρος Zernike μπορεί να γραφεί με την αναπαράσταση ενός μόνο δείκτη, που προκύπτει μετατρέποντας τους όρους σαν συνάρτηση των (x,y) συντεταγμένων. Ο

μέσος όρος κάθε όρου Zernike που λαμβάνεται καθόλη την επιφάνεια της κόρης είναι μηδέν, εκτός από τον πρώτο όρο (piston), ο οποίος μπορεί να διαχειριστεί από τον σχεδιαστή του οργάνου. Οι δύο πιο συνήθεις τρόποι είναι να θέσουμε την εκτροπή μηδέν στο κέντρο του μετώπου κύματος ή να δοθεί σε ολόκληρο το wavefront μία μέση τιμή, που λαμβάνεται κατά μήκος ολόκληρης της κόρης μηδέν.

Οι όροι Zernike είναι ανεξάρτητοι ή ορθογώνιοι ο ένας με τον άλλο. Αυτό σημαίνει ότι όταν πολλαπλασιάζεται ένα πολυώνυμο με ένα άλλο σε όλα τα σημεία της κόρης και αθροιστούν τα αποτελέσματα, το αποτέλεσμα είναι μηδέν. Για δύο όρους Z_i και Z_j , με δεδομένο ότι $i \neq j$, αυτό εκφράζεται ως

$$\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho=1} Z_i Z_j \rho d\rho d\theta = 0 \quad (2.90)$$

Η τάξη του κάθε όρου Zernike δίνεται από τη μεγαλύτερη εξάρτηση της δύναμης από την ακτίνα της κόρης που εμφανίζεται στον όρο (σε πολικές συντεταγμένες) ή από το μεγαλύτερο άθροισμα των δυνάμεων στα x και y (στην αντίστοιχη αντιπροσώπευση). Παραδείγματος χάριν, ο όρος $Z_{17} = (10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\sin\theta$ είναι πέμπτης τάξης. Είναι φανερό ότι διάφορες τάξεις όρων Taylor εμφανίζονται σε κάθε πολυώνυμο Zernike π.χ. το προηγούμενο πολυώνυμο Z_{17} , περιέχει την 1^η, 3^η, και 5^η τάξη όρων Taylor. Κάθε όρος Zernike μπορεί να αναφερθεί ότι είναι ισορροπημένος. Αυτό σημαίνει ότι ο υψηλότερης τάξης όρος Taylor που εμφανίζεται σε αυτό, εξισορροπείται από χαμηλότερης τάξης όρους Taylor που ελαχιστοποιούν την μεταβλητότητα του όρου Zernike κατά μήκος της κόρης.

Όταν παρουσιάζονται οι εκτροπές ενός οπτικού συστήματος, πρέπει να ληφθεί μια απόφαση σχετικά με το ποιο επίπεδο εκτροπών απαιτείται. Για τις σειρές Taylor καθώς προστίθενται όλο και πιο υψηλής τάξης όροι, οι fitting τεχνικές θα μεταβάλλουν τους όρους Taylor χαμηλότερης τάξης, λόγω της ορθογώνιας φύσης όμως της σειράς Zernike, η πρόσθεση επιπλέον όρων δε μεταβάλλει τους χαμηλότερους όρους.

Το fitting των πολυώνυμων Zernike προϋποθέτει το fitting μιας συνεχούς συνάρτησης για ένα πλήρη κύκλο αλλά στην πράξη ένα οπτικό σύστημα πρέπει να δειγματοληπτείται διακριτά. Συνήθως οι εκτροπές λαμβάνονται ως transverse aberrations (δξ', δη') και σχετίζονται με τις εκτροπές μετώπου κύματος με μερικές παραγώγους

$$\delta\xi' = -\frac{l}{n} \frac{dW(X,Y)}{dX} \quad \delta\eta' = -\frac{l}{n} \frac{dW(X,Y)}{dY} \quad (2.91)$$

όπου l είναι η ακτίνα της σφαίρας αναφοράς και n ο δείκτης διάθλασης στο χώρο του αντικειμένου ή του ειδώλου (εξαρτάται σε ποιο χώρο μετρώνται οι εκτροπές). Εναλλακτικά οι *transverse* εκτροπές μπορούν να εξαχθούν σε γωνιακούς όρους, στους οποίους η έκφραση $-l/\eta$ εξαλείφεται από την εξίσωση (2.91).

Μια διαδικασία *fitting* ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιείται για να καθορίζει τα *co-efficient*s. Ενώ τα πολυώνυμα Zernike είναι ορθογώνια, τα παράγωγα τους δεν είναι. Επομένως, στην πράξη ένας *fitting* πρόσθετων πολυωνύμων Zernike μπορεί να οδηγήσει σε κάποια αλλαγή στους υποκείμενους όρους.

Αυτές οι αλλαγές ελαχιστοποιούνται όταν ο αριθμός των σημείων που δειγματοληπτούνται είναι κατά πολύ μεγαλύτερος από τον αριθμό των όρων στους οποίους πρέπει να γίνει η προσαρμογή και αν υπάρχει κανονικός (*regular*) δειγματισμός κατά μήκος της κόρης. Αν απαιτηθεί, υπάρχουν διαθέσιμες διαδικασίες που μπορούν να κάνουν τις παραγόμενες συναρτήσεις ορθογώνιες πχ η Gram – Schmid διαδικασία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κερατοειδικά τοπογραφικά δεδομένα.

Καθώς τα *coefficients* Zernike σχετίζονται με το μέγεθος της κόρης, πρέπει να αλλάζουν όταν το μέγεθος της κόρης αλλάζει. Η αλλαγή δεν είναι τόσο απλή όπως στην σειρά Taylor επειδή εμφανίζονται στον όρο Zernike διαφορετικής τάξης όροι Taylor και αυτό εξαρτάται από τις εκτροπές του οπτικού συστήματος. Υπάρχουν δυο τρόποι με τους οποίους οι όροι Zernike που καθορίζονται για ένα μέγεθος κόρης, μπορούν να καθοριστούν για ένα δεύτερο μέγεθος κόρης. Ο ένας τρόπος είναι να γίνουν πάλι μετρήσεις στο δεύτερο μέγεθος κόρης. Ο άλλος τρόπος είναι να μετατραπούν οι συντελεστές Zernike σε συντελεστές Taylor και μετά να χρησιμοποιηθούν.

Πρέπει να λαμβάνεται προσοχή όμως όταν χρησιμοποιούνται αυτές οι τιμές για να εξαχθούν αποτελέσματα για μεγαλύτερη διάμετρο κόρης από αυτήν που έχουν γίνει οι αρχικές μετρήσεις.

2.4.2.1 ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ ΜΕ ΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ZERNIKE

Κάποιες φορές στους όρους Zernike εμφανίζεται ένας παράγοντας κανονικοποίησης. Όταν δεν εμφανίζεται όμως, η μέγιστη τιμή στην άκρη της κόρης είναι 1. Όταν συμπεριλαμβάνεται, τότε η διακύμανση του όρου Zernike είναι 1. Καθώς αυτό σημαίνει ότι όλοι οι όροι Zernike θα έχουν την ίδια διακύμανση, το τετράγωνο του

συντελεστή του όρου Zernike θα αντιπροσωπεύει την συνεισφορά αυτού του όρου στη συνολική διακύμανση της εκτροπής μετώπου κύματος.

Σε ότι ακολουθεί παρακάτω, οι συντελεστές που χρησιμοποιούνται είναι αυτοί που δεν έχουν μεταβληθεί από την κανονικοποίηση. Για να καθοριστεί η συνεισφορά του κάθε όρου Zernike στη μεταβλητότητα, οι συντελεστές πρέπει πρώτα να διαιρεθούν με κατάλληλους παράγοντες κανονικοποίησης πριν τετραγωνιστούν.

Η σύμβαση πρόσημου που αναφέρθηκε για την σειρά Taylor ισχύει και για μια σειρά Zernike. Οπουδήποτε σε αυτό το κείμενο, χρησιμοποιείται η σύμβαση πρόσημου που χρησιμοποίησε ο Thibos ως τα VSIA Standards.

2.4.2.2 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ (VARIANCE)

Αναφέρθηκε ήδη ότι οι μέσοι όλων των όρων Zernike είναι μηδέν, εκτός αυτό τον όρο piston Z_0 . Επομένως μόνο ο όρος piston συνεισφέρει στο δεύτερο όρο της δεξιάς πλευράς της εξίσωσης 2.83.

Αν ο όρος piston αγνοηθεί, τότε προκύπτει ότι

$$V = W^2$$

Αρκετές φορές οι διακυμάνσεις λόγω των όρων tilt Z_1 και Z_2 αγνοούνται επίσης για να δοθεί η διακύμανση του κεντροειδούς (variance of the centroid). Αυτό είναι ισοδύναμο με το να υποθέτουμε την συνεισφορά του defocus ενός σημειακού ειδώλου στο επίπεδο του ειδώλου. Με την κατάλληλη κανονικοποίηση όπως περιγράφεται παραπάνω, η συνεισφορά στη συνολική διακύμανση του κάθε όρου δίνεται από το τετράγωνο των συντελεστών. Αθροίζοντας τα τετράγωνα των συντελεστών για κάθε όρο Zernike μιας συγκεκριμένης σειράς, λαμβάνεται η συνεισφορά αυτής της σειράς στη διακύμανση.

2.4.2.3 ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΞΥ ZERNIKE ΚΑΙ TAYLOR ABERRATIONS

Κάθε όρος Zernike μπορεί να εκφραστεί ως συνδυασμός όρων Taylor και αντίστροφα. Οι συντελεστές Zernike μπορούν να εξαχθούν από τους συντελεστές Taylor και αντίστροφα. Ο Malacara παρείχε πίνακες που διευκολύνουν αυτές τις μετατροπές μέχρι των 45° όρο. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τις εκφράσεις που χρειάζεται για να μετατραπούν οι συντελεστές Zernike σε συντελεστές Taylor μέχρι τον 66° όρο, χρησιμοποιώντας ακτίνες κόρης Rmm και τις ανάλογες εκφράσεις για την μετατροπή των συντελεστών Taylor σε συντελεστές Zernike.

W_1	$C_0 - C_4 + C_{12} - C_{24} + C_{40} - C_{60}$
W_2	$(C_7 - 2C_9 + 3C_{18} - 4C_{32} + 5C_{50})/R$
W_3	$(C_1 - 2C_7 + 3C_{17} - 4C_{31} + 5C_{49})/R^3$
W_4	$(2C_4 + C_5 - 6C_{12} - 3C_{13} + 12C_{24} + 6C_{25} - 20C_{40} - 10C_{41} + 30C_{60} + 15C_{61})/R^2$
W_5	$(2C_3 - 6C_{11} + 12C_{23} - 20C_{39} + 30C_{59})/R^2$
W_6	$(2C_6 - C_5 - 6C_{12} + 3C_{13} + 12C_{24} - 6C_{25} - 20C_{40} + 10C_{41} + 30C_{60} - 15C_{61})/R^2$
W_7	$(3C_8 + C_9 - 12C_{18} - 4C_{19} + 30C_{32} + 10C_{33} - 60C_{50} - 20C_{51})/R^3$
W_8	$(3C_6 + 3C_7 - 12C_{16} - 12C_{17} + 30C_{30} + 30C_{31} - 60C_{48} - 60C_{49})/R^3$
W_9	$(3C_8 - 3C_9 - 12C_{18} + 12C_{19} + 30C_{32} - 30C_{33} - 60C_{50} + 60C_{51})/R^3$
W_{10}	$(-C_6 + 3C_7 + 4C_{16} - 12C_{17} - 10C_{30} + 30C_{31} + 20C_{48} - 60C_{49})/R^3$
W_{11}	$(6C_{12} + 4C_{13} + C_{14} - 30C_{24} - 20C_{25} - 5C_{26} + 90C_{40} + 60C_{41} + 15C_{42} - 210C_{60} - 140C_{61} - 35C_{62})/R^3$
C_0	$W_1 + \left(\frac{W_4}{4} + \frac{W_6}{4}\right)R^2 + \left(\frac{W_{11}}{8} + \frac{W_{13}}{24} + \frac{W_{15}}{8}\right)R^4 + \left(\frac{5W_{22}}{64} + \frac{W_{24}}{64} + \frac{W_{26}}{64} + \frac{5W_{28}}{64}\right)R^6 + \left(\frac{7W_{32}}{128} + \frac{W_{34}}{128} + \frac{3W_{36}}{640} + \frac{W_{38}}{128} + \frac{7W_{40}}{128}\right)R^8$ $+ \left(\frac{21W_{46}}{512} + \frac{7W_{48}}{1536} + \frac{W_{50}}{512} + \frac{W_{52}}{512} + \frac{7W_{54}}{1536} + \frac{21W_{56}}{512}\right)R^{10}$
C_1	$W_2 R + \left(\frac{W_8}{6} + \frac{W_{10}}{2}\right)R^3 + \left(\frac{W_{12}}{16} + \frac{W_{14}}{16} + \frac{5W_{21}}{16}\right)R^5 + \left(\frac{W_{18}}{32} + \frac{3W_{22}}{160} + \frac{W_{24}}{32} + \frac{7W_{26}}{32}\right)R^7 + \left(\frac{7W_{32}}{384} + \frac{W_{34}}{128} + \frac{W_{36}}{128} + \frac{7W_{38}}{384} + \frac{21W_{40}}{128}\right)R^9$
C_2	$W_3 R + \left(\frac{W_4}{2} + \frac{W_6}{6}\right)R^3 + \left(\frac{5W_{12}}{16} + \frac{W_{14}}{16} + \frac{W_{20}}{16}\right)R^5 + \left(\frac{7W_{22}}{32} + \frac{W_{24}}{160} + \frac{3W_{26}}{32} + \frac{W_{28}}{32}\right)R^7 + \left(\frac{21W_{32}}{128} + \frac{7W_{34}}{384} + \frac{W_{36}}{128} + \frac{W_{38}}{128} + \frac{7W_{40}}{384}\right)R^9$
C_3	$\frac{W_5}{2} R^2 + \left(\frac{3W_{12}}{16} + \frac{3W_{14}}{16}\right)R^4 + \left(\frac{3W_{18}}{32} + \frac{9W_{21}}{160} + \frac{3W_{23}}{32}\right)R^6 + \left(\frac{7W_{26}}{128} + \frac{3W_{30}}{128} + \frac{3W_{32}}{128} + \frac{7W_{34}}{128}\right)R^8 + \left(\frac{9W_{38}}{256} + \frac{3W_{40}}{256} + \frac{15W_{44}}{1792} + \frac{3W_{46}}{256} + \frac{9W_{48}}{256}\right)R^{10}$
C_4	$\left(\frac{W_4}{4} + \frac{W_6}{4}\right)R^2 + \left(\frac{3W_{12}}{16} + \frac{W_{14}}{16} + \frac{3W_{15}}{16}\right)R^4 + \left(\frac{9W_{22}}{64} + \frac{9W_{24}}{320} + \frac{9W_{26}}{320} + \frac{9W_{28}}{64}\right)R^6 + \left(\frac{7W_{32}}{64} + \frac{W_{34}}{64} + \frac{3W_{36}}{320} + \frac{W_{38}}{64} + \frac{7W_{40}}{64}\right)R^8$ $+ \left(\frac{45W_{46}}{512} + \frac{5W_{48}}{512} + \frac{15W_{50}}{3584} + \frac{15W_{52}}{3584} + \frac{5W_{54}}{512} + \frac{45W_{56}}{512}\right)R^{10}$

εικ. 2.30

2.4.2.4 ANTIΣΤΑΘΜΙΣΗ ΕΚΤΡΟΠΩΝ

Αν οι εκτροπές ενός οπτικού συστήματος καθορίζονται ως εκτροπές Zernike, μερικές φορές μπορεί να θελήσουμε να χειριστούμε κάποιους από τους συντελεστές Zernike ή να τους εκφράσουμε ως longitudinal όρους.

- Piston

Ο συντελεστής Zernike του piston μπορεί να μεταβληθεί για να δώσει την εκτροπή μετώπου κύματος μηδενική στο κέντρο της κόρης. Αλλά αντισταθμίζοντας όλους τους άλλους όρους που περιέχουν το $l=1$, προκύπτει

$$C_0 = +C_4 - C_{12} + C_{24} - C_{40} + C_{60} - \dots \quad (2.92)$$

Εδώ χρειάζεται να ανησυχούμε μόνο για το defocus και τον όρο της σφαιρικής εκτροπής γιατί μόνο αυτά είναι μη μηδενικά στο κέντρο της κόρης.

- Tilt

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ένας όρος Zernike έχει εξισορροπήσει τον πιο ακραίο όρο Taylor με όρους Taylor χαμηλότερης τάξης. Οι συντελεστές tilt C_1 και C_2 αντιπροσωπεύουν οποιοδήποτε tilt έχει παραμείνει, μετά από τη χρησιμοποίηση του tilt για να εξισορροπηθούν οι όροι υψηλής τάξης. Μερικές φορές μπορεί να επιθυμούμε να αφαιρέσουμε το συμβατικό Taylor tilt και για αυτό οι όροι W_2 και W_3 θέτονται μηδέν. Καθώς

$$W_2 = (C_2 - 2C_8 + 3C_{18} - 4C_{32} + 5C_{50} - \dots)/R \quad (2.93)$$

$$W_3 = (C_1 - 2C_7 + 3C_{17} - 4C_{31} + 5C_{49} - \dots)/R \quad (2.94)$$

Θέτουμε

$$C_1 = 2C_7 - 3C_{17} + 4C_{31} - 5C_{49} - \dots \quad (2.95)$$

$$C_2 = 2C_8 - 3C_{18} + 4C_{32} - 5C_{50} - \dots \quad (2.96)$$

Το « /R » εμφανίζεται στις παραπάνω εξισώσεις λόγω της σχετικής φύσης των όρων Zernike.

- Defocus

Μπορεί να μη θέλουμε να συμπεριλάβουμε τις επιδράσεις του συμβατικού Taylor defocus, το οποίο μπορεί να διορθωθεί με οφθαλμικούς φακούς στην ανάλυση. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται οι όροι W_4 , W_5 και W_6 να είναι ίσοι με μηδέν. Καθένας από αυτούς τους συντελεστές συσχετίζεται με τους συντελεστές Zernike με τις σχέσεις

$$W_4 = [(2C_4 + C_5) + (-6C_{12} - 3C_{13}) + (12C_{24} + 6C_{25}) + (-20C_{40} - 10C_{41}) + (30C_{60} + 15C_{61}) - \dots] / R^2 \quad (2.97)$$

$$W_5 = [2C_3 - 6C_{11} + 12C_{23} - 20C_{39} + 30C_{59} - \dots] / R^2 \quad (2.98)$$

$$W_6 = [(2C_4 - C_5) + (-6C_{12} + 3C_{13}) + (12C_{24} - 6C_{25}) + (-20C_{40} + 10C_{41}) + (30C_{60} - 15C_{61}) - \dots] / R^2 \quad (2.99)$$

Για να κάνουμε καθέναν από τους όρους W_4 , W_5 και W_6 μηδέν, μπορούμε να αλλάξουμε το C_3 σε C_5 έτσι οι εξισώσεις (27) και (29) γίνονται

$$2C_4 + C_5 = -(-6C_{12} - 3C_{13}) - (12C_{24} + 6C_{25}) - (-20C_{40} - 10C_{41}) - (30C_{60} + 15C_{61}) - \dots \quad (2.100)$$

$$2C_3 = +6C_{11} - 12C_{23} + 20C_{39} - 30C_{59} - \dots \quad (2.101)$$

$$2C_4 - C_5 = -(-6C_{12} + 3C_{13}) - (12C_{24} - 6C_{25}) - (-20C_{40} + 10C_{41}) - (30C_{60} - 15C_{61}) - \dots \quad (2.102)$$

Διαιρώντας τις δυο πλευρές της εξίσωσης (2.101) με το 2 παίρνουμε

$$C_3 = +3C_{11} - 6C_{23} + 10C_{39} - 15C_{59} - \dots \quad (2.103)$$

Προσθέτοντας τις εξισώσεις (2.100) και (2.102) και διαιρώντας με το 4 προκύπτει

$$C_4 = 3C_{12} - 6C_{24} + 10C_{40} - 15C_{60} + \dots \quad (2.104)$$

Αφαιρώντας την (32) από την (30) και διαιρώντας με το 2 προκύπτει

$$C_5 = 3C_{13} - 6C_{25} + 10C_{41} - 15C_{61} + \dots \quad (2.105)$$

Πρέπει να θυμόμαστε ότι όταν κάνουμε οποιονδήποτε από αυτούς τους μετασχηματισμούς το C_0 επηρεάζεται από τις αλλαγές σύμφωνα με την εξίσωση (2.92) αν επιθυμούμε να διατηρήσουμε την εκτροπή μετώπου κύματος μηδέν στο κέντρο της κόρης.

Ως εναλλακτική λύση για να ολοκληρωθεί η διόρθωση του συμβατικού defocus, μπορεί να θελήσουμε να ελαχιστοποιήσουμε τις επιδράσεις του σφαιρικού defocus, συνήθως διορθώνοντας τη μέση σφαίρα S_{mean} , η οποία είναι το άθροισμα της σφαίρας S και του μισού κυλίνδρου C

$$S_{\text{mean}} = S + C/2 \quad (2.106)$$

Αντικαθιστώντας τη δεξιά πλευρά της εξίσωσης 14 για το S στην εξίσωση (2.106) προκύπτει

$$S_{\text{mean}} = W_4 + W_5 \quad (2.107)$$

Επομένως πρέπει να θέσουμε το άθροισμα $W_4 + W_5$ ίσο με μηδέν. Αυτό προκύπτει, προσθέτοντας τις εξισώσεις (2.97) και (2.99) και θέτοντας το αποτέλεσμα ίσο με μηδέν. Απομονώνοντας το C_4 και διαιρώντας με το 4 προκύπτει η εξίσωση (2.104) επομένως διορθώνουμε τη μέση σφαίρα χειριζόμενοι τον όρο C_4 αλλά όχι τους όρους C_3 και C_5

Ίσως να θέλουμε να καθορίσουμε με κάποιο μέτρο το defocus που έχει απομείνει μετά τη βέλτιστη απεικόνιση. Οι όροι Zernike Z_3 , Z_4 και Z_5 αντιπροσωπεύουν το defocus που έχει απομείνει μετά τη βέλτιστη απεικόνιση. Ο defocus έχει χρησιμοποιηθεί για να εξισορροπήσει τους όρους υψηλής τάξης. Μπορούμε να μετατρέψουμε τους συντελεστές τους σε longitudinal values. Αρχικά, εφαρμόζουμε την εξίσωση 2.97 στην εξίσωση 2.99 αλλά αγνοούμε όλους τους όρους εκτός από τους C_3 ως C_5 στην δεξιά πλευρά. Οι εκφράσεις στην δεξιά πλευρά στη συνέχεια αντικαθίστανται στις εξισώσεις (2.84) ως (2.86) και δίνουν ότι

$$C = \frac{4\sqrt{C_3^2 + C_5^2}}{R^2} \quad (2.108), \quad S = \frac{4C_4^0 - 2\sqrt{C_3^2 + C_5^2}}{R^2} \quad (2.109), \quad \alpha = \tan^{-1}(C_3/C_5)/2 \quad (2.110)$$

Αν $C_5 \geq 0$, τότε το α (σε μοίρες) πρέπει να αλλαχθεί ανάλογα

$$\alpha = 90 - \alpha \quad (2.110 \alpha)$$

Για να αποκτηθεί η καλύτερη οφθαλμική διόρθωση αλλάζουμε πρόσημα. Για παράδειγμα, έστω

$C_3 = +0.001\text{mm}$, $C_1 = +0.003\text{mm}$, $C_5 = 0.002\text{mm}$ και $R = 3\text{mm}$. Πολλαπλασιάζοντας αυτά τα νόμμερα επί 1000 και εφαρμόζοντας στις εξισώσεις (2.108) και (2.110α) και αντιστρέφοντας τα πρόσημα, προκύπτει η διόρθωση $-0,84 / -0,99 \times 77^\circ$.

Αν θέσουμε τους συντελεστές C_3 , C_4 και C_5 μηδέν στις εξισώσεις (2.97) ως (2.99) παίρνουμε το συμβατικό defocus ενός συστήματος όταν ελαχιστοποιείται η διακύμανση

$$W_4 = [(-6C_{12} - 3C_{13}) + (12C_{24} + 6C_{25}) + (-20C_{40} - 10C_{41}) + (30C_{60} + 15C_{61}) - \dots] / R^2 \quad (2.111)$$

$$W_5 = [-6 C_{11} + 12C_{23} - 20C_{39} + 30C_{59} - \dots] / R^2 \quad (2.112)$$

$$W_6 = [(-6C_{12} + 3C_{13}) + (12C_{24} - 6C_{25}) + (-20C_{40} + 10C_{41}) + (30C_{60} - 15C_{61}) - \dots] / R^2 \quad (2.113)$$

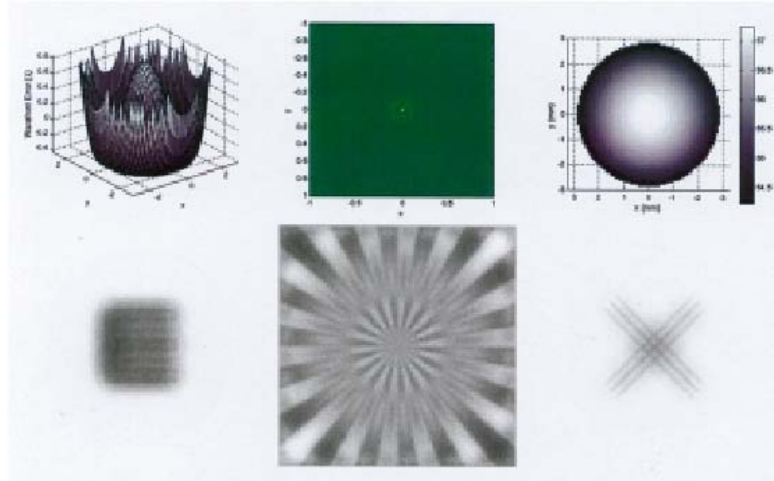
Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (2.84) ως (2.86), αυτά αντιστρέφονται σε longitudinal values. Για παράδειγμα αν $C_{11} = +0.000015\text{mm}$, $C_{12} = +0.00050\text{mm}$, $C_{13} = 0.00030\text{mm}$, οι άλλοι όροι στη δεξιά πλευρά των εξισώσεων (2.97) – (2.99) είναι μηδέν και το $R = 3\text{mm}$, τότε $W_4 = -0.000133\text{mm}^{-1}$, $W_5 = -0.000010\text{mm}^{-1}$, $W_6 = +0.000067\text{mm}^{-1}$

Πολλαπλασιάζοντας αυτούς τους αριθμούς επί 1000 και στη συνέχεια εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (2.84) ως (2.86), προκύπτει $-0,27 / + 0,40 \times 1,4^\circ$. Βοηθητικές εξισώσεις (2.86 α και 2.86b) δεν χρειάζονται.

- Spherical Aberration

Μία από τις εκτροπές που προκαλούσε το ενδιαφέρον των ερευνητών για αρκετές δεκαετίες είναι η σφαιρική εκτροπή. Αν και οι πρώτοι ερευνητές ήξεραν ότι οι οφθαλμικές εκτροπές δεν ήταν συνήθως συμμετρικές εντός της κόρης, αρκετοί είχαν θεωρήσει την κύρια σφαιρική εκτροπή συμμετρική και ότι αντιστοιχούσε στον όρο $W_{11}(X^2+Y^2)^2$ στην εξίσωση (2.72). Ωστόσο πρέπει κάποιος να είναι προσεκτικός όταν ερμηνεύει αποτελέσματα πρώτων ερευνών, ιδιαίτερα αν οι μετρήσεις έγιναν

κατά μήκος ενός μόνο μεσημβρινού. Οι Smirnov και Howland και Howland τόνισαν ξανά την ασύμμετρη φύση του ανθρώπινου οφθαλμού με μετρήσεις με δισδιάστατο psychophysical raytracing και με crossed-cylinder aberroscope, αντίστοιχα.



εικ. 2.31 Η επίδραση της κύριας σφαιρικής εκτροπής στο αμφιβληστροειδικό είδωλο. Η πάνω σειρά δείχνει την εκτροπή μετώπου κύματος, το PSF και τον χάρτη διαθλαστικής δύναμης. Η τιμή του πολωνόμου Zernike έχει επιλεγεί να είναι $Z_4^0=0.25$.

Η σφαιρική εκτροπή συνεχίζει να διεγείρει την φαντασία και καθώς αντιπροσωπεύεται από τον όρο Zernike 4^{ης} τάξης C_4^0 ($6\rho^4-6\rho^2+1$), ο συντελεστής της είναι θετικός για τους περισσότερους ανθρώπους σε κατάσταση μη προσαρμογής και η αλλαγή της μετά από διαθλαστική χειρουργική είναι χρήσιμη για την καταγραφή της ποιότητας των οπτικών του οφθαλμού που προκύπτουν μετά την επέμβαση.

Κλασικά δίνεται από τη σχέση

$$W_{SA} = W_{4,0}R^4 + W_{6,0}R^6 + W_{8,0}R^8 + W_{10,0}R^{10} \quad (2.114)$$

Σε όρους σειράς Taylor αυτό είναι

$$W_{SA} = (W_{11}X^4 + W_{13}X^2Y^2 + W_{15}Y^4) + (W_{22}X^6 + W_{24}X^4Y^2 + W_{26}X^2Y^4 + W_{22,0}Y^6) + (W_{37}X^8 + W_{39}X^6Y^2 + W_{41}X^4Y^4 + W_{48}X^2Y^6 + W_{45}Y^8) + (W_{56}X^{10} + W_{58}X^8Y^2 + W_{60}X^6Y^4 + W_{62}X^4Y^6 + W_{64}X^2Y^8 + W_{66}Y^{10}) + \dots (2.115)$$

όπου

$$W_{15} = W_{11} \text{ και } W_{13} = 2W_{11}; W_{28} = W_{22} \text{ και } W_{24} = W_{26} = 3W_{22}$$

$$W_{45} = W_{37}, W_{39} = W_{43} = 4W_{37}, \text{ και } W_{41} = 6W_{37};$$

$$W_{66} = W_{56}, W_{58} = W_{64} = 5W_{56} \text{ και } W_{60} = W_{62} = 10W_{56}$$

Μπορούμε να μετατρέψουμε την σφαιρική εκτροπή Taylor σε Zernike συντελεστές

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{W_{4.0}}{3} R^4 + \frac{W_{6.0}}{4} R^6 + \frac{W_{8.0}}{5} R^8 + \frac{W_{10.0}}{6} R^{10} + \dots \\ C_4 &= \frac{W_{4.0}}{2} R^4 + \frac{9W_{6.0}}{20} R^6 + \frac{2W_{8.0}}{5} R^8 + \frac{5W_{10.0}}{14} R^{10} + \dots \\ C_{12} &= \frac{W_{4.0}}{6} R^4 + \frac{W_{6.0}}{4} R^6 + \frac{2W_{8.0}}{7} R^8 + \frac{25W_{10.0}}{89} R^{10} + \dots \\ C_{24} &= \frac{W_{6.0}}{20} R^6 + \frac{W_{8.0}}{10} R^8 + \frac{5W_{10.0}}{36} R^{10} + \dots \\ C_{40} &= \frac{W_{8.0}}{70} R^8 + \frac{W_{10.0}}{28} R^{10} + \dots \\ C_{60} &= \frac{W_{10.0}}{252} R^{10} + \dots \end{aligned} \quad (2.116 \text{ α-ξ})$$

Επειδή έχουμε σφαιρική εκτροπή να εμφανίζεται στις σειρές Taylor, τα W_4 , W_5 και W_6 είναι ίσα με μηδέν. Ωστόσο, υπάρχει υπολειμματικό defocus στις σειρές Zernike που δίνεται από την εξίσωση (2.116b). Από την εξίσωση (2.109) και με τα C_3 και C_5 να θέτονται μηδέν, προκύπτει

$$S = 4C_4/R^2 \quad (2.117)$$

Αντικαθιστώντας την δεξιά πλευρά της εξίσωσης (2.116b) για το C_4 στην εξίσωση (2.117) και αντιστρέφοντας το πρόσημο, η διορθωτική δύναμη προκύπτει

$$S = - \left(\frac{10}{5} W_{4.0} R^2 + \frac{9}{5} W_{6.0} R^4 + \frac{8}{5} W_{8.0} R^6 + W_{10.0} R^8 + \dots \right) \quad (2.118)$$

Αν είχαμε μετατρέψει το C_4 σε όρους Taylor και μετά είχαμε μετατρέψει αυτούς σε longitudinal values, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 2.84 και 2.86, θα προέκυπτε ότι $W_5 = 0$, $W_4 = W_6 = 2C_4/R^2 = S/2$

Η εξίσωση 2.76 περιλαμβάνει το defocus $W_{2.0}R^2$. Αν αυτό εισαχθεί, για να δώσει την καλύτερη αντιστάθμιση για τις σφαιρικές εκτροπές $W_{4.0}R^4$, $W_{6.0}R^6$ κλπ, τότε καθώς $W_4 = W_6 = W_{2.0}$ προκύπτει

$$W_{2.0} = - \left(\frac{10}{10} W_{4.0} R^2 + \frac{9}{10} W_{6.0} R^4 + \frac{8}{10} W_{8.0} R^6 + \frac{10}{14} W_{10.0} R^8 + \dots \right) \quad (2.119)$$

Ένα ενδιαφέρον γεγονός από την εξίσωση 2.118 είναι ότι η διόρθωση που απαιτείται για να ελαχιστοποιηθεί η διακύμανση που οφείλεται στην κύρια σφαιρική εκτροπή

είναι το αρνητικό της μισής κύριας longitudinal σφαιρικής εκτροπής στην άκρη της κόρης.

Για παράδειγμα, αν ένας οφθαλμός έχει κύρια σφαιρική εκτροπή $W_{4,0} = -0.0001\text{mm}^{-3}$, καμία άλλη εκτροπή και $R = 3\text{mm}$, από την εξίσωση 2.118 προκύπτει ότι ο διορθωτικός φακός που χρειάζεται για να ελαχιστοποιηθεί η διακύμανση (variance) είναι

$$S = -2 + 0,0001 + 3^2 = -0.0018\text{mm}^{-1} \text{ ή } -1.8\text{D}.$$

2.5 ΧΡΩΜΑΤΙΚΗ ΕΚΤΡΟΠΗ

Εκτός από τις μονοχρωματικές εκτροπές που περιγράφονται ανωτέρω, το μάτι παρουσιάζει σημαντικά ποσά χρωματικής εκτροπής.

Η χρωματική εκτροπή προκύπτει από την ανάλυση του λευκού φωτός στα συστατικά χρώματα του φάσματος όταν αυτό διαθλάται. Μπορούμε να διακρίνουμε δύο γενικούς τύπους χρωματικών εκτροπών: (α) τις χρωματικές αποκλίσεις στις παραξονικές ιδιότητες σχηματισμού του οπτικού συστήματος και (β) τις εξαρτώμενες από το μήκος κύματος μονοχρωματικές εκτροπές.

Τυπικά μόνο το πρώτο είδος χρωματικών εκτροπών έχει χαρακτηριστεί στον ανθρώπινο οφθαλμό και έχει κατηγοριοποιηθεί σε δύο συστατικά: τη διαμήκη ή αξονική χρωματική εκτροπή (longitudinal chromatic aberration, LCA) και την εγκάρσια χρωματική εκτροπή (transverse chromatic aberration, TCA).

Η αξονική χρωματική εκτροπή είναι η εξάρτηση της διαθλαστικής δύναμης του οφθαλμού από το μήκος κύματος (ο δείκτης διάθλασης και επομένως η οφθαλμική διαθλαστική δύναμη είναι υψηλότερη για μικρά μήκη κύματος) και έχει μετρηθεί εκτενώς τόσο υποκειμενικά¹⁸ όσο και αντικειμενικά^{19,20}. Η LCA βρέθηκε ότι είναι περίπου δύο διοπτρίες (D) για το ορατό φάσμα, με κάποιες διαφορές μεταξύ των διαφόρων μελετών. Αυτή η τιμή είναι συνεπής με θεωρητικούς υπολογισμούς που βασίζονται στη διάχυση από τα οφθαλμικά μέσα²¹. Η δεύτερη εκδήλωση της χρωματικής εκτροπής που παραδοσιακά περιγράφεται είναι η εγκάρσια χρωματική

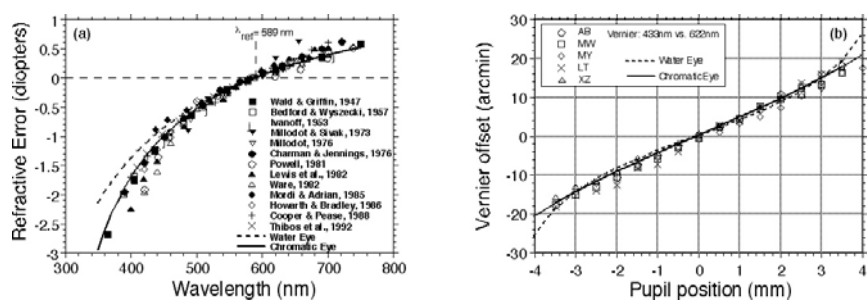
¹⁸ Howarth, P. A., & Bradley, A. (1986). The longitudinal chromatic aberration of the human eye, and its correction. *Vision Research*, 26, 361–366.

¹⁹ Charman, W. N., & Jennings, J. A. M. (1976a). Objective measurements of the longitudinal chromatic aberration of the human eye. *Vision Research*, 16, 999–1005.

²⁰ Rynders, M. C., Navarro, R., & Losada, M. A. (1998). Objective measurement of the off-axis longitudinal chromatic aberration in the human eye. *Vision Research*, 38, 513–522.

²¹ Thibos, L. N., Bradley, A., Still, D. L., Zhang, X., & Howarth, P. A. (1990). Theory and measurement of the ocular chromatic aberration. *Vision Research*, 30, 33–49.

εκτροπή (TCA), η οποία είναι η διαφορά στη γωνιακή μετατόπιση του αμφιβληστροειδικού ειδώλου για διαφορετικά μήκη κύματος. Από την άποψη της ποιότητας του αμφιβληστροειδικού ειδώλου, η εγκάρσια χρωματική εκτροπή μπορεί να χαρακτηριστεί ως η χρωματική διαφορά της θέσης και της μεγέθυνσης. Ενώ η διαμήκης χρωματική εκτροπή δεν εμφανίζει intersubject μεταβλητότητα²², οι αναφορές από την εγκάρσια χρωματική εκτροπή από διάφορες μελέτες είναι τελείως διαφορετικές, τόσο όσο αφορά το ποσό όσο και την κατεύθυνση²³.



εικ. 2.32 Σύγκριση δημοσιευμένων μετρήσεων της χρωματικής (a) και εγκάρσιας χρωματικής εκτροπής (b) με προβλέψεις από ένα reduced eye model (Thibos et al. 1992).

Επιπλέον, η χρωματική εκτροπή δεν αλλάζει σημαντικά κατά τη διάρκεια της διάρκειας ζωής²⁴. Η TCA τυπικά μετρείται με τεχνικές ευθυγράμμισης βερνιέρου¹⁷, χρησιμοποιώντας διχρωματικούς (κόκκινους και μπλε) στόχους. Η επίδραση της TCA είναι ιδιαίτερα σημαντική σε περίπτωση αποκεντρωμένης κόρης^{17,25,26} και αυξάνεται με την αμφιβληστροειδική εκκεντρότητα^{18,27}. Πειράματα έχουν δείξει ότι ελεγχόμενα ποσά εγκάρσιας χρωματικής εκτροπής μπορούν να εισαχθούν στην ωχρά με μετατόπιση μίας τεχνητής κόρης από τον οπτικό άξονα¹⁶. Αυτό το αποτέλεσμα περιγράφεται καλά από ένα simple, reduced schematic eye model. Επομένως η απλούστερη εξήγηση για την ύπαρξη υπολειμματικών ποσών ωχρικής TCA κάτω από ελεύθερες συνθήκες παρατήρησης είναι ότι η φυσική κόρη του οφθαλμού είναι ελαφρά αποκεντρωμένη από τον visual axis¹⁷. Εφόσον δηλαδή το οπτικό σύστημα

²² Thibos, L. N., Ye, M., Zhang, X. & Bradley, A. (1992). The chromatic eye: a new reduced-eye model of ocular chromatic aberration in humans. *Applied Optics*, 31, 3594-3600.

²³ Rynders, M., Lidkea, B., Chisholm, W., & Thibos, L. N. (1995). Statistical distribution of foveal transverse chromatic aberration, pupil centration, and angle ψ in a population of young adult eyes. *Journal of the Optical Society of America A*, 12, 2348-2357

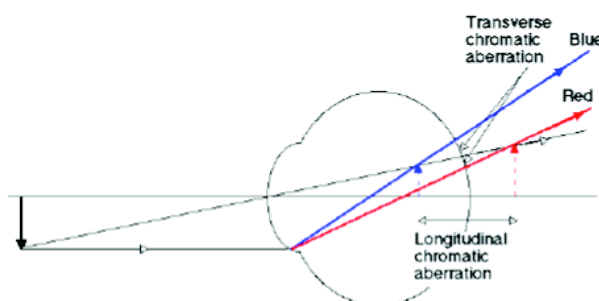
²⁴ Howarth, P. A., Zhang, X., Bradley, A., Still, D. L. & Thibos, L. N. (1988). Does the chromatic aberration of the eye vary with age? *Journal of the Optical Society of America, A*, 5, 2087-2092.

²⁵ Thibos, L. N., Bradley, A., & Zhang, X. (1991). Effect of ocular chromatic aberration on monocular visual performance. *Optometry and Vision Science*, 68, 599-607.

²⁶ Marcos, S., Burns, S. A., Prieto, P.M., Navarro, R. & Baraibar, B. Investigating sources of variability of monochromatic and transverse chromatic aberrations across eyes. *Vis. Res.* 41, 3862-3871 (2001).

²⁷ Thibos, L. N. (1987). Calculation of the influence of lateral chromatic aberration on image quality across the visual field. *Journal of the Optical Society of America A*, 4, 1673-1680.

του οφθαλμού δεν είναι γενικά επικεντρωμένο, η TCA είναι μη μηδενική στον visual axis. Μέρος της μεταβλητότητας μπορεί να οφείλεται σε ατομικές διαφορές στη θέση της ωχράς κηλίδας σε σχέση με τον οπτικό άξονα, αποκλίσεις στην επικέντρωση της κόρης ή σε διαφορετικού βαθμού λανθασμένη ευθυγράμμιση των οπτικών συστατικών του οφθαλμού. Όταν όμως θεωρείται ο πληθυσμός σα σύνολο, οι θετικές και οι αρνητικές τιμές της αποκέντρωσης της κόρης τείνουν να ακυρώνονται και επομένως η στατιστική κατανομή των κέντρων των κορών έχει μηδενικό μέσο όρο. Διαφορές μπορούν επίσης να προκύψουν και από διαφορές στις συνθήκες μέτρησης (μέγεθος κόρης, φωτεινότητα κ.τ.λ). Για παράδειγμα οι Thibos et al. βρήκαν ότι οι εκτιμήσεις της LCA με τη χρήση της best-focusing μεθόδου ήταν κατά 0.29D υψηλότερες κατά μέσο όρο (με διασταλμένη κόρη) από τις εκτιμήσεις με τη χρήση της ευθυγράμμισης του βερνιέρου. Απέδωσαν την ασυμφωνία στο γεγονός ότι οι πρώτες εκτιμήσεις της LCA επηρεάζονται από τις εκτροπές ενώ οι δεύτερες παρέχουν μία παραξονική εκτίμηση. Οι μελέτες για τη μέτρηση της TCA που χρησιμοποιούν μία κεντραρισμένη pinhole κόρη μετρούν την οπτική TCA, ενώ άλλες μελέτες χρησιμοποιούν την φυσιολογική όραση και τότε οι μετρήσεις επηρεάζονται από το Stiles-Crawford και η TCA που μετρούν καλείται perceived TCA ή subjective TCA (sTCA).



εικ. 2.33 Διαμήκης και εγκάρσια χρωματική εκτροπή.

Για να ερμηνευτεί η εμπειρική παρατήρηση ότι η sTCA μπορεί να είναι σημαντικά μικρότερη από την optical TCA, ο Ye et al. πρότεινε ότι το Stiles-Crawford συμπεριφέρεται σαν μία νευρωνική συνάρτηση βάρους που εφαρμόζεται στα θολωμένα είδωλα. Η επίδραση αυτής της συνάρτησης βάρους (Stiles-Crawford) είναι να μειώνει την προφανή διαφορά των θέσεων για τα θολωμένα είδωλα που περιέχουν φως από διαφορετικά μήκη κύματος. Ωστόσο η επίδραση του Stiles-Crawford σε αυτό το θέμα που συζητείται, εξαρτάται σημαντικά από την συμμετρία του στο επίπεδο της κόρης (είναι καλό να θυμηθεί κάποιος ότι το Stiles-Crawford είναι ένα

apodization φαινόμενο που σχετίζεται με την κόρη). Αν αυτή η apodization συνάρτηση έχει άρτια συμμετρία γύρω από το κέντρο της κόρης, τότε το Stiles-Crawford δεν θα έχει καμία επίδραση στη θέση των θολωμένων αμφιβληστροειδικών ειδώλων και επομένως δεν θα έχει καμία επίδραση στην sTCA.

Αν και οι TCA και LCA είναι οι κύριες εκδηλώσεις της χρωματικής εκτροπής, οι μονοχρωματικές εκτροπές αλλάζουν επίσης με το μήκος κύματος. Οι μονοχρωματικές εκτροπές εξαρτώνται τόσο από τη γεωμετρία των διαθλαστικών επιφανειών και στοιχείων, όσο και από τους δείκτες διάθλασης των μέσων, οι οποίοι είναι συναρτήσεις του μήκους κύματος.

Καθώς οι οπτικές εκτροπές είναι μικρές συγκρινόμενες με την ονομαστική διαθλαστική δύναμη του ματιού (60D), οι διαφορές στις οφθαλμικές εκτροπές κατά μήκος του ορατού φάσματος αναμένεται να είναι μικρότερες από την LCA δύο διοπτριών.

Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει προσπάθειες να χαρακτηριστεί η ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου για πολυχρωματικό φως. Οι Charman και Jennings²⁸ βρήκαν σημαντικές διαφορές στην ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου για τα διάφορα μήκη κύματος που μετρήθηκαν με double-pass τεχνική, τις οποίες απέδωσαν σε αλλαγές της ενδοφθάλμιας σκέδασης (scatter) και στο λόγο σήματος-θορύβου (signal-to-noise ratio) του φωτοανιχνευτή. Η μελέτη των Marcos, Moreno & Navarro (1999)²⁹ για το βάθος πεδίου του ανθρώπινου οφθαλμού σε διαφορετικά ορατά μήκη κύματος προτείνει μικρή μεταβλητότητα των εκτροπών με το μήκος κύματος ενώ σε μία άλλη μελέτη της Marcos et al. συμπεραίνεται ότι η επίδραση των χρωματικών εκτροπών σε diffraction-limited οφθαλμούς (στους οποίους δηλαδή έχουν αντισταθμιστεί οι μονοχρωματικές εκτροπές) είναι μεγάλη. Για μεσαίες και μεγάλες χωρικές συχνότητες, η υποβάθμιση που εισάγεται από τις χρωματικές εκτροπές (με τη χρήση πολυχρωματικού φωτός 450-650nm) μπορεί να είναι τόσο μεγάλη όσο η υποβάθμιση που εισάγεται από τις μονοχρωματικές εκτροπές (με τη χρήση μονοχρωματικού φωτός)³⁰. Άλλες μελέτες έχουν υποθέσει ότι δεν υπάρχει καμία διαφορά με το μήκος κύματος εκτός από το defocus που εισάγεται από την LCA³¹.

²⁸ Charman, W. N., & Jennings, J. A. M. (1976b). The optical quality of the monochromatic retinal image as a function of focus. *British Journal of Physiological Optics*, 31, 119–134.

²⁹ Marcos, S., Moreno, E., & Navarro, R. (1999). The depth of field of the human eye from objective and subjective measurements. *Vision Research*, 39, 2039–2049.

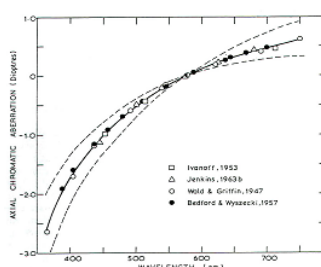
³⁰ Marcos, S., Burns, S., Moreno, E., & Navarro, R. (1999). A new approach to the study of ocular chromatic aberrations. *Vision Research*, 39, 4309–4323.

³¹ Atchinson, D. A., Woods, R. L., & Bradley, A. (1998). Predicting the effects of optical defocus on human contrast sensitivity. *Journal of the Optical Society of America A*, 15, 2449–2456.

Καθώς οι φωτουποδοχείς του αμφιβληστροειδούς για την έγχρωμη όραση (τρεις τύποι κωνίων) είναι ο καθένας περισσότερο ευαίσθητος σε κάποιο μήκος κύματος, η ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου είναι επακόλουθο ότι θα μεταβάλλεται για τις διαφορετικές τάξεις των κωνίων. Για παράδειγμα, έχει θεωρηθεί ότι όταν ο οφθαλμός εστιάζεται για μεσαία μήκη κύματος, κοντά στο μέγιστο της ευαισθησίας των Μ και L κωνίων, τα μικρά μήκη κύματος (μπλε φως) είναι τόσο θολά που δεν μπορούν να συνεισφέρουν και ίσως ακόμα χειροτερεύουν την χωρική όραση³².

Η αξονική χρωματική εκτροπή δεν αντισταθμίζεται καλά όπως οι μονοχρωματικές εκτροπές αν και αντισταθμίζεται κάπως από ένα φασματικό φίλτράρισμα από την απορρόφηση του μπλε άκρου του φάσματος από τον φακό και την χρωστική της ωχράς (η χρωστική της ωχράς βρίσκεται στις ίνες του Henle των φωτουποδοχέων, στη συναπτική μεμβράνη). Η μεταβολή του δείκτη διάθλασης του φακού συνεισφέρει επίσης στην εξασθένιση αυτού του φαινομένου ενώ η απουσία S κωνίων (κωνία με μέγιστη ευαισθησία στο μπλε) από την περιοχή της ωχράς (τριτανωπία της ωχράς) το μειώνει ακόμα περισσότερο³³.

Η εκτροπή που παρατηρείται στα μικρότερα μήκη κύματος είναι αρκετά μικρότερη σε σχέση με αυτή που είχαν προβλέψει θεωρητικά μοντέλα οφθαλμών και αυτό μπορεί να οφείλεται στους φυσιολογικούς παράγοντες που αναφέρθηκαν και που συμβάλλουν στη μείωση της χρωματικής εκτροπής. Η άποψη αυτή υποστηρίζεται από τις χαμηλότερες τιμές αξονικής χρωματικής εκτροπής που παρατηρήθηκαν σε άφακους ασθενείς³⁴.



εικ. 2.34 Μέση αξονική ή διαμήκης χρωματική εκτροπή του οφθαλμού, όπως μετρήθηκε από αρκετούς ερευνητές. Τα δεδομένα για διαφορετικά άτομα έχουν μετατοπιστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε η χρωματική εκτροπή να είναι πάντα μηδέν στα 578nm. ° Wald and Griffin (1947) 14 μάτια³⁵, Ivanoff (1953), 11 μάτια, • Bedford and Wyszecki (1957), 12 μάτια³⁶, ΔJenkins (1936b), 32 μάτια³⁷.

³² Boynton, R. M. Human Color Vision (Holt, Rinehart & Winston, New York, (1979).

³³ James S. McLellan, Susana Marcos, Pedro M. Prieto & Stephen A. Burns. (2002). Imperfect optics may be the eye's defence against chromatic blur. Nature, Vol 417.

³⁴ Ivanoff A. (1953). Les Aberrations de l'Oeil. Revue d'Optique, Paris.

³⁵ Wald G., Griffin D.R (1947). The change in refractive power of the human eye in dim and bright light. J. Opt. Soc. Am. 37: 321-336.

³⁶ Bedford R.E, Wyszecki G. (1957). Axial chromatic aberration of the human eye. J. Opt. Soc. Am., 47:564-565.

³⁷ Jenkins T.C.A (1936b). Aberrations of the eye and their effects on vision Part II. Br. J.Physiol. Optics 20: 161-201

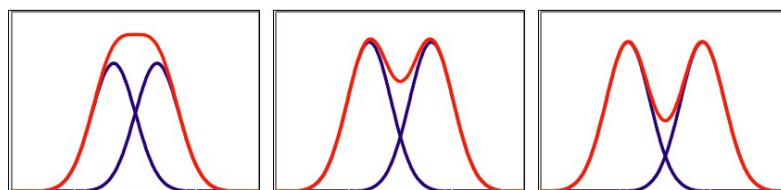
Άλλες μελέτες όμως υποστηρίζουν ότι η χρωστική της ωχράς έχει μόνο προστατευτικό ρόλο για τον αμφιβληστροειδή, προστατεύοντάς τον από την οξειδωτική βλάβη των μικρών μηκών κύματος και δεν επηρεάζει την ποιότητα του ειδώλου²⁶. Η μελέτη αυτή εξετάζει την ποιότητα του ειδώλου κατά μήκος του ορατού φάσματος, όπως αυτή ποσοτικοποιείται από το MTF και δείχνει ότι υπάρχει πολύ μικρή intersubject variability. Θεωρεί ότι οι εκτροπές ωθούν το οπτικό σύστημα να θυσιάσει την ανάλυση για ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος αλλά του επιτρέπουν να κερδίσει σχεδόν σταθερή συμπεριφορά όσο αφορά τη χωρική ευαισθησία για όλο το φάσμα. Αυτή η πιστότητα/σταθερότητα μπορεί να παρέχει μία ακόμα πιο αποτελεσματική λύση στα προβλήματα της χρωματικής θόλωσης από ότι θα μπορούσε να αποκτηθεί με την εξασθένιση και την αραιή δειγματοληψία των μικρών μηκών κύματος από έναν οφθαλμό με τέλεια οπτικά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΑΜΦΙΒΛΗΣΤΡΟΕΙΔΙΚΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ

3.1.1 PUPIL FUNCTION ΚΑΙ POINT SPREAD FUNCTION (PSF)

Σύμφωνα με την κυματική θεωρία για το σχηματισμό ειδώλου, το ιδανικό είδωλο ενός σημειακού αντικειμένου σχηματίζεται από ένα ημισφαιρικό wavefront με το κέντρο καμπυλότητας τοποθετημένο στο επίπεδο του ειδώλου (image plane). Ένα μέτωπο κύματος με εκτροπές, επομένως, χαρακτηρίζεται από την απόκλιση του από το ιδανικό μέτωπο κύματος. Ακόμα και χωρίς ελαττώματα αυτού του είδους όμως το είδωλο μιας σημειακής πηγής μέσω μιας κυκλικής κόρης θα εξακολουθεί να διαχέεται πάνω στον αμφιβληστροειδή σαν ένα σχέδιο περίθλασης που αποτελείται από ένα κεντρικό φωτεινό δίσκο που περιβάλλεται από ανόμοιους κατανεμημένους ομόκεντρους κύκλους, το γνωστό Airy pattern.



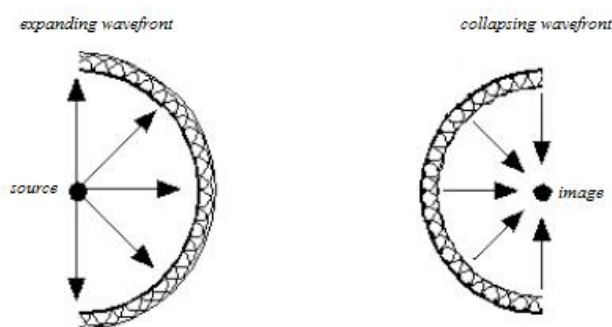
εικ. 3.1 Airy pattern

Ο υποκείμενος λόγος για αυτή την ατέλεια είναι ότι το μέτωπο κύματος που εξέρχεται από την κόρη του οφθαλμού είναι μόνο ένα μικρό μέρος ολόκληρου του μετώπου κύματος που χρειάζεται για να σχηματιστεί ένα τέλειο σημειακό είδωλο.

Η αναγκαιότητα να έχουμε ένα ολοκληρωμένο μέτωπο κύματος για ιδανική απεικόνιση προκύπτει λογικά από την αρχή της reversibility του Helmholtz. Ότι ισχύει για κύματα που αποκλίνουν από ένα σημείο, ισχύει και για κύματα που συγκλίνουν προς ένα σημείο. Αν μια ιδανική σημειακή πηγή παράγει σφαιρικά κύματα που εκτείνονται συμμετρικά προς όλες τις κατευθύνσεις στον τρισδιάστατο χώρο, τότε για την παραγωγή ενός ιδανικού σημειακού ειδώλου απαιτούνται σφαιρικά κύματα που θα καταλήγουν συμμετρικά σε ένα σημείο από όλες τις κατευθύνσεις του τρισδιάστατου χώρου.

Για να περιγραφεί ποσοτικά η φύση του diffraction pattern, χρειάζεται να αναφερθούν κάποια πράγματα για τη θεωρία της περίθλασης. Ένα πλαίσιο για να

σκεφτούμε ποσοτικά την περίθλαση διαδιδόμενων κυμάτων φαίνεται στην εικόνα 3.2. Για να κατανοήσουμε πως ένα expanding ή collapsing wave διαδίδεται, ο Huygens (1678) πρότεινε ότι αν κάθε σημείο του μετώπου κύματος θεωρηθεί σαν το κέντρο μιας νέας, δευτερεύουσας διαταραχής που διαδίδει στοιχειώδη σφαιρικά μέτωπα κύματος στην κατεύθυνση της διάδοσης, τότε το μέτωπο κύματος σε μια οποιοδήποτε μετέπειτα στιγμή θα είναι το σύνολο των δευτερευόντων κυμάτων. Ο Fresnel (1818) συμπλήρωσε την αρχική θεώρηση του Huygens, συμπεριλαμβάνοντας το τότε πρόσφατα ανακαλυφθέν φαινόμενο της συμβολής για να προτείνει την ποσοτική θεωρία γνωστή σαν Huygens–Fresnel principle of light propagation.



εικ. 3.2

Σύμφωνα με αυτή την αρχή, τα δευτερεύοντα μέτωπα κύματος του Huygens κατευθύνονται (το πλάτος είναι μεγαλύτερο στην κατεύθυνση κάθετα στο αρχικό wavefront) και συμβάλλουν αμοιβαία για να αναδημιουργήσουν το advancing wavefront. Συνεπακόλουθα, όταν ένα μέτωπο κύματος συναντά ένα αδιαφανές άνοιγμα, τα σημεία του μετώπου κύματος κοντά στο εμπόδιο δεν αντισταθμίζονται πλέον από τα απόντα δευτερεύοντα Huygen wavelets και έτσι το φως είναι ικανό να διαδίδεται πίσω από το διάφραγμα. Το 1822 ο Kirchoff έδειξε ότι αυτές οι σημαντικές θεωρίες που έγιναν από τον Fresnel (συμπεριλαμβανομένης της ανισοτροπικής φύσης των wavelets του Huygens) είχαν σημαντικές συνέπειες στη κυματική φύση του φωτός. Ο Sommerfield (1894) αργότερα έσωσε τη θεωρία του Kirchoff από ασύμβατες/ ασυνεπείς υποθέσεις, εισάγοντας οριακές τιμές για το φως στα όρια του ανοίγματος. Με αυτό τον τρόπο ο Sommerfield έθεσε τη θεωρία της περίθλασης στη σύγχρονη της μορφή, θεμελιώνοντας ότι το φαινόμενο της περίθλασης μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια, προσθέτοντας γραμμικά τα πλάτη των άπειρων wavelets που βρίσκονται εντός του ανοίγματος.

Μαθηματικά αυτός ο υπολογισμός παίρνει τη μορφή ενός ολοκληρώματος γνωστό ως Rayleigh–Sommerfield Diffraction Formula και για να εκφραστεί απαιτείται μια μαθηματική περιγραφή των Huygens wavelets και ένας τρόπος αυτά να αθροιστούν σε ένα σημείο παρατήρησης R πίσω από το άνοιγμα. Αν και μια αυστηρή θεωρία θα περιέγραφε το φως σαν ένα διάνυσμα πεδίου με ηλεκτρικές και μαγνητικές συνιστώσες που συνυπάρχουν σύμφωνα με τις εξισώσεις του Maxwell, είναι ικανοποιητικό να χρησιμοποιηθεί μια απλούστερη θεωρία που αντιμετωπίζει το φως σαν διαβαθμισμένο/αριθμητικό (scalar) φαινόμενο, η δύναμη του οποίου μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο. Έτσι, για ένα μονοχρωματικό κύμα, η ένταση του πεδίου μπορεί να γραφεί ως

$$u(R,t) = U(R)\cos[2\pi vt + \varphi(R)] \quad 3.1$$

Όπου $U(R)$ και $\varphi(R)$ είναι το πλάτος και η φάση αντίστοιχα, του κύματος στη θέση R ενώ v είναι η χρονική συχνότητα. Για μαθηματικούς λόγους είναι πιο εύχρηστο να εκφραστεί η τριγωνομετρική συνάρτηση σαν το πραγματικό τμήμα μιας μιγαδικής εκθετικής συνάρτησης γράφοντας την εξίσωση 3.1 ως

$$u(R,t) = \text{Re}[U(R)\exp(-i2\pi vt)] \quad 3.2$$

Όπου $i = \sqrt{-1}$ και $U(R)$ είναι η μιγαδική συνάρτηση της θέσης

$$U(R) = U(R)\exp[-i\varphi(R)] \quad 3.3$$

Η χρονική ταλάντωση του πεδίου δεν είναι σημαντική για το πρόβλημα της περίθλασης και γι' αυτό το λόγο επικεντρωνόμαστε στη φάση $U(R)$ σαν περιγραφή για το μέτωπο κύματος. Ανάλογα αναζητούμε μια τέτοια περιγραφή για τη φάση στα Huygens wavelets. Η απαιτούμενη συνάρτηση για ένα τυχαίο σημείο S σε ένα μέτωπο κύματος μοναδιαίου πλάτους είναι

$$H(S, R) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{\exp(i\kappa r)}{r} \cdot \cos\theta \quad 3.4$$

όπου H: complex amplitude of light at R due to Huygens wavelets at S

r: radial distance from source point S to observation point R

κ : $2\pi/\lambda$, wave number, converts r to phase shift in radians

λ : wavelets of light

θ : angle between line RS and the normal to wavefront at S

Καθένας από τους τρεις παράγοντες στην δεξιά πλευρά της εξίσωσης 3.4 σχετίζεται με κάποιο θεμελιώδες χαρακτηριστικό των Huygens wavelets. Ο μεσαίος παράγοντας είναι η συνήθης έκφραση για ένα σφαιρικό μέτωπο κύματος από μια σημειακή πηγή.

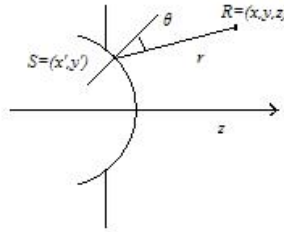
Ο αριθμητής αυτού του παράγοντα αντιστοιχεί στην αλλαγή φάσης που προκύπτει όταν το wavelet διαδίδεται από το S στο R και ο παρανομαστής εκφράζει την απώλεια πλάτους που είναι απαραίτητη για να διατηρηθεί η ολική ενέργεια σταθερή καθώς διαδίδεται το μέτωπο κύματος. Αυτό το σφαιρικό wavelet τροποποιείται από τον πρώτο παράγοντα, ο οποίος λέει ότι το πλάτος της δευτερεύουσας πηγής είναι μικρότερο κατά $1/\lambda$ συγκρινόμενο με το αρχικό κύμα και η φάση της δευτερεύουσας πηγής προηγείται της φάσης του αρχικού κύματος κατά 90° . Ο τρίτος παράγοντας στην εξίσωση 3.4 είναι ο obliquity factor, ο οποίος δηλώνει ότι το πλάτος του δευτερεύοντος κύματος μεταβάλλεται με το συνημίτονο της γωνίας θ μεταξύ της κάθετου στο μέτωπο κύματος στο σημείο S και της κατεύθυνσης του σημείου παρατήρησης R σε σχέση με το S. Η εξίσωση 3.4 περιγράφει το δευτερεύον κύμα που παράγεται από ένα αρχικό μέτωπο κύματος μοναδιαίου πλάτους. Εφαρμόζοντας το πραγματικό πλάτος του μετώπου κύματος $U(S)$ ως παράγοντα βάρους, το δευτερεύον κύμα στο σημείο S είναι το γινόμενο $U(S)H(S,R)$. Το συνολικό πεδίο στο σημείο R βρίσκεται τότε με γραμμική υπέρθεση των πεδίων που οφείλονται σε όλα τα δευτερεύοντα κύματα εντός του ανοίγματος A. Το αποτέλεσμα είναι ένα superposition integral για το διάφραγμα (aperture)

$$U(R) = \iint_{\text{aperture}} U(S)H(S,R)dA \quad 3.5$$

το οποίο είναι γνωστό σαν Rayleigh – Aperture Sommerfeld Diffraction Integral.

Κάτω από ορισμένες συνθήκες, το superposition integral της εξίσωσης 3.5 μετατρέπεται σε ένα ολοκλήρωμα συνέλιξης (convolution integral). Αυτό αυτόματα υποδηλώνει μια εφαρμογή της θεωρίας συνέλιξης της ανάλυσης Fourier, το οποίο μετατρέπει τις δεδομένες ποσότητες U and H σε ένα αντίστοιχο ζεύγος νέων ποσοτήτων, το οποίο παρέχει μια συμπληρωματική άποψη στη θεώρηση της διάθλασης και του σχηματισμού του ειδώλου. Αυτή είναι η περιοχή των Fourier optics.

Αρχικά, ας θεωρήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων επικεντρωμένο στο διάφραγμα (εικόνα 3.3) με το x,y επίπεδο να συμπίπτει με το επίπεδο του διαφράγματος. Το σημείο παρατήρησης R έχει συντεταγμένες (x,y,z) και ένα τυχαίο σημείο στο επίπεδο του διαφράγματος έχει συντεταγμένες (x',y',0). Οι αρχικές απλοποιημένες υποθέσεις είναι ότι το σημείο παρατήρησης R είναι μακριά από το διάφραγμα και κοντά στον άξονα z, στην οποία περίπτωση ο obliquity factor $\cos\theta$ στην εξίσωση 3.4 είναι περίπου 1.



εικ. 3.3

Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις, η απόσταση r στον παρανομαστή της εξίσωσης 3.5 μπορεί να αντικατασταθεί από το z . Ωστόσο αυτή δεν είναι μια αντικατάσταση που μπορεί να ισχύει στην περίπτωση του αριθμητή όπου οποιαδήποτε λάθη σ' αυτή την προσέγγιση πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό κ . Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, χρειάζεται να διερευνηθεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια ο τρόπος με τον οποίο το r εξαρτάται από τις συντεταγμένες των S και R .

Από το πυθαγόρειο θεώρημα

$$R = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z^2} \quad 3.6$$

το οποίο μπορεί να προσεγγιστεί, χρησιμοποιώντας τους δυο πρώτους όρους της binomial expansion, ως

$$r \cong z + \frac{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}{2z} \quad 3.7$$

Εφαρμόζοντας αυτές τις προσεγγίσεις στην εξίσωση 3.4 προκύπτει η ακόλουθη προσέγγιση στη formula Huygens wavelet

$$H(x', y', x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} \cdot \exp\left\{i\kappa\left(z + \frac{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}{2z}\right)\right\} \quad 3.8$$

Το σημαντικό σημείο που πρέπει να σημειωθεί σ' αυτή τη σχέση είναι ότι παρόλο που το H είναι μια συνάρτηση των (x, y) συντεταγμένων του σημείου παρατήρησης και των (x', y') συντεταγμένων της σημειακής πηγής, αυτή η εξάρτηση υπάρχει μόνο πάνω στη διαφορά μεταξύ των συντεταγμένων, όχι στις απόλυτες τιμές τους.

Αυτή είναι η ειδική περίπτωση που χρειάζεται για να ερμηνευτεί το Rayleigh – Sommerfield superposition integral της εξίσωσης 3.5 ως convolution integral. Οι υποκείμενες προσεγγίσεις είναι γνωστές σαν Fresnel (near field) approximations.

Για να απλοποιηθεί το convolution integral ακόμα περισσότερο επεκτείνουμε την εξίσωση 3.7 και ομαδοποιούμε τους όρους κατά ένα τρόπο που να έχει φυσικό νόημα

$$r \cong z + \frac{(x'^2 + y'^2)}{2z} + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{(xx' + yy')}{z} \quad 3.9$$

Αν υποθέσουμε ότι το διάφραγμα είναι μικρό συγκρινόμενο όχι μόνο με το z , την απόσταση παρατήρησης αλλά μικρό και σε σχέση με το z/κ , τότε ο δεύτερος όρος στην εξίσωση 3.9 μπορεί να παραληφθεί. Αυτή η υπόθεση είναι γνωστή ως Fraunhofer (far field) approximation και είναι προφανώς αυστηρή, δεδομένου ότι το κ είναι ένας πολύ μεγάλος αριθμός της τάξης του 10^7m για το ορατό φως. Παρόλα αυτά κάτω από αυτές τις συνθήκες, το ολοκλήρωμα του Rayleigh – Sommerfeld απλοποιείται σε

$$U(x, y) = C \iint_{\text{aperture}} U(x', y') \exp\left(-\frac{ik}{z}(xx'+yy')\right) dx' dy' \quad 3.10$$

όπου C είναι η σύνθετη σταθερά

$$C = \frac{1}{i\lambda z} \cdot \exp\left\{ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z}\right)\right\} \quad 3.11$$

Για να έρθει αυτό το αποτέλεσμα σε μια πιο βολική μορφή, κανονικοποιούνται οι συντεταγμένες (x, y) εισάγοντας μια αντικατάσταση μεταβλητών $\hat{x} = x/\lambda z$ και $\hat{y} = y/\lambda z$. Εισάγεται επίσης η Pupil Function $P(x', y')$ που έχει τιμή 1 εντός του διαφράγματος και 0 εκτός του διαφράγματος. Χρησιμοποιώντας αυτή τη συνάρτηση σαν παράγοντα πολλαπλασιασμού μπορεί να οριστεί το ολοκλήρωμα για όλο το επίπεδο του διαφράγματος, στην οποία περίπτωση η εξίσωση 3.10 γίνεται

$$U(\hat{x}, \hat{y}) = C \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} P(x', y') U(x', y') \exp[-2ni(\hat{x}x' + \hat{y}y')] \cdot dx' dy' \quad 3.12$$

Αν από το τελευταίο ολοκλήρωμα δεν φαίνεται γνωστό, ας σκεφτούμε το x', y' σαν τις μεταβλητές στο επίπεδο του ειδώλου. Επομένως εκτός από την σταθερά C μπροστά, το Fraunhofer diffraction pattern αναγνωρίζεται ως ένας δισδιάστατος αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του προσπίπτοντος μετώπου κύματος όπως περικόπτεται από την pupil function. Αυτό το έξοχο αποτέλεσμα προσεγγίζει όμως μια ακόμη σημαντική παρατήρηση όταν το προσπίπτον κύμα είναι ένα επίπεδο κύμα. Σε αυτή την περίπτωση το πλάτος του πεδίου U είναι συνεχές σε όλο το διάφραγμα και επομένως το diffraction pattern και το διάφραγμα σχετίζονται με ένα μετασχηματισμό Fourier. Ένας σύντομος συμβολισμός για αυτόν τον μετασχηματισμό χρησιμοποιεί ένα βέλος για να δηλώσει την κατεύθυνση του forward Fourier transform.

$$U(\hat{x}, \hat{y}) \xrightarrow{F} P(x', y') \quad 3.13$$

Δηλαδή η εξίσωση 3.13 λέει ότι το πλάτος U της κατανομής του φωτός σε ένα μακρινό επίπεδο λόγω της περίθλασης ενός μονοχρωματικού επιπέδου κύματος από ένα διάφραγμα είναι ανάλογη με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της pupil function P του διαφράγματος.

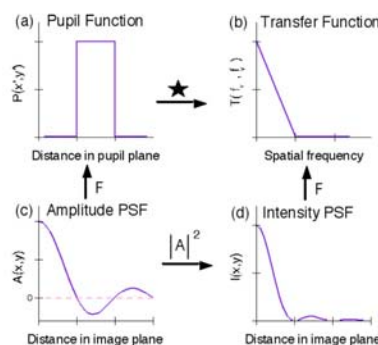
Η εξίσωση 3.12 είχε σημαντική επίδραση στην οπτική φυσική συμπεριλαμβανομένων των visual optics, το τελευταίο μισό του 20^{ου} αιώνα επειδή ενοποιεί το ισχυρό θεώρημα των γραμμικών συστημάτων και το κύριο υπολογιστικό εργαλείο του, τον μετασχηματισμό Fourier. Αν και η εξίσωση 3.12 αναφέρεται στο πεδίο των diffraction patterns, η εξίσωση αυτή εφαρμόζεται εύκολα σε απεικονιστικά συστήματα γενικεύοντας την έννοια της pupil function έτσι ώστε να συμπεριλάβει τις εστιακές ιδιότητες των φακών. Σκεφτόμενοι το pupil function σαν ένα διδιάστατο φίλτρο, το οποίο εξασθενεί το πλάτος και εισάγει αλλαγές φάσης σε κάθε σημείο του εξερχόμενου wavefront, μια μιγαδική pupil function $P(x',y')$ μπορεί να προκύψει από το γινόμενο δύο παραγόντων

$$P(x',y')=D(x',y')\exp(ikW(x',y')) \quad 3.14$$

όπου $D(x',y')$ είναι ένας παράγοντας εξασθένισης και $W(x,y')$ είναι ο παράγοντας φάσης, η wave aberration function. Αυτή η διαχείριση, η γενίκευση δηλαδή της pupil function αντικατοπτρίζει την επίδραση του οπτικού συστήματος χωρίς να παραβιάζει τα επιχειρήματα που οδήγησαν στην ανάπτυξη της εξίσωσης 3.13. Επομένως η μιγαδική amplitude spread function $A(x,y)$ στο επίπεδο του ειδώλου ενός οπτικού συστήματος με εκτροπές, συμπεριλαμβανομένων και των επιδράσεων της περίθλασης για μια μακρινή σημειακή πηγή ισούται με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της pupil function του συστήματος.

$$A(x,y) \xrightarrow{F} P(x',y') \quad 3.15$$

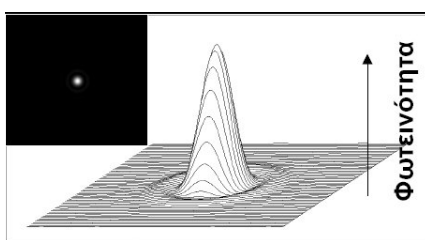
Μια γραφική αναπαράσταση αυτής της σημαντικής σχέσης φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (α,ε).



εικ. 3.4 Οι σχέσεις μετασχηματισμού Fourier μεταξύ των θεμελιωδών ποσοτήτων που σχετίζονται με την απεικόνιση.

Οι συνήθεις ανιχνευτές φωτός, όπως οι αμφιβληστροειδικοί υποδοχείς, δεν είναι ικανοί να ανταποκριθούν αρκετά γρήγορα για να ακολουθήσουν τις γρήγορες χρονικές ταλαντώσεις του πλάτους του φωτός. Αντίθετα οι φυσικοί ανιχνευτές ανταποκρίνονται στην ένταση του φωτός, η οποία είναι μια ποσότητα με πραγματική τιμή που ορίζεται ως ο χρονικός μέσος του τετραγώνου του μιγαδικού πλάτους. Συνεπακόλουθα, η ένταση του PSF δίνεται από τη σχέση

$$I(x, y) = |A(x, y)|^2 = A(x, y) \cdot A^*(x, y) \quad 3.16$$



όπου το A^* υποδηλώνει το μιγαδικό συζυγές (complex conjugate) του A . Μια γραφική αναπαράσταση αυτής της σημαντικής σχέσης δίνεται στην εικόνα 3.3(c,d).

Οι εξισώσεις 3.15 και 3.16 μαζί δείχνουν ότι η ένταση του PSF, η οποία είναι μια θεμελιώδης περιγραφή των απεικονιστικών ικανοτήτων του οπτικού συστήματος του οφθαλμού, είναι το τετράγωνο του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier της pupil function του οφθαλμού. Το επόμενο τμήμα έχει σκοπό να δείξει ότι η pupil function μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να εξαχθεί μια ακόμη θεμελιώδης περιγραφή του απεικονιστικού συστήματος του οφθαλμού, η optical transfer function.

3.1.2 OPTICAL TRANSFER FUNCTION (OTF)

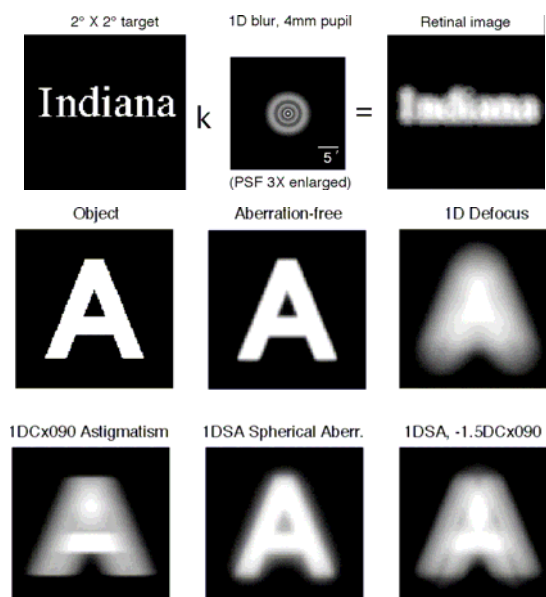
Μία από τις μεγάλες αλλαγές στην οπτική που πραγματοποιήθηκε αυτόν τον αιώνα ήταν η αντιμετώπιση των απεικονιστικών συστημάτων, συμπεριλαμβανόμενου και του οφθαλμού, ως γραμμικά συστήματα που χαρακτηρίζονται στο χώρο από τα PSF. Δεν ενδιαφέρει αν το είδωλο είναι καλά εστιασμένο ή θολό, diffraction – limited ή aberrated. Η κύρια θεώρηση είναι απλά ότι το PSF είναι αμετάβλητο σε πλευρικές (orthogonal to the optical axis) μετατοπίσεις της σημειακής πηγής. Στη θεωρία των γραμμικών συστημάτων, αυτή η ιδιότητα καλείται space invariance αλλά στην οπτική καλείται isoplanatism.

Η ιδιαίτερη σημασία της προσέγγισης των γραμμικών συστημάτων στον οφθαλμό είναι ότι επιτρέπει να υπολογιστεί εύκολα το πραγματικό αμφιβληστροειδικό είδωλο

(το οποίο είναι συνήθως απρόσιτο σε ένα εξωτερικό παρατηρητή) από τη γνώση του PSF και τη χωρική κατανομή των εντάσεων στο αντικείμενο. Αν και το PSF του οφθαλμού ποικίλει σημαντικά κατά μήκος του οπτικού πεδίου, δεν είναι ανεδαφικό να υποτεθεί ότι υπάρχουν μικρές περιοχές του αμφιβληστροειδικού ειδώλου όπου υπάρχει χωρική αμεταβλητότητα. Εντός τέτοιων περιοχών, το είδωλο θεωρείται ως η υπέρθεση απείρων PSF ενός από κάθε σημείου του αντικειμένου, διαβαθμισμένα στην ένταση ανάλογα με την ένταση του αντίστοιχου σημείου του αντικειμένου. Για συνήθη αντικείμενα δεν υπάρχει σταθερή σχέση μεταξύ των φάσεων των κυμάτων φωτός που εκπέμπονται από διαφορετικά σημεία του αντικειμένου. Τέτοιες φωτεινές πηγές καλούνται χωρικά ασύμφωνες και για τέτοιες πηγές οι εντάσεις των βασικών PSFs στο αμφιβληστροειδικό είδωλο είναι πραγματικές ποιότητες, οι οποίες προστίθενται γραμμικά. Επομένως το αμφιβληστροειδικό είδωλο μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα superposition integral, το οποίο είναι ισοδύναμο κάτω από την προϋπόθεση της χωρικής αμεταβλητότητας, με ένα convolution integral. Χρησιμοποιώντας το * για να δηλώσουμε την πράξη της συνέλιξης, μπορούμε να δηλώσουμε περιληπτικά την απεικονιστική διαδικασία με μια απλή μαθηματική σχέση

$$\text{spatial image} = \text{spatial object} * \text{PSF} \quad 3.17$$

Ένα παράδειγμα της εφαρμογής της εξίσωσης 3.17 για τον υπολογισμό του αμφιβληστροειδικού ειδώλου για ένα οφθαλμό με 1D defocus και κόρη 4mm φαίνεται στο πάνω τμήμα της εικόνας 3.5.



εικ. 3.5

Για υπολογιστικούς λόγους, το πάνω γράμμα σε αυτό το παράδειγμα υποθέεται ότι υποτείνει σε 1/3 degree οπτικής γωνίας που είναι η περίπτωση ένα γράμμα 3,3mm να φαίνεται από απόσταση 57cm ή για γράμματα που βρίσκονται στην 20/80 γραμμή ενός οπτότυπου.

Επιπλέον παραδείγματα υπολογισμένων αμφιβληστροειδικών ειδώλων κειμένου αυτού του μεγέθους που φαίνεται από έναν οφθαλμό με κόρη 3mm και ποικίλα ποσά και συνδυασμούς οπτικών εκτροπών φαίνονται στην κάτω σειρά της εικόνας 3.5. Τα αποτελέσματα φανερώουν ότι η επίδραση των οπτικών εκτροπών μπορεί να είναι η θόλωση, ο διπλασιασμός ή το smear του αμφιβληστροειδικού ειδώλου και εξαρτώνται από του τύπους των εκτροπών που υπάρχουν και τα μεγέθη τους.

Στη γενική θεωρία της ανάλυσης Fourier των γραμμικών συστημάτων, οποιαδήποτε συνάρτηση εισόδου (π.χ. ένα αντικείμενο), συνάρτηση εξόδου (ένα είδωλο) ή μια συνάρτηση συμπεριφοράς (performance function) (π.χ. ένα οπτικό PSF) έχει ένα αντίστοιχο συστατικό στο χώρο των συχνοτήτων. Στην οπτική αυτό αντιστοιχεί στο φάσμα συχνοτήτων του αντικειμένου, το φάσμα συχνοτήτων του ειδώλου και στην optical transfer function (OTF). Εξ ορισμού, η OTF είναι μια μιγαδική συνάρτηση της χωρικής συχνότητας, το μέγεθος της οποίας είναι ίσο με το λόγο του contrast του ειδώλου προς το contrast του αντικειμένου και η φάση της ίση με την χωρική διαφορά φάσης μεταξύ του ειδώλου και του αντικειμένου. Αυτά τα δυο συστατικά του OTF καλούνται modulation transfer function (MTF) και phase transfer function (PTF) αντίστοιχα.

Ο σύνδεσμος μεταξύ αντίστοιχων ζευγών χωρικών και χρονικών συναρτήσεων είναι ο μετασχηματισμός Fourier. Για παράδειγμα η ένταση του PSF και του OTF είναι ένα ζεύγος μετασχηματιστικού Fourier

$$I(x, y) \xrightarrow{F} T(fx, fy) \quad 3.18$$

Μια γραφική αναπαράσταση αυτής της σημαντικής σχέσης φαίνεται στην εικόνα 3.4 (b,d). Η φυσική βάση της εξίσωσης 3.18 προέρχεται από το γεγονός ότι στην περιοχή των συχνοτήτων, ένα στοιχειώδες αντικείμενο δεν είναι ένα σημείο φωτός αλλά ένα ημιτονοειδές grating pattern. Με αυτήν την σκέψη, ένας οπτικός στόχος δεν ορίζεται από τη διάταξη πολλών σημείων φωτός αλλά από την υπέρθεση πολλών gratings, καθένα από τα οποία έχει διαφορετική χωρική συχνότητα, contrast και προσανατολισμό. Με δεδομένο ότι ένα σημειακό φως έχει ένα επίπεδο φάσμα Fourier άπειρης έκτασης, ο σχηματισμός του ειδώλου ενός σημειακού αντικειμένου

ισοδυναμεί με τον ταυτόχρονο σχηματισμό του ειδώλου μιας άπειρης σειράς gratings το καθένα με διαφορετική συχνότητα και προσανατολισμό αλλά με την ίδια φάση και contrast. Ο λόγος του φάσματος του ειδώλου προς αυτό του αντικείμενου δεν είναι ουσιώδης σ' αυτή την περίπτωση καθώς το φάσμα του αντικείμενου είναι σταθερό. Επομένως η μεταβολή στη χωρική φάση και στο contrast κάθε συστατικού grating του ειδώλου, εκφρασμένη ως συνάρτηση της χωρικής συχνότητας, θα ήταν μια κατάλληλη περιγραφή του OTF του συστήματος.

Συνεπώς, το PSF που εκφράζει τον τρόπο με τον οποίο το οπτικό σύστημα διαχέει το φως στο επίπεδο του ειδώλου, περιέχει λανθάνουσα πληροφορία για το πως το σύστημα εξασθενεί το contrast και μεταβάλλει τη φάση των συστατικών gratings. Σύμφωνα με την εξίσωση 3.18, αυτή η λανθάνουσα πληροφορία μπορεί να αποκαλυφθεί με την εφαρμογή ενός μετασχηματισμού Fourier.

Μια μετάφραση στο χώρο των συχνοτήτων της σχέσης εισόδου–εξόδου της εξίσωσης 3.17 απαιτεί ένα σημαντικό αποτέλεσμα της θεωρίας Fourier γνωστό ως convolution theorem. Αυτό το θεώρημα θέτει ότι η συνέλιξη δυο συναρτήσεων σε ένα πεδίο είναι ισοδύναμη με τον πολλαπλασιασμό των αντίστοιχων συναρτήσεων στο άλλο πεδίο (Bracewell, 1969). Εφαρμόζοντας αυτό το θεώρημα στην εξίσωση 3.17, συνοψίζεται η απεικονιστική διαδικασία στο πεδίο των συχνοτήτων σαν ένας πολλαπλασιασμός του μιγαδικού object spectrum και του μιγαδικού OTF.

$$\text{image spectrum} = \text{object spectrum} \cdot \text{OTF} \quad 3.19$$

Με δεδομένα τα παραπάνω αποτελέσματα δυο σημαντικά συμπεράσματα μπορούν να εξαχθούν. Το πρώτο είναι η σχέση μετασχηματισμού Fourier μεταξύ του PSF και της pupil function. Ως αρχικό βήμα, ας υπολογιστεί ο τετράγωνος μετασχηματισμός του amplitude spread function και στις δύο περιοχές χρησιμοποιώντας το convolution theorem και το complex conjugate theorem, σε συνδυασμό με την εξίσωση 3.15.

$$\begin{aligned} A(x, y) &\xrightarrow{F} P(x', y') \\ A^*(x, y) &\xrightarrow{F} P(-x', -y') \\ A(x, y) \cdot A^*(x, y) &\xrightarrow{F} P(x', y') * P(-x', -y') \end{aligned} \quad 3.20$$

Είναι σύνηθες να μεταφράζεται αυτή η σχέση συνέλιξης σε μια σχέση αυτοσυσχέτισης που δηλώνεται από το σύμβολο pentagram, χρησιμοποιώντας τον κανόνα

$$P(x', y') * P(-x', -y') = P(x', y') * P(x', y') \quad 3.21$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις 3.16, 3.20 και 3.21 παίρνουμε

$$I(x,y) \xrightarrow{F} P(x',y') * P(x',y') \quad 3.22$$

Η εξίσωση 3.22 λέει ότι η ένταση του PSF είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης της pupil function.

Το δεύτερο συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί συμπληρώνει τον κύκλο των σχέσεων που σκιαγραφούνται στην εικόνα 3.4. Επειδή το OTF (εξίσωση 3.18) και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της pupil function (εξίσωση 3.22) είναι και τα δυο μετασχηματισμοί Fourier του PSF, πρέπει να είναι ίσοι μεταξύ τους

$$\begin{aligned} I(x,y) &\xrightarrow{F} T(fx, fy) \\ I(x,y) &\xrightarrow{F} P(x',y') * P(x',y') \\ \therefore T(fx, fy) &= P(x',y') * P(x',y') \end{aligned} \quad 3.23$$

Μία γραφική αναπαράσταση αυτής της σημαντικής σχέσης φαίνεται στην εικόνα 3.4 (α, β). Αυτά τα τελευταία αποτελέσματα τοποθετούν την pupil function στην καρδιά της ανάλυσης συχνοτήτων ενός απεικονιστικού συστήματος.

Από πρακτικής πλευράς, η χρήση των προηγούμενων αποτελεσμάτων απαιτεί μεγάλη προσοχή στην κλίμακα των συντεταγμένων αναφοράς (x',y') στο επίπεδο της κόρης. Ο απλούστερος τρόπος να αντιμετωπιστεί αυτό το ζήτημα είναι να κανονικοποιηθούν οι συντεταγμένες της κόρης σε σχέση με την ακτίνα της κόρης όταν εκφράζεται η αναλυτική έκφραση της pupil function. Μετά, αφού ολοκληρωθούν όλοι οι υπολογισμοί, η κλίμακα της συχνότητας μπορεί να μετατραπεί σε φυσικές μονάδες επικαλούμενοι το γεγονός ότι η cutoff spatial frequency f_c που τίθεται από την περίθλαση είναι

$$f_c = d/\lambda \text{ cyc/radian (subtended at the point center)} \quad 3.24$$

όπου d είναι η διάμετρος της κόρης και λ το μήκος κύματος. Λόγω σύμβασης, το μέγεθος του OTF είναι πάντα μονάδα για μηδενική χωρική συχνότητα γεγονός που επιτυγχάνεται κανονικοποιώντας την pupil function με την pupil area. Για παράδειγμα σε ένα σύστημα χωρίς εκτροπές, η pupil function έχει τιμή 1 εντός της κόρης και 0 εκτός αυτής. Λόγω συμμετρίας, το αποτέλεσμα μεταβάλλεται μόνο με την ακτινική χωρική συχνότητα $f_r = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ ³⁸

$$T(f) = \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} f - f \sqrt{1 - f^2} \right], \quad f = f_r/f_c \quad 3.25$$

³⁸ Goodman, J. W. (1968). Introduction to Fourier Optics New York: McGraw-Hill.

Συνοψίζοντας η pupil function (εικόνα 3.4a), το PSF(3.4d) και το OTF (εικόνα 3.4b) είναι αλληλοσυσχετισμένα χαρακτηριστικά των ασύμφωνων απεικονιστικών χαρακτηριστικών ενός οπτικού συστήματος όπως αυτό του οφθαλμού. Από αυτά, η pupil function είναι η πιο θεμελιώδης καθώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξαχθούν τα άλλα δυο. Ωστόσο, το αντίστροφο δεν ισχύει γενικά λόγω της έλλειψης αντιστρεψιμότητας της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης καθώς η squared modulus operation που φαίνεται στην εικόνα 3.4 αποτρέπει τον υπολογισμό μιας μοναδικής pupil function είτε από το PSF είτε από το OTF. Πρέπει επίσης να λαμβάνεται υπόψη ότι η θεωρία που αναφέρθηκε ανωτέρω δεν λαμβάνει υπόψη την επίδραση του σκεδασμένου φωτός και είναι επομένως ατελής.

Και οι τρεις μετρικές οπτικής απόδοσης που περιγράφονται ανωτέρω έχουν χρησιμοποιηθεί για να αξιολογηθεί η απεικονιστική ικανότητα του ανθρώπινου ματιού πειραματικά.

Ιστορικά, οι πρώτες μετρήσεις ήταν του line-spread function (LSF), το μονοδιάστατο ανάλογο του PSF³⁹. Η τεχνική χρησιμοποιούσε το οπτικό σύστημα του οφθαλμού για να απεικονιστεί μια λευκή γραμμική πηγή επάνω στον αμφιβληστροειδή και το φως από την ανάκλαση από το μάτι απεικονιζόταν από αυτό μια δεύτερη φορά επάνω σε έναν φωτοανιχνευτή. Επειδή το φως που διαμορφώνει το εναέριο είδωλο που συλλαμβάνεται από τον ανιχνευτή απεικονίζεται δύο φορές από τον οφθαλμό, η τεχνική είναι γνωστή ως double-pass μέθοδος. Προκειμένου να διεξαχθούν τα συμπεράσματα για τη single-pass συμπεριφορά του συστήματος από double-pass μετρήσεις, είναι απαραίτητες για γίνουν υποθέσεις για τη φύση του βυθού σαν ανακλαστήρα. Τα πρόωρα στοιχεία πρότειναν το βυθό να δρα ως τέλει ανακλαστή που δεν συνέβαλε σε περαιτέρω διάχυση (spread) της εικόνας⁴⁰ αλλά αυτό το σημείο συνεχίζει να συζητείται^{41,42}.

Αυτά τα πρόωρα πειράματα έδειξαν ότι το LSF λευκού φωτός για βοηθική όραση έχει το στενότερο profile για μια διάμετρο κόρης περίπου 2,5mm, η οποία είναι περίπου ένα τρίτο της μέγιστης φυσιολογικής διαμέτρου κόρης εφικτή κάτω από τον αμυδρό φωτισμό. Για μικρότερες κόρες το LSF πλησιάζει το ευρύτερο profile ενός

³⁹ Westheimer, G. & Campbell, F. W. (1962). Light distribution in the image formed by the living human eye. *Journal of the Optical Society of America*, 52, 1040-1045.

⁴⁰ Campbell, F. W. & Gubisch, R. W. (1966). Optical quality of the human eye. *Journal of Physiology*, 186, 558-578.

⁴¹ Burns, S. A., Wu, S., Delori, F. & Elsner, A. E. (1995). Direct measurement of human cone- photoreceptor alignment. *Journal of the Optical Society of America*, A, 12, 2329-38.

⁴² Santamaria, J., Artal, P. & Bescós, J. (1987). Determination of the point-spread function of human eyes using a hybrid optical-digital method. *Journal of the Optical Society of America*, A, 4, 1109-1114.

diffraction-limited συστήματος ενώ για μία μεγαλύτερη κόρη το LSF ήταν πολύ ευρύτερο (broader).

Συνολικά, αυτά τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η περίθλαση εξουσιάζει το LSF για μικρές κόρες και οι εκτροπές κυριαρχούν για τις μεγάλες κόρες, με το βέλτιστο trade-off να συμβαίνει για μία μέσου μεγέθους κόρη.

Μετέπειτα αποτελέσματα²² έδειξαν μια έλλειψη κυκλικής συμμετρίας στο PSF όπως θα αναμενόταν από ένα μάτι με κάποιο βαθμό αστιγματισμού. Με την εμφάνιση της νέας τεχνολογίας ήταν δυνατό να ερευνηθεί σοβαρά το PSF του οφθαλμού πέρα από οπτικό πεδίο. Όταν ο οφθαλμός αφήνεται στη φυσική του κατάσταση, το PSF ποικίλλει εντυπωσιακά από την κεντρική έως την περιφερική όραση λόγω της παρουσίας πλάγιου αστιγματισμού συν το πρόσθετο defocus, το οποίο ποικίλλει ανάλογα με την ιδιαίτερη θέση του βυθού σχετικά με μέσο σημείο του αστιγματικού διαστήματος⁴³.

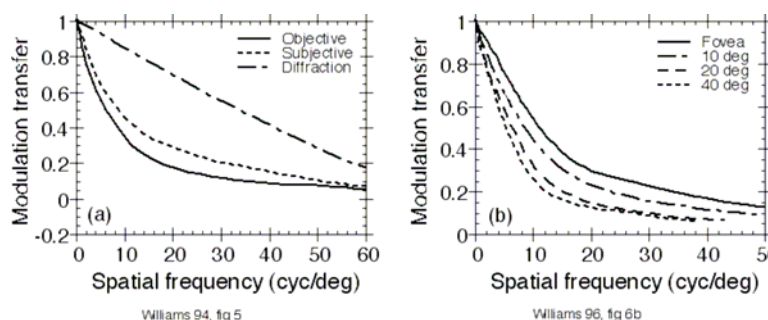
Το διαχυμένο φως από τα οφθαλμικά μέσα προσθέτει μια πλατειά ουρά στο PSF, το οποίο είναι δύσκολο να μετρηθεί πειραματικά. Εντούτοις, παρά την αβεβαιότητα για το ύψος και την έκταση αυτής της ουράς των double-pass μετρήσεων εικόνας, οι Liang και Westheimer έχουν δείξει ότι αξιόπιστες πληροφορίες για τη μορφή του PSF στην κεντρική ακτίνα των 7arcmin μπορούν να λαμβάνονται⁴⁴. Όταν αυτά τα στοιχεία συνδέονται με ψυχοφυσικές τεχνικές για την εκτίμηση του αμφιβληστροειδικού φωτισμού λόγω του ευρέως διαχεόμενου φωτός, είναι δυνατό να συντεθεί το πλήρες PSF, το οποίο παίρνει υπόψη και τους τρεις παράγοντες την περίθλαση, τις εκτροπές και τη σκέδαση.

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση μετασχηματισμού Fourier μεταξύ του PSF και του OTF (εξίσωση 3.18) μπορεί να θεωρηθεί ότι το OTF θα μπορούσε να προέλθει υπολογιστικά από εμπειρικές μετρήσεις του PSF. Δυστυχώς, το διπλό πέρασμα μέσω των οπτικών του οφθαλμού αναγκάζει την κατανομή του φωτός στο εναέριο είδωλο να έχει άρτια συμμετρία ανεξάρτητα από οποιαδήποτε ασυμμετρία στο single-pass PSF. Κατά συνέπεια, η απλή double-pass τεχνική είναι μη ικανή να καταγράψει τις ακανόνιστες εκτροπές όπως το coma ή την εγκάρσια χρωματική εκτροπή. Αυτό υπονοεί ότι αν και το τμήμα διαμόρφωσης (MTF) του OTF μπορεί να προκύψει από

⁴³ Navarro, R., Artal, P. & Williams, D. R. (1993). Modulation transfer of the human eye as a function of retinal eccentricity. *Journal of the Optical Society of America, A*, 10, 201-212.

⁴⁴ Liang, J. & Westheimer, G. (1995). Optical performance of human eyes derived from double-pass measurements. *Journal of the Optical Society of America, A*, 12, 1411-1416.

τις μετρήσεις PSF, το τμήμα φάσης (PTF) δεν μπορεί⁴⁵. Λαμβάνοντας υπόψη αυτόν τον περιορισμό, η εικόνα 3.6α παρουσιάζει MTFs που υπολογίζονται από τους Williams et al. από PSFs που καταγράφονται με τη double-pass μέθοδο στο κεντρικό πεδίο που χρησιμοποιεί 3mm τεχνητής κόρης⁴⁶.



εικ. 3.6 Εμπειρικά MTFs για ανθρώπινο οφθαλμό με κόρη διαμέτρου 3mm (0.633 μ m). (α) Σύγκριση των συμβολομετρικών diffraction-limited MTFs και των double-pass MTFs για τρία άτομα. (β) MTFs για έκκεντρες θέσεις στο οπτικό πεδίο όταν ο αστιγματισμός και το defocus είναι διορθωμένα.

Αυτά τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι για τη βοθητική όραση σε έναν οφθαλμό με μία μέσου μεγέθους κόρη, οι οπτικές ατέλειες μειώνουν την αμφιβληστροειδική αντίθεση για τις περισσότερες χωρικές συχνότητες κατά έναν παράγοντα από 3 έως 5 σε σύγκριση με την αμφιβληστροειδική αντίθεση όταν η περίθλαση είναι ο μόνος περιοριστικός παράγοντας. Παρόμοια πειράματα που εκτελέστηκαν στο περιφερικό οπτικό πεδίο⁴⁷ παρήγαγαν τα MTFs που παρουσιάζονται στην εικόνα 3.6β. Αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η αντίθεση εικόνας είναι μειωμένη κατά έναν πρόσθετο παράγοντα 2 ή 3 καθώς τα αντικείμενα κινούνται μακρύτερα στο μέσο-περιφερικό πεδίο. Τροποποιήσεις της double-pass μεθόδου για να την καταστήσουν πιο ευαίσθητη σε ασυμμετρικές εκτροπές δείχνουν την ύπαρξη σημαντικών ποσών coma και άλλων odd symmetric εκτροπών σε μερικά άτομα⁴⁸.

Ένα από τα αδέξια χαρακτηριστικά γνωρίσματα της double-pass μεθόδου είναι ότι φως που χρησιμοποιείται για να κάνει τις μετρήσεις, αντανακλάται από το βυθό, γεγονός που σημαίνει ότι το φως που μετράται δεν είναι το φως που απορροφάται από τους φωτουποδοχείς για την όραση. Επομένως είναι χρήσιμο να υπάρχει μια

⁴⁵ Artal, P., Marcos, S., Navarro, R. & Williams, D. R. (1995c). Odd aberrations and doublepass measurements of retinal image quality. *Journal of the Optical Society of America, A*, 12, 195-201.

⁴⁶ Williams, D. R., Brainard, D. H., McMahon, M. J. & Navarro, R. (1994). Double pass and interferometric measures of the optical quality of the eye. *Journal of the Optical Society of America, A*, 11, 3123-3135.

⁴⁷ Williams, D. R., Artal, P., Navarro, R., McMahon, M. J. & Brainard, D. H. (1996). Off-axis optical quality and retinal sampling in the human eye. *Vision Research*, 36, 1103-1114.

⁴⁸ Artal, P., Iglesias, I., Lopez-Gil, N. & Green, D. G. (1995b). Double-pass measurements of the retinal-image quality with unequal entrance and exit pupil sizes and the reversibility of the eye's optical system. *Journal of the Optical Society of America, A*, 12, 2358-2366.

άλλη τεχνική διαθέσιμη για τη μέτρηση του MTF, η οποία θα έχει μια πιο στενή επαφή με την όραση. Μια τεχνική βασισμένη στην αρχή των κροσσών συμβολής του Young αποτελείται από ένα ζευγάρι αμοιβαία συμπαστικών σημείων φωτός στο επίπεδο της κόρης του οφθαλμού⁴⁹. Μόλις βρεθούν εντός του οφθαλμού οι σύμφωνες πηγές παράγουν υψηλής αντίθεσης, ημιτονοειδούς κροσσούς συμβολής άμεσα πάνω στον αμφιβληστροειδή. Επειδή το οπτικό σύστημα του ματιού δεν απαιτείται για να διαμορφώσει μια αμφιβληστροειδική εικόνα υπό τη συμβατική έννοια, η συμβολομετρική μέθοδος λέγεται συχνά ότι "παρακάμπτει τα οπτικά του οφθαλμού". Αν και αυτό μπορεί να ισχύει για τους μονοχρωματικούς κροσσούς, τα οπτικά του ματιού μπορεί να έχουν μια σημαντική επιρροή επάνω στην αντίθεση για τους πολυχρωματικούς κροσσούς συμβολής.

Οι Campbell and Gubisch⁵⁰ ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν τη συμβολομετρική μέθοδο για τη μέτρηση του MTF του ματιού ψυχοφυσικά. Σε αυτήν την κλασική τεχνική, ο ανθρώπινος παρατηρητής καλείται να ρυθμίσει την αντίθεση των κροσσών μέχρι να είναι μόλις ορατοί. Έπειτα ο παρατηρητής επαναλαμβάνει αυτήν την κρίση για ημιτονοειδή gratings που παράγονται σε ένα όργανο παλμογράφου ή υπολογιστή. Αν αυτό το οπτικό ερέθισμα απεικονίζεται στον αμφιβληστροειδή από τα οπτικά συστατικά του ματιού στο δεύτερο πείραμα αλλά όχι στο πρώτο, η αναλογία των αντιθέσεων κατώτατων ορίων (threshold contrasts) στα δύο πειράματα είναι η αναλογία μεταφοράς διαμόρφωσης (δηλ. η απώλεια αντίθεσης λόγω της ατελούς απεικόνισης). Η αντιγραφή αυτού του πειράματος σε διαφορετικές χωρικές συχνότητες παράγει μια εκτίμηση των MTF του οφθαλμού. Οι Williams et al.⁴⁶ σύγκριναν τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από αυτήν την συμβολομετρική τεχνική με εκείνα από τη double-pass μέθοδο στα ίδια άτομα υπό τους προσεκτικά αντιστοιχισμένους όρους ερεθισμάτων. Αυτή η σύγκριση των μονοχρωματικών MTFs φαίνεται στην εικόνα 3.6α. Η double-pass μέθοδος παράγαγε MTFs που ήταν παρόμοια με αλλά ελαφρώς χαμηλότερα από εκείνα της συμβολομετρικής μεθόδου. Αυτή η πρόσθετη απώλεια στη μεταφορά διαμόρφωσης (modulation transfer) αποδόθηκε στο φως που ανακλάται από τον χοριοειδή και που συλλαμβάνεται στην εναέρια εικόνα της double-pass μεθόδου. Η απώλεια θα μπορούσε να μειωθεί από μια διαφορετική επιλογή του μήκους κύματος. Το μέσο PSF υπολογισμένο από τα συμβολομετρικά στοιχεία για τρεις παρατηρητές είχε ισοδύναμο πλάτος 0,97 arcmin,

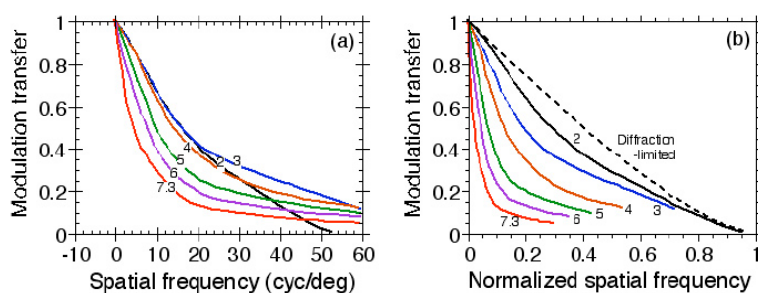
⁴⁹ Westheimer, G. (1960). Modulation thresholds for sinusoidal light distributions on the retina. *Journal of Physiology*, 152, 67-74

⁵⁰ Campbell F.W and Gubisch R.W (1966). Optical quality of the human eye. *J. Physiol.*, 186, 558-578

όπου ως ισοδύναμο πλάτος ορίζεται το πλάτος της ορθογώνιας συνάρτησης (rectangular function), η οποία έχει το ίδιο ύψος και επιφάνεια με τη δεδομένη συνάρτηση.

Για πιο αναλυτική εργασία είναι χρήσιμο για να έχει κάποιος διαθέσιμη μια μαθηματική περιγραφή του MTF και του PSF. Διάφοροι τέτοιοι τύποι είναι διαθέσιμοι για την κεντρική όραση⁴⁶ και για την περιφερική όραση⁵¹.

Οι Liang και Williams έχουν χρησιμοποιήσει την τεχνική αισθητήρων κυματομορφής για να μετρήσουν ανώμαλες καθώς επίσης και κλασσικές εκτροπές του οφθαλμού για τη βοθητική όραση⁵². Διαπίστωσαν ότι η wave aberration function των ματιών με διασταλμένη κόρη (7,3mm) αποκαλύπτει ουσιαστικές τοπικές, ανώμαλες εκτροπές που δεν είναι εμφανείς με μικρότερες (3 mm) κόρες. Τα MTFs που υπολογίζονται από τις aberration functions παρουσιάζονται στην εικόνα 3.7.



εικ. 3.7 Οι μέσοι όροι των MTFs που καθορίζονται με τη μέθοδο Hartmann-Shack για 12-14 οφθαλμούς. Οι αριθμοί σε κάθε καμπύλη υποδηλώνουν τη διάμετρο της κόρης σε mm. Τα MTFs υπολογίζονται θεωρώντας ότι το defocus και ο αστιγματισμός είναι πλήρως διορθωμένα. (a) Η χωρική συχνότητα είναι σε φυσικές μονάδες για να δείχθει η απόλυτη συμπεριφορά του οφθαλμού για κόρες διαφορετικής διαμέτρου. (b) Η χωρική συχνότητα είναι κανονικοποιημένη από την diffraction cutoff συχνότητα για να δείχθει η συμπεριφορά του οφθαλμού σε σχέση με ένα diffraction limited system.

Όταν σχεδιάστηκε σε απόλυτη κλίμακα (εικόνα 3.7), το MTF ήταν βέλτιστο για μια ενδιάμεση διάμετρο κόρης περίπου 3 mm. Εντούτοις, όταν ο άξονας συχνότητας κανονικοποιείται από τη συχνότητα διακοπής (cutoff frequency) που τίθεται από τη περίθλαση (εξίσωση 3.24), τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το MTF για 3 mm είναι ήδη σημαντικά χειρότερο από το αναμενόμενο ενός diffraction-limited συστήματος (3.7b). Το MTF 3mm που υπολογίστηκε από την wave aberration function έδειξε την ελαφρώς υψηλότερη οπτική απόδοση που μετρήθηκε με τις double-pass ή interferometric τεχνικές στους ίδιους παρατηρητές. Όταν αναλύονται από την άποψη

⁵¹ Jennings, J. A. M. & Charman, W. N. (1997). Analytic approximation of the off-axis modulation transfer function of the eye. *Vision Research*, 37, 697-704.

⁵² Liang, J. & Williams, D. R. (1997). Aberrations and retinal image quality of the normal human eye. *Journal of the Optical Society of America, A*, 14, 2873-2883.

των πολυωνύμων Zernike, τα αποτελέσματά τους έδειξαν ότι οι ανώμαλες εκτροπές πέρα από το defocus, τον αστιγματισμό, το coma και τη σφαιρική εκτροπή (δηλ., Zernike τάξης 1-4) δεν έχουν μεγάλη επίδραση στην ποιότητα της αμφιβληστροειδικής εικόνας σε φυσιολογικά μάτια όταν η κόρη είναι μικρή. Συνεπώς η διόρθωση των εκτροπών χαμηλής τάξης θα αναμενόταν να φέρει τον οφθαλμό στα πρότυπα ενός diffraction-limited συστήματος για μία κόρη 3mm. Εντούτοις οι υψηλής τάξης ανώμαλες εκτροπές πέρα από την τέταρτη τάξη Zernike έχουν σημαντική επίδραση στην ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου για κόρες μεγάλης διαμέτρου, μειώνοντας την αντίθεση εικόνας έως τρεις φορές για μία κόρη 7mm. Αν και το RMS wavefront error πέφτει μονοτονικά με τη τάξη Zernike, η τιμή του RMS εντούτοις υπερέβη το diffraction-limited κριτήριο $\lambda/14$ για Zernike τάξης από 2 έως 8.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Η γνώση των οφθαλμικών εκτροπών είναι σημαντική αν θέλουμε να απαντήσουμε σε θεμελιώδη ερωτήματα της επιστήμης της όρασης και σε εφαρμοσμένα ερωτήματα στην κλινική άσκηση της οπτομετρίας και της οφθαλμολογίας. Θα θέλαμε να γνωρίζουμε για παράδειγμα ποια είναι η τάση για διάφορους τύπους εκτροπών σε έναν πληθυσμό από φυσιολογικά, υγιή μάτια. Αν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των οφθαλμών που οφείλονται σε τυχαία πιθανότητα ή αν υπάρχουν συστηματικά χαρακτηριστικά, τα οποία μπορεί να συμπεριληφθούν σε σχηματικά μοντέλα ή στον σχεδιασμό οφθαλμικών φακών. Πόσο μεγάλες είναι οι εκτροπές υψηλής τάξης του οφθαλμού σε σύγκριση με τα υπολειπόμενα ποσά defocus και αστιγματισμού που μπορούν να διορθωθούν με γυαλιά ή φακούς επαφής. Ποιο ποσό διακύμανσης πρέπει να λαμβάνεται υπόψη από τους κατασκευαστές φακών επαφής και ενδοφθάλμιων φακών, κατασκευασμένων να διορθώνουν εκτροπές υψηλής τάξης. Ποιες είναι οι δυνατότητες να βελτιωθεί η ποιότητα του ειδώλου ενός μέσου οφθαλμού, υποθέτοντας ότι οι εκτροπές υψηλής τάξης μπορούν να διορθωθούν με οφθαλμικούς φακούς ή με διαθλαστική χειρουργική ή με προσαρμοστικά οπτικά. Με την παρούσα εργασία γίνεται προσπάθεια να προσδιοριστεί η κατάλληλη μέθοδος εύρεσης της οπτικής οξύτητας μέσω της μέτρησης των οφθαλμικών εκτροπών και να διευκολυνθεί η διερεύνηση κάποιων από τα ερωτήματα που απασχολούν τους ερευνητές της όρασης.

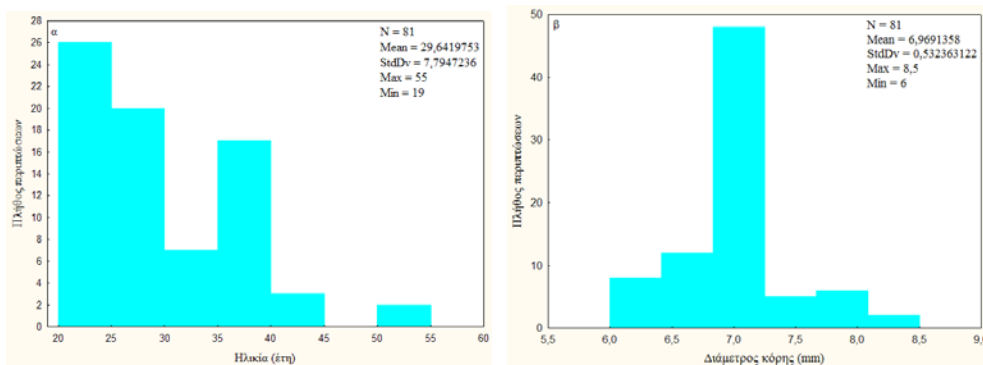
4.1 ΜΕΘΟΔΟΣ

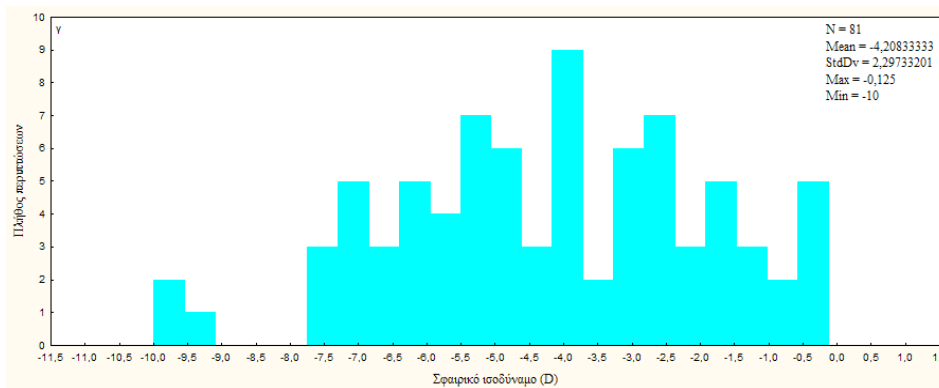
4.1.1 ΑΣΘΕΝΕΙΣ

Κατά τη διάρκεια της μελέτης εξετάστηκαν περίπου 100 άτομα από τα οποία τελικά επιλέχθηκαν 45 (81 μάτια, 44 OD και 37 OS), τα όποια ικανοποιούσαν τα κριτήρια που είχαν τεθεί στο πρωτόκολλο της μελέτης. Συγκεκριμένα έπρεπε οι συμμετέχοντες να μην έχουν υποβληθεί σε κάποια οφθαλμολογική επέμβαση καθώς και να μην είχαν στο παρελθόν ή κατά το χρονικό διάστημα που πραγματοποιούνταν η μελέτη άλλες παθήσεις ή άλλες καταστάσεις (αμβλυωπία) που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την ποιότητα της όρασης και την οπτική συμπεριφορά. Οι συστηματικές παθήσεις που

θεωρητικά μπορεί να επηρεάσουν την όραση περιλαμβάνουν το διαβήτη, ανωμαλίες του κολλαγόνου (π.χ. ρευματοειδή αρθρίτιδα) και συστηματική φαρμακευτική αγωγή που μπορεί να επηρεάσει τον κερατοειδή όπως συστηματική χρήση στεροειδών και θεραπεία ορμονών.

Χρειάζεται να αναφερθεί ότι μερίδα ασθενών παρουσίαζε ανισομετροπία. Η ανισομετροπία έχει κλινική σημασία όταν υπερβαίνει την 1 D εν τούτοις και μέχρι 2 D γίνεται συνήθως καλά ανεκτή. Ανισομετροπία πάνω από 2 D αντιμετωπίζονταν με ιδιαίτερη προσοχή κατά την υποκειμενική διάθλαση καθώς συνήθως συνοδεύεται από ανισοεικονία, δηλαδή διαφορά στο μέγεθος του αμφιβληστροειδικού ειδώλου στους δύο οφθαλμούς οπότε περιπτώσεις ασθενών που υπήρχε αξιοσημείωτη διαφορά στην ποιότητα της όρασης λόγω μεγάλης διαφοράς στο διαθλαστικό σφάλμα των δύο ματιών, αποκλείονταν από τη συμμετοχή στη μελέτη. Κριτήριο για τη συμμετοχή στη μελέτη ήταν το άτομο να έχει το ελάχιστο 8/10 καλύτερη διορθωμένη οπτική οξύτητα (best corrected visual acuity). Οι περισσότεροι συμμετέχοντες ήταν υπονήφιοι που απευθύνονταν για διαθλαστική επέμβαση στο οφθαλμολογικό κέντρο (BEMMO) όπου πραγματοποιήθηκε η παρούσα εργασία. Αρκετοί ήταν χρήστες φακών επαφής αλλά στα πλαίσια του προεγχειρητικού ελέγχου είχαν διακόψει την εφαρμογή τους για τουλάχιστον 2 εβδομάδες. Η ηλικία των ατόμων κυμαινόταν από 19 έως 55 έτη. Η κατανομή της ηλικίας για όλους τους εξεταζόμενους παρουσιάζεται στην εικόνα 4.1α, η κατανομή της διαμέτρου των κορών, οι οποίες είχαν διασταλεί με κυκλοπληγία στην 4.1β και στην 4.1γ η κατανομή του μέσου σφαιρικού ισοδυναμίου. Οι κόρες όλων των ασθενών που συμμετείχαν, ήταν μετά από κυκλοπληγία τουλάχιστον ίσες με 6mm και σε 34 οφθαλμούς η διάμετρος ξεπερνούσε τα 7mm. Όλα τα άτομα ήταν μύωπες αν και αυτό ήταν ένα γεγονός τυχαίο και δεν είχε καθοριστεί ως απαραίτητη προϋπόθεση του ερευνητικού πρωτοκόλλου. Τα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για τα διαθλαστικά σφάλματα των ασθενών, τον αστιγματισμό και το σφαιρικό ισοδύναμο αυτών παρουσιάζονται στους πίνακες 1 έως 6.





εικ. 4.1 α: Κατανομή συχνότητας για την ηλικία, β: κατανομή συχνότητας για τη διάμετρο κόρης, γ: κατανομή συχνότητας για το σφαιρικό ισοδύναμο όπως καθορίζεται από την υποκειμενική διάθλαση.

Πίνακας 1	
Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία σφαίρας	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	-4,18827
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	-4,68544
Ελάχιστο	-10,0000
Μέγιστο	0,00
Διακύμανση	5,055517
Τυπική απόκλιση	2,248448

Πίνακας 2				
Απόλυτες και σχετικές συχνότητες σφαίρας				
	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$-12 D < x \leq -10 D$	1	1	1,23457	1,2346
$-10 D < x \leq -8 D$	3	4	3,70370	4,9383
$-8 D < x \leq -6 D$	13	17	16,04938	20,9877
$-6 D < x \leq -4 D$	29	46	35,80247	56,7901
$-4 D < x \leq -2 D$	21	67	25,92593	82,7160
$-2 D < x \leq 0 D$	14	81	17,28395	100,0000

Πίνακας 3	
Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία αστιγματισμού	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	-0,592593
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	-0,716647
Μέγιστο	-2,50000
Ελάχιστο	0,00
Διακύμανση	0,314757
Τυπική απόκλιση	0,561032

Πίνακας 4				
Απόλυτες και σχετικές συχνότητες αστιγματισμού				
	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
-3 D < x <= -2,5 D	1	1	1,23457	1,2346
-2,5 D < x <= -2 D	3	4	3,70370	4,9383
-2 D < x <= -1,5 D	2	6	2,46914	7,4074
-1,5 D < x <= -1 D	15	21	18,51852	25,9259
-1 D < x <= -0,5 D	30	51	37,03704	62,9630
-0,5 D < x <= 0 D	30	81	37,03704	100,0000

Πίνακας 5	
Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία σφαιρικού ισοδυνάμου	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	-4,20833
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	-4,71632
Ελάχιστο	-10,0000
Μέγιστο	-0,125000
Διακύμανση	5,277734
Τυπική απόκλιση	2,297332

Πίνακας 6				
Απόλυτες και σχετικές συχνότητες σφαιρικού ισοδυνάμου				
	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
-12 D < x <= -10 D	1	1	1,23457	1,2346
-10 D < x <= -8 D	2	3	2,46914	3,7037
-8 D < x <= -6 D	16	19	19,75309	23,4568
-6 D < x <= -4 D	25	44	30,86420	54,3210
-4 D < x <= -2 D	22	66	27,16049	81,4815
-2 D < x <= 0 D	15	81	18,51852	100,0000

Πίνακες 1-6 Περιγραφικών στατιστικών στοιχείων και συχνοτήτων.

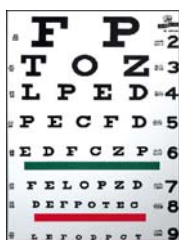
Παρατηρούμε ότι η μέγιστη τιμή του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος που παρατηρείται είναι -10 D, αν και η πλειοψηφία των συμμετεχόντων εμφανίζουν μικρή ή μέτρια μυωπία. Η μέγιστη τιμή αστιγματισμού που παρατηρείται είναι -2.5 D αν και πάλι χρειάζεται να τονιστεί ότι μόνο έξι μάτια από το σύνολο είχαν αστιγματισμό μεγαλύτερο από -1.5 D ενώ όλα τα υπόλοιπα είχαν μικρότερη τιμή. Η κατανομή του σφαιρικού ισοδυνάμου διαφοροποιείται κάπως σε σχέση με τα στοιχεία που παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.2.1 όπου το μεγαλύτερο τμήμα του πληθυσμού είναι σχεδόν εμμετρωπικό αλλά αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στη μελέτη συμμετείχαν υποψήφιοι για διαθλαστική επέμβαση οπότε είναι φυσικό να παρουσιάζουν αμετρωπία

4.1.2 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

Αφού ενημερώνονταν οι ασθενείς σχετικά με το είδος των εξετάσεων που θα πραγματοποιούσαν και έδιναν τη συγκατάθεσή τους για τη χρησιμοποίηση κάποιων αποτελεσμάτων των εξετάσεών τους για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας, άρχισε η διαδικασία της οφθαλμολογικής εξέτασης από ειδικευμένο ιατρικό προσωπικό.

Αρχικά, πριν προχωρήσει ο ασθενής σε οποιαδήποτε εξέταση, έπρεπε να εκτιμηθεί το γενικό ιατρικό ιστορικό του και η υγεία του οφθαλμού όπως έχει ήδη αναφερθεί στην παράγραφο 4.1.1. Η πρώτη εξέταση ήταν ο προσδιορισμός του διαθλαστικού σφάλματος του εξεταζόμενου με τη χρήση αυτόματου διαθλασίμετρου (Cannon Medical Systems). Στη συνέχεια λαμβανόταν η τοπογραφία του κερατοειδούς.

Κατόπιν πραγματοποιούνταν υποκειμενική διάθλαση. Για την υποκειμενική διάθλαση ερευνούνταν και καταγράφονταν τα παρακάτω στοιχεία: η μονόφθαλμη και δίοφθαλμη αδιόρθωτη οπτική οξύτητα, η διορθωμένη οπτική οξύτητα (στην περίπτωση που ασθενής φορούσε ήδη γυαλιά) και μετά τη χρήση του στενοπικού δίσκου προσεγγιζόταν το σφαιρικό και το κυλινδρικό σφάλμα που εξασφάλιζε την καλύτερη όραση για κάθε μάτι και στη συνέχεια εκτιμούνταν η δίοφθαλμη οπτική ισορροπία ενώ έπρεπε επίσης να εξετασθεί αν υπήρχαν περιπτώσεις ανισομετροπίας, αμβλυωπίας ή και άλλες παθολογικές καταστάσεις του οφθαλμού. Για την εξέταση χρησιμοποιούνταν οπτότυπο τύπου Snellen δεκαδικής κλίμακας, ωστόσο οι μετρήσεις μπορούσαν αργότερα να μετατραπούν σε λογάριθμο της ελάχιστης γωνίας ευκρίνειας (logMAR). Το οπτότυπο ήταν τοποθετημένο σε απόσταση 6m από τον ασθενή και φωτιζόνταν από λευκό φως.



εικ. 4.2 Παράδειγμα οπτοτύπου Snellen.

Για τη διάθλαση χρησιμοποιούνταν η μέθοδος της ομίχλης και η ρύθμιση στη σφαιρική και κυλινδρική διόρθωση γινόταν με βήμα 0.25 D. Ο άξονας του αστιγματισμού καθοριζόταν με ακρίβεια 5°.

Αμέσως μετά χορηγούνταν στον εξεταζόμενο μυδριατικά κολλύρια (1 σταγόνα tropical 0.5% και 1 σταγόνα phenylephrine 10%). Ύστερα από 15 λεπτά πραγματοποιούνταν εξέταση με αναλυτή μετώπου κύματος Shack-Hartmann (WASCA) αφού προηγουμένως είχε γίνει ενστάλαξη τεχνητών δακρύων για την καλύτερη λήψη των μετρήσεων. Με το μηχάνημα αυτό λαμβάνονταν 30 διαδοχικές μετρήσεις από κάθε οφθαλμό του εξεταζόμενου (με κατάλληλο λογισμικό που επιτρέπει την ταχεία λήψη τους). Τόσο η υποκειμενική διάθλαση όσο και η εξέταση με το εκτροπόμετρο πραγματοποιούνταν επίσης και 15 λεπτά μετά από κυκλοπληγία, γι' αυτό το λόγο μετά την πρώτη εξέταση χορηγούνταν στον εξεταζόμενο κυκλοπληγικό κολλύριο (1 σταγόνα cyclogyl 1% και μετά από 5 λεπτά άλλη μία). Η κυκλοπληγική διάθλαση έχει θεωρηθεί ως το πρότυπο κριτήριο με βάση το οποίο θα συγκριθούν όλα τα αποτελέσματα που θα προκύψουν από τις υπολογιστικές μεθόδους

προσδιορισμού του διαθλαστικού σφάλματος που βασίζονται στις εκτροπές μετώπου κύματος.

Η αρχή λειτουργίας του αναλυτή μετώπου κύματος είναι η εξής:

Το εκτροπόμετρο Shack-Hartmann χρησιμοποιεί έναν αισθητήρα μετώπου κύματος για να μετρήσει τις εκτροπές του οφθαλμού. Κύριο στοιχείο του αισθητήρα είναι μία διάταξη μικροφακών (33×44 , συνολικά 1452 μικροφακοί) που επιτρέπουν τη λήψη των εκτροπών μετώπου κύματος κατά διαστήματα $210\mu\text{m}$ στο επίπεδο της κόρης. Αυτό επιτρέπει δειγματισμό 600 περίπου σημείων για διάμετρο κόρης 6mm , εξασφαλίζοντας υψηλή διακριτική ικανότητα. Το μηχάνημα χρησιμοποιεί σαν πηγή φωτός μία υπέρυθη (840nm) δίοδο υπέρ-υψηλής λαμπρότητας (superluminescent diode, SLD), η ακτινοβολία της οποίας εστιάζεται στον αμφιβληστροειδή μέσω κατάλληλων οπτικών στοιχείων. Η πηγή αυτή αυξάνει το ποσό του φωτός που ανακλάται από τον αμφιβληστροειδή⁵³, είναι πιο ασφαλής και άνετη για τον εξεταζόμενο ενώ η ποιότητα των ειδώλων είναι παρόμοια με αυτή που αποκτάται με ορατό φως. Οι εκτροπές και ιδιαίτερα το defocus δεύτερης τάξης πρέπει να σχετίζονται με μήκη κύματος στο ορατό φάσμα για να μπορούν να είναι σχετικά με την όραση. Οι υπέρυθρες ακτινοβολίες εισέρχονται πιο βαθιά στο βυθό από ότι οι ορατές ακτινοβολίες, γεγονός που μπορεί να δώσει μια μικρή, μυωπική μετατόπιση στη διάθλαση αλλά υπάρχει μια ισχυρότερη υπερμετροπική μετατόπιση λόγω της αξονικής χρωματικής εκτροπής του οφθαλμού. Χρησιμοποιώντας Hartmann-Shack και Laser ray tracing μεθόδους, οι Liorente et al.⁵³ βρήκαν ότι οι εκτροπές αλλάζουν λίγο από την υπέρυθη (787nm) στην ορατή (543nm) ακτινοβολία εκτός του defocus. Για τα περισσότερα από τα 36 μάτια στην μελέτη τους, η διαφορά στο defocus προβλέφθηκε καλά από το Indiana chromatic eye model. Η μέση διαφορά (mean difference) ήταν $0.78 \pm 0.29\text{D}$. Άλλες μελέτες βρήκαν μικρές αλλαγές στις εκτροπές πλην του defocus⁵⁴.

Η χωρική και χρονική συμφωνία της πηγής ακτινοβολίας παίζουν σημαντικό ρόλο στη ποιότητα των HS ειδώλων. Τα χαρακτηριστικά αυτά πρέπει να είναι κατάλληλα ώστε να αντισταθμίζουν τις χρονικές μεταβολές των οφθαλμικών εκτροπών καθώς και τις χωρικές και χρονικές μεταβολές από τις κινήσεις των οφθαλμών. Διαφορετικά προκύπτει θόρυβος που μειώνει την ακρίβεια των μετρήσεων του μετώπου κύματος.

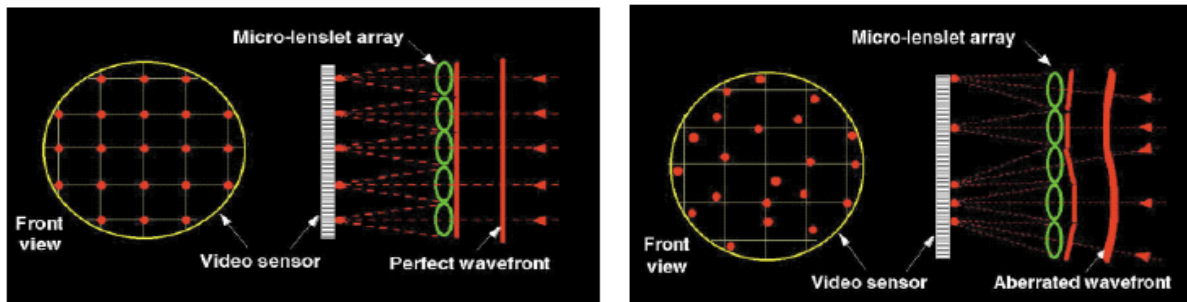
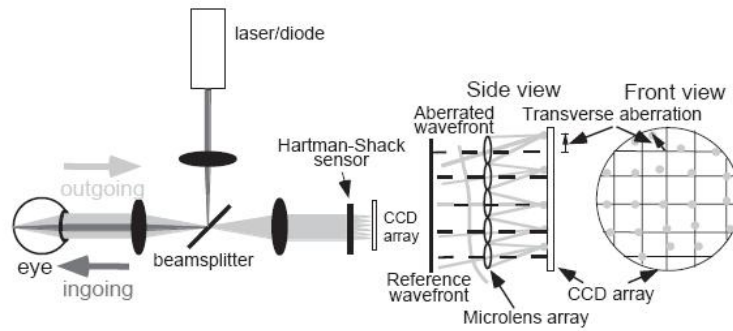
⁵³ Llorente L., Diaz-Santana L., Lara-Saucedo D., Marcos S. Aberrations of the human eye in visible and near infrared illumination. *Optom Vis Sci* 2003; 80: 26-35.

⁵⁴ Marcos S., Burns SA, Moreno-Barriuso E., Navarro R. A new approach to the study of ocular chromatic aberrations. *Vision Res* 1999, 39: 4309-4323.

Όταν ο αμφιβληστροειδής φωτίζεται με σύμφωνο φως, παρατηρείται κοκκίδωση λόγω της συμβολής φωτός που σκεδάζεται από διαφορετικά σημεία του αμφιβληστροειδικού χιτώνα. Ως αποτέλεσμα, η ποιότητα των HS ειδώλων υποβαθμίζεται, γεγονός που μειώνει την ακρίβεια των μετρήσεων των εκτροπών. Ο θόρυβος αυτός δεν αποτελεί πρόβλημα για μεγάλες χρονικά εκθέσεις γιατί οι κινήσεις του ματιού μετακινούν τον αμφιβληστροειδή σε σχέση με το laser spot, αντισταθμίζοντας χωρικά το θόρυβο. Επιδεινώνεται όμως προοδευτικά καθώς ο χρόνος έκθεσης μειώνεται κάτω από 1sec. Αισθητά μικρότεροι χρόνοι (<80ms) απαιτούνται για τη μέτρηση των χρονικών ιδιοτήτων των εκτροπών μετώπου κύματος του οφθαλμού.

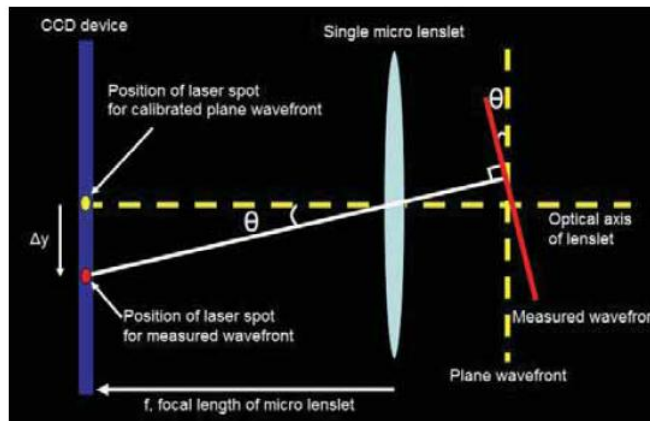
Για τη μείωση της κοκκίδωσης λοιπόν, χρησιμοποιείται αντί για laser μία πηγή φωτός χαμηλής συμφωνίας. Η δίοδος υπέρ-υψηλής λαμπρότητας έχει φασματικό εύρος περίπου 20μm και μήκος συμφωνίας περίπου 30μm σε σύγκριση με το 1m του laser He-Ne. Το μικρότερο μήκος συμφωνίας ελαττώνει τα φαινόμενα συμβολής και την επακόλουθη κοκκίδωση. Ένα κατοπτρικό σύστημα σάρωσης χρησιμοποιείται για επιπλέον μείωση του χωρικού θορύβου. Ο καθρέφτης σάρωσης τοποθετείται σε συζυγές επίπεδο με αυτό της κόρης εισόδου και σαρώνοντας το laser spot κατά μήκος ενός τμήματος του αμφιβληστροειδούς με συχνότητα 600Hz, μετριάξει το θόρυβο και επιπλέον εξομαλύνει τα HS είδωλα. Εφόσον το ίδιο κάτοπτρο σάρωσης κάνει την αντίθετη κίνηση σάρωσης καθώς το φως εξέρχεται από το μάτι, το μέτωπο κύματος παραμένει σταθερό στο επίπεδο της κόρης εισόδου αλλά και οι κηλίδες (spots) των μικροφακών πάνω στην CCD αποτυπώνονται χωρίς καμία κίνηση. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνουμε spots με μικρότερο χωρικό θόρυβο, δηλαδή ομοιόμορφα και εντοπισμένης έκτασης. Επομένως καταγράφονται είδωλα καλής ποιότητας με μοναδικό περιορισμό την ταχύτητα της CCD που προς το παρόν κυμαίνεται στα 60Hz.

Για να γίνει κατανοητό πως η σειρά των μικροφακών καθορίζει το σχήμα του μετώπου κύματος, θεωρούμε τα παρακάτω σχήματα.



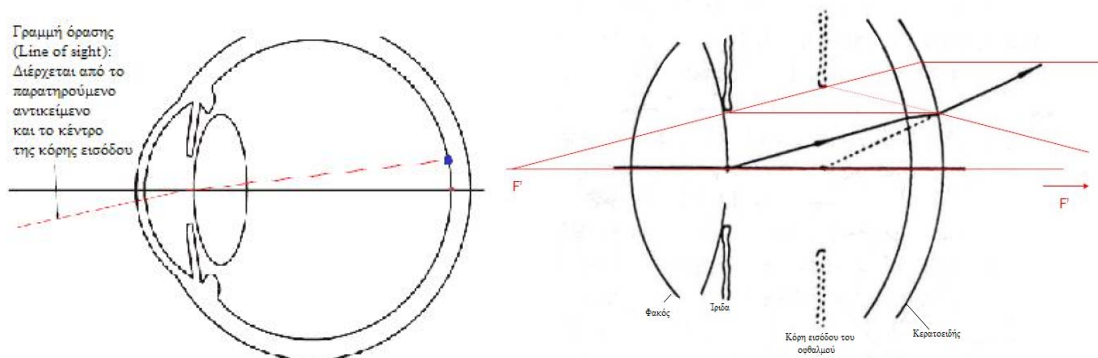
εικ. 4.3 Αρχή λειτουργίας εκτροπόμετρου Shack-Hartmann.

Μια ακτίνα από τη δίοδο κατευθύνεται στο μάτι μέσω ενός ημιεπαργυρωμένου καθρέφτη (beamsplitter) και εστιάζεται από το οπτικό σύστημα του ματιού σε ένα μικρό σημείο στον αμφιβληστροειδή. Σε ένα τέλειο οφθαλμό, το ανακλώμενο επίπεδο κύματος θα εστιάζοταν σε ένα τέλειο πλέγμα σημειακών ειδώλων, με το κάθε είδωλο να συμπίπτει με τον οπτικό άξονα του αντίστοιχου μικροφακού. Ένας οφθαλμός με εκτροπές όμως ανακλά ένα παραμορφωμένο μέτωπο κύματος. Η κλίση κάθε μετώπου κύματος θα είναι διαφορετική και επομένως το μέτωπο κύματος θα εστιαστεί σε μία παραμορφωμένη σειρά ειδώλων (spot). Μετρώντας τη μετατόπιση του κεντροειδούς κάθε spot (αλγόριθμοι επεξεργασίας εικόνας υπολογίζουν τη θέση του κάθε κεντροειδούς) από τη θέση στην οποία αναμενόταν να είναι (δηλαδή αντίστοιχα με τον οπτικό άξονα του μικροφακού), εξάγεται η κλίση του μετώπου κύματος κατά την είσοδό του στον μικροφακό. Δηλαδή με τη σύγκριση της σειράς σημείων με μια τυποποιημένη σειρά αναφοράς, είναι δυνατό να βρεθεί η κλίση της κυματομορφής στις κατευθύνσεις X και Y σε κάθε σημείο της κόρης. Με μαθηματική ολοκλήρωση αυτής της κλίσης προκύπτει το σχήμα του μετώπου κύματος που όταν συγκρίνεται με το τέλειο επίπεδο μέτωπο κύματος, δίνει τη wave aberration function.



εικ. 4.4 Κλίση μετώπου κύματος όπως μετράται με το εκτροπόμετρο Shack-Hartmann.

Η ανακλώμενη ακτινοβολία οδηγείται στον αισθητήρα Shack-Hartmann μέσω οπτικού συστήματος, το οποίο απεικονίζει το επίπεδο της κόρης του οφθαλμού στο επίπεδο της διάταξης των μικροφακών του αισθητήρα. Μία CCD camera τοποθετημένη στο εστιακό επίπεδο των μικροφακών καταγράφει τα HS είδωλα. Η γραμμή όρασης του εξεταζόμενου ευθυγραμμίζεται χειροκίνητα με τον οπτικό άξονα του οργάνου μέσω έξι κηλίδων που βρίσκονται μέσα σε ένα πλαίσιο ομόκεντρο με την κόρη και που προβάλλονται σε ένα video monitor. Το λογισμικό του οργάνου επιτρέπει την καταγραφή των HS ειδώλων για χρόνο έκθεσης 130ms για κάθε εικόνα.

















εικ. 4.5 Γραμμή όρασης και κόρη εισόδου του οφθαλμού.

Τα δεδομένα παριστάνονται με τη μορφή χρωματικών χαρτών και πολωνύμων Zernike ενώ παρέχονται και άλλες πληροφορίες όπως το RMS σφάλμα, το μέγεθος της κόρης και το διαθλαστικό σφάλμα.

Με το εκτροπόμετρο λαμβάνονταν τριάντα διαδοχικές μετρήσεις από κάθε οφθαλμό σε σκοτοπικές συνθήκες. Κατά τη διάρκεια των μετρήσεων το κεφάλι του εξεταζόμενου ήταν όσο το δυνατόν πιο σταθερό, ακουμπώντας το μέτωπο και το

σαγόνι στις κατάλληλες υποδεκτικές θέσεις του μηχανήματος. Οι ασθενείς συμβουλεύονταν να μην κινούν ούτε το κεφάλι τους, ούτε τα μάτια τους κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Καθώς όμως η λήψη των τριάντα μετρήσεων διαρκούσε κάποια δευτερόλεπτα (~10sec), ήταν κάποιες φορές δύσκολο να παραμείνει σταθερό το κεφάλι και ιδιαίτερα τα μάτια των εξεταζόμενων. Σε περιπτώσεις που υπήρχε κακή ποιότητα HS ειδώλων λόγω λαθών κατά τη λήψη της μέτρησης, αυτή επαναλαμβάνονταν.

Zernike term	WFE Map	Optical equivalent
$Z_1^{-1} = \sqrt{4}\rho \sin(\theta)$		Vertical prism
$Z_1^1 = \sqrt{4}\rho \cos(\theta)$		Horizontal prism
$Z_2^{-2} = \sqrt{6}\rho^2 \sin(2\theta)$		Astigmatism
$Z_2^0 = \sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$		Defocus
$Z_2^2 = \sqrt{6}\rho^2 \cos(2\theta)$		Astigmatism
$Z_3^{-3} = \sqrt{8}\rho^3 \sin(3\theta)$		Trefoil
$Z_3^{-1} = \sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin(\theta)$		Coma
$Z_3^1 = \sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos(\theta)$		Coma
$Z_3^3 = \sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$		Trefoil
$Z_4^{-4} = \sqrt{10}\rho^4 \sin(4\theta)$		Tetrafoil
$Z_4^{-2} = \sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin(2\theta)$		Secondary astigmatism
$Z_4^0 = \sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$		Spherical aberration
$Z_4^2 = \sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos(2\theta)$		Secondary astigmatism
$Z_4^4 = \sqrt{10}\rho^4 \cos(4\theta)$		Tetrafoil

εικ. 4.6 Χρωματικοί χάρτες των πολυωνύμων Zernike.

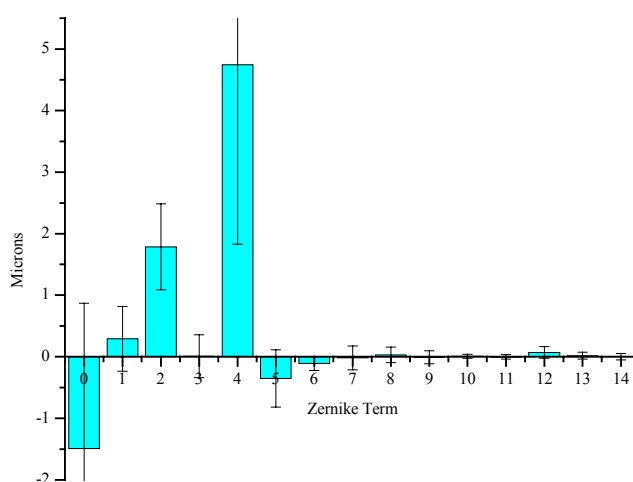
4.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

4.2.1 ΕΚΤΡΟΠΕΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

ZERNIKE COEFFICIENTS

Οι οφθαλμικές εκτροπές μετώπου κύματος παρέχουν χρήσιμες πληροφορίες για τις απεικονιστικές ιδιότητες του οφθαλμού στο μονοχρωματικό φως. Αυτές αναπαριστάθηκαν με τη μορφή πολυωνύμων Zernike και αναλύθηκαν για όλα τα άτομα για διάμετρο κόρης 6mm. Η διάμετρος της κόρης φυσικά μεταβαλλόταν στον πληθυσμό της μελέτης (εικ. 4.1β) αλλά πάντα ήταν πάνω από 6mm. Κατόπιν με τη χρήση κατάλληλου υπολογιστικού προγράμματος (Matlab 6.5.1) όλα τα πολώνυμα υπολογίστηκαν για τη διάμετρο της κόρης που είχε επιλεγεί για την ανάλυση.

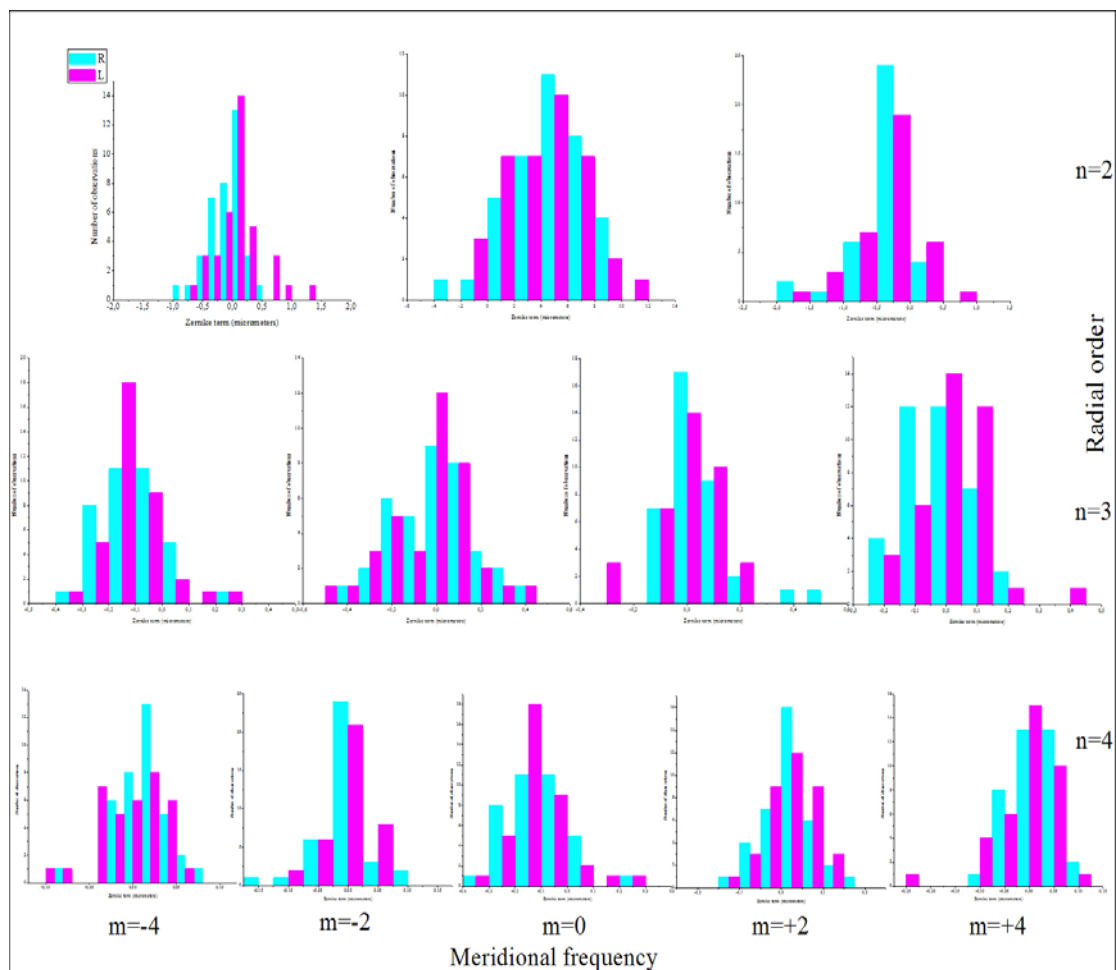
Η εικόνα 4.5 δείχνει τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση κάθε όρου Zernike για όλα τα άτομα για κόρη 6mm.



εικ. 4.7 Μέσοι όροι και τυπικές αποκλίσεις όλων των όρων Zernike. Οι αριθμοί στον άξονα x αντιστοιχούν στην αναπαράσταση των όρων Zernike με ένα μόνο δείκτη. Τα error bars αντιστοιχούν σε ± 1 τυπική απόκλιση.

Η εικόνα 4.6 παρουσιάζει συνοπτικά τα ιστογράμματα συχνοτήτων όλων των εκτροπών για τους όρους Zernike τάξης 2, 3 και 4. Τα ιστογράμματα είναι διατεταγμένα με τη μορφή πυραμίδας για πιο εύκολη παρατήρηση. Είναι προφανές ότι εκτός από τον όρο Z_2^0 (οι όροι Z_0^0 και Z_1^1 δεν λαμβάνονται υπόψη γιατί αντιπροσωπεύουν το piston και το tilt), σχεδόν όλοι οι υπόλοιποι όροι είναι συμμετρικά κατανομημένοι γύρω από το μηδέν όπως έχει διαπιστωθεί και σε άλλες

μελέτες^{55,57}. Αυτό το αποτέλεσμα υποδηλώνει ότι η κεντρική τάση των ανθρώπινων οφθαλμών είναι να είναι απαλλαγμένα από εκτροπές υψηλής τάξης αλλά κάθε άτομο ξεχωριστά είναι εξίσου πιθανό να έχει θετικές ή αρνητικές εκτροπές που οφείλονται σε τυχαία βιολογική μεταβλητότητα. Στα δικά μας δεδομένα είναι επίσης έκδηλη η τάση της σφαιρικής εκτροπής να εμφανίζει θετικές τιμές όπως έχει επισημανθεί στις προηγούμενες μελέτες. Είναι αξιοσημείωτο επίσης ότι οι κατανομές για τους δεξιούς και τους αριστερούς οφθαλμούς είναι παρόμοιες (γεγονός που θα συζητηθεί και σε άλλη παράγραφο).



εικ. 4.8 Ιστογράμματα συχνότητων για τους όρους Zernike 2^{ης}, 3^{ης} και 4^{ης} τάξης. Σε κάθε ιστόγραμμα ο οριζόντιος άξονας είναι η τιμή του όρου Zernike σε μm και ο κάθετος άξονας ο αριθμός των οφθαλμών σε κάθε κλάση. Οι μωβ μπάρες αντιπροσωπεύουν τους δεξιούς οφθαλμούς και οι μπλε μπάρες τους αριστερούς οφθαλμούς.

Οι αριθμητικές τιμές των μέσων, των τυπικών αποκλίσεων και άλλων περιγραφικών στατιστικών στοιχείων για όλες τις μονοχρωματικές εκτροπές καθώς και για το rms

⁵⁵ Larry N. Thibos, Xin Hong, Arthur Bradley, and Xu Cheng. Statistical variation of aberration structure and image quality in a normal population of healthy eyes. J. Opt. Soc. Am. A 19, No. 12/December 2002.

erroi για τις συνολικές εκτροπές και τις εκτροπές υψηλής τάξης παρουσιάζονται στον πίνακα 7.

Πίνακας 7							
Μέσοι όροι (μm) κάθε όρου Zernike (πρώτης έως τέταρτης τάξης) και rms error για το σύνολο των 81 οφθαλμών							
Zernike Term	Mean	Median	Stdev	Max	Min	Confidence Interval 95%	
Z_0^0	-1,492	-0,648	2,361	1,921	-9,419	-2,006	-0,978
Z_1^{-1}	0,291	0,302	0,526	1,550	-1,346	0,177	0,406
Z_1^1	1,786	1,829	0,698	3,406	0,030	1,634	1,938
Z_2^{-2}	0,011	0,048	0,348	1,246	-0,872	-0,065	0,087
Z_2^0	4,742	5,082	2,915	11,344	-1,431	4,107	5,377
Z_2^2	-0,353	-0,234	0,465	0,780	-1,970	-0,455	-0,252
Z_3^{-3}	-0,108	-0,113	0,111	0,278	-0,357	-0,132	-0,083
Z_3^{-1}	-0,018	-0,014	0,193	0,401	-0,494	-0,060	0,024
Z_3^1	0,031	0,030	0,127	0,474	-0,335	0,004	0,059
Z_3^3	-0,008	-0,025	0,105	0,363	-0,191	-0,031	0,015
Z_4^{-4}	0,008	0,013	0,034	0,113	-0,098	0,000	0,015
Z_4^{-2}	-0,002	0,001	0,037	0,081	-0,125	-0,010	0,006
Z_4^0	0,072	0,070	0,096	0,308	-0,183	0,051	0,092
Z_4^2	0,020	0,019	0,056	0,160	-0,149	0,007	0,032
Z_4^4	0,001	0,014	0,052	0,105	-0,248	-0,010	0,013
rmsall	4,904	4,957	2,695	11,360	0,382	4,318	5,491
rmshigh	0,317	0,301	0,117	0,696	0,105	0,291	0,342

Όπως παρατηρούμε, ο όρος Zernike που εμφανίζει τη μεγαλύτερη μέση τιμή αλλά και intersubject variability είναι η εκτροπή δεύτερης τάξης που αντιστοιχεί στο defocus. Οι Bradley et al.⁵⁶, Porter et al.⁵⁷ και Jose Francisco Castejon-Mochon et al.⁵⁸ έχουν βρει επίσης μεγάλη μεταβλητότητα μεταξύ των ατόμων. Οι άλλοι όροι παρουσιάζονται σε μικρά ποσά, αν και ξεχωρίζουν κάπως ο ένας όρος του αστιγματισμού (Z_2^2) και ο ένας όρος του trefoil (Z_3^{-3}). Για τις εκτροπές 3^{ης} τάξης οι μέσοι όροι για τα πολυώνυμα Z_3^{-3} και Z_3^{-1} ήταν αρνητικοί ενώ εμφάνιζαν και μεγάλο εύρος, της τάξης του 1μm. Η σφαιρική εκτροπή Z_4^0 έχει μικρότερη μέση τιμή από

⁵⁶ Bradley, A., Hong, X., Thibos, L. N., Cheng, X., & Miller, D. T. (2001). The statistics of monochromatic aberrations from 200 healthy young eyes [ARVO abstract]. Investigative Ophthalmology and Visual Science, 42(4), B175, Abstract no. 862.

⁵⁷ Porter, J., Guirao, A., Cox, I. G., & Williams, D. R. (2001). Monochromatic aberrations of the human eye in a large population. Journal of the Optical Society of America A, 18, 1793–1803.

⁵⁸ Jose Francisco Castejon-Mochon, Norberto Lopez-Gil *, Antonio Benito, Pablo Artal (2002). Ocular wave-front aberration statistics in a normal young population. Vision Research, 42, 1611-1617.

τους όρους Z_2^2 και Z_3^{-3} αν και ίσως θα ήταν αναμενόμενο να έχει μεγαλύτερη τιμή τουλάχιστον από τον όρο Z_3^{-3} καθώς μαζί με τις εκτροπές δεύτερης τάξης, θεωρείται ότι αποτελούν περίπου το 90% του rms wavefront error⁵⁹.



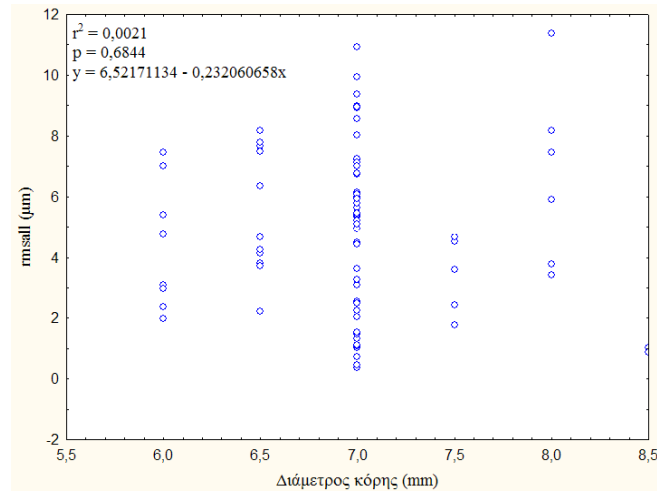
εικ. 4.9 Συνεισφορά των εκτροπών χαμηλής και υψηλής τάξης σύμφωνα με τους Guirao et al⁵⁹.

Εκτός από τους όρους Z_3^3 και Z_4^{-4} , οι οποίοι είναι πολύ κοντά στο μηδέν όλοι οι υπόλοιποι όροι έχουν μέσους όρους που διαφέρουν σημαντικά από το μηδέν. Οι τρεις πρώτοι όροι που αντιστοιχούν στο piston και στο tilt (οριζόντιο και κάθετο πρισματικό φαινόμενο) μπορεί να παρουσιάζονται σε σημαντικά ποσά και να εμφανίζουν σημαντική διακύμανση, δεν λαμβάνονται όμως υπόψη κατά τη χρησιμοποίηση των πολυωνύμων Zernike για την υπολογιστική εύρεση μετρικών προσδιορισμού του διαθλαστικού σφάλματος καθώς δεν μετρούνται με αξιοπιστία από το εκτροπόμετρο. Όσο αφορά το rms wavefront error αυτό παρουσιάζει μεγάλη τιμή και τυπική απόκλιση όταν υπολογίζεται για όλους τους όρους Zernike ενώ οι εκτροπές υψηλής τάξης συνεισφέρουν λιγότερο στο συνολικό rms.

Είναι γνωστό ότι οι εκτροπές μετώπου κύματος μεταβάλλονται με τη διάμετρο της κόρης. Γενικά όσο αυξάνεται το μέγεθος της κόρης τόσο αυξάνεται και το μέγεθος των εκτροπών. Αυτό δεν προκαλεί έκπληξη αν λάβουμε υπόψη ότι το μεγαλύτερο τμήμα των εκτροπών μετώπου κύματος οφείλεται στις δεύτερης τάξης εκτροπές (με εξάρτηση από το τετράγωνο της ακτίνας της κόρης). Άλλες μελέτες το έχουν δείξει αυτό⁵⁸. Αν όμως αναζητηθεί κάποια σχέση ανάμεσα στη διάμετρο της κόρης και στο rmsall wavefront error, διαπιστώνεται ότι από τα παρόντα δεδομένα δεν μπορεί να εξαχθεί κάποια. Αντίθετα φαίνεται ότι υπάρχει μία τελείως τυχαία κατανομή του σφάλματος μετώπου κύματος σε σχέση με το μέγεθος της κόρης. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι οι διάμετροι κυμαίνονται γύρω από κάποιες συγκεκριμένες τιμές μεγαλύτερες των 6mm (6.5mm 14.814%, 7mm 59.259%) και ίσως η αύξηση της διαμέτρου πάνω από τα 6mm να μην επηρεάζει τόσο πολύ την αύξηση των

⁵⁹ Guirao A, Porter J, Williams DR, Cox I. Calculated impact of higher order monochromatic aberrations on retinal image quality in a population of human eyes. J. Opt. Soc. Am. A 2002; 19(1):1-9.

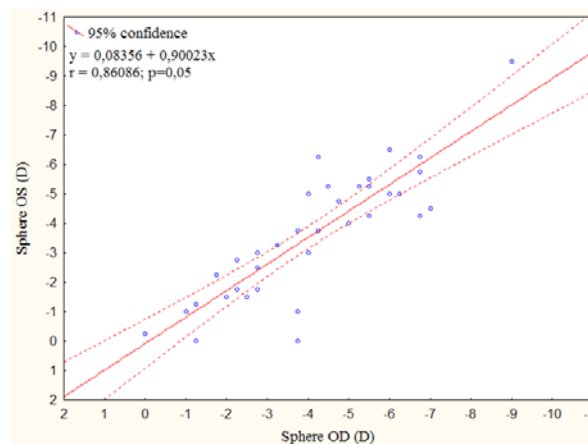
εκτροπών όσο την επηρεάζει μια μεταβολή που συμβαίνει σε μικρότερες διαμέτρους ή ίσως στην άπω περιφέρεια να είναι πιο σημαντικοί στον περιορισμό της όρασης άλλοι παράγοντες (π.χ νευρωνικοί) και όχι οι οπτικοί.

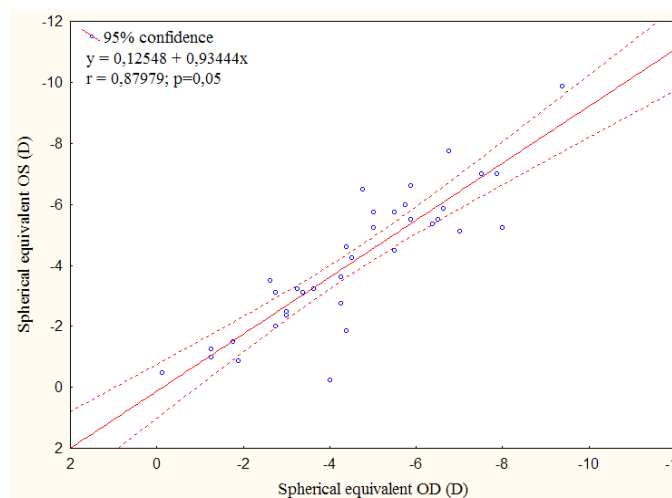
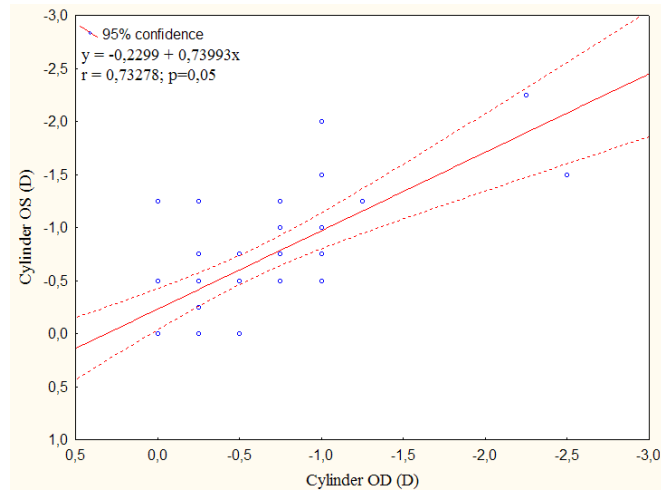


εικ. 4.10 Σχέση μεταξύ διαμέτρου κόρης και rmsall.

ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΔΕΞΙΩΝ ΚΑΙ ΑΡΙΣΤΕΡΩΝ ΟΦΘΑΛΜΩΝ

Όταν χρειάζεται να διερευνηθεί αν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ κάποιων χαρακτηριστικών στοιχείων και ιδιοτήτων μεταξύ των δύο οφθαλμών είναι σκόπιμο να αρχίσει κάποιος από τα βασικά στοιχεία του διαθλαστικού σφάλματος όπως αυτό έχει προσδιοριστεί από την υποκειμενική διάθλαση. Παρακάτω παρουσιάζονται οι συσχετίσεις για τη σφαίρα, τον κύλινδρο και το σφαιρικό ισοδύναμο ανάμεσα στους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς. Στην παρούσα εργασία, συσχέτιση μεταξύ δεξιών και αριστερών οφθαλμών πραγματοποιήθηκε σε 37 από τους 45 συμμετέχοντες.





εικ. 4.11 Συσχέτιση σφαίρας, κυλίνδρου και σφαιρικού ισοδυνάμου για τους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς.

Όπως παρατηρούμε το σφαιρικό ισοδύναμο εμφανίζει σημαντική συσχέτιση ($r=0.87979$) στα ζεύγη των οφθαλμών και ίδια συμπεριφορά παρουσιάζει και το σφαιρικό σφάλμα ($r=0.86086$). Η συσχέτιση που εμφανίζει ο αστιγματισμός, αν και κάπως μικρότερη, εξακολουθεί να είναι σημαντική.

Όσο αφορά τη χρήση της στατιστικής τεχνικής της συσχέτισης, αυτή χρησιμοποιείται για να διερευνηθεί η σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών. Η συσχέτιση ορίζεται ως η ποσοτικοποίηση του βαθμού με τον οποίο δύο μεταβλητές σχετίζονται, δεδομένου ότι αυτή η σχέση είναι γραμμική. Ο συντελεστής συσχέτισης r έχει αρκετούς περιορισμούς. Πρώτον, ποσοτικοποιεί μόνον το πόσο ισχυρή είναι η γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών. Εάν οι μεταβλητές έχουν μία μη γραμμική σχέση, τότε δεν αποτελεί ένα έγκυρο μέτρο αυτής της σχέσης. Δεύτερον, πρέπει κανείς να είναι προσεκτικός όταν τα δεδομένα περιλαμβάνουν ακραίες τιμές ή ζεύγη παρατηρήσεων

που βρίσκονται αρκετά εκτός του εύρους τιμών των άλλων παρατηρήσεων. Ο συντελεστής συσχέτισης είναι πολύ ευαίσθητος σε ακραίες τιμές και αν υπάρχουν μία ή περισσότερες τέτοιες τιμές, συχνά δίνει αποτελέσματα που οδηγούν σε λάθος συμπεράσματα. Τρίτον, η εκτιμηθείσα συσχέτιση δεν πρέπει ποτέ να επεκτείνεται πέραν του παρατηρούμενου εύρους των μεταβλητών. Η σχέση μεταξύ τους μπορεί να αλλάξει έξω από την περιοχή αυτή. Τέλος, πρέπει να έχει κανείς υπόψη του ότι μια ισχυρή συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών από μόνη της δεν υποδεικνύει μία σχέση αιτίου-αποτελέσματος. Όλα τα παραπάνω λαμβάνονται υπόψη κάθε φορά που μελετάται μία σχέση ανάμεσα σε δύο μεταβλητές.

Εκτός από την κατανομή και τα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία του μέσου σφαιρικού ισοδύναμου όπως αυτό προκύπτει από τη υποκειμενική διάθλαση (παράγραφος 4.1.1), μπορούν να δειχθούν τα αντίστοιχα στοιχεία για το σφαιρικό ισοδύναμο όπως αυτό ορίζεται από τις εκτροπές του οφθαλμού. Οι εκτροπές δεύτερης τάξης μπορούν να μετατραπούν σε μορφή συνταγής για οφθαλμικούς διορθωτικούς φακούς (σε D) με τη μορφή power vector⁶⁰.

Τα τρία συστατικά ενός power vector είναι τα M, J₀ και J₄₅, όπου M είναι το σφαιρικό ισοδύναμο, J₀ είναι η συνιστώσα του αστιγματισμού που έχει έναν κάθετο ή οριζόντιο άξονα και J₄₅ είναι η συνιστώσα του αστιγματισμού που έχει πλάγιους άξονες. Το συνολικό ποσό του αστιγματισμού είναι το πυθαγόρειο άθροισμα των δύο αυτών συνιστωσών.

$$\begin{aligned}
 M &= S + C / 2 \\
 J_o &= (-C / 2) \cos(2a) \\
 J_{45} &= (-C / 2) \sin(2a) \\
 J &= \sqrt{J_o^2 + J_{45}^2}
 \end{aligned}$$

Αυτοί οι όροι συνδέονται με τα κανονικοποιημένα πολώνυμα Zernike με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{-c_2^0 4\sqrt{3}}{r^2} \\
 J_o &= \frac{-c_2^{+2} 2\sqrt{6}}{r^2} \\
 J_{45} &= \frac{-c_2^{-2} 2\sqrt{6}}{r^2}
 \end{aligned}$$

⁶⁰ L. N. Thibos, W. Wheeler, and D. G. Horner, "Power vectors: an application of Fourier analysis to the description and statistical analysis of refractive error," *Optom. Vision Sci.* 74, 367-375 (1997).

όπου r είναι η ακτίνα της κόρης και α είναι η γωνία του αστιγματισμού όπως γράφεται σε μία συμβατική οφθαλμική συνταγή (S,C x α). Ας σημειωθεί ότι τα power vector components έχουν αντίθετα πρόσημα από τα πολυώνυμα Zernike. Αυτό οφείλεται στο ότι τα πολυώνυμα των εκτροπών περιγράφουν το διαθλαστικό λάθος του οφθαλμού ενώ μια οφθαλμική συνταγή περιγράφει τον διορθωτικό φακό που χρειάζεται για να αντισταθμιστεί αυτό το διαθλαστικό λάθος. Οι προηγούμενες εξισώσεις υποδηλώνουν ότι ίσα ποσά πολυώνυμων Zernike δεύτερης τάξης ($c_2^0, c_2^{+2}, c_2^{-2}$) αντιστοιχούν σε τιμές των power vector components M, J_0, J_{45} με αναλογία $\sqrt{2} : 1 : 1$.

Η λογική αυτή έχει περιγραφεί και σε άλλες μελέτες⁶¹ ως μέθοδος προσδιορισμού της διάθλασης με βάση την αρχή του equivalent quadratic. Σύμφωνα με αυτή, ένας λογικός τρόπος να προσεγγιστεί ένα τυχαίο μέτωπο κύματος με μία επιφάνεια δευτέρου βαθμού είναι να εναρμονιστεί η καμπυλότητα των δύο επιφανειών σε κάποιο σημείο αναφοράς. Από τα διάφορα σημεία που θα μπορούσαν να επιλεγούν, η πιο φυσική επιλογή είναι το κέντρο της κόρης. Δύο επιφάνειες που είναι εφαπτόμενες σε ένα σημείο και έχουν ακριβώς την ίδια καμπυλότητα σε κάθε μεσημβρινό λέγεται ότι osculate. Επομένως η επιφάνεια που αναζητάται είναι η αποκαλούμενη osculating quadric. Η λύση για την εξαγωγή των παραμέτρων των power vectors αυτής της επιφάνειας από τα Zernike coefficients έχει περιγραφεί. Η λύση αυτή προκύπτει από τις εκφράσεις Seidel για το defocus και τον αστιγματισμό. Το αποτέλεσμα είναι οι προηγούμενες εξισώσεις του σφαιρικού ισοδυνάμου και του αστιγματισμού που μπορούν να επεκταθούν και για άλλους όρους υψηλότερης τάξης:

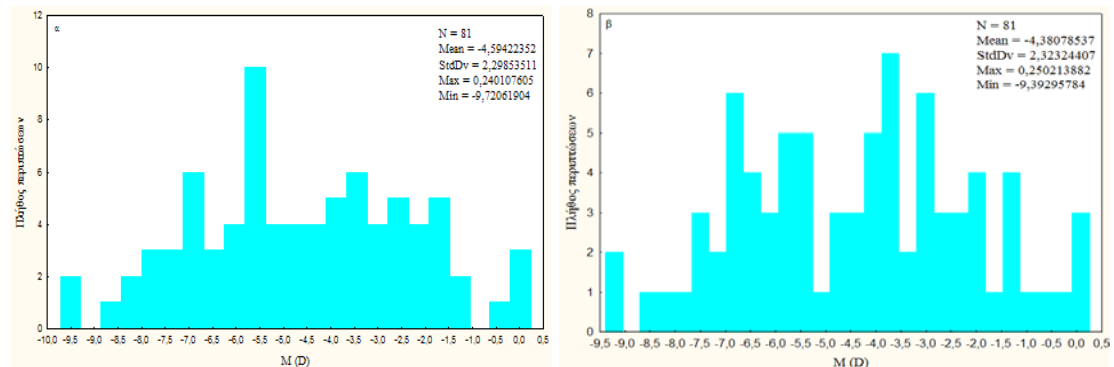
$$M = \frac{-c_2^0 4\sqrt{3} + c_4^0 12\sqrt{5} - c_6^0 24\sqrt{7}}{r^2}$$

$$J_0 = \frac{-c_2^2 2\sqrt{6} + c_4^2 6\sqrt{10} - c_6^2 12\sqrt{14}}{r^2}$$

$$J_{45} = \frac{-c_2^{-2} 2\sqrt{6} + c_4^{-2} 6\sqrt{10} - c_6^{-2} 12\sqrt{14}}{r^2}$$

⁶¹ Thibos N., Hong X., Bradley A., & Applegate R. Accuracy and precision of objective refraction from wavefront aberrations. Journal of Vision (2004) 4, 329-351.

Παρακάτω παρουσιάζεται η κατανομή του σφαιρικού ισοδυνάμου όπως ορίζεται από τις οφθαλμικές εκτροπές και τα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για αυτό.



εικ. 4.12 Κατανομή συχνότητας για το σφαιρικό ισοδύναμο όπως καθορίζεται από τις οφθαλμικές εκτροπές α: όταν λαμβάνονται υπόψη μόνο οι εκτροπές δεύτερης τάξης β: όταν υπολογίζεται κατά Seidel.

Παρόμοια με τις προηγούμενες εκφράσεις του σφαιρικού ισοδυνάμου παρατηρείται ότι το σύνολο των ασθενών παρουσιάζει αρνητική τιμή σφαιρικού ισοδυνάμου.

Πίνακας 8 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία σφαιρικού ισοδυνάμου (2 nd order)	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	-4,59422
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	-5,10247
Ελάχιστο	-4,08598
Μέγιστο	-9,72062
Διακύμανση	0,240108
Τυπική απόκλιση	5,283264
	2,298535

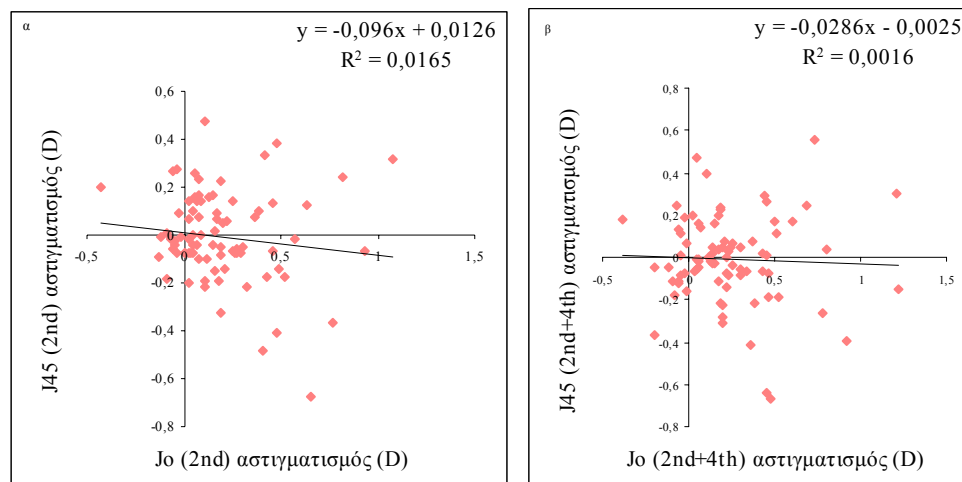
Πίνακας 9 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία σφαιρικού ισοδυνάμου (2 nd +4 th order)	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	-4,38079
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	-4,89450
Ελάχιστο	-3,86707
Μέγιστο	-9,39296
Διακύμανση	0,250214
Τυπική απόκλιση	5,397463
	2,323244

Πίνακας 10 Απόλυτες και σχετικές συχνότητες σφαιρικού ισοδυνάμου (2 nd order)				
	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
-12 D < x <= -10 D	0	0	0,00000	0,0000
-10 D < x <= -8 D	4	4	4,93827	4,9383
-8 D < x <= -6 D	19	23	23,45679	28,3951
-6 D < x <= -4 D	23	46	28,39506	56,7901
-4 D < x <= -2 D	24	70	29,62963	86,4198
-2 D < x <= 0 D	9	79	11,11111	97,5309
0 D < x <= 2D	2	81	2,46914	100,0000

Πίνακας 11				
Απόλυτες και σχετικές συχνότητες σφαιρικού ισοδυνάμου (2 nd +4 th order)				
	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
-12 D < x <= -10 D	0	0	0,00000	0,0000
-10 D < x <= -8 D	4	4	4,93827	4,9383
-8 D < x <= -6 D	19	23	23,45679	28,3951
-6 D < x <= -4 D	20	43	24,69136	53,0864
-4 D < x <= -2 D	26	69	32,09877	85,1852
-2 D < x <= 0 D	9	78	11,11111	96,2963
0 D < x <= 2D	3	81	3,70370	100,0000

Πίνακες 8-11 Περιγραφικών στατιστικών στοιχείων και συχνότητων αντίστοιχα για τις περιπτώσεις α και β της εικόνας 4.10.

Επίσης μπορεί να παρουσιαστεί διαγραμματικά η συσχέτιση μεταξύ των μεσημβρινών του αστιγματισμού όπως ορίζονται από τις οφθαλμικές εκτροπές. Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει σημαντική συσχέτιση μεταξύ των αξόνων του αστιγματισμού .

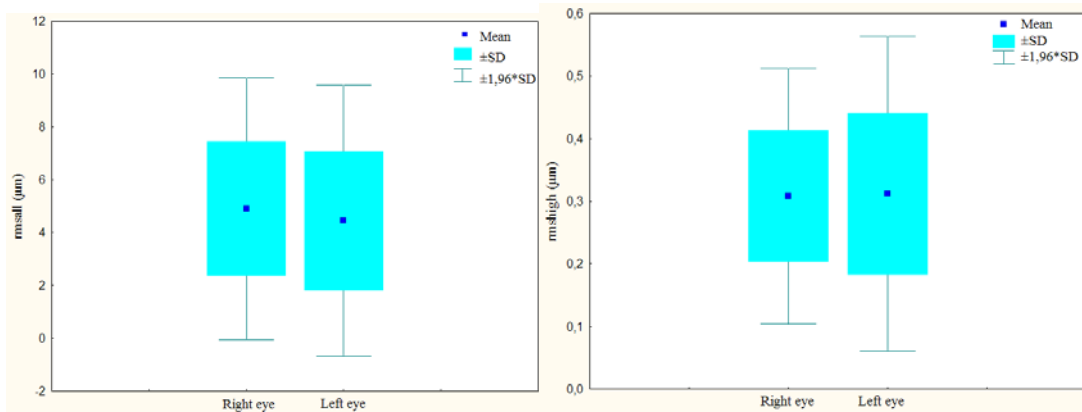


εικ. 4.13 α,β: Συσχέτιση κύριων μεσημβρινών του αστιγματισμού όπως υπολογίζονται όταν λαμβάνονται υπόψη οι εκτροπές δεύτερης και οι εκτροπές δεύτερης και τέταρτης τάξης αντίστοιχα.

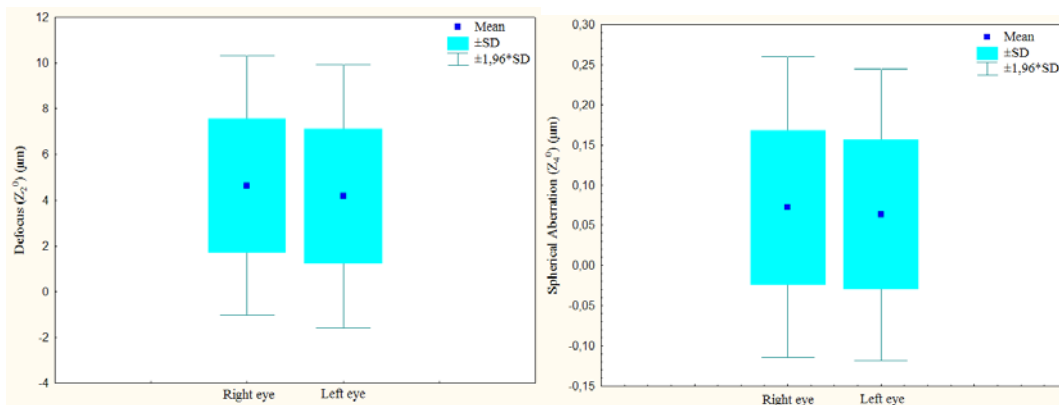
Όταν συγκρίνονται δεδομένα για τους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς, κάποιος πρέπει να λάβει υπόψη του ότι η κατοπτρική συμμετρία στην κατασκευή των οφθαλμών, θα έκανε την εκτροπή μετώπου κύματος $W(x,y)$ για τον αριστερό οφθαλμό ίδια με την εκτροπή μετώπου κύματος $W(-x,y)$ για τον δεξιό οφθαλμό και αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα οι όροι Zernike με ζυγή συμμετρία γύρω από τον y άξονα να έχουν για τα δύο μάτια αντίθετο πρόσημο. Επομένως, για τις εκτροπές 3^{ης}

και 4^{ης} τάξης αρνητικοί συντελεστές συσχέτισης αναμένονται για τους όρους Z_3^1 , Z_3^3 , Z_4^{-4} , Z_4^{-2} .

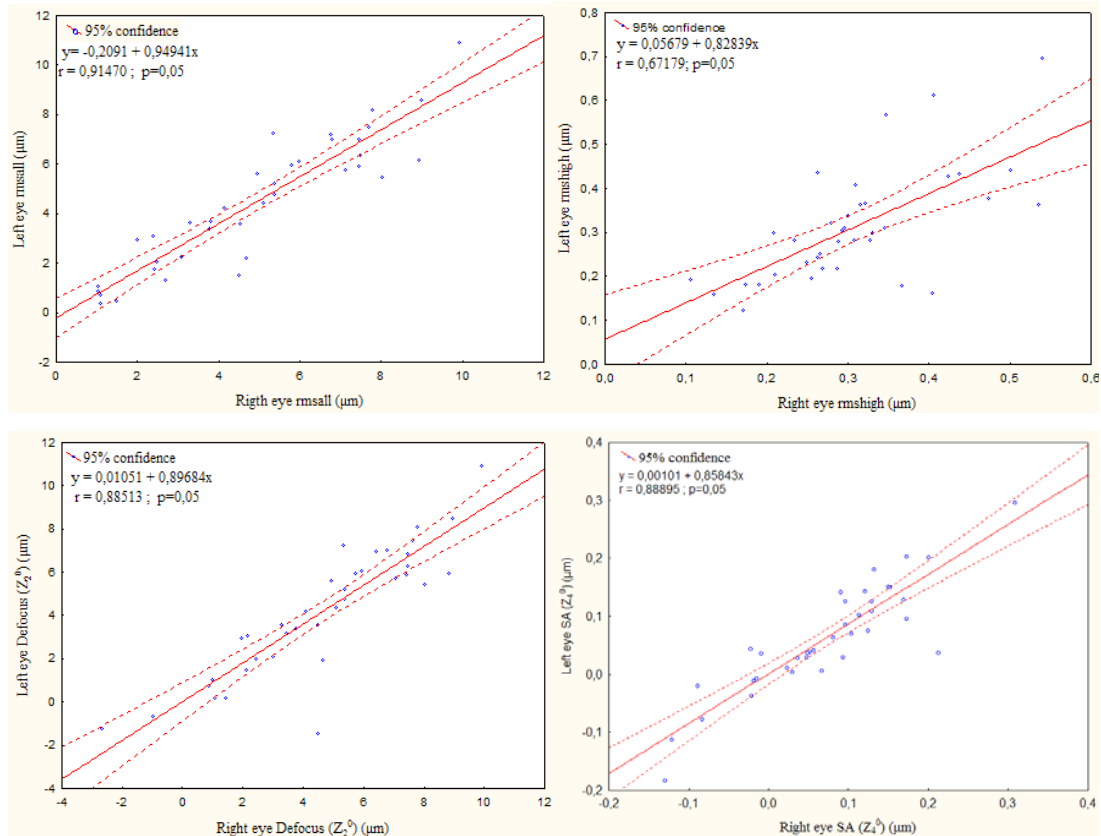
Παρακάτω απεικονίζονται διαγραμματικά (box-whisker plots) οι κατανομές των κυριότερων μεγεθών για το σύνολο των δεξιών και αριστερών ματιών που αναλύθηκαν καθώς και οι συσχετίσεις τους ανάμεσα στα δύο μάτια.



εικ. 4.14 Διαγράμματα των μέσων τιμών, των τυπικών αποκλίσεων και των διαστημάτων εμπιστοσύνης για το rmsall και rmshigh wavefront error.

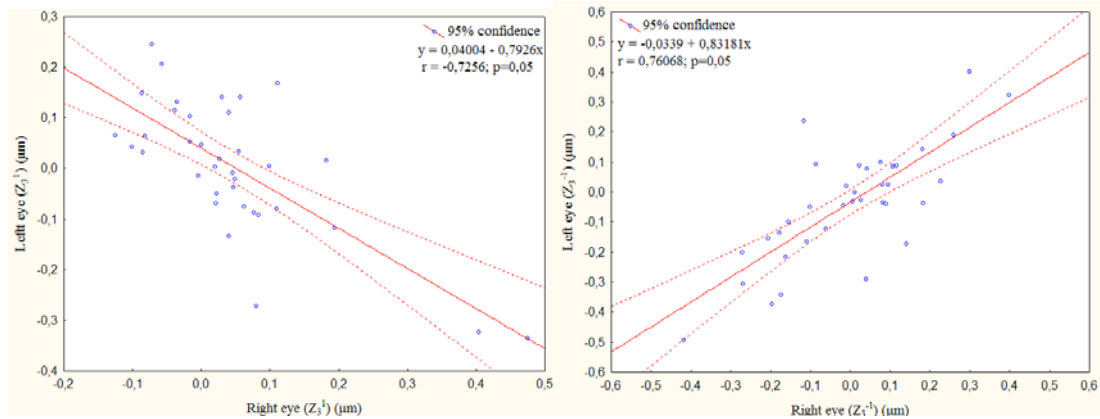


εικ. 4.15 Διαγράμματα των μέσων τιμών, των τυπικών αποκλίσεων και των διαστημάτων εμπιστοσύνης για τα μεγέθη defocus και σφαιρική εκτροπή.



εικ. 4.16 Διαγράμματα συσχετίσεων ανάμεσα στους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς για τα μεγέθη rmsall, rmshigh, defocus, σφαιρική εκτροπή.

Παρατηρούμε ότι το σφάλμα rms εμφανίζει εξαιρετικά μεγάλη συσχέτιση ($r=0.91470$) ανάμεσα στους δύο οφθαλμούς όταν υπολογίζεται για το σύνολο των όρων Zernike αλλά αισθητά μικρότερη συσχέτιση ($r=0.67179$) όταν λαμβάνονται υπόψη μόνο οι εκτροπές υψηλής τάξης (τρίτης και τέταρτης). Ωστόσο ένα τέτοιο γεγονός δεν προκαλεί έκπληξη αφού είναι γνωστό ότι οι εκτροπές υψηλής τάξης είναι λιγότερο όμοιες στους δύο οφθαλμούς. Όσο αφορά τις δύο κύριες εκτροπές, defocus και σφαιρική εκτροπή, επιδεικνύουν σημαντική συσχέτιση ανάμεσα στους οφθαλμούς ($r=0.88513$ και $r=0.88895$ αντίστοιχα). Μάλιστα η σφαιρική εκτροπή εμφανίζει την ισχυρότερη συσχέτιση και το defocus την αμέσως επόμενη με ελάχιστη διαφορά. Σημαντική συσχέτιση εμφανίζει επίσης ο ένας όρος του αστιγματισμού (Z_2^2) και το κόμα (Z_3^1, Z_3^{-1}).



εικ. 4.17 Διαγράμματα συσχετίσεων ανάμεσα στους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς για τους όρους Zernike που αντιστοιχούν στο κόμα.

Συνολικά, από τους 12 όρους Zernike (αν εξαιρεθούν τα piston και tilts), οι 9 (75%) εμφανίζουν συσχέτιση πάνω από 0.5 και οι 6 (50%) εμφανίζουν σημαντική συσχέτιση πάνω από 0.6 (πίνακας 12). Όπως αναφέρθηκε οι όροι Z_3^1 , Z_3^3 , Z_4^{-4} , Z_4^{-2} εμφανίζουν αρνητικό συντελεστή συσχέτισης αν και δεν είναι σε όλες τις περιπτώσεις στατιστικά σημαντικός. Η μελέτη του πληθυσμού δεν φανερώνει μία αυστηρή κατοπτρική συμμετρία μεταξύ των οφθαλμών αλλά μάλλον μία εμφανή τάση προς αυτήν την κατεύθυνση.

Πίνακας 12	
Zernike Term	Συντελεστής συσχέτισης r
Z_1^{-1}	-0,4884
Z_1^1	0,63198
Z_2^{-2}	-0,5997
Z_2^0	0,88513
Z_2^2	0,78199
Z_3^{-1}	0,76068
Z_3^3	-0,5443
Z_4^{-4}	-0,1005
Z_4^{-2}	-0,4043
Z_4^0	0,88895
Z_4^2	0,44606
Z_4^4	0,14253

Πίνακας 12. Συντελεστές συσχέτισης ανάμεσα στους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς όλων των όρων Zernike.

Γενικά, τα τελευταία χρόνια πραγματοποιήθηκαν πολλές μελέτες των εκτροπών σε φυσιολογικούς πληθυσμούς^{55,57,58,62,63,64,65}. Όταν συγκρίνονται τα αποτελέσματα από αυτές τις έρευνες, υπάρχουν παράγοντες που προκαλούν σύγχυση καθώς σε αυτές τις μελέτες συμμετείχαν άτομα με διαφορετικές ηλικίες και διαθλαστικά σφάλματα. Οι Porter et al.⁵⁷ και οι Castejon-Mochon et al.⁵⁸ χρησιμοποίησαν φυσικές κόρες ενώ οι Thibos et al.⁶² και οι Brunette et al.⁶³ χρησιμοποίησαν κυκλοπληγικές κόρες. Επίσης χρησιμοποιήθηκε διαφορετικό πλήθος εκτροπών και αναλύθηκαν κόρες διαφορετικής διαμέτρου. Παρά όμως αυτές τις ασυνέπειες μπορούν να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα:

- Οι μονοχρωματικές εκτροπές εμφανίζουν μεγάλη μεταβλητότητα στον πληθυσμό. Ο μέσος όρος rms για τις high-order εκτροπές για 6mm διάμετρο κόρης είναι περίπου $0.3\mu\text{m}$ ^{64,65}, παρατήρηση που προκύπτει και στην παρούσα μελέτη (μέσο rms high-order=0,317 μm).
- Το μέγεθος των εκτροπών αυξάνεται καθώς αυξάνεται το μέγεθος της κόρης^{58,65}. Καθώς αυτό συμβαίνει, η σχετική συνεισφορά των διαφόρων όρων αυξάνεται καθώς αυξάνεται και ο αριθμός των όρων που συμμετέχουν π.χ. οι Castejon-Mochon et al.⁵⁸ βρήκαν ότι οι όροι τρίτης και τέταρτης τάξης συνεισέφεραν 6,4% και 2.6% αντίστοιχα στο συνολικό rms όταν η διάμετρος της κόρης ήταν 5mm ενώ αυτή η συνεισφορά αυξήθηκε σε 8% και 3.9% αντίστοιχα για διάμετρο κόρης 7mm.
- Το μεγαλύτερο μέρος του μεγέθους των εκτροπών βρίσκεται στους όρους δεύτερης τάξης^{55,58} ακόμα και για καλά διορθωμένα μάτια και το μέγεθος των εκτροπών μειώνεται καθώς η τάξη των όρων μεγαλώνει.
- Υπάρχει σημαντική συμμετρία μεταξύ των οφθαλμών, με πολλούς όρους υψηλής τάξης να εμφανίζουν υψηλή συμμετρία ανάμεσα στα δύο μάτια^{57,64,65}.
- Αρκετοί όροι εκτροπών συσχετίζονται σημαντικά εντός των ματιών, γεγονός το οποίο αναμένεται καθώς πολλά πολυώνυμα Zernike έχουν κοινούς monomial όρους για παράδειγμα το defocus με την σφαιρική εκτροπή και το vertical coma με το vertical tilt.

⁶² Thibos LN, Bradley A, Hong X. A statistical model of the aberration structure of normal, well-corrected eyes. *Ophthalmic Physiol Opt* 2002; 22: 427-433.

⁶³ Brunette I, Bueno JM, Parent M, Hamam H, Simonet P. Monochromatic aberrations as a function of age, from childhood to advanced age. *Invest Ophthalmol Vis Sci* 2003; 44: 5438-5446.

⁶⁴ Wang L, Koch DD. Ocular higher-order aberrations in individuals screened for refractive surgery. *J Cataract Refract Surg* 2003; 29: 1896-1903.

⁶⁵ Wang Y, Zhao K, Jin Y, Niu Y, Zuo T. Changes of higher order aberration with various pupil sizes in the myopic eye. *J Refract Surg* 2003; 19: S270-S274.

- Από τις εκτροπές υψηλής τάξης, μόνο ο συντελεστής C_4^0 της σφαιρικής εκτροπής φαίνεται να είναι κυρίως ενός μόνο προσήμου σε σχέση με τις άλλες εκτροπές για κατάσταση μη-προσαρμογής^{55,57,60} (κάτι που στην παρούσα μελέτη δεν διαπιστώθηκε). Το ποσό του C_4^0 θεωρείται ότι είναι κατά μέσο όρο $0.10 \pm 0.10 \mu\text{m}$ για κόρες 6mm^{60,62,63} (συμπέρασμα που επαληθεύεται και από τα παρόντα δεδομένα σφαιρική εκτροπή= $0,072 \pm 0,096 \mu\text{m}$).

4.2.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ ΜΕ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Ο σκοπός μιας συμβατικής, οφθαλμικής διάθλασης είναι να καθορίσει εκείνο τον συνδυασμό σφαιρικών και κυλινδρικών φακών που βελτιστοποιεί την οπτική οξύτητα για μακρινά αντικείμενα. Η υπόθεση που βρίσκεται κάτω από αυτή την άποψη είναι ότι η οπτική οξύτητα μεγιστοποιείται όταν η ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου μεγιστοποιείται. Επιπλέον, είναι κοινά αποδεκτό ότι η ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου μεγιστοποιείται όταν το είδωλο είναι βέλτιστα εστιασμένο. Γι'αυτούς τους λόγους, το τελικό σημείο μιας υποκειμενικής διάθλασης θεωρείται ως ο λειτουργικός ορισμός του όρου "καλύτερη διόρθωση" (best correction) όπως αυτός εφαρμόζεται στον οφθαλμό.

Το πρόβλημα όμως του αντικειμενικού προσδιορισμού της καλύτερης διόρθωσης ενός οφθαλμού παραμένει σημαντικό. Τα τελευταία χρόνια γίνονται πολλές προσπάθειες να προσδιοριστεί μέσω μετρήσεων των εκτροπών μετώπου κύματος. Τα εκτροπόμετρα μετρούν όλες τις μονοχρωματικές εκτροπές του οφθαλμού και εμφανίζουν αποτελέσματα με τη μορφή χάρτη εκτροπών που περιγράφει την μεταβολή στον οπτικό δρόμο, από την πηγή έως το αμφιβληστροειδικό είδωλο, μέσω κάθε σημείου της κόρης. Η έκφραση ενός χάρτη εκτροπών με πολυώνυμα Zernike περιλαμβάνει τις εκτροπές δεύτερης τάξης (defocus και αστιγματισμός). Γι'αυτό μια προφανής στρατηγική για την αντικειμενική διάθλαση είναι η συνταγογράφηση διορθωτικών φακών με βάση τα πολυώνυμα Zernike δεύτερης τάξης.

Δυστυχώς όμως το πρόβλημα δεν λύνεται τόσο εύκολα. Αρκετές μελέτες έδειξαν ότι ελαχιστοποιώντας τις εκτροπές δεύτερης τάξης, δεν βελτιστοποιείται απαραίτητα η υποκειμενική μέτρηση της οπτικής συμπεριφοράς. Η εξάλειψη των εκτροπών δεύτερης τάξης ισοδυναμεί με ελαχιστοποίηση του rms σφάλματος αλλά αυτή η ελαχιστοποίηση δεν βελτιστοποιεί απαραίτητα την ποιότητα του αμφιβληστροειδικού

ειδώλου^{66,67}. Γι' αυτό το λόγο έχει αρχίσει μια ερευνα για εναλλακτικές μετρικές της οπτικής ποιότητας που βελτιστοποιούνται από την υποκειμενική διάθλαση όταν εκτροπές υψηλής τάξης είναι παρούσες. Μια ποικιλία προβλημάτων πρέπει να επιλυθούν όταν μετατρέπεται ένας χάρτης εκτροπών σε μια συνταγή για διορθωτικούς φακούς ή σε δεδομένα για διαθλαστική χειρουργική. Ένα από τα κυριότερα είναι η διόρθωση της χρωματικής εκτροπής του οφθαλμού.

Τα εκτροπόμετρα τυπικά χρησιμοποιούν υπέρυθρο φως, για το οποίο το μάτι έχει σχετικά χαμηλή διαθλαστική δύναμη σε σύγκριση με το ορατό φως. Οπτικά μοντέλα για την οξονική χρωματική εκτροπή⁶⁸ μπορούν να εξαχθούν για να εκτιμήσουν τη διαφορά στην οπτική δύναμη του οφθαλμού μεταξύ του μήκους κύματος της μέτρησης και κάποιου ορατού μήκους κύματος αλλά είναι ασαφές ποιο μήκος κύματος πρέπει να επιλεγεί σαν σημείο αναφοράς για κάθε οφθαλμό. Επιπλέον, εφόσον μόνο ένα μήκος κύματος μπορεί να είναι εστιασμένο κάθε φορά, κάποια μέθοδος χρειάζεται για να πραγματοποιήσει την σχετική συνεισφορά όλων των μηκών κύματος, καθένα με διαφορετικό ποσό defocus και αστιγματισμού, έτσι ώστε να επιτευχθεί αντικειμενική διάθλαση ενός οφθαλμού για πολυχρωματικά αντικείμενα.

Ένα άλλο επίμονο πρόβλημα είναι η έλλειψη μιας παγκόσμιας αποδεχόμενης μετρικής για την ποιότητα του ειδώλου που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για να ορίσει αντικειμενικά την κατάσταση βέλτιστης εστίασης ενός aberrated οφθαλμού. Υποθέτοντας ότι μια συναινετική συμφωνία μπορεί να επιτευχθεί για μια επιλεγμένη μετρική, κάποιος ακόμα έχει να αντιμετωπίσει το πολυσύνθετο ζήτημα του καθορισμού της καλύτερης διόρθωσης. Οι Guirao & Williams⁶⁹ περιέγραψαν μια επαναληπτική μέθοδο για την εύρεση των παραμέτρων της καλύτερης σφαίρας, κυλίνδρου και άξονα που βελτιστοποιούν μια μετρική ποιότητας ειδώλου. Άλλες πιθανότητες περιλαμβάνουν μια αντικειμενική εκδοχή της κλινικής τεχνικής της διάθλασης με επιτυχή ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων.

Μια πρώτη προσέγγιση θα ελαχιστοποιούσε το μεγάλο μέρος του defocus, διορθώνοντας τον οφθαλμό με έναν σφαιρικό φακό δύναμης M , το λεγόμενο σφαιρικό ισοδύναμο. Στη συνέχεια, διορθώνεται ο αστιγματισμός με έναν κυλινδρικό

⁶⁶ King, W. B. (1968). Dependence of the Strehl ratio on the magnitude of the variance of the wave aberration. *Journal of the Optical Society of America*, 58, 655-661.

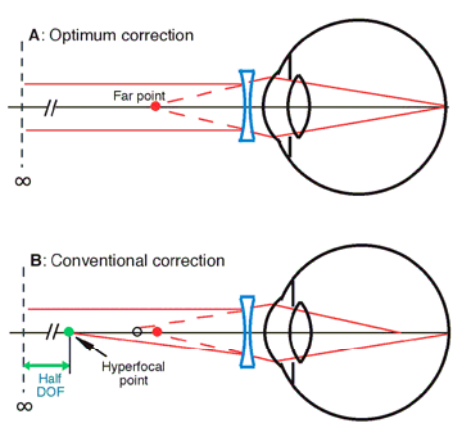
⁶⁷ Mahajan, V. N. (1991). *Aberration Theory Made Simple* (Vol. TT6). Bellingham, WA: SPIE Optical Engineering Press.

⁶⁸ Thibos, L. N., Ye, M., Zhang, X., & Bradley, A. (1992). The chromatic eye: a new reduced-eye model of ocular chromatic aberration in humans. *Applied Optics*, 31, 3594-3600.

⁶⁹ Guirao, A., & Williams, D. R. (2003). A method to predict refractive errors from wave aberration data. *Optometry and Vision Science*, 80(1), 36-42.

φακό, ακολουθούμενο από μία ακριβή ρύθμιση της δύναμης του σφαιρικού φακού αν είναι απαραίτητα. Αυτή είναι η βάση των περισσότερων μεθόδων που ακολουθούνται σήμερα και είναι και η βάση της παρούσας έρευνας.

Ένα διαφορετικό είδος προβλήματος είναι να συμπεριληφθεί στη μέθοδο, ο κανόνας της διάθλασης "maximum plus to best visual acuity"⁷⁰. Σύμφωνα με αυτό, το σφαιρικό διαθλαστικό σφάλμα των μυωπικών οφθαλμών πρέπει να υποδιορθώνεται. Το ποσό της υποδιόρθωσης δεν είναι αρκετό για να μειώσει την οπτική οξύτητα αλλά είναι ικανό για να ελαχιστοποιήσει την μη-αναγκαία προσαρμογή και να μεγιστοποιήσει το χρήσιμο βάθος πεδίου. Αυτός ο διττός στόχος επιτυγχάνεται, συνταγογραφώντας έναν σφαιρικό φακό που είναι ελαφρά λιγότερο αρνητικός (στην περίπτωση της μυωπίας) και ελαφρά πιο θετικός (στην περίπτωση της υπερμετρωπίας) από ότι ο φακός που απαιτείται για να γίνει ο αμφιβληστροειδής συζυγής με το επίπεδο που βρίσκεται στο άπειρο.



εικ. 4.18 Δύο κριτήρια για τη διάθλαση του οφθαλμού. Α. Μια βέλτιστη διάθλαση καθιστά τον αμφιβληστροειδή συζυγή με το άπειρο. Β. Μία συμβατική διάθλαση καθιστά τον αμφιβληστροειδή συζυγή με το hyperfocal point του οφθαλμού, το οποίο είναι πιο κοντά στον οφθαλμό κατά ένα ποσό ίσο με το μισό του βάθους εστίασης.

Αντίθετα, ο συνταγογραφούμενος φακός καθιστά τον αμφιβληστροειδή συζυγή με ένα επίπεδο που βρίσκεται στην hyperfocal απόσταση, η οποία είναι η κοντινότερη απόσταση που ο αμφιβληστροειδής μπορεί να εστιάσει χωρίς σημαντική μείωση της οπτικής συμπεριφοράς για ένα στόχο τοποθετημένο στο άπειρο⁷¹. Συνεπακόλουθα, το μάτι αφήνεται ελαφρά μυωπικό σε σύγκριση με μια βέλτιστη διόρθωση που θα τοποθετούσε τον αμφιβληστροειδή σε επίπεδο συζυγές με το άπειρο.

Ένα άλλο ζήτημα είναι η έκταση, στην οποία οι νευρωνικοί παράγοντες πρέπει να ληφθούν υπόψη όταν μετατρέπεται ένας χάρτης εκτροπών σε μία οφθαλμική

⁷⁰ Borisch, I. M. (1970). Clinical Refraction (Vol. 1). Chicago: The Professional Press, Inc.

⁷¹ Campbell, F. W. (1957). The depth of field of the human eye. Optica Acta, 4, 157-164.

συνταγή. Ένας τέτοιος παράγοντας είναι η γωνιακή ευαισθησία των κωνίων (Stiles-Crawford effect)⁷², ο οποίος κοινά μοντελοποιείται οπτικά από ένα apodization φίλτρο στο επίπεδο της κόρης^{73,74}. Η νευρωνική επεξεργασία του ειδώλου μετά τους αμφιβληστροειδικούς υποδοχείς, επηρεάζει την αντίληψη των θολών αμφιβληστροειδικών ειδώλων με έναν τρόπο άγνωστο που έχει γίνει προσπάθεια να μοντελοποιηθεί σαν μία μαθηματική συνέλιξη του optical point-spread function με το νευρωνικό PSF⁷⁵.

Όποιες προσπάθειες όμως και αν έχουν γίνει για να λυθούν αυτά τα ζητήματα, γεγονός είναι ότι αυτές παραμένουν προσεγγίσεις των πραγματικών συνθηκών και διαδικασιών και πως κάθε μελέτη που αφορά τον προσδιορισμό της βέλτιστης ποιότητας όρασης είναι αναγκαίο να δεχθεί συμβάσεις και να αντιμετωπίσει άγνωστα πεδία.

Ο σκοπός της μελέτης που παρουσιάζεται στη συνέχεια είναι η εκτίμηση κάποιων μετρικών οπτικής οξύτητας που έχουν προκύψει λαμβάνοντας υπόψη όλα όσα έχουν περιγραφεί μέχρι τώρα για τις εκτροπές μετώπου κύματος, τα πολυώνυμα Zernike και τα ασαφή σημεία που υπάρχουν στη μελέτη της ποιότητας της όρασης.

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΟΠΤΙΚΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

Ένα τέλειο οπτικό σύστημα έχει έναν επίπεδο χάρτη εκτροπών μετώπου κύματος και επομένως οι μετρικές της ποιότητας της οπτικής οξύτητας έχουν σχεδιαστεί για να αιχμαλωτίσουν αυτή την ιδέα του επίπεδου χάρτη. Ένας χάρτης εκτροπών είναι επίπεδος αν η τιμή του είναι συνεχής ή αν η κλίση ή η καμπυλότητα του μηδέν κατά μήκος ολόκληρης της κόρης. Καθώς το wavefront, η κλίση ή καμπυλότητα αντιστοιχούν σε μια διαφορετική οπτική εξήγηση, δημιουργήθηκαν διαβαθμισμένες μετρικές βασισμένες σε αυτά τα τρία δεδομένα: στον χάρτη εκτροπών μετώπου κύματος (wavefront aberration map), στον χάρτη κλίσης (slope map) και στον χάρτη καμπυλότητας (curvature map).

⁷² Enoch, J. M., & Lakshminarayanan, V. (1991). Retinal Fiber Optics. In W. N. Charman (Ed.), *Vision Optics and Instrumentation* (1 ed., Vol. 1, pp. 280-308). London, U.K.: MacMillan Press.

⁷³ Metcalf, H. (1965). Stiles-Crawford apodization. *Journal of the Optical Society of America*, 55, 72-74.

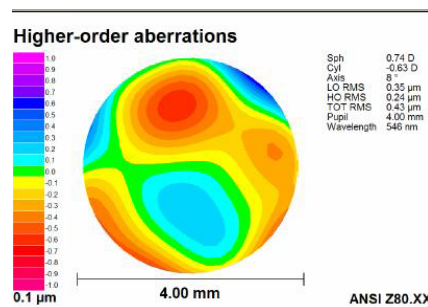
⁷⁴ Bradley, A., & Thibos, L. N. (1995). Modelling off-axis vision - I: the optical effects of decentering visual targets or the eye's entrance pupil. In E. Peli (Ed.), *Vision Models for Target Detection and Recognition* (Vol. 2, pp. 313-337). Singapore: World Scientific Press.

⁷⁵ Thibos, L. N., & Bradley, A. (1995). Modelling off-axis vision - II: the effect of spatial filtering and sampling by retinal neurons. In E. Peli (Ed.), *Vision Models for Target Detection and Recognition* (Vol. 2, pp. 338-379). Singapore: World Scientific Press.

FLATNESS METRICS

WAVEFRONT ERROR

Το σφάλμα μετώπου κύματος περιγράφει τις διαφορές οπτικού δρόμου κατά μήκος της κόρης που δίνουν σφάλματα φάσης για φως που εισέρχεται στον οφθαλμό μέσω διαφορετικών τμημάτων της κόρης. Αυτά τα σφάλματα φάσης παράγουν φαινόμενα συμβολής που υποβαθμίζουν την ποιότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου. Ένα παράδειγμα χάρτη εκτροπών μετώπου κύματος φαίνεται στην εικόνα 4.19.



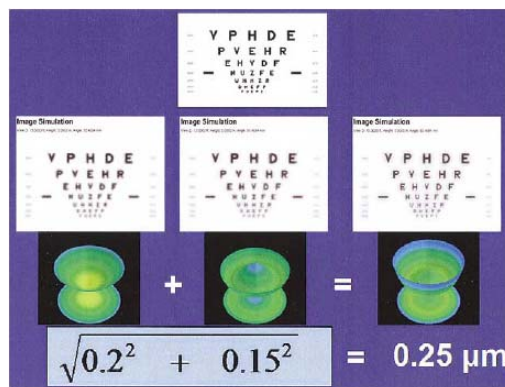
εικ. 4.19

RMS

Η πιο αδρή μέτρηση του σφάλματος μετώπου κύματος είναι το μέσο σφάλμα μετώπου κύματος (rms error), στο οποίο κάθε συντελεστής Zernike αντιπροσωπεύει το πόσο συνεισφέρει η συγκεκριμένη εκτροπή στο ολικό σφάλμα. Δίνεται από τη σχέση:

$$rms^2 = \sum_{n,m} (C_n^m)^2$$

Η άποψη ωστόσο ότι όσο το rms αυξάνεται, τόσο η οπτική συμπεριφορά χειροτερεύει δεν είναι σωστή (όπως έχει ήδη αναφερθεί^{66,67}).



εικ. 4.20 Πρώτη σειρά: ένα οπτότυπο απαλλαγμένο από εκτροπές. Δεύτερη σειρά: προσομοιώσεις της επίδρασης μόνο 0.2μm defocus, της επίδρασης μόνο 0.15μm σφαιρικής εκτροπής και του συνδυασμού τους. Είναι αξιοσημείωτο ότι αν και υπάρχει μικρότερο rms σφάλμα για τις συνθήκες του defocus και της σφαιρικής εκτροπής, η οπτική ποιότητα είναι χειρότερη από την συνθήκη που συνυπάρχουν και όπου παρατηρείται μεγαλύτερο rms σφάλμα⁷⁶.

Συνδυασμοί των πολωνύμων Zernike μπορούν να προκαλέσουν μικρότερη ή μεγαλύτερη επίδραση στην οπτική συμπεριφορά (balancing)⁷⁶.

RMS_W

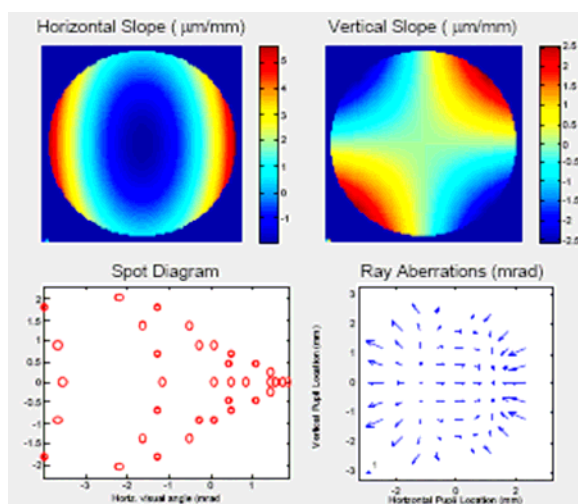
Πρόκειται για το root-mean-squared wavefront error υπολογισμένο σε όλη τη διάμετρο της κόρης (σε μm).

$$\text{rmsw} = \left[\frac{1}{A_{pupil}} \int (W(X,Y) - \overline{W})^2 dXdY \right]^{0.5}$$

όπου $W(X,Y)$ είναι η συνάρτηση των εκτροπών μετώπου κύματος ορισμένη για συντεταγμένες κόρης X και Y και A η επιφάνεια της κόρης. Υπολογιστικά, το rmsw είναι απλά το standard deviation των τιμών των εκτροπών μετώπου κύματος, υπολογισμένων σε διάφορα τμήματα της κόρης.

WAVEFRONT SLOPE

Η κλίση του μετώπου κύματος (*wavefront slope*) είναι μια vector-valued function της θέσης της κόρης που απαιτεί δύο χάρτες για να απεικονιστεί, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



εικ. 4.21 Thibos N., Hong X., Bradley A., & Applegate R. Accuracy and precision of objective refraction from wavefront aberrations. *Journal of Vision* (2004) 4, 329-351

⁷⁶ Applegate, Marsack, Ramos & Sarver. Interaction between aberrations to improve or reduce visual performance. *J Cataract Refract Surg* (2003) 29, 1487-1495.

Ο ένας χάρτης δείχνει την κλίση στην οριζόντια κατεύθυνση (x) και ο άλλος χάρτης στην κάθετη κατεύθυνση (y). Εναλλακτικά ένα διάγραμμα πολικών συντεταγμένων θα παρουσίαζε την αξονική και εγκάρσια κλίση. Οι κλίσεις μετώπου κύματος μπορούν να ερμηνευθούν σαν εγκάρσιες εκτροπές που θολώνουν το είδωλο. Αυτές οι εκτροπές μπορεί να απεικονιστούν σαν vector field (κάτω δεξιά διάγραμμα). Η βάση κάθε τόξου παρουσιάζει την θέση της κόρης και η οριζόντια και η κάθετη συνιστώσα του τόξου είναι ανάλογες με τις μερικές παραγώγους του wavefront map. Αν στο πεδίο των τόξων όλες οι ουρές υπερτεθούν, οι άκρες των τόξων παριστάνουν ένα spot διάγραμμα (κάτω αριστερά διάγραμμα) που προσεγγίζει το PSF του συστήματος. Η τιμή *rms* ενός χάρτη κλίσης είναι μια μέτρηση του φωτός των διαχεόμενων ακτινών που θολώνουν το είδωλο σε μία κατεύθυνση. Η ολική τιμή *rms* που υπολογίζεται για τους δύο χάρτες κλίσης μαζί είναι επομένως μια βολική μετρική της ποιότητας του μετώπου που μπορεί να ερμηνευθεί από την άποψη του μεγέθους του spot διαγράμματος.

RMS_s

Είναι το root-mean-squared wavefront slope που υπολογίζεται σε όλη την επιφάνεια της κόρης (arcm)in)

$$rms_s = \left[\frac{1}{A_{pupil}} \int (W_x(X, Y) - \overline{W_x})^2 + (W_y(X, Y) - \overline{W_y})^2 dXdY \right]^{0.5}$$

όπου $W(X, Y) = dW/dX$ και $W_y = dW/dY$ είναι οι μερικές παράγωγοι του $W(X, Y)$ και A η επιφάνεια της κόρης.

WAVEFRONT CURVATURE

Η καμπυλότητα του μετώπου κύματος περιγράφει σφάλματα εστίασης που θολώνουν το είδωλο. Για να σχηματιστεί ένα καλό είδωλο σε μια συγκεκριμένη απόσταση πρέπει η καμπυλότητα να είναι παντού ίδια κατά μήκος της κόρης. Ένα ιδανικό επίπεδο wavefront θα έχει παντού καμπυλότητα μηδέν που αντιστοιχεί στον σχηματισμό ενός τέλει ειδώλου στο άπειρο. Όπως η wavefront slope, έτσι και η wavefront curvature είναι μία vector-valued function της θέσης που απαιτεί περισσότερους από έναν χάρτες για να απεικονιστεί.

Η κλασική φόρμα του Euler διασφαλίζει ότι η καμπυλότητα σε κάθε μεσημβρινό μπορεί να εξαχθεί από τις κύριες καμπυλότητες. Οι κύριες καμπυλότητες σε κάθε σημείο μπορούν να εξαχθούν από χάρτες μέσης καμπυλότητας $M(X,Y)$ και Gaussian καμπυλότητας $G(X,Y)$ ως εξής:

$$M(X,Y) = \frac{K_1(X,Y) + K_2(X,Y)}{2}$$

$$G(X,Y) = K_1(X,Y) \cdot K_2(X,Y)$$

όπου οι κύριες καμπυλότητες $K_1(X,Y)$, $K_2(X,Y)$ μπορούν να υπολογιστούν από τα M και G χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$K_1 + K_2 = M(X,Y) \pm \sqrt{M^2(X,Y) - G(X,Y)}$$

Με δεδομένους τους χάρτες της κύριας καμπυλότητας, μπορούν να μειωθούν οι διαστάσεις της wavefront curvature υπολογίζοντας τη δύναμη του blur σε κάθε θέση της κόρης. Η ιδέα του blur strength είναι ότι το wavefront τοπικά μπορεί να θεωρηθεί ένα μικρό κομμάτι τετραγωνικής επιφάνειας για το οποίο ένα διάνυσμα ισχύος μπορεί να υπολογιστεί.

Το διάνυσμα ισχύος P είναι ένα τριών διαστάσεων διάνυσμα, του οποίου οι συντεταγμένες αντιστοιχούν στο σφαιρικό ισοδύναμο M , την κάθετη συνιστώσα του αστιγματισμού J_0 και την πλάγια συνιστώσα του αστιγματισμού J_45 . Πειράματα έχουν δείξει ότι το μήκος του διάνυσμα ισχύος που είναι ένας ορισμός του blur strength, είναι μια καλά διαβαθμισμένη μέτρηση της οπτικής επίδρασης της σφαιροκυλινδρικής θόλωσης. Επομένως ένας χάρτης του μήκους του διανύσματος ισχύος ενός μετώπου κύματος σε κάθε σημείο της κόρης μπορεί να καλείται blur strength map.

Για να υπολογιστεί ο blur strength map, πρώτα χρησιμοποιούνται οι χάρτες κύριας καμπυλότητας για να υπολογιστεί ο αστιγματικός χάρτης

$$J(X,Y) = \frac{K_1(X,Y) - K_2(X,Y)}{2}$$

και ύστερα συνδυάζεται ο αστιγματικός χάρτης με τον χάρτη μέσης καμπυλότητας για να παραχθεί ο blur strength map

$$B(X,Y) = \sqrt{M^2(X,Y) - J^2(X,Y)}$$

Ο χωρικός μέσος όρος του blur strength map είναι μία διαβαθμισμένη ποσότητα που αντιπροσωπεύει το μέσο ποσό του σφάλματος εστίασης στο σύστημα και είναι υπεύθυνο για την υποβάθμιση της ποιότητας του ειδώλου.

$$B_{ave} = \frac{1}{pupilarea} \int_{pupil} B(X, Y) dXdY$$

PUPIL FRACTION METRICS

Εκτός από τις προηγούμενες μετρικές, άλλες έξι μετρικές της ποιότητας του μετώπου κύματος μπορούν να οριστούν με βάση την ιδέα του pupil fraction. Το pupil fraction μπορεί να οριστεί σαν το τμήμα της κόρης για το οποίο η σχετική ποιότητα του οφθαλμού είναι ικανοποιητική (αλλά όχι απαραίτητα diffraction-limited). Ένα μεγάλο pupil fraction είναι επιθυμητό γιατί σημαίνει ότι το περισσότερο φως που εισέρχεται στον οφθαλμό, θα συμβάλλει στη δημιουργία καλής ποιότητα αμφιβληστροειδικού ειδώλου.

$$Pupil\ Fraction = \frac{area\ of\ good\ pupil}{total\ area\ of\ pupil}$$

Υπάρχουν δύο μέθοδοι για τον προσδιορισμό της "καλής" περιοχής της κόρης.

Critical Pupil

Η πρώτη μέθοδος καλείται Critical pupil ή Central pupil method και εξετάζει το wavefront εσωτερικά σε ένα υποάνοιγμα που είναι ομόκεντρο με την κόρη του οφθαλμού. Αρχικά ξεκινάμε με ένα μικρό υποάνοιγμα όπου η ποιότητα του ειδώλου είναι εγγυημένα καλή (π.χ. diffraction-limited) και μετά επεκτείνουμε το άνοιγμα μέχρι να φθάσουμε κάποιο κριτήριο ποιότητας wavefront.

Το τελικό σημείο καλείται critical diameter και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογιστεί το pupil fraction (critical pupil method) ως εξής:

$$PF_c = \left[\frac{critical\ diameter}{pupil\ diameter} \right]^2$$

Για να λειτουργήσει η εξίσωση απαιτούνται κάποια κριτήρια για το τι σημαίνει καλή ποιότητα wavefront. Για παράδειγμα, το κριτήριο μπορεί να βασιστεί στον wavefront aberration map,

$PFW_c = PF_c$ when critical pupil is defined as the concentric area for which

$$RMS_w < criterion \text{ (π.χ. } \lambda/4)$$

ή μπορεί να βασιστεί στο wavefront curvature όπως παρουσιάζεται στον blur strength map,

$$PFC_c = PF_c \text{ when critical pupil is defined as the concentric area for which } B_{ave} < \text{criterion (π.χ. 0.25D)}$$

WHOLE PUPIL METHOD

Η δεύτερη γενική μέθοδος για τον καθορισμό της "καλής" κόρης είναι η Tessellation ή Whole pupil method. Υποθέτουμε ότι διαιρούμε ολόκληρη την κόρη σε μικρότερες κόρες (περίπου 1% της διαμέτρου της κόρης) και στη συνέχεια καταγράφουμε καθεμία σαν καλή ή κακή σύμφωνα με κάποιο κριτήριο.

Η ολική περιοχή όλων αυτών των υποανοιγμάτων που ορίζονται σαν καλά, καθορίζει την περιοχή της "καλής" κόρης για την οποία το pupil fraction ορίζεται ως εξής:

$$PF_t = \frac{\text{area of good subapertures}}{\text{total area of pupil}}$$

Επίσης και η εξίσωση αυτή απαιτεί κάποια κριτήρια για τον καθορισμό της ποιότητας του wavefront σε κάθε άνοιγμα. Για παράδειγμα, το κριτήριο μπορεί να βασίζεται στην συνάρτηση μετώπου κύματος,

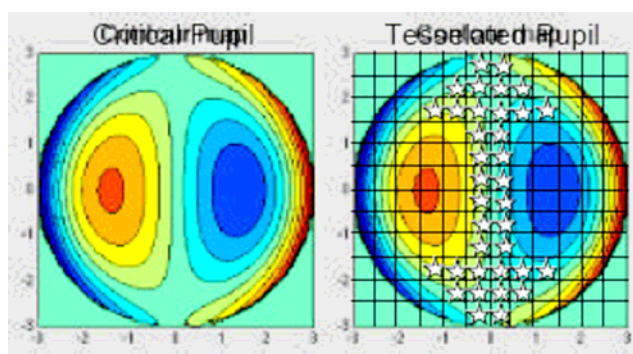
$$PFW_t = PF_t \text{ when a good subaperture satisfies the criterion } PV < \text{criterion (π.χ. } \lambda/4)$$

Εναλλακτικά, το κριτήριο μπορεί να βασιστεί στο wavefront slope,

$$PFS_t = PF_t \text{ when a good subaperture satisfies the criterion horizontal slope and vertical slope are both } < \text{criterion (π.χ. 1 arcmin)}$$

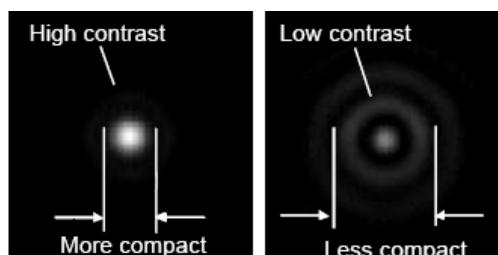
ή μπορεί να βασιστεί στο wavefront curvature blur όπως παρουσιάζεται στον strength map,

$$PFC_t = PF_t \text{ when a good subaperture satisfies the criterion } B < \text{criterion (π.χ. 0.25D)}$$



εικ. 4.22 Η μέθοδος pupil fraction για τον προσδιορισμό της ποιότητας του μετώπου κύματος (Metrics of Optical Quality of the Eye, Thibos, Hong, Bradley & Applegate).

Ένα τέλειο οπτικό σύστημα απεικονίζει ένα σημειακό αντικείμενο σε ένα καλά σχηματισμένο, υψηλού contrast αμφιβληστροειδικό είδωλο.



εικ. 4.23 Οι μετρήσεις της ποιότητας του ειδώλου για σημειακά αντικείμενα βασίζονται στην μεγαλύτερη αντίθεση και στη μικρότερη διασπορά (less compact) του ειδώλου (Metrics of Optical Quality of the Eye, Thibos, Hong, Bradley & Applegate).

Το είδωλο αυτού του σημειακού αντικείμενου καλείται όπως ήδη έχει αναφερθεί Point Spread Function και υπολογίζεται σαν τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier του Pupil Fraction $P(X,Y)$.

$$P(X,Y)=A(X,Y)e^{ikW(X,Y)}$$

όπου k είναι ο κυματάρθμος και $A(X,Y)$ η apodization function των συντεταγμένων X,Y της κόρης. Όταν υπολογίζουμε το φυσικό αμφιβληστροειδικό είδωλο στα ανοίγματα εισόδου των φωτούποδοχέων, η apodization function συνήθως παραλείπεται. Ωστόσο όταν υπολογίζουμε την οπτική αποτελεσματικότητα του αμφιβληστροειδικού ειδώλου, η ιδιότητα κυματοδηγού των κωνίων πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Αυτές οι ιδιότητες κυματοδηγού κάνουν τα κωνία πιο ευαίσθητα σε φως που εισέρχεται στο κέντρο της κόρης. Διαβαθμισμένες μετρικές ποιότητας ειδώλου που μετράνε την ποιότητα του PSF σε οφθαλμούς με εκτροπές έχουν σχεδιαστεί για να χαρακτηρίσουν τη συνεισφορά του contrast και της συμπαγούς απεικόνισης. Οι πέντε πρώτες μετρικές που παρουσιάζονται αφορούν χωρική μορφή και σε κάθε περίπτωση μικρές τιμές της μετρικής υποδεικνύουν compact PSF καλής ποιότητας. Οι υπόλοιπες έξι μετρούν contrast και σε κάθε περίπτωση μεγάλες τιμές της μετρικής υποδηλώνουν PSF υψηλού contrast και καλής ποιότητας. Οι περισσότερες μετρικές έχουν αποκλειστικά οπτικό χαρακτήρα αλλά μερικές περιλαμβάνουν και γνώση νευρωνικής συνιστώσας του οπτικού συστήματος.

D50

Η μετρική αυτή αφορά τη διάμετρο μιας κυκλικής περιοχής επικεντρωμένης στην κορυφή του PSF, η οποία αιχμαλωτίζει το 50% της ενέργειας του φωτός. Η τιμή της D50 είναι ίση με την ακτίνα r , όπου η r ορίζεται ως:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^r PSF_N(r, \theta) r dr d\theta = 0.5$$

όπου PSF_N είναι το κανονικοποιημένο (total intensity=1) PSF, του οποίου η μέγιστη τιμή του βρίσκεται για $r = 0$. Αυτή η μετρική αγνοεί το φως έξω από το 50% της κεντρικής περιοχής και για αυτό είναι αναίσθητη στο σχήμα των ουρών του PSF.

EQUIVALENT WIDTH OF CENTERED PSF (EW)

Το EW είναι η διάμετρος της κυκλικής βάσης ενός κυλίνδρου που έχει τον ίδιο όγκο με το PSF και το ίδιο ύψος. Η τιμή του (arcmin) δίνεται από τη σχέση:

$$EW = \left[\frac{4 \int_{pupil} PSF(X, Y) dXdY}{\pi PSF(X_0, Y_0)} \right]^{0.5}$$

όπου X_0, Y_0 είναι οι συντεταγμένες του peak του PSF. Σε αυτήν και στις επόμενες εξισώσεις τα X, Y είναι χωρικές συντεταγμένες του αμφιβληστροειδικού ειδώλου, τυπικά προσδιορισμένες σαν οπτικές γωνίες που υποτείνουν στο κομβικό σημείο του οφθαλμού. Αν και το EW περιγράφει χωρικά compact μορφή (spatial compactness), υπολογίζεται από το PSF contrast. Καθώς το ύψος πέφτει, το πλάτος πρέπει να αυξάνεται έτσι ώστε να διατηρηθεί σταθερός ο όγκος κάτω από το PSF.

SQUARE ROOT OF SECOND MOMENT OF LIGHT DISTRIBUTION (SM)

Σε αντίθεση με την D50, αυτή η μετρική είναι ευαίσθητη στο σχήμα των ουρών του PSF. Μεγάλες τιμές SM υποδηλώνουν ένα γρήγορο roll-off του OTF σε χαμηλές χωρικές συχνότητες.

$$SM = \left[\frac{\int_{pupil} (X^2 + Y^2) PSF(X, Y) dXdY}{\int_{pupil} PSF(X, Y) dXdY} \right]^{0.5}$$

HALF WIDTH AT HALF HEIGHT (HWHH)

Αυτή η μετρική είναι το μέσο πλάτος κάθε διατομής του PSF.

$$HWHH = \left[\frac{1}{\pi} \int_{pupil} C(X, Y) dXdY \right]^{0.5}$$

όπου $C(X, Y) = 1$ αν $PSF(X, Y) > \max(PSF)/2$, διαφορετικά $C(X, Y) = 0$.

CORRELATION WIDTH OF LIGHT DISTRIBUTION (CW)

Αυτή η μετρική είναι η HWHH της αυτοσυσχέτισης του PSF.

$$CW = \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(X, Y) dXdY \right]^{0.5}$$

όπου $Q(X, Y) = 1$ αν $PSF \otimes PSF > \max(PSF \otimes PSF)/2$, διαφορετικά $Q(X, Y) = 0$. Σε αυτήν την έκφραση $PSF \otimes PSF$ είναι η αυτοσυσχέτιση του PSF.

CONTRAST METRICS

STREHL RATIO COMPUTED IN SPATIAL DOMAIN (SRX)

Αυτή η ευρέως χρησιμοποιούμενη μετρική τυπικά ορίζεται σε σχέση με το μέγιστο (peak) του PSF. Υπολογίζεται ως

$$SRX = \frac{\max(PSF)}{\max(PSF_{DL})}$$

όπου PSF_{DL} είναι το diffraction-limited PSF για την ίδια διάμετρο κόρης.

LIGHT – IN – THE BUCKET (LIB)

Η τιμή αυτής της μετρικής είναι το ποσοστό της ολικής ενέργειας που πέφτει σε μια περιοχή ορισμένη από τον πυρήνα του diffraction-limited PSF.

$$LIB = \int_{DL_{core}} PSF_N(X, Y) dXdY$$

όπου PSF_N είναι το κανονικοποιημένο PSF. Η περιοχή ολοκλήρωσης είναι ο κεντρικός πυρήνας του diffraction-limited PSF για την ίδια διάμετρο κόρης. Μία εναλλακτική περιοχή ενδιαφέροντος είναι το άνοιγμα εισόδου των φωτουποδοχέων.

STANDARD DEVIATION OF INTENSING VALUES IN THE PSF NORMALIZED TO DIFFRACTION LIMITED VALUE (STD)

Αυτή η μετρική υπολογίζει τη μεταβλητότητα της έντασης σε διάφορα σημεία του PSF.

$$STD = \frac{[\int_{PSF} (PSF(X, Y) - \overline{PSF})^2 dXdY]^{0.5}}{[\int_{PSF} (PSF_{DL}(X, Y) - \overline{PSF_{DL}})^2 dXdY]^{0.5}}$$

όπου PSF_{DL} είναι το diffraction-limited PSF. Η περιοχή ολοκλήρωσης είναι η κυκλική περιοχή γύρω από το peak του PSF, αρκετά μεγάλη σε διάμετρο, ώστε να αιχμαλωτίζει περισσότερο από το φως στο PSF.

ENTROPY OF PSF (ENT)

Αυτή η μετρική είναι εμπνευσμένη από την προσέγγιση της information theory στην οπτική.

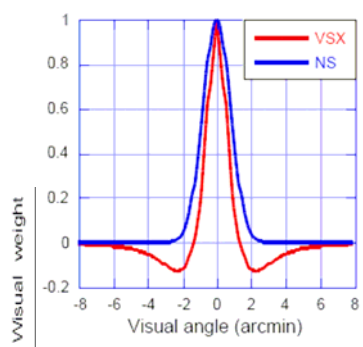
$$ENT = - \int_{PSF} PSF(X, Y) \ln(PSF(X, Y)) dXdY$$

NEURAL SHARPNESS (NS)

Αυτή η μετρική εισήχθη για να αιχμαλωτίσει την αποτελεσματικότητα ενός PSF, το οποίο ενεργοποιεί το νευρωνικό τμήμα του οπτικού συστήματος. Αυτό επιτυγχάνεται σταθμίζοντας το PSF με την Spatial Sensitivity Function που αντιπροσωπεύει το νευρωνικό οπτικό σύστημα. Το παράγωγο στη συνέχεια ολοκληρώνεται για μια περιοχή του PSF. Το αποτέλεσμα κανονικοποιείται με την αντίστοιχη τιμή για το diffraction-limited PSF για να επιτευχθεί μια μετρική που είναι ανάλογη με το Strehl ratio που υπολογίζεται για ένα νευρωνικά σταθμισμένο PSF.

$$NS = \frac{\int_{PSF} PSF(X, Y) g(X, Y) dXdY}{\int_{PSF} PSF_{DL} g(X, Y) dXdY}$$

όπου $g(X, Y)$ είναι η Gaussian νευρωνική συνάρτηση βάρους. Ένα προφίλ αυτής της συνάρτησης φαίνεται στην παρακάτω εικόνα



εικ. 4.24 Οι νευρωνικές συναρτήσεις βάρους που χρησιμοποιούνται από τις VSX και NS (Metrics of Optical Quality of the Eye, Thibos, Hong, Bradley & Applegate).

VISUAL STREHL RATIO COMPUTED IN THE SPATIAL DOMAIN (VSX)

Όπως η NS μετρική, η μετρική VSX είναι ένα εσωτερικό γινόμενο του PSF με μια νευρωνική συνάρτηση βάρους, κανονικοποιημένο για την περίπτωση diffraction-limited. Η διαφορά ανάμεσα στις NS και VSX είναι η επιλογή της συνάρτησης βάρους.

$$VSX = \frac{\int_{PSF} PSF(X, Y) N(X, Y) dXdY}{\int_{PSF} PSF(X, Y) N(X, Y) dXdY}$$

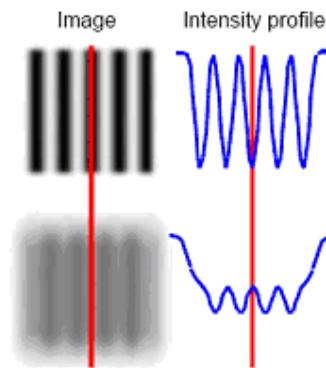
όπου N(X,Y) η διμεταβλητή νευρωνική συνάρτηση βάρους ίση με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της νευρωνικής Contrast Sensitivity Function για κροσσούς συμβολής.

METRICS OF IMAGE QUALITY FOR GRATING OBJECTS

Σε αντίθεση με τα σημειακά αντικείμενα, τα οποία μπορούν να παράγουν άπειρη ποικιλία PSF ειδώλων εξαρτώμενα από τη φύση των εκτροπών του οφθαλμού, τα grating objects πάντα παράγουν ημιτονοειδή είδωλα ανεξάρτητα του πόσο aberrated είναι ο οφθαλμός. Συνεπώς υπάρχουν μόνο δύο τρόποι με τους οποίους οι εκτροπές μπορούν να επηρεάσουν το είδωλο ενός grating : μπορεί να μειώσουν το contrast ή να μετατοπίσουν το είδωλο πλευρικά παράγοντας διαφορά φάσης.

Γενικά, το ποσό της εξασθένισης του contrast και της μεταβολής της φάσης εξαρτάται από τη χωρική συχνότητα του grating. Η οπτική θεωρία υποθέτει ότι κάθε αντικείμενο μπορεί να γίνει αντιληπτό σαν το άθροισμα gratings, με ποικίλες χωρικές συχνότητες, contrasts, φάσεις και προσανατολισμούς. Για αυτό το οπτικό σύστημα του οφθαλμού θεωρείται σαν ένα φίλτρο που μειώνει το contrast και μεταβάλλει τη

σχετική θέση κάθε grating στο φάσμα του αντικειμένου καθώς σχηματίζει ένα αμφιβληστροειδικό είδωλο. Για αυτό το λόγο ένα υψηλής ποιότητας OTF υποδεικνύεται από υψηλές τιμές MTF και χαμηλές τιμές PTF.



εικ. 4.25 Οι μετρήσεις της ποιότητας του ειδώλου για grating αντικείμενα βασίζονται στις αλλαγές contrast και αλλαγές φάσης του ειδώλου (Metrics of Optical Quality of the Eye, Thibos, Hong, Bradley & Applegate).

SPATIAL FREQUENCY CUT-OFF OF RADIALLY AVERAGED MODULATION TRANSFER FUNCTION (SF_cMTF)

Η cut-off SF καθορίζεται σαν η διατομή του ακτινικά υπολογισμένου MTF (rMTF) και της Neural Contrast Threshold Function. Αυτή η μετρική δεν αιχμαλωτίζει σφάλματα χωρικής φάσης στο είδωλο επειδή το rMTF δεν επηρεάζεται από το PTF τμήμα του OTF. Η μετρική αυτή προσδιορίζεται ως :

SF_cMTF=highest spatial frequency for which rMTF>neural threshold όπου

$$rMTF(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} abs(OTF(f, \phi))d\phi$$

και OTF(f,φ) είναι η OTF για συντεταγμένες f (frequency) και φ (orientation) της χωρικής συχνότητας.

SPATIAL FREQUENCY CUT-OFF OF RADIALLY AVERAGED OPTICAL TRANSFER FUNCTION (SF_cOTF)

Το radially-averaged OTF καθορίζεται ολοκληρώνοντας ολόκληρο το δισδιάστατο OTF στον προσανατολισμό. Εφόσον η PTF συνιστώσα του OTF λαμβάνεται υπόψη όταν υπολογίζεται το rOTF, αυτή η μετρική προορίζεται να είναι ευαίσθητη στα σφάλματα χωρικής φάσης.

SF_cOTF=lowest spatial frequency for which r OTF <neural threshold όπου

$$rOTF(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (OTF(f, \phi))d\phi$$

Ο κύριος διαχωρισμός μεταξύ των μετρικών SFcMTF και SFcOTF είναι ότι το SFcMTF αγνοεί τα σφάλματα φάσης, αντιμετωπίζοντας τις διαμορφώσεις με μεταβολή φάσης και τις διαμορφώσεις με αναστροφή φάσης με τον ίδιο τρόπο, σαν διαμορφώσεις με σωστή φάση. Για παράδειγμα, με ένα defocused OTF μεταβαλλόμενου πλάτους και με αντιστροφή φάσης, το SFcMTF προσδιορίζει την υψηλότερη συχνότητα για την οποία η διαμόρφωση ξεπερνάει τον ουδό (threshold), ανεξάρτητα από τα ελάχιστα της διαμόρφωσης στις χαμηλές συχνότητες και τις αναστροφές φάσεις. Σε αντίθεση, το SFcOTF προσδιορίζει το υψηλότερο SF εντός του correct-phase, low-frequency τμήματος του OTF.

AREA OF VISIBILITY FOR RMTF (AREA MTF, NORMALIZED TO DIFFRACTION-LIMITED)

Η περιοχή αυτή βρίσκεται κάτω από το radially averaged MTF και πάνω από το neural contrast threshold function. Η κανονικοποιημένη μετρική υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Area MTF} = \frac{\int_0^{\text{cut-off}} r\text{MTF}(f)df - \int_0^{\text{cut-off}} T_N(f)df}{\int_0^{\text{cut-off}} r\text{MTF}_{DL}(f)df - \int_0^{\text{cut-off}} T_N(f)df}$$

όπου T_N είναι η neural contrast threshold function, η οποία είναι ίση με το αντίστροφο του contrast sensitivity function.

AREA OF VISIBILITY FOR ROTF (AREA OTF, NORMALIZED TO DIFFRACTION-LIMITED)

Η περιοχή αυτή βρίσκεται κάτω από το radially averaged OTF και πάνω από το neural contrast threshold function. Η κανονικοποιημένη μετρική υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Area OTF} = \frac{\int_0^{\text{cut-off}} r\text{OTF}(f)df - \int_0^{\text{cut-off}} T_N(f)df}{\int_0^{\text{cut-off}} r\text{OTF}_{DL}(f)df - \int_0^{\text{cut-off}} T_N(f)df}$$

Καθώς η περιοχή ολοκλήρωσης επεκτείνεται μόνο στα cut-off τμήματα της χωρικής συχνότητας, τα face-reversed τμήματα της καμπύλης δεν συνεισφέρουν στην περιοχή κάτω από το rOTF. Αυτό είναι συνεπές με τον ορισμό του SFcOTF σαν η χαμηλότερη συχνότητα για την οποία το rOTF βρίσκεται κάτω από το neural threshold.

STREHL RATIO COMPUTED IN FREQUENCY DOMAIN (SRMTF, MTF METHOD)

Η μετρική Strehl ratio συχνά υπολογίζεται στην περιοχή των συχνοτήτων με βάση το θεώρημα κεντρικής τάξης της ανάλυσης Fourier . Αυτό το θεώρημα θέτει την άποψη ότι η κεντρική τιμή μιας συνάρτησης είναι ίση με την περιοχή κάτω από τον Fourier μετασχηματισμό της. Εφόσον το OTF είναι ένας μετασχηματισμός Fourier του PSF, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο όγκος κάτω από το OTF είναι ίσος με την τιμή του coordinate origin. Σε πολλές περιπτώσεις το PTF τμήμα του OTF είναι άγνωστο, γεγονός που οδήγησε στην αντικατάσταση του MTF για το OTF σε αυτόν τον υπολογισμό. Αν και δημοφιλής, η μέθοδος αυτή δεν έχει ικανοποιητική εξήγηση γιατί $MTF=|OTF|$. Αυτός ο μη-γραμμικός μετασχηματισμός καταστρέφει τη σχέση μετασχηματισμού Fourier μεταξύ της χωρικής περιοχής και της συχνότητας που είναι η βάση του θεωρήματος κεντρικής τάξης, το οποίο με τη σειρά του δικαιολογεί τον υπολογισμό του Strehl ratio στην περιοχή των συχνοτήτων.

$$SRMTF = \frac{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} MTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} MTF_{DL}(f_x, f_y) df_x df_y}$$

Το Strehl ratio που υπολογίζεται με την MTF μέθοδο είναι ισοδύναμο με το Strehl ratio που υπολογίζεται για ένα υποθετικό PSF που είναι καλά επικεντρωμένο με την περιττή συμμετρία να υπολογίζεται σαν ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του MTF (το οποίο απλά υποθέτει ότι PTF=0). Επομένως γενικά το SRMTF είναι μία μόνο προσέγγιση του πραγματικού Strehl ratio που υπολογίζεται στην περιοχή της χωρικής συχνότητας (SRX).

STREHL RATIO COMPUTED IN FREQUENCY DOMAIN (SROTf, OTF METHOD)

Το Strehl ratio που υπολογίζεται με την OTF μέθοδο, υπολογίζει με ακρίβεια το λόγο του ύψους του PSF και του diffraction-limited. Ωστόσο το peak PSF δεν συμβαίνει απαραίτητα στο coordinate origin όπως καθορίζεται από το pupil fraction. Συνεπώς η τιμή του SROTf δεν αναμένεται να είναι ίση ακριβώς με το SRX, εκτός από τις περιπτώσεις όπου το peak του PSF συμβαίνει στην αρχή των αξόνων.

$$SROTf = \frac{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} OTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} OTF_{DL}(f_x, f_y) df_x df_y}$$

VISUAL STREHL RATIO COMPUTED IN FREQUENCY DOMAIN (VSMTF,, MTF METHOD)

Αυτή η μετρική είναι παρόμοια με την MTF μέθοδο για τον υπολογισμό του Strehl ratio, εκτός από το γεγονός ότι το MTF σταθμίζεται για την νευρωνική contrast sensitivity function CSF_N .

$$VSMTF = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot MTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot MTF_{DL}(f_x, f_y) df_x df_y}$$

Με αυτόν τον τρόπο, η διαμόρφωση σε χωρικές συχνότητες κάτω από την cut-off συχνότητα ~ 60 c/deg αγνοείται ενώ η διαμόρφωση κοντά στο peak του CSF (6 c/deg) σταθμίζεται μέγιστα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι αυτή η μετρική δίνει βαρύτητα στις υψηλές χωρικές συχνότητες σε φωτοπικές συνθήκες. Το Visual Strehl ratio της MTF μεθόδου είναι ισοδύναμο με το Visual Strehl ratio για ένα υποθετικό PSF που είναι καλά επικεντρωμένο με την περιττή συμμετρία να υπολογίζεται σαν ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier του MTF (το οποίο απλά υποθέτει ότι $PTF=0$). Επομένως το VSMTF είναι μόνο μία προσέγγιση του Visual Strehl ratio που υπολογίζεται στην περιοχή των χωρικών συχνοτήτων (VSX).

VISUAL STREHL RATIO COMPUTED IN FREQUENCY DOMAIN (VSOTF, OTF METHOD)

Αυτή η μετρική είναι παρόμοια με την OTF μέθοδο για τον υπολογισμό του Strehl ratio, εκτός από το γεγονός ότι το OTF σταθμίζεται για την νευρωνική contrast sensitivity function CSF_N .

$$VSOTF = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot OTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot OTF_{DL}(f_x, f_y) df_x df_y}$$

Αυτή η μετρική διαφέρει από την VSX δίνοντας έμφαση στη ποιότητα του ειδώλου στο coordinate origin αντί για το peak του PSF.

VOLUME UNDER OTF NORMALIZED BY THE VOLUME UNDER MTF (VOTF)

Αυτή η μετρική έχει σα σκοπό να ποσοτικοποιήσει τις αλλαγές φάσης στο είδωλο, συγκρίνοντας τον όγκο κάτω από το OTF με τον όγκο κάτω από το MTF. Εφόσον το $MTF \geq$ από το πραγματικό τμήμα του OTF, αυτός ο λόγος είναι πάντα \leq της μονάδας.

$$VOTF = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} OTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} MTF(f_x, f_y) df_x df_y}$$

Η δημιουργία αυτής της μετρικής εμπνεύστηκε από μία μέτρηση του προσανατολισμού των υποδεκτικών πεδίων των αμφιβληστροειδικών γαγγλιακών κυττάρων που εισήγαγαν οι Thibos και Levick (Exp. Brain Research, 58:1-10, 1985).

VOLUME UNDER NEURALLY WEIGHTED OTF NORMALIZED BY THE VOLUME UNDER NEURALLY WEIGHTED MTF (VNOTF)

Αυτή η μετρική έχει σα σκοπό να ποσοτικοποιήσει τις οπτικά σημαντικές αλλαγές φάσης στο είδωλο. Αυτό επιτυγχάνεται σταθμίζοντας το MTF και το OTF με την νευρωνική contrast sensitivity function (CSF_N) πριν συγκριθεί ο όγκος κάτω από το OTF με τον όγκο κάτω από το MTF.

$$VNOTF = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot OTF(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CSF_N(f_x, f_y) \cdot MTF(f_x, f_y) df_x df_y}$$

ΠΟΛΥΧΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΙΚΕΣ

Η συνάρτηση των εκτροπών μετώπου κύματος είναι μία ιδέα για το μονοχρωματικό φως. Αν η πηγή εκπέμπει πολυχρωματικό φως, τότε οι wavefront aberration χάρτες για κάθε μήκος κύματος αντιμετωπίζονται ξεχωριστά επειδή το φως από διαφορετικά μήκη κύματος είναι ασύμφωνο και δεν συμβάλλει. Για αυτό το λόγο, ο ορισμός των μετρικών της ποιότητας του μετώπου κύματος δεν γενικεύεται εύκολα για τον χειρισμό του πολυχρωματικού φωτός. Παρόλα αυτά, είναι δυνατό να υπολογιστεί η τιμή μιας συγκεκριμένης μετρικής για κάθε μήκος κύματος σε μια πολυχρωματική πηγή και στη συνέχεια να υπολογιστεί ένας σταθμισμένος όρος των αποτελεσμάτων

$$\text{Metricpoly} = \int V(\lambda) \text{metric}(\lambda) d\lambda$$

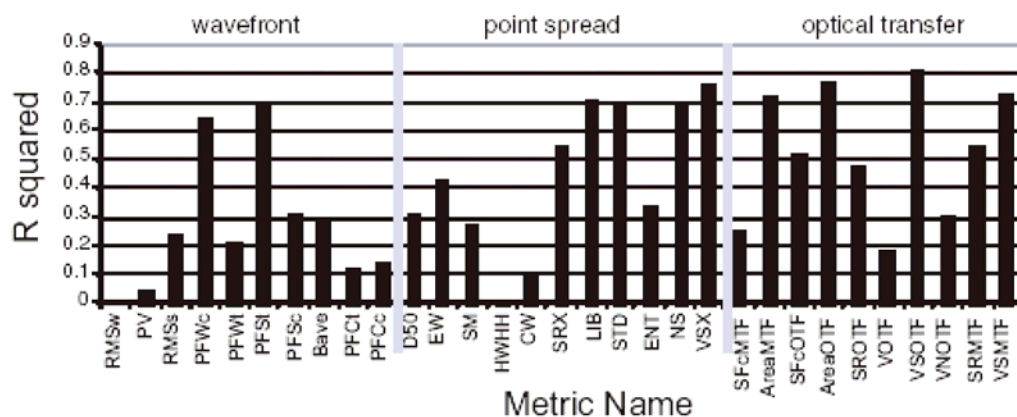
όπου η συνάρτηση βάρους $V(\lambda)$ είναι η luminous efficiency function που περιγράφει πως η οπτική ευαισθησία στο μονοχρωματικό φως μεταβάλλεται με το μήκος κύματος λ .

Αντίθετα οι πολυχρωματικές μετρικές για την ποιότητα του ειδώλου σημειακών αντικειμένων προσδιορίζονται εύκολα αντικαθιστώντας πολυχρωματικά είδωλα για μονοχρωματικά είδωλα. Για παράδειγμα, η πολυχρωματική PSF_{poly} είναι ένα σταθμισμένο σύνολο των μονοχρωματικών $PSF(x,y,\lambda)$.

$$PSF_{poly} = \int V(\lambda)PSF(x, y, \lambda)d\lambda$$

Με δεδομένο αυτόν τον ορισμό, το PSF_{poly} μπορεί να αντικαταστήσει το PSF σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω εξισώσεις για να παραχθούν νέες πολυχρωματικές μετρικές της ποιότητας του ειδώλου. Επιπρόσθετα αυτών των μετρικών φωτεινότητας, μπορεί και άλλες μετρικές να επινοηθούν για να συλλάβουν τις αλλαγές στη χρωματική εμφάνιση του ειδώλου που προκαλούνται από τις οφθαλμικές εκτροπές. Για παράδειγμα, οι χρωματικές συντεταγμένες μιας σημειακής πηγής μπορούν να συγκριθούν με τις χρωματικές συντεταγμένες για κάθε σημείο του αμφιβληστροειδικού PSF και να παραχθούν μετρικές για να συνοψίσουν τις διαφορές μεταξύ της χρωματικότητας του ειδώλου και του αντικειμένου.

Όλες οι προηγούμενες μετρικές έχουν μελετηθεί από άλλους ερευνητές και έχει εκτιμηθεί η συμπεριφορά τους στον προσδιορισμό της βέλτιστης οπτικής οξύτητας^{61,77,78,79}. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες.

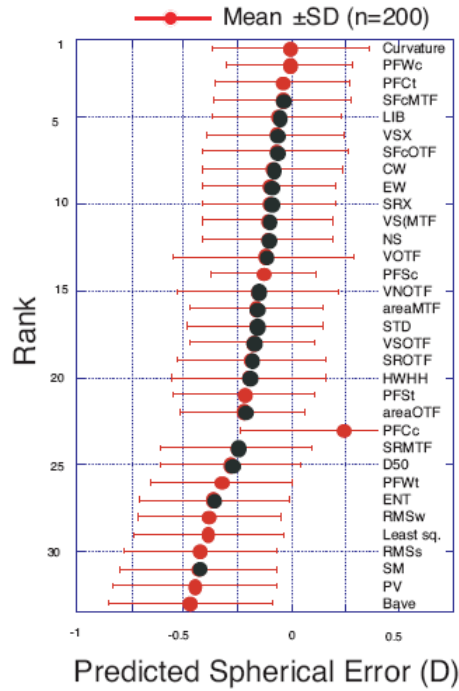


εικ. 4.26 Διαγραμματική αναπαράσταση των μετρικών με βάση των συντελεστή συσχέτισης. (Marsack, Thibos & Applegate. Metrics of optical quality derived from wave aberrations predict visual performance.. Journal of Vision (2004) 4, 322-328).

⁷⁷Marsack, Thibos & Applegate. Metrics of optical quality derived from wave aberrations predict visual performance.. Journal of Vision (2004) 4, 322-328

⁷⁸ Cheng, Bradley & Thibos. Predicting subjective judgment of best focus with objective image quality metric. Journal of Vision (2004) 4, 310-321

⁷⁹ Thibos, Hong, Bradley & Applegate. Metrics of optical quality of the eye.



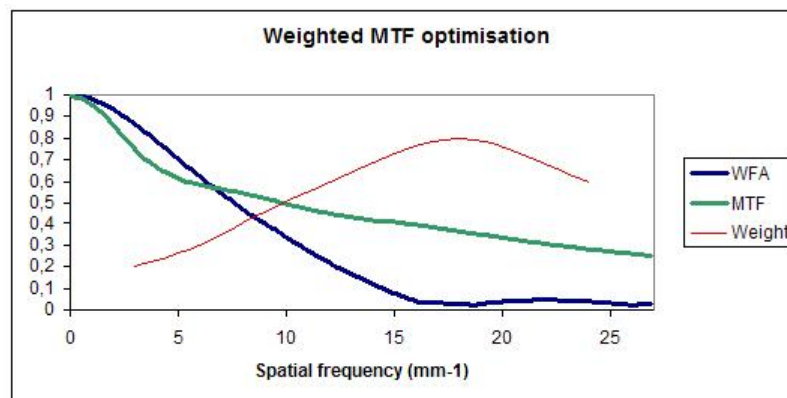
εικ. 4.27 Κατάταξη 33 μετρικών με βάση την ακρίβειά τους να προβλέψουν το σφαιρικό διαθλαστικό σφάλμα. Τα κόκκινα σύμβολα υποδηλώνουν τους μέσους όρους μετρικών wavefront quality και τα μαύρα σύμβολα μέσους όρους μετρικών image quality. (Thibos N., Hong X., Bradley A., & Applegate R. Accuracy and precision of objective refraction from wavefront aberrations. *Journal of Vision* (2004) 4, 329-351).

Metric #	Metric acronym	R	SE error (D)	Astigmatic error (D)
1	WF(1): RMSw	0.4931	0.5383	0.4642
2	WF(2): PV	0.3759	0.5383	0.5392
3	WF(3): RMSs	0.5375	0.6083	0.5375
4	WF(4): PFWc	-0.6999	0.1583	0.1092
5	WF(5): PFWt	-0.7293	0.505	0.0942
6	WF(6): PFSt	-0.8374	0.0417	0.1025
7	WF(7): PFSc	-0.8016	0.095	0.1392
8	WF(8): Bave	0.5783	0.7283	0.6542
9	WF(9): PFCt	-0.7434	0.295	0.3242
10	WF(10): PFCc	-0.3308	0.4617	0.4625
11	PS(1): D50	0.5452	0.4583	0.3558
12	PS(2): EW	0.7377	0.375	0.1508
13	PS(3): SM	0.536	0.655	0.4942
14	PS(4): HWHH	0.3652	0.6617	0.1292
15	PS(5): CW	0.4879	0.455	0.3042
16	PS(6): SRX	-0.7053	0.3917	0.1442
17	PS(7): LIB	-0.7301	0.1383	0.2092
18	PS(8): STD	-0.8158	0.0483	0.1408
19	PS(9): ENT	0.7198	0.6217	0.3358
20	PS(10): NS	-0.8464	0.0283	0.1242
21	PS(11): VSX	-0.7942	0.075	0.1625
22	SF(1): SFCMTF	-0.5338	0.1683	0.4175
23	SF(2): AreaMTF	-0.7445	0.035	0.1508
24	SF(3): SFCOTF	-0.6416	0.1583	0.2308
25	SF(4): AreaOTF	-0.7671	0.0317	0.1442
26	SF(5): SROTf	-0.6542	0.3917	0.1608
27	SF(6): VOTF	-0.1815	0.385	0.1975
28	SF(7): VSOTF	-0.8216	0.0717	0.1508
29	SF(8): VNOTF	-0.2938	0.2283	0.4992
30	SF(9): SRMTF	-0.7658	0.3883	0.2625
31	SF(10): VSMTF	-0.8456	0.075	0.1542
32	Paraxial		0.525	0.5925

εικ. 4.28 Κατάταξη 32 μετρικών με βάση τον συντελεστή συσχέτισης μεταξύ αντικειμενικής και υποκειμενικής best focus (metrics values vs logMAR acuity measures). (Cheng, Bradley & Thibos. Predicting subjective judgment of best focus with objective image quality metric. *Journal of Vision* (2004) 4, 310-321).

Όπως μπορεί κανείς να διαπιστώσει, όλες οι μετρικές της οπτικής οξύτητας ή της ποιότητας του ειδώλου δεν παρουσιάζουν την ίδια συμπεριφορά. Κάποιες είναι περισσότερο ικανές να προσεγγίσουν το υποκειμενικό διαθλαστικό σφάλμα και παρουσιάζουν υψηλούς συντελεστές συσχέτισης ενώ άλλες είναι λιγότερο κατάλληλες. Στην παρούσα εργασία εκτιμήθηκε η συμπεριφορά μετρικών που ήδη από τις προηγούμενες μελέτες είχε διαπιστωθεί ότι είναι αρκετά κατάλληλες για τον προσδιορισμό του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος.

Οι μετρικές που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι RMSw, PFSc, PFSt, Strehl ratio monochromatic, Strehl ratio polychromatic, SRMTF monochromatic, SRMTF polychromatic, VSMTF monochromatic, VSMTF polychromatic. Επίσης θεωρήθηκε μία νέα μετρική που δεν έχει χρησιμοποιηθεί σε άλλες μελέτες, η οποία ονομάστηκε weightedMTF (monochromatic και polychromatic). Αυτή η μετρική είναι παρόμοια με την VSMTF μέθοδο για τον υπολογισμό του Strehl ratio, εκτός από το γεγονός ότι το MTF δεν σταθμίζεται για την νευρωνική contrast sensitivity function CSF_N . Με την μετρική αυτή, η διαμόρφωση κοντά στο peak του CSF (3-5c/deg) δεν σταθμίζεται μέγιστα αλλά δίνεται βαρύτητα σε υψηλότερες χωρικές συχνότητες. Η weightedMTF είναι μία προσέγγιση του Visual Strehl ratio που υπολογίζεται στην περιοχή των πιο υψηλών χωρικών συχνοτήτων.



εικ. 4.29 Διαγραμματική αναπαράσταση της μετρικής weighted MTF και της περιοχής των χωρικών συχνοτήτων που λαμβάνει μέγιστα υπόψη.

Οι μετρικές αυτές ορίστηκαν σε κατάλληλο υπολογιστικό πρόγραμμα (Matlab 6.5.1) αφού ελήφθησαν υπόψη όλοι οι περιορισμοί και οι αναγκαίες συνθήκες που αφορούν τους οπτικούς και νευρωνικούς παράγοντες. Η διαδικασία περιληπτικά ήταν η εξής. Με την βοήθεια των όρων Zernike οριζόταν το σφαιρικό και το κυλινδρικό σφάλμα κάθε ασθενούς όπως έχει περιγραφεί στην παράγραφο 4.2.1 (οι εκτροπές δεύτερης

τάξης μπορούν να μετατραπούν σε μορφή συνταγής για οφθαλμικούς διορθωτικούς φακούς (σε D) με τη μορφή power vector⁶⁰ M , J_0 , J_{45}) που συνδέονται με τα κανονικοποιημένα πολυώνυμα Zernike με τις εξισώσεις:

$$M = \frac{-c_2^0 4\sqrt{3}}{r^2}$$

$$J_0 = \frac{-c_2^{+2} 2\sqrt{6}}{r^2}$$

$$J_{45} = \frac{-c_2^{-2} 2\sqrt{6}}{r^2}$$

Στη συνέχεια ελαχιστοποιούνταν το μεγαλύτερο μέρος του defocus, εισάγοντας την εξίσωση μιας σφαιρικής επιφάνειας με καμπυλότητα ίση με σφαιρικό ισοδύναμο M και ενός κυλίνδρου με δύναμη όπως προέκυπτε από την εξίσωση του αστιγματισμού, με ακόλουθη ακριβή ρύθμιση του άξονα της δύναμης σύμφωνα με την γωνία α . Έπειτα ορίζονταν οι εξισώσεις των βασικών δεδομένων (pupil function, PSF, MTF), με τον κατάλληλο συνδυασμό των οποίων δημιουργήθηκαν οι εξισώσεις των χρησιμοποιούμενων μετρικών. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η διαδικασία προσδιορισμού του διαθλαστικού σφάλματος από την εκάστοτε μετρική δεν ήταν στατική. Η κάθε μετρική ήταν ορισμένη κατά τέτοιο τρόπο ώστε να αναζητάει με πολλές επαναλήψεις της προηγούμενης διαδικασίας, την τιμή του σφαιρικού σφάλματος για την οποία αυτή μεγιστοποιούνται. Δηλαδή, αφού στον εκάστοτε ασθενή υπολογιζόταν η βέλτιστη διόρθωση που μπορούσε να εξασφαλιστεί με τη χρήση των πολυωνύμων Zernike, ξεκινούσε μια επαναληπτική διαδικασία όπου η κάθε μετρική υπολογιζόταν σε διάστημα $\pm 0.75D$ γύρω από την αρχική εκτίμηση της διόρθωσης με βήμα $0.1D$. Το επιθυμητό αποτέλεσμα ήταν η κάθε μετρική να εμφανίζει την καλύτερη συμπεριφορά σε εκείνη την τιμή του σφαιρικού σφάλματος που θα ήταν πιο κοντά στην πραγματική τιμή της υποκειμενικής διάθλασης. Η σύγκριση στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε μεταξύ της σφαιρικής διόρθωσης που είχε μετρηθεί υποκειμενικά και της σφαιρικής διόρθωσης που είχε προσδιοριστεί αντικειμενικά. Είναι αναγκαίο να σημειωθεί ότι τα πολυώνυμα Zernike μετρώνται στο επίπεδο της κόρης του οφθαλμού ενώ η υποκειμενική διάθλαση μετράει το διαθλαστικό σφάλμα στο επίπεδο των γυαλιών. Για να είναι επομένως ακριβής η σύγκριση, τα αποτελέσματα των μετρικών μετατράπηκαν από το επίπεδο της κόρης σε αυτό των γυαλιών σύμφωνα με τον τύπο

$$I\gamma = \frac{I\kappa}{1 + aI\kappa}$$

όπου $I\gamma$ είναι η διαθλαστική δύναμη στο επίπεδο των γυαλιών σε διοπτρίες, $I\kappa$ η διαθλαστική δύναμη στο επίπεδο της κόρης και a η απόσταση κόρης-γυαλιών σε μέτρα.

4.2.3 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΙΚΩΝ

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΧΩΡΙΣ STILES CRAWFORD

Συχνά στην πρακτική, κάποιος καλείται να αποφασίσει αν δύο μέθοδοι που μετρούν το ίδιο μέγεθος εμφανίζουν παρόμοια συμπεριφορά ή ποια από τις δύο μεθόδους προσεγγίζει καλύτερα τα πραγματικά δεδομένα. Η κατάλληλη στατιστική προσέγγιση δεν είναι προφανής. Συχνά στις περιπτώσεις αυτές χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης r ως ένδειξη της συμφωνίας των μεθόδων. Όπως ήδη περιγράφηκε στην παράγραφο 4.2.1 (συσχέτιση δεξιών και αριστερών οφθαλμών), ο συντελεστής συσχέτισης έχει πολλούς περιορισμούς. Επιπλέον με αυτά που περιγράφηκαν, χρειάζεται να προστεθεί ότι ο συντελεστής συσχέτισης δεν είναι ευαίσθητος σε μεταβολές της κλίμακας μέτρησης. Μία αλλαγή στην κλίμακα μέτρησης μπορεί να μην επηρεάσει τη συσχέτιση αλλά σίγουρα θα επηρεάσει την συμφωνία. Ακόμα όμως και αν υπάρχει υψηλή τιμή συσχέτισης, αυτή χαρακτηρίζει τη δύναμη της σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών και όχι την συμφωνία μεταξύ τους.

Μία άλλη στατιστική προσέγγιση που μπορεί να είναι χρήσιμη στην μελέτη δύο μεθόδων έχει προταθεί από κάποιους ερευνητές^{80,81}. Η προσέγγιση αυτή θεωρεί ότι η γραφική παράσταση της διαφοράς των δύο μεθόδων προς το μέσο τους παρέχει αρκετές πληροφορίες. Η έλλειψη συμφωνίας μεταξύ των δύο μεθόδων συνοψίζεται, υπολογίζοντας αυτό που ονομάζεται bias (\bar{d}), το μέσο όρο ουσιαστικά της διαφοράς των δύο μεθόδων καθώς και την τυπική απόκλιση της διαφοράς (sd). Αν η μία μέθοδος έχει κάποιες φορές υψηλότερη τιμή και κάποιες άλλες φορές έχει η δεύτερη, τότε η μέση διαφορά θα είναι μηδέν. Αν δεν είναι κοντά στο μηδέν, αυτό υποδηλώνει

⁸⁰ Martin Bland & Douglas Altman. Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. Lancet, 1986, 307-310.

⁸¹ Martin Bland & Douglas Altman. Comparing methods of measurement: why plotting difference against standard method is misleading. Lancet, Vol 346, 1995, 1085-1087.

ότι οι δύο μελέτες παράγουν διαφορετικά αποτελέσματα. Η τυπική απόκλιση χρησιμοποιείται για να υπολογιστούν τα διαστήματα εμπιστοσύνης από τη σχέση:

$$\text{bias}-1.96\cdot\text{sd} \quad \text{to} \quad \text{bias}+1.96\cdot\text{sd}$$

Τα αποτελέσματα ενός Bland-Altman διαγράμματος γενικά ερμηνεύονται άτυπα, χωρίς περαιτέρω ανάλυση. Ένα τέτοιο γράφημα θέτει κάποιες κύριες ερωτήσεις: Πόσο μεγάλο είναι το bias μεταξύ των μεθόδων; Είναι η διαφορά αρκετά μεγάλη για να είναι σημαντική; Υπάρχει κάποια τάση στο bias; Μεγαλώνει (ή μικραίνει) καθώς ο μέσος όρος αυξάνεται; Είναι η μεταβλητότητα σταθερή σε όλο το διάγραμμα; Οι ερωτήσεις αυτές όμως είναι περισσότερο κλινικές και δεν μπορούν να ποσοτικοποιηθούν με ακρίβεια.

Τα δεδομένα στην παρούσα εργασία μελετήθηκαν τόσο με τη χρήση του συντελεστή συσχέτισης όσο και με τη χρήση διαγραμμάτων Bland-Altman.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες rms				
rms (μm)	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,1 < x <= 0,2	7	7	8,64198	8,6420
0,2 < x <= 0,3	15	22	18,51852	27,1605
0,3 < x <= 0,4	21	43	25,92593	53,0864
0,4 < x <= 0,5	20	63	24,69136	77,7778
0,5 < x <= 0,6	9	72	11,11111	88,8889
0,6 < x <= 0,7	4	76	4,93827	93,8272
0,7 < x <= 0,8	4	80	4,93827	98,7654
0,8 < x <= 0,9	1	81	1,23457	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία rms	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,401356
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,366018
Ελάχιστο	0,148515
Μέγιστο	0,827971
Διακύμανση	0,025541
Τυπική απόκλιση	0,159815

Παρατηρείται ότι σε ποσοστό μεγαλύτερο από 50%, οι οφθαλμοί εμφάνισαν rms error μικρότερο από 0.4 μ m. Αδρά θα μπορούσε κάποιος να πει ότι η μετρική rmsw προσέγγισε αυτό που έχει αναφερθεί από άλλες μελέτες ότι ο μέσος όρος rms για τις high-order εκτροπές για 6mm διάμετρο κόρης είναι περίπου 0.3 μ m^{64,65}. Για το 78% των ματιών μάλιστα, η μετρική ήταν κάτω από 0.5 μ m.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες PFSc				
PFSc	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,2 < x <= 0,3	12	12	14,81481	14,8148
0,3 < x <= 0,4	17	29	20,98765	35,8025
0,4 < x <= 0,5	24	53	29,62963	65,4321
0,5 < x <= 0,6	13	66	16,04938	81,4815
0,6 < x <= 0,7	6	72	7,40741	88,8889
0,7 < x <= 0,8	3	75	3,70370	92,5926
0,8 < x <= 0,9	4	79	4,93827	97,5309
0,9 < x <= 1,0	2	81	2,46914	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία PFSc	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,476974
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,438482
Ελάχιστο	0,205311
Μέγιστο	0,976675
Διακύμανση	0,030303
Τυπική απόκλιση	0,174078

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ακτίνας κόρης (PFSc)	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	2,039459
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	1,958526
Ελάχιστο	1,359338
Μέγιστο	2,964806
Διακύμανση	0,133969
Τυπική απόκλιση	0,366018

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες ακτίνας κόρης (PFSc)				
ακτίνα (mm)	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
1,2 < x <= 1,4	1	1	1,23457	1,2346
1,4 < x <= 1,6	9	10	11,11111	12,3457
1,6 < x <= 1,8	11	21	13,58025	25,9259
1,8 < x <= 2,0	17	38	20,98765	46,9136
2,0 < x <= 2,2	19	57	23,45679	70,3704
2,2 < x <= 2,4	12	69	14,81481	85,1852
2,4 < x <= 2,6	4	73	4,93827	90,1235
2,6 < x <= 2,8	4	77	4,93827	95,0617
2,8 < x <= 3,0	4	81	4,93827	100,0000

Όπως αναφέρθηκε οι μετρικές pupil fraction προσεγγίζουν την οπτική συμπεριφορά, θεωρώντας το τμήμα εκείνο της κόρης για το οποίο ικανοποιείται κάποιο κριτήριο καλής οπτικής συμπεριφοράς. Είναι εμφανές ότι πάνω από 50% των ματιών ικανοποίησαν το κριτήριο της μετρικής για διάμετρο κόρης μεγαλύτερη από 4mm και το 10% μάτια για διάμετρο κόρης περίπου ίση 6mm, δηλαδή σχεδόν ίση με όλη την επιφάνεια της κόρης για την οποία πραγματοποιήθηκε η ανάλυση. Χρειάζεται ίσως να εξηγηθεί τι εννοούμε όταν λέμε ότι ικανοποιείται το κριτήριο της μετρικής. Είναι σαφές ότι πάντα θα υπάρχει κάποιο τμήμα της κόρης για το οποίο, στην παρούσα μετρική το rms στον οριζόντιο και στον κάθετο άξονα θα είναι μικρότερη από 1arcmin. Ωστόσο το τμήμα αυτό μπορεί να είναι πολύ μικρό. Θεωρούμε ότι η μετρική έχει καλή συμπεριφορά όταν η τιμή της πλησιάζει και όταν φυσικά υπερβαίνει το 0.5.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες PFSt				
PFSt (μm)	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,2 < x \leq 0,3$	7	7	8,64198	8,6420
$0,3 < x \leq 0,4$	7	14	8,64198	17,2840
$0,4 < x \leq 0,5$	21	35	25,92593	43,2099
$0,5 < x \leq 0,6$	12	47	14,81481	58,0247
$0,6 < x \leq 0,7$	12	59	14,81481	72,8395
$0,7 < x \leq 0,8$	9	68	11,11111	83,9506
$0,8 < x \leq 0,9$	4	72	4,93827	88,8889
$0,9 < x \leq 1,0$	9	81	11,11111	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία PFSt	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,581504
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,536860
Ελάχιστο	0,219715
Μέγιστο	0,992178
Διακύμανση	0,040763
Τυπική απόκλιση	0,201899

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες ακτίνας κόρης (PFSt)				
ακτίνα (mm)	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$1,4 < x \leq 1,6$	5	5	6,17284	6,1728
$1,6 < x \leq 1,8$	6	11	7,40741	13,5802
$1,8 < x \leq 2,0$	12	23	14,81481	28,3951
$2,0 < x \leq 2,2$	17	40	20,98765	49,3827
$2,2 < x \leq 2,4$	14	54	17,28395	66,6667
$2,4 < x \leq 2,6$	12	66	14,81481	81,4815
$2,6 < x \leq 2,8$	6	72	7,40741	88,8889
$2,8 < x \leq 3,0$	9	81	11,11111	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ακτίνας κόρης (PFSt)	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	2,253290
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	2,341231
Ελάχιστο	1,406213
Μέγιστο	2,988244
Διακύμανση	0,158173
Τυπική απόκλιση	0,397710

Παρόμοια καλή συμπεριφορά εμφανίζει και η μετρική PFSt. Μάλιστα το 82.7% των ματιών έχουν τιμή μετρικής μεγαλύτερη από 0.4 και 9 μάτια (11.1%) τιμή από 0.9-1.0. Επομένως οι τιμές και των δύο μετρικών pupil fraction είναι ικανοποιητικές, με την πλειονότητα των ματιών να έχουν τιμές ίσες ή μεγαλύτερες με 0.5. Δηλαδή τουλάχιστον για τη μισή επιφάνεια της κόρης ικανοποιείται το εκάστοτε κριτήριο.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες monochromatic Strehl ratio				
Strehl ratio	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,01 < x \leq 0,1$	44	44	54,32099	54,3210
$0,1 < x \leq 0,2$	31	75	38,27160	92,5926
$0,2 < x \leq 0,3$	5	80	6,17284	98,7654
$0,3 < x \leq 0,4$	1	81	1,23457	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία monochromatic Strehl ratio	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,105889
Διαστήματα	0,093790
εμπιστοσύνης (95%)	0,117989
Ελάχιστο	0,027189
Μέγιστο	0,331842
Διακύμανση	0,002994
Τυπική απόκλιση	0,054718

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες polychromatic Strehl ratio				
Strehl ratio	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,02 < x <= 0,03	6	6	7,40741	7,4074
0,03 < x <= 0,04	9	15	11,11111	18,5185
0,04 < x <= 0,05	27	42	33,33333	51,8519
0,05 < x <= 0,06	16	58	19,75309	71,6049
0,06 < x <= 0,07	13	71	16,04938	87,6543
0,07 < x <= 0,08	3	74	3,70370	91,3580
0,08 < x <= 0,09	4	78	4,93827	96,2963
0,09 < x <= 0,10	1	79	1,23457	97,5309
0,10 < x <= 0,11	2	81	2,46914	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία polychromatic Strehl ratio	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,052580
Διαστήματα	0,048838
εμπιστοσύνης (95%)	0,056322
Ελάχιστο	0,023760
Μέγιστο	0,102704
Διακύμανση	0,000286
Τυπική απόκλιση	0,016923

Μπορεί κάποιος να παρατηρήσει ότι το πολυχρωματικό Strehl ratio παρουσιάζει αρκετά πιο άσχημη συμπεριφορά σε σχέση με το μονοχρωματικό που και αυτό όμως δεν έχει ικανοποιητική συμπεριφορά αφού δεν καταφέρνει καν να φθάσει την τιμή 0.5, δηλαδή το max PSF των ασθενών δεν πλησιάζει ούτε στο μισό την συμπεριφορά ενός diffraction-limited συστήματος.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mSRMTF				
mSRMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0 < x \leq 0,1$	19	19	23,45679	23,4568
$0,1 < x \leq 0,2$	49	68	60,49383	83,9506
$0,2 < x \leq 0,3$	10	78	12,34568	96,2963
$0,3 < x \leq 0,4$	3	81	3,70370	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mSRMTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,142097
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,128232
Ελάχιστο	0,054826
Μέγιστο	0,394213
Διακύμανση	0,003932
Τυπική απόκλιση	0,062703

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pSRMTF				
pSRMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,02 < x \leq 0,04$	1	1	1,23457	1,2346
$0,04 < x \leq 0,06$	20	21	24,69136	25,9259
$0,06 < x \leq 0,08$	32	53	39,50617	65,4321
$0,08 < x \leq 0,1$	17	70	20,98765	86,4198
$0,1 < x \leq 0,12$	8	78	9,87654	96,2963
$0,12 < x \leq 0,14$	3	81	3,70370	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pSRMTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,074453
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,069840
Ελάχιστο	0,037594
Μέγιστο	0,127274
Διακύμανση	0,000435
Τυπική απόκλιση	0,020861

Είναι αντιληπτό πάλι ότι η μονοχρωματική μετρική SRMTF παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από την πολυχρωματική, γεγονός που επαναφέρει τη δυσκολία να προσεγγιστούν οι πολυχρωματικές φυσικές συνθήκες από δεδομένα που αφορούν μονοχρωματικές συνθήκες. Καταλαβαίνουμε ότι παρόλο που έχει γίνει όσο το δυνατό πιο κατάλληλη προσέγγιση του πολυχρωματικού φωτός, με τη χρήση συναρτήσεων στο υπολογιστικό πρόγραμμα που αντιστοιχούν στη συνεισφορά των διαφόρων μηκών κύματος, η προσέγγιση αυτή δεν είναι ικανοποιητική. Η μετρική mSRMTF δεν ξεπερνάει ποτέ το 0.5 ενώ η pSRMTF διατηρείται σε εξαιρετικά χαμηλά επίπεδα.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mVSMTF				
mVSMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,2 < x <= 0,3	1	1	1,23457	1,2346
0,3 < x <= 0,4	8	9	9,87654	11,1111
0,4 < x <= 0,5	17	26	20,98765	32,0988
0,5 < x <= 0,6	32	58	39,50617	71,6049
0,6 < x <= 0,7	14	72	17,28395	88,8889
0,7 < x <= 0,8	6	78	7,40741	96,2963
0,8 < x <= 0,9	3	81	3,70370	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mVSMTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,546787
Διαστήματα	0,520003
εμπιστοσύνης (95%)	0,573572
Ελάχιστο	0,292526
Μέγιστο	0,823324
Διακύμανση	0,014673
Τυπική απόκλιση	0,121132

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pVSMTF				
pVSMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,2 < x <= 0,3	1	1	1,23457	1,2346
0,3 < x <= 0,4	14	15	17,28395	18,5185
0,4 < x <= 0,5	40	55	49,38272	67,9012
0,5 < x <= 0,6	19	74	23,45679	91,3580
0,6 < x <= 0,7	7	81	8,64198	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pVSMTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,471973
Διαστήματα	0,454346
εμπιστοσύνης (95%)	0,489600
Ελάχιστο	0,292845
Μέγιστο	0,634562
Διακύμανση	0,006355
Τυπική απόκλιση	0,079717

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες μετρικές, οι mVSMTF και pVSMTF επιδεικνύουν ιδιαίτερα καλή συμπεριφορά. Το 30% των αποτελεσμάτων της mVSMTF είναι πάνω από την τιμή 0.5 ενώ είναι αξιοπρόσεκτο ότι 9 μάτια έχουν τιμή πάνω από 0.7. Η pVSMTF εμφανίζει πιο χαμηλό μέγιστο (0.6345) ωστόσο 66 μάτια παρουσιάζουν

τιμή μεγαλύτερη από 0.4. Φαίνεται ίσως ότι στην pVSMTF η δυσκολία να προσεγγιστεί το πολυχρωματικό φως δεν είναι τόσο καθοριστική όπως στην περίπτωση του pSRMTF. Η προσθήκη ίσως της συνάρτησης του contrast sensitivity να κατέστησε την μετρική πιο ευαίσθητη στην αξιολόγηση της λειτουργικής όρασης, της ικανότητας ενός ατόμου να διακρίνει διάφορα αντικείμενα στον περιβάλλοντα χώρο, τα οποία διαφέρουν σε σχήμα, μέγεθος, χωρική συχνότητα και contrast.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mweighted MTF				
mweighted MTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,1 < x \leq 0,2$	3	3	3,70370	3,7037
$0,2 < x \leq 0,3$	25	28	30,86420	34,5679
$0,3 < x \leq 0,4$	30	58	37,03704	71,6049
$0,4 < x \leq 0,5$	14	72	17,28395	88,8889
$0,5 < x \leq 0,6$	5	77	6,17284	95,0617
$0,6 < x \leq 0,7$	4	81	4,93827	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mweighted MTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,356489
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,331497
Ελάχιστο	0,381481
Μέγιστο	0,144963
Διακύμανση	0,692151
Τυπική απόκλιση	0,012775
	0,113026

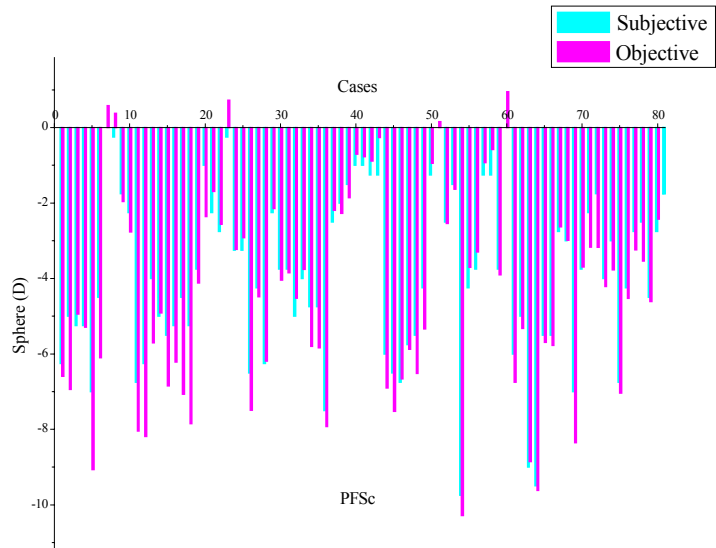
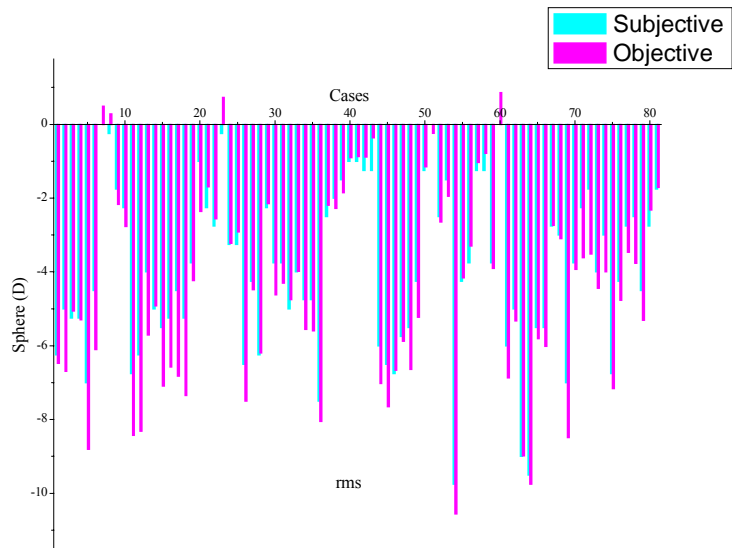
Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pweighted MTF				
pweighted MTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,1 < x \leq 0,15$	2	2	2,46914	2,4691
$0,15 < x \leq 0,2$	12	14	14,81481	17,2840
$0,2 < x \leq 0,25$	21	35	25,92593	43,2099
$0,25 < x \leq 0,3$	27	62	33,33333	76,5432
$0,3 < x \leq 0,35$	12	74	14,81481	91,3580
$0,35 < x \leq 0,4$	7	81	8,64198	100,0000

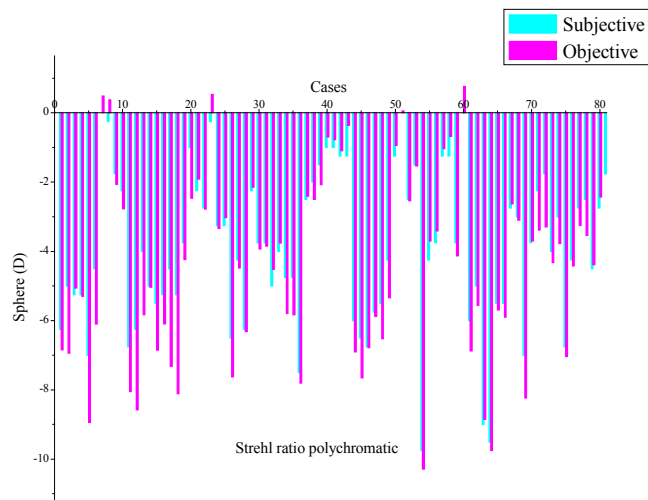
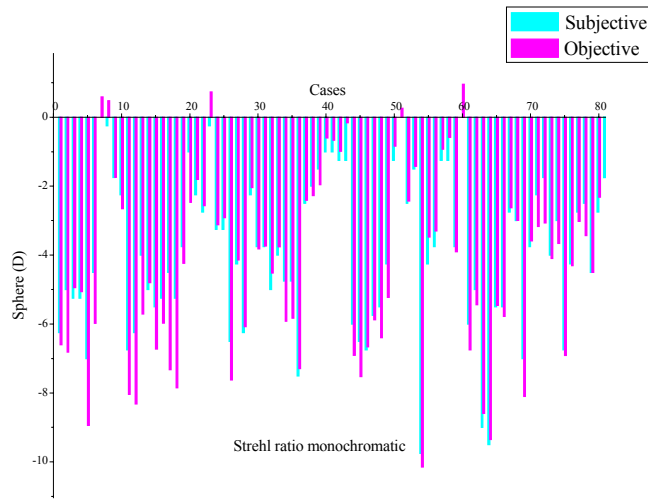
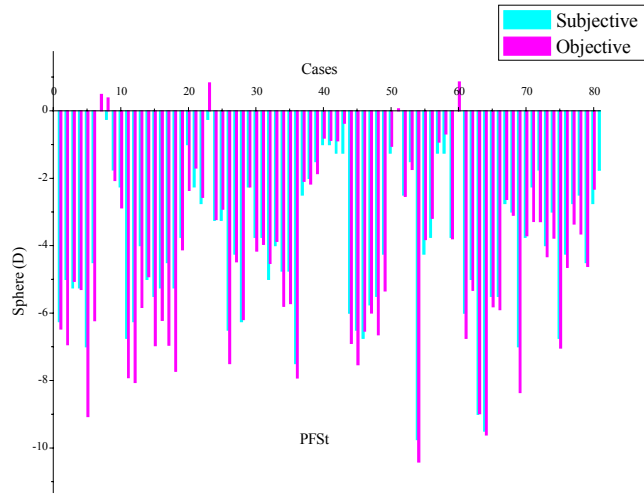
Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pweighted MTF	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,255938
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,243171
	0,268706
Ελάχιστο	0,141355
Μέγιστο	0,394303
Διακύμανση	0,003334
Τυπική απόκλιση	0,057740

Συγκρίνοντας τις μετρικές mweightedMTF και pweightedMTF, παρατηρούμε για ακόμα μια φορά την υστέρηση της πολυχρωματικής εκτροπής σε σχέση με τη μονοχρωματική. Η mweightedMTF δεν έχει την εξαιρετική συμπεριφορά της μετρικής mVSMTF ωστόσο πλησιάζει αρκετά υψηλές τιμές, της τάξης του 0.7. Η pweightedMTF κυμαίνεται σε χαμηλές έως μέτριες τιμές, με την μέγιστη τιμή να μην ξεπερνάει το 0.4. Η μετρική mweightedMTF μάλλον ήταν αναμενόμενο να έχει χειρότερη συμπεριφορά από την mVSMTF αφού δίνει έμφαση σε υψηλότερες χωρικές συχνότητες, μακριά από τη μέγιστη ευαισθησία του οφθαλμού.

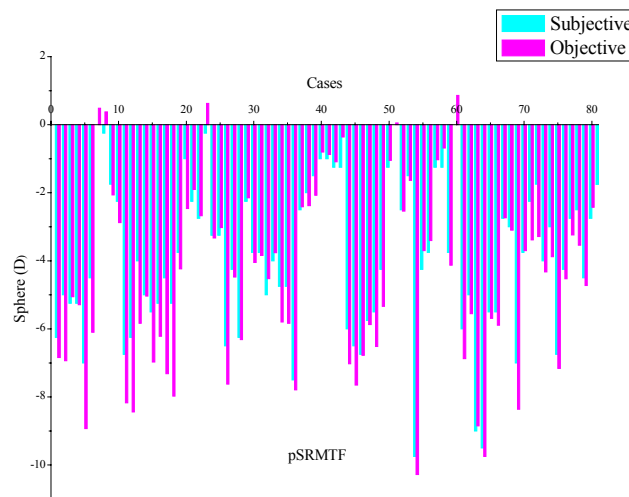
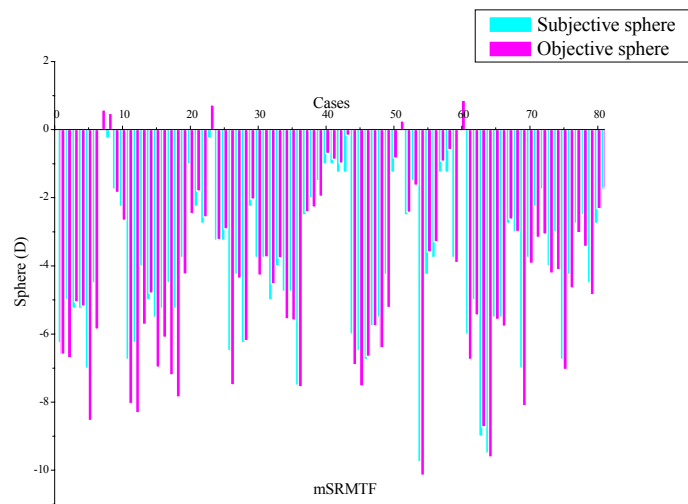
ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BLAND-ALTMAN

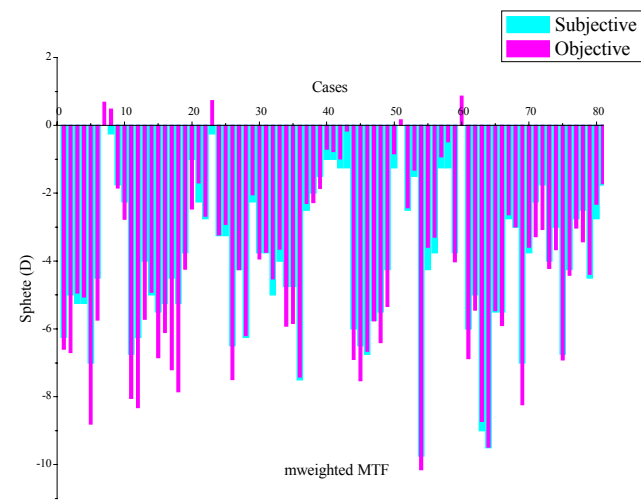
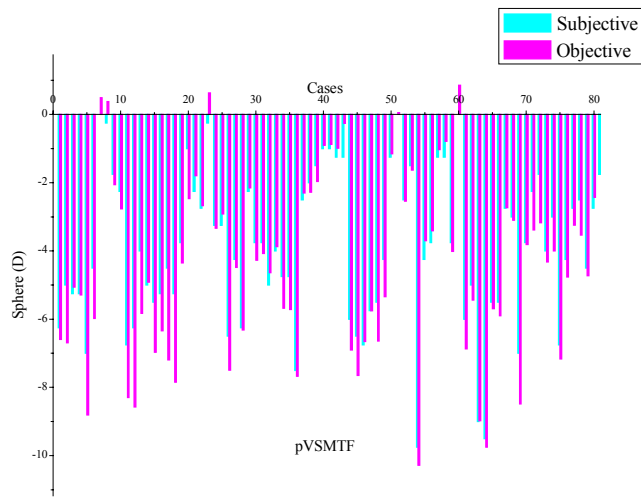
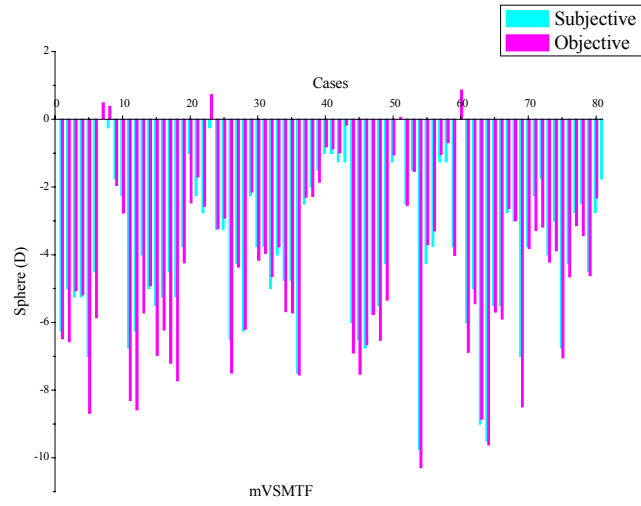
Αρχικά παρουσιάζονται με τη μορφή ιστογραμμάτων οι τιμές της υποκειμενικής και αντικειμενικής εκτίμησης του σφαιρικού σφάλματος. Τα πρώτα δύο είναι από πάνω προς τα κάτω τα ιστογράμματα για τις μετρικές rmsw, PFSc και στις επόμενες σελίδες για τις PFSt, Strehl ratio mono και polychromatic και mSRMTF, pSRMTF, mVSMTF, pVSMTF, mweightedMTF, pweightedMTF.

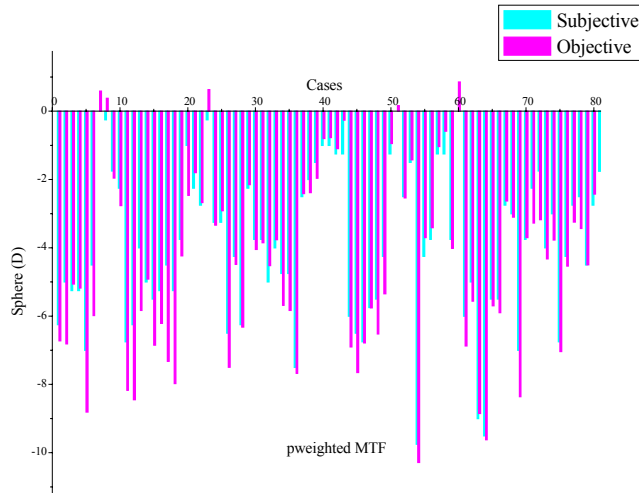




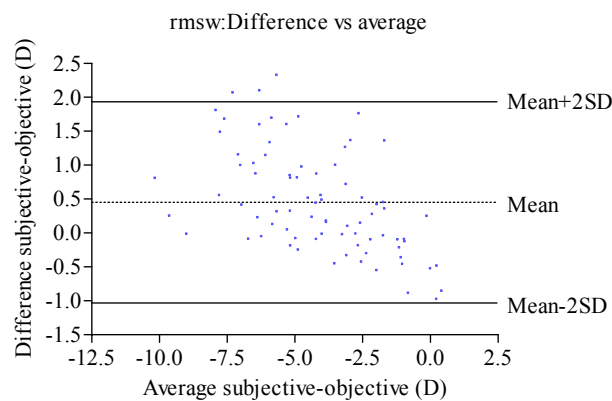
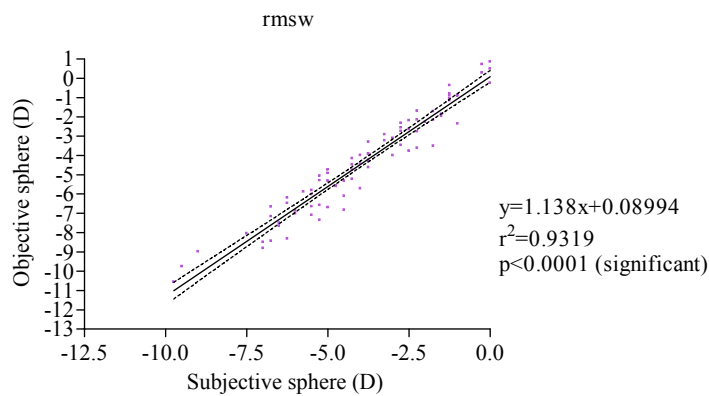
Τα διαγράμματα αυτά μας επιτρέπουν να κάνουμε μία πρώτη παρατήρηση για τη σχέση μεταξύ της υποκειμενικής και της αντικειμενικής μεθόδου. Όλα τα προηγούμενα ιστογράμματα αλλά και αυτά των επόμενων μετρικών φανερώνουν εκ πρώτης όψεως μία παρόμοια κατανομή των τιμών των δύο μεθόδων. Βέβαια μία τέτοια διαπίστωση δεν έχει καμιά στατιστική σημασία, ούτε μπορεί να αποτελέσει βάση για την εξαγωγή συμπερασμάτων απλά προκύπτει μια πρώτη εικόνα των αποτελεσμάτων.







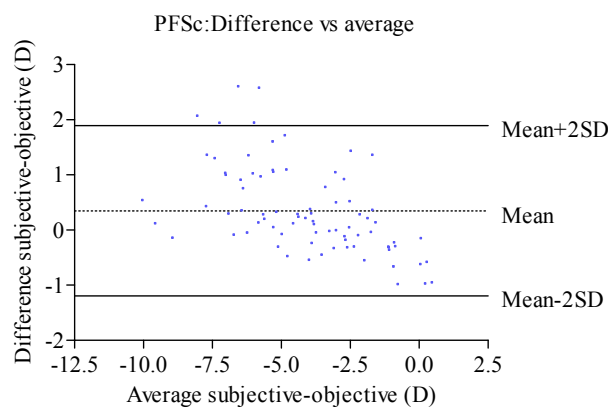
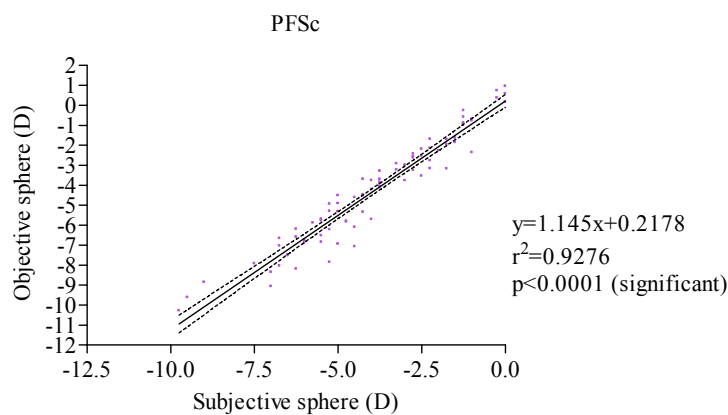
Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα συσχέτισης και Bland-Altman για κάθε μία μετρική. Σε κάθε διάγραμμα συσχέτισης στον οριζόντιο άξονα αντιπροσωπεύεται η τιμή του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος όπως προκύπτει από την υποκειμενική διάθλαση και στον κάθετο άξονα η τιμή του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος όπως προκύπτει από την αντικειμενική διαδικασία. Στα διαγράμματα Bland-Altman, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει το μέσο όρο των τιμών των δύο μεθόδων και ο κάθετος τη διαφορά τους.



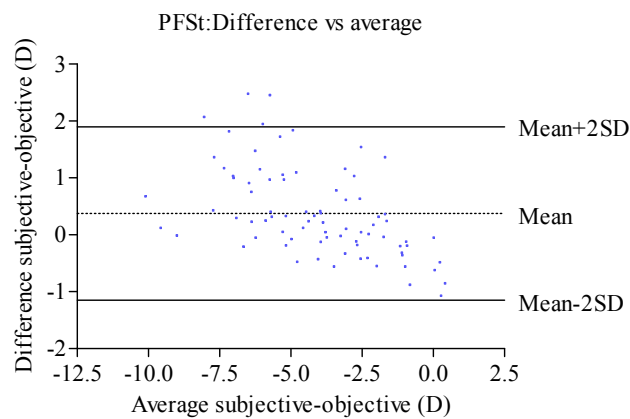
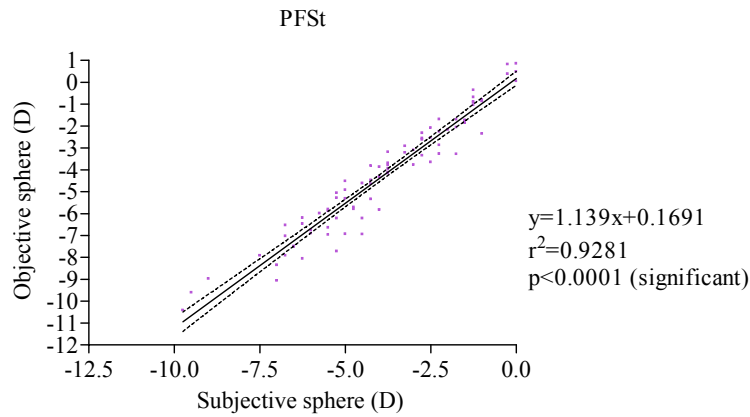
(rmsw) Bias	0,32162
SD of bias	0,771098
95% Limit of agreement	
From	-1,18973
To	1,83297

Σύμφωνα με τον συντελεστή συσχέτισης που είναι ιδιαίτερα υψηλός, η μετρική rmsw κατορθώνει να προσεγγίσει το υποκειμενικό σφαιρώμα με μεγάλη ακρίβεια. Η παρατήρηση όμως του δεύτερου διαγράμματος αποκαλύπτει μια ακανόνιστη διασπορά των διαφορών των μετρήσεων ενώ και ο μέσος όρος των διαφορών είναι αρκετά μεγάλος (0.32162D), ιδιαίτερα αν αναλογιστεί κάποιος ότι επιθυμητός στόχος αυτής της μελέτης είναι να προσεγγιστεί με τη βοήθεια των μετρικών το υποκειμενικό διαθλαστικό σφάλμα με ακρίβεια μεγαλύτερη από 0.25D.

Μεγάλος συντελεστής συσχέτισης εμφανίζεται και για τις μετρικές PFSc και PFSt αλλά και το πρότυπο της κατανομής των διαφορών των τιμών παραμένει ίδιο, με έντονη ανομοιομορφία και αρκετά μεγάλο bias (0.3492 και 0.3762 αντίστοιχα). Και στις δύο μετρικές, η τιμή της υποκειμενικής διάθλασης παρουσιάζεται να είναι λιγότερο αρνητική από την αντικειμενική μέτρηση.

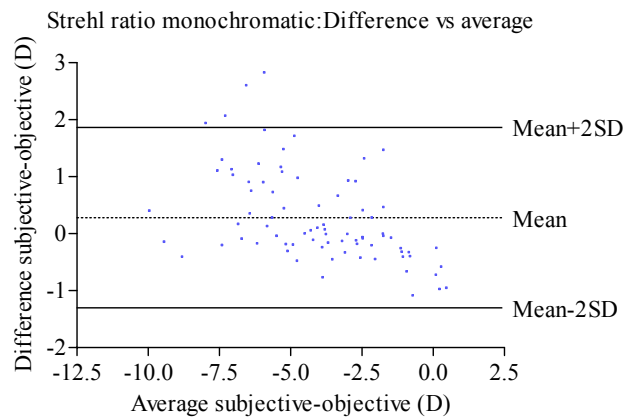
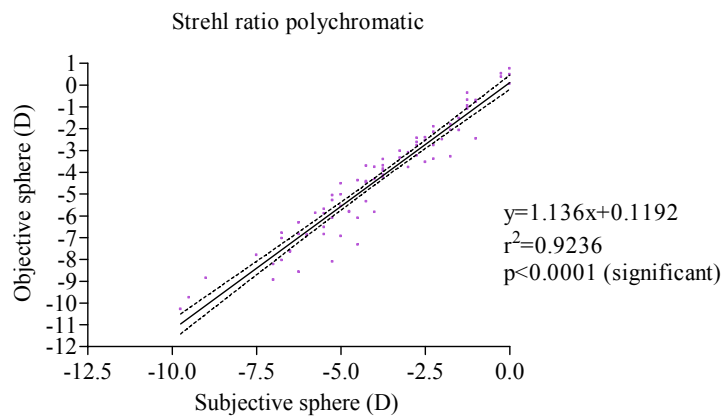
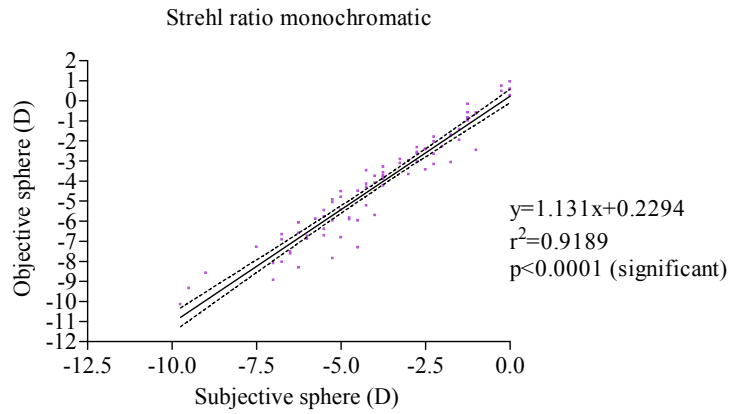


(PFSc) Bias	0,3492
SD of bias	0,7874
95% Limit of agreement	
From	-1,194
To	1,8925

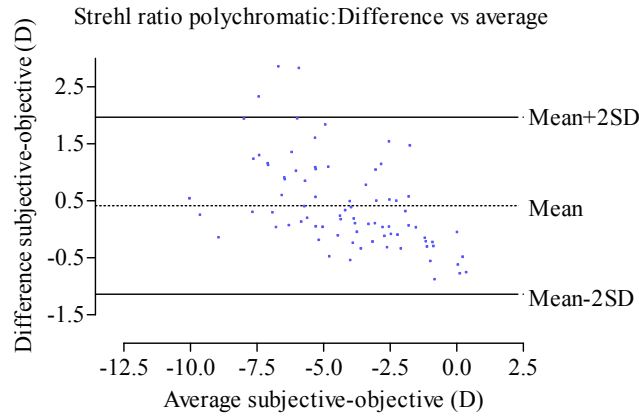


(PFSt) Bias	0,376205
SD of bias	0,776644
95% Limit of agreement	
From	-1,14602
To	1,89843

Όσο αφορά τις μετρικές του Strehl ratio αξίζει να σημειωθεί ότι εμφανίζουν και οι δύο εξαιρετικά μεγάλο συντελεστή συσχέτισης. Ακόμα και αν κάτι τέτοιο σημαίνει ότι προσεγγίζουν επιτυχώς την υποκειμενική σφαίρα, θα πρέπει κάποιος να θυμάται ταυτόχρονα ότι από άποψη συμπεριφοράς της ίδιας της μετρικής, οι δύο αυτοί λόγοι εμφάνιζαν πολύ χαμηλές τιμές, ιδιαίτερα το πολυχρωματικό Strehl ratio. Επίσης σημαντικό είναι το γεγονός ότι το polyStrehl ratio εμφανίζει μεγάλο bias της τάξης των 0.4D.

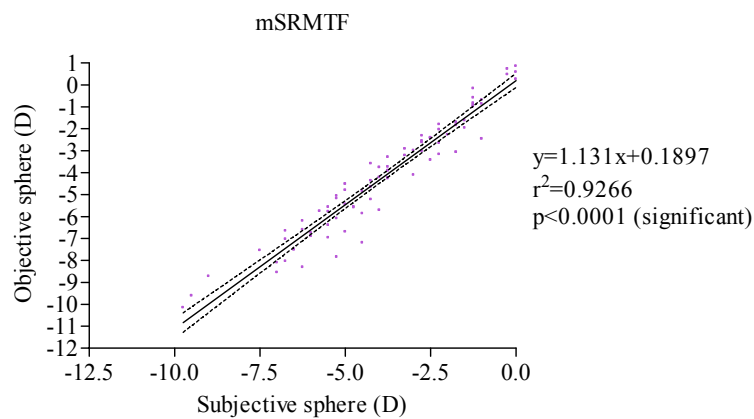


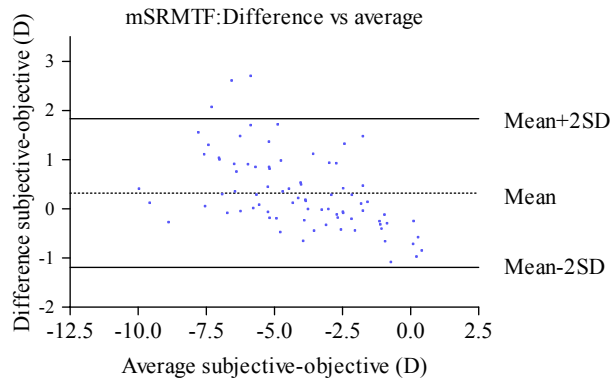
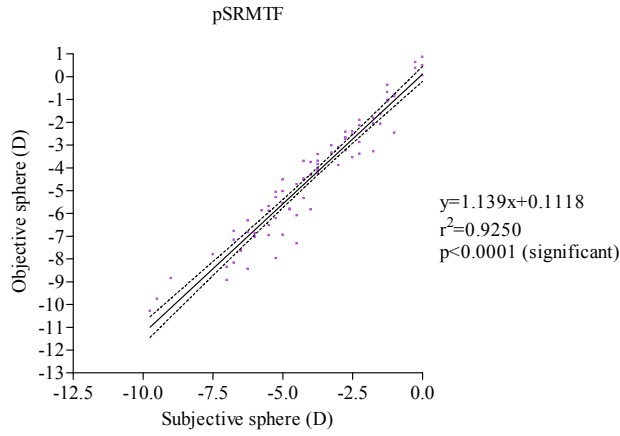
(Strehl mono) Bias	0,281784
SD of bias	0,808064
95% Limit of agreement	
From	-1,30202
To	1,86559



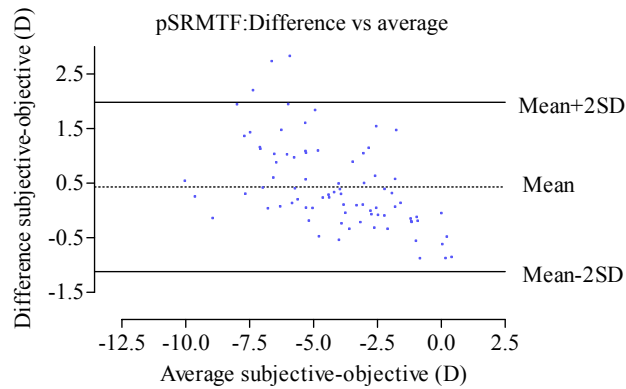
(Strehl poly) Bias	0,413994
SD of bias	0,793654
95% Limit of agreement	
From	-1,14157
To	1,96956

Όπως μπορεί να διαπιστώσει κανείς, οι μετρικές που εξετάστηκαν ως τώρα εμφάνισαν πολύ μεγάλο συντελεστή συσχέτισης με την υποκειμενική διάθλαση, κάτι που συνεχίζει να ισχύει και για τις επόμενες μετρικές mSRMTF, pSRMTF. Εξακολουθεί επίσης να υπάρχει το ίδιο μοτίβο στα διαγράμματα Bland-Altman όπου παρατηρείται έντονη διασπορά των μετρήσεων, η οποία δεν φαίνεται να παρουσιάζει κάποια τάση. Χρειάζεται να αναφερθεί μόνο ότι το bias του πολυχρωματικού SRMTF είναι αρκετά υψηλό (0.4312D) και 0.1D μεγαλύτερο από αυτό του μονοχρωματικού.



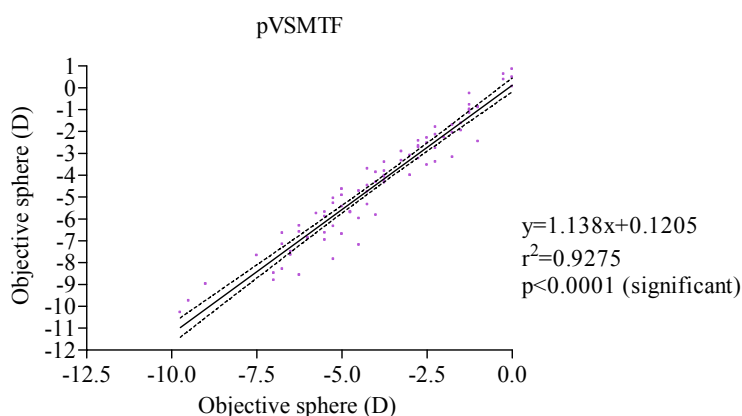
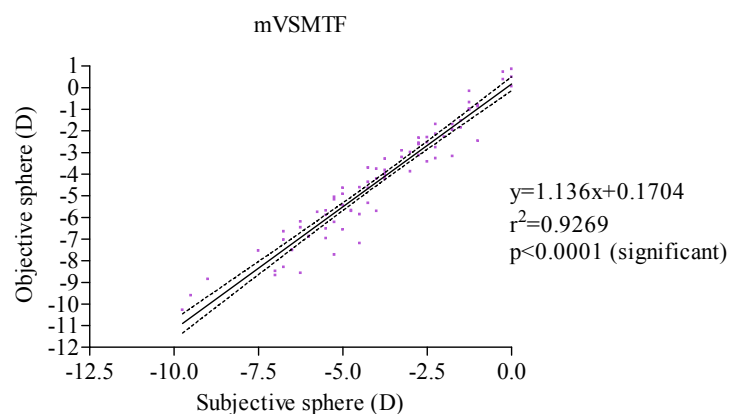


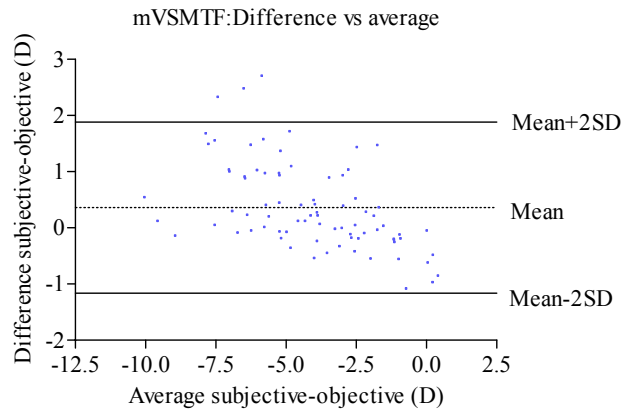
(mSRMTF) Bias	0,32162
SD of bias	0,771098
95% Limit of agreement	
From	-1,18973
To	1,83297



(pSRMF) Bias	0,431228
SD of bias	0,790847
95% Limit of agreement	
From	-1,11883
To	1,98129

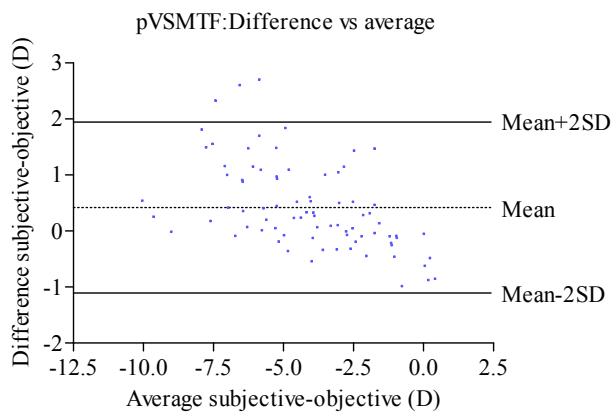
Κατά την παρουσίαση των περιγραφικών στατιστικών των τιμών των μετρικών, είχε διαπιστωθεί ότι η μετρική mVSMTF είχε εξαιρετική συμπεριφορά και επίσης αρκετά καλά ήταν και τα αποτελέσματα της pVSMTF. Από τα διαγράμματα συσχέτισης δεν μπορούμε να διαφοροποιήσουμε την συμπεριφορά αυτών των μετρικών ως προς την προσέγγιση του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος, αφού ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι όμοιος με τους συντελεστές συσχέτισης των άλλων μετρικών (που ούτως ή άλλως είναι ιδιαίτερα υψηλός). Το ερώτημα που είχε τεθεί στην αρχή της εργασίας ήταν διπλό. Αν η προβλεπόμενη από την μετρική, τιμή της σφαίρας, προσεγγίζει την πραγματική διάθλαση με ακρίβεια και αν για την τιμή αυτή η μετρική αποδίδει το μέγιστο δυνατό. Ως τώρα δεν έγινε δυνατό να προκύψει το συμπέρασμα, ότι οι μετρικές που ικανοποιούν τα κριτήρια της καλής οπτικής ποιότητας, είναι πιο ικανές να πλησιάζουν την καλύτερη υποκειμενική διάθλαση.



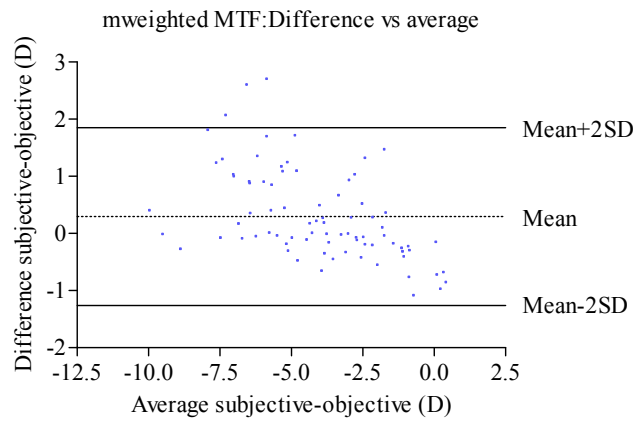
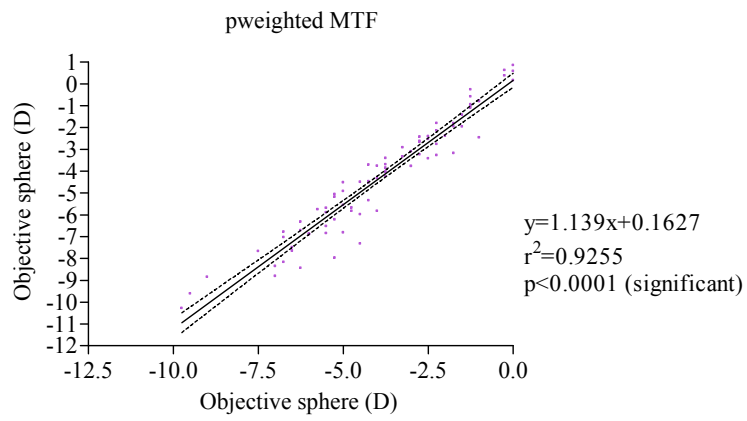
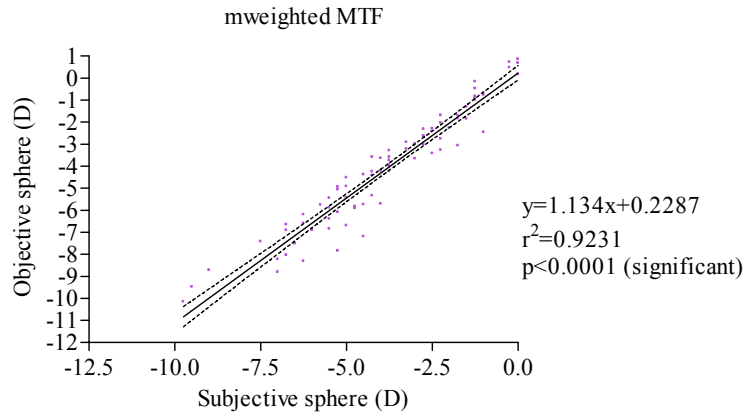


(mVSMTF) Bias	0,360195
SD of bias	0,776927
95% Limit of agreement	
From	-1,16258
To	1,88297

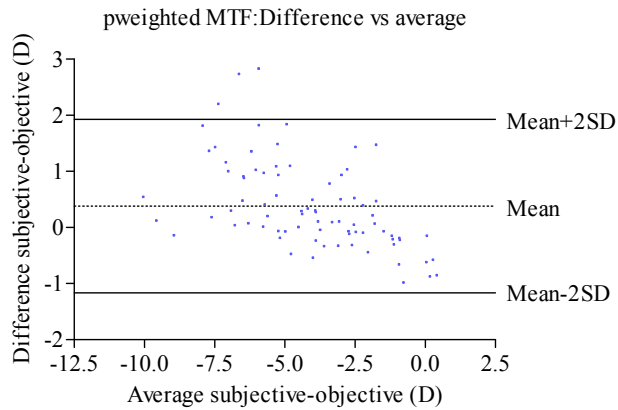
(pVSMTF) Bias	0,41956
SD of bias	0,77741
95% Limit of agreement	
From	-1,10417
To	1,94329



Όσο αφορά τα στατιστικά στοιχεία των διαγραμμάτων Bland-Altman κρίνεται σκόπιμο να αναφερθεί ότι το bias για όλες τις μετρικές έχει βρεθεί θετικό, γεγονός που υποδηλώνει ότι όλες οι μετρικές κατά μέσο όρο υπολογίζουν μία σφαιρική διόρθωση που είναι περισσότερο αρνητική (δηλαδή κατά μέσο όρο υπολογίζουν πιο μυωπική διόρθωση) της υποκειμενικής σφαιρικής διόρθωσης. Αυτό παρατηρείται και στα επόμενα διαγράμματα των mweightedMTF και pweightedMTF, στα οποία επίσης παρατηρούμε και παρόμοιους συντελεστές συσχέτισης με τις προηγούμενες μετρικές.



(mweighted MTF) Bias	0,297423
SD of bias	0,793795
95% Limit of agreement	
From	-1,25842
To	1,85326

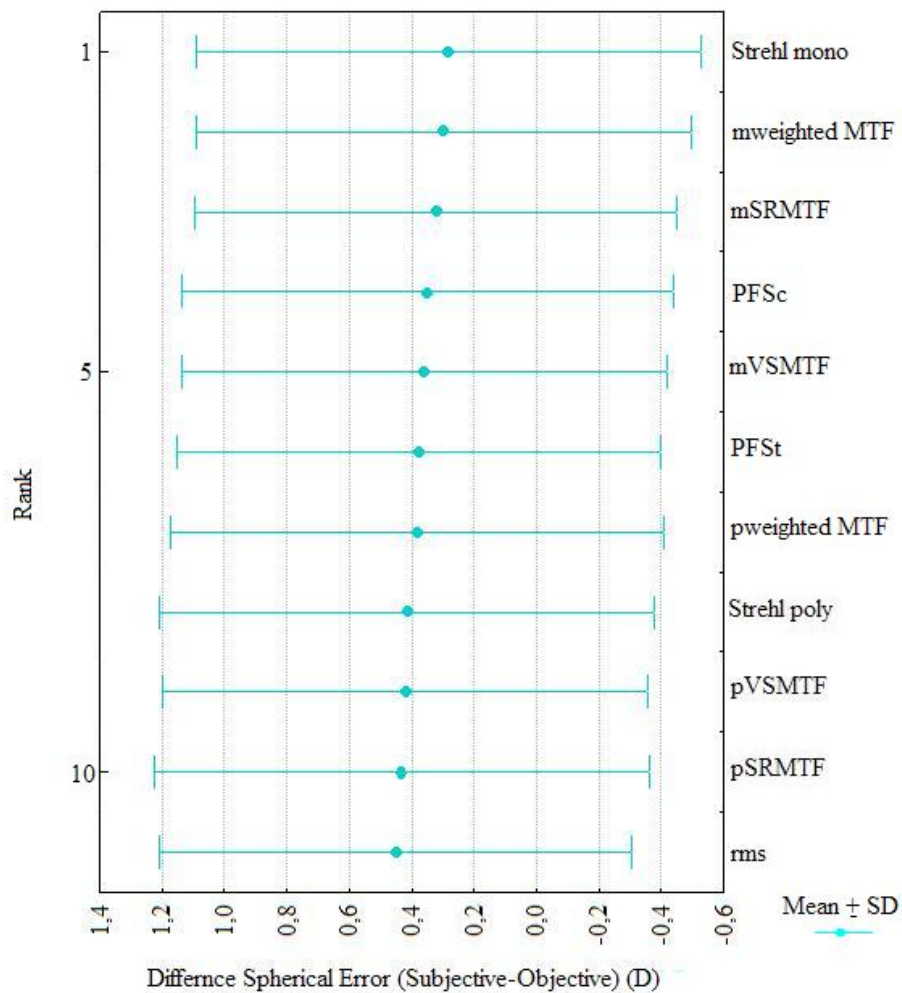


(pweighted MTF) Bias	0,382106
SD of bias	0,789189
95% Limit of agreement	
From	-1,16471
To	1,92892

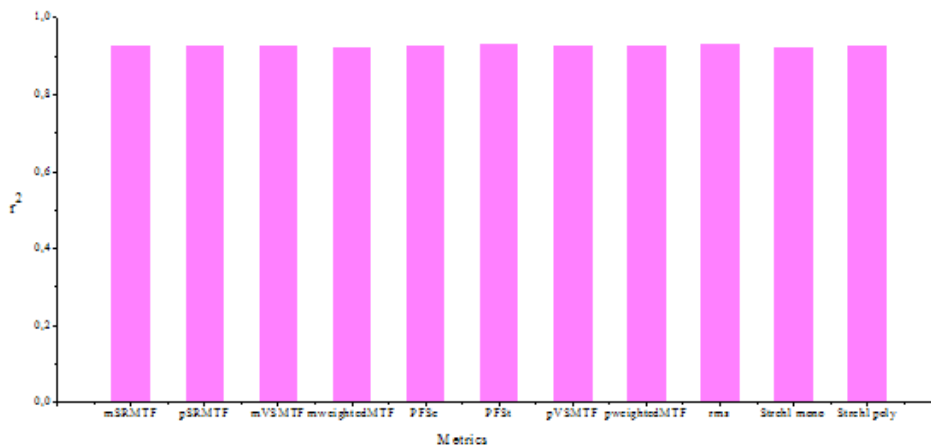
Στα διαγράμματα συσχέτισης παρατηρούμε ότι απεικονίζονται στατιστικά στοιχεία της μεθόδου της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η απλή γραμμική παλινδρόμηση όπως και η ανάλυση συσχέτισης είναι μία τεχνική που χρησιμοποιείται για να διερευνήσει τη φύση της σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών. Η κύρια διαφορά των δύο αυτών μεθόδων είναι ότι η παλινδρόμηση δίνει τη δυνατότητα να διερευνηθεί η αλλαγή στην μία μεταβλητή που αντιστοιχεί σε μια δεδομένη αλλαγή στην άλλη μεταβλητή. Η ανάλυση συσχέτισης δεν κάνει τέτοια διαφοροποίηση και αντιμετωπίζει και τις δύο μεταβλητές συμμετρικά. Η ποσοτικοποίηση της σχέσης μεταξύ των δύο μεταβλητών δίνεται από ένα μοντέλο της μορφής $y = a + bx$. Αυτή η γραμμή χρησιμεύει ως εκτιμήτρια της γραμμής παλινδρόμησης του πληθυσμού. Η μαθηματική τεχνική που χρησιμοποιήθηκε για να προσαρμοστεί η ευθεία γραμμή σε μία ομάδα σημείων είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Η a είναι μια εκτιμήτρια της σταθεράς του πληθυσμού και η b είναι μια εκτιμήτρια της κλίσης. Πάντα όμως πρέπει κάποιος να θυμάται ότι δεν πρέπει να επεκτείνουμε την προσαρμοσμένη γραμμή πέραν του εύρους των παρατηρούμενων τιμών. Η σχέση μεταξύ των x και y μπορεί να είναι πολύ διαφορετική εκτός αυτού του εύρους. Η τιμή r^2 ονομάζεται συντελεστής προσδιορισμού (coefficient of determination) και είναι το τετράγωνο του Pearson συντελεστή συσχέτισης r .

Παρακάτω παρουσιάζονται συνολικά οι συντελεστές r^2 για όλες τις μετρικές και η κατάταξη των μετρικών με βάση την ακρίβειά τους να προβλέψουν το υποκειμενικό διαθλαστικό σφάλμα.

Metric	r^2
Strehl ratio mono	0,9189
mweightedMTF	0,9231
Strehl ratio poly	0,9236
pSRMTF	0,925
pweightedMTF	0,9255
mSRMTF	0,9266
mVSMTF	0,9269
pVSMTF	0,9275
PFS _c	0,9276
PFS _t	0,9281
rms	0,9319

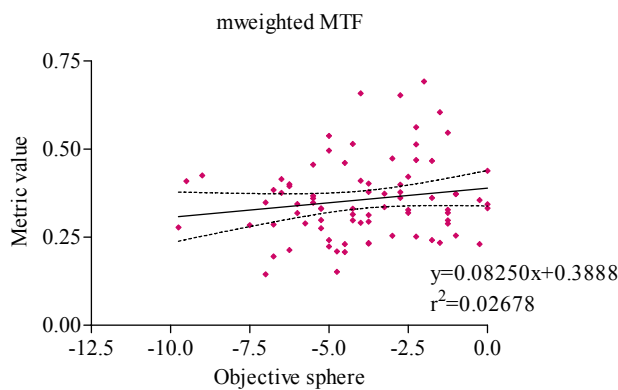
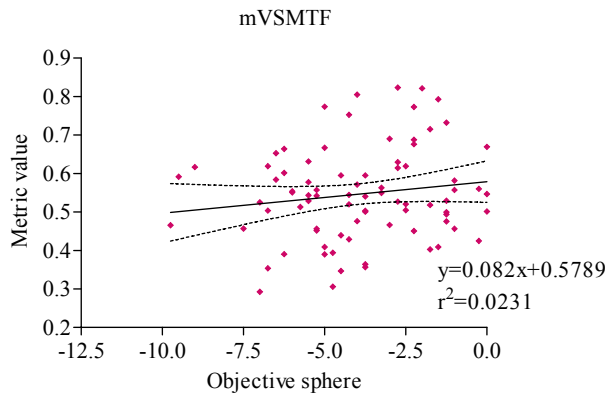


εικ. 4.27 Κατάταξη των μετρικών με βάση την ακρίβεια προσέγγισης του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος.

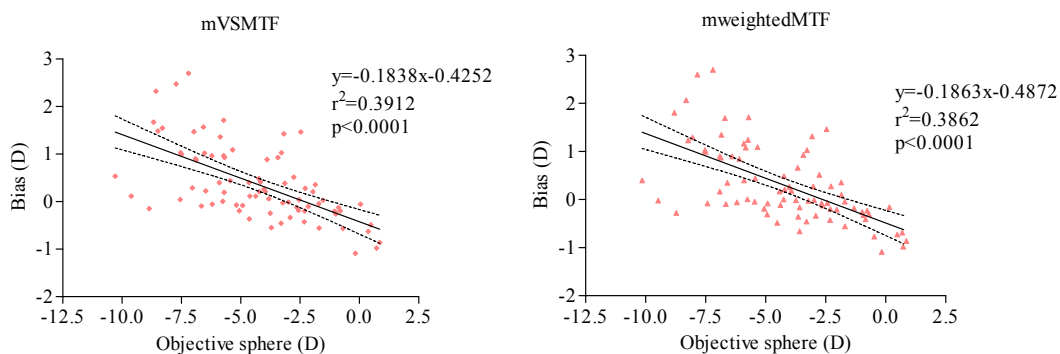


Όλες οι προηγούμενες στατιστικές μέθοδοι υποδηλώνουν αφενός μεν ότι όλες οι μετρικές προβλέπουν τιμές σφαιρικής διόρθωσης που συσχετίζονται ισχυρά με τις τιμές της υποκειμενικής διάθλασης και αφετέρου υποδεικνύουν με βάση τα bias της μεθόδου Bland-Altman ότι δεν υπάρχει πολύ μεγάλη ακρίβεια στην προσέγγιση της σφαιρικής διόρθωσης. Ίσως ο μέσος όρος των διαφορών των μετρήσεων από μόνος του να είναι ένα αδρό στατιστικό στοιχείο, η διαγραμματική όμως αναπαράσταση των διαφορών ως προς τους μέσους περιέχει περισσότερες πληροφορίες που φαίνεται να έρχονται σε αντίθεση με την εξαιρετικά ισχυρή συσχέτιση που επιδεικνύεται από το ανάλογο στατιστικό τεστ. Στη μελέτη αυτή η ακρίβεια που ζητάται είναι της τάξης της 0.1-0.2D. Ίσως είναι αναμενόμενο να υπάρχει αυτή η ισχυρή συσχέτιση αφού όλες οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται έχουν υλοποιηθεί με θεμέλιο την καλύτερη υποκειμενική διόρθωση. Είναι επομένως λογικό ότι μία προσέγγισή μικρότερη από $\pm 0.5D$ θα δημιουργεί αυτήν τη συσχέτιση, όμως επειδή οι απαιτήσεις για ακρίβεια είναι πολύ αυστηρές, η διαφορά αυτή να παρουσιάζεται πιο οξεία στα scatterplots της τεχνικής Bland-Altman.

Εξετάστηκε επίσης με τη χρήση της ανάλυσης συσχέτισης αν η μέγιστη τιμή που παίρνει η κάθε μετρική για κάθε άτομο στον πληθυσμό έχει κάποια σχέση με το διαθλαστικό σφάλμα του ατόμου αυτού. Ωστόσο δεν παρατηρήθηκε απολύτως καμία συσχέτιση μεταξύ αυτών των δύο μεταβλητών. Δηλαδή δεν καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα ότι άτομα με μικρότερο διαθλαστικό σφάλμα θα επιτύχουν υψηλότερες τιμές των μετρικών ποιότητας όρασης. Ενδεικτικά παραθέτονται τα διαγράμματα συσχέτισης για τις μετρικές mVSMTF και mweighted MTF που έχουν εμφανίσει τις υψηλότερες τιμές στον πληθυσμό.



Τέλος εξετάστηκε αν η διαφορά της υποκειμενικής και αντικειμενικής σφαίρας (bias) για κάθε άτομο στον πληθυσμό έχει κάποια σχέση με το διαθλαστικό σφάλμα του ατόμου αυτού. Παρακάτω παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποια διαγράμματα μετρικών από τα οποία διαπιστώνεται κάποια συσχέτιση, η οποία αν και δεν είναι πολύ ισχυρή (0.62) είναι ικανή για να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι οφθαλμοί που έχουν μεγαλύτερο διαθλαστικό σφάλμα τείνουν να έχουν και μεγαλύτερο bias. Παρόμοια συμπεριφορά εμφάνισαν όλες οι μετρικές που μελετήθηκαν.



Χρειάζεται να αναφερθεί μία παρατήρηση που έγινε στα αποτελέσματα των μετρικών. Όταν μελετήθηκε η πρόβλεψη του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος από τις μετρικές, διαπιστώθηκε ότι για ορισμένα μάτια (περίπου 13-15) όλες οι

μετρικές έκαναν πολύ κακή πρόβλεψη. Τα άτομα που εμφάνιζαν αυτή την συμπεριφορά ήταν σε όλες τις μετρικές τα ίδια και μάλιστα για το κάθε άτομο όλες οι μετρικές που εξετάζονταν έκαναν την ίδια πρόβλεψη για τη σφαίρα. Όταν λέμε κακή πρόβλεψη, εννοούμε τιμή σφαίρας που διέφερε από την υποκειμενική σφαίρα περισσότερο από 1D. Για όλα τα υπόλοιπα μάτια, οι μετρικές προσέγγιζαν με εξαιρετική ακρίβεια το διαθλαστικό σφάλμα. Το σχετικά μεγάλο bias λοιπόν που παρατηρηθήκε στις μετρικές, ουσιαστικά οφείλεται στην παρουσία αυτών των περιπτώσεων που σε αντίθεση με την πλειονότητα των οφθαλμών, είχαν άσχημη συμπεριφορά. Επειδή τα άτομα αυτά για τα οποία υπήρξε το πρόβλημα ήταν τα ίδια για όλες τις μετρικές και επειδή η λάθος πρόβλεψη ήταν η ίδια για όλες τις μετρικές σε ένα άτομο (δηλαδή όλες οι μετρικές προέβλεπαν το ίδιο λάθος σφαίρωμα), θεωρούμε ότι υπάρχει κάποια πιθανότητα αυτό το γεγονός να μην οφείλεται σε ελλιπή ορισμό ή σε κακή απόδοση της μετρικής αλλά ίσως σε κάποιο σφάλμα της πειραματικής διαδικασίας (π.χ κατά τη λήψη του μετώπου κύματος, την αντιγραφή των δεδομένων από το μηχάνημα) ή των πρώτων σταδίων επεξεργασίας των δεδομένων (π.χ κατά την μετατροπή από το σύστημα μονάδων του μηχανήματος, στις μονάδες κατά OSA). Βέβαια δεν είναι δυνατόν εκ των υστέρων ελεγχούν οι υποθέσεις για σφάλμα στην πειραματική διαδικασία, ούτε να αποκλειστούν τα άτομα αυτά από την μελέτη. Ωστόσο αν θεωρηθεί ότι μπορεί να είναι μια λογική υπόθεση, αν εξαιρεθούν οι περιπτώσεις που υπήρξε απόκλιση της υποκειμενικής και αντικειμενικής διόρθωσης, μεγαλύτερη από 1D, τα bias για όλες τις μετρικές σχεδόν εξαλείφονται. Παρακάτω παρουσιάζονται μόνο τα αποτελέσματα των αναλύσεων Bland-Altman για όλες τις μετρικές, όταν εξαιρεθούν οι περιπτώσεις οφθαλμών με κακή πρόβλεψη (δεύτερη στήλη τιμών σε κάθε πίνακα).

(rmsw)Bias	0,451518	0,129131	(PFSc) Bias	0,349227	0,0124166
SD of bias	0,75665	0,478659	SD of bias	0,787359	0,458039
95% Limit of agreement			95% Limit of agreement		
From	-1,03152	-0,80904	From	-1,194	-0,88534
To	1,93455	1,0673	To	1,89245	0,910173

(PFSt) Bias	0,376205	0,0628619
SD of bias	0,776644	0,443963
95% Limit of agreement		
From	-1,14602	-0,807305
To	1,89843	0,933029

(Strehl mono) Bias	0,281784	-0,0203919
SD of bias	0,808064	0,45828
95% Limit of agreement		
From	-1,30202	-0,918621
To	1,86559	0,877838

(Strehl poly) Bias	0,413994	0,0438782
SD of bias	0,793654	0,414436
95% Limit of agreement		
From	-1,14157	-0,768417
To	1,96956	0,856173

(mSRMTF) Bias	0,32162	0,0866076
SD of bias	0,771098	0,49195
95% Limit of agreement		
From	-1,18973	-0,877614
To	1,83297	1,05083

(pSRMF) Bias	0,431228	0,048742
SD of bias	0,790847	0,418249
95% Limit of agreement		
From	-1,11883	-0,771026
To	1,98129	0,86851

(mVSMTF) Bias	0,360195	0,0765947
SD of bias	0,776927	0,456674
95% Limit of agreement		
From	-1,16258	-0,818486
To	1,88297	0,971676

(pVSMTF) Bias	0,41956	0,08761
SD of bias	0,77741	0,45318
95% Limit of agreement		
From	-1,10417	-0,80062
To	1,94329	0,97583

(mweighted MTF) Bias	0,297423	-0,010589
SD of bias	0,793795	0,45461
95% Limit of agreement		
From	-1,25842	-0,901624
To	1,85326	0,880446

(pweighted MTF) Bias	0,382106	0,0608778
SD of bias	0,789189	0,462882
95% Limit of agreement		
From	-1,16471	-0,84637
To	1,92892	0,968126

Η αφαίρεση των περιπτώσεων αυτών επιδρά στον συντελεστή r^2 λιγότερο έντονα. Αυτό μάλλον οφείλεται στο γεγονός ότι ήδη για όλες τις μετρικές η συσχέτιση ήταν εξαιρετικά αυξημένη και στις περισσότερες περιπτώσεις κυμαινόταν στη τιμή 0.92. Η τιμή αυτή αυξήθηκε σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις στο 0.97.

METRIKES ME STILES CRAWFORD

Στον προσδιορισμό των προηγούμενων μετρικών, δεν συμπεριλήφθηκε η επίδραση του φαινομένου Stiles Crawford. Η εξήγηση του φαινομένου αυτού είναι η παρακάτω¹.

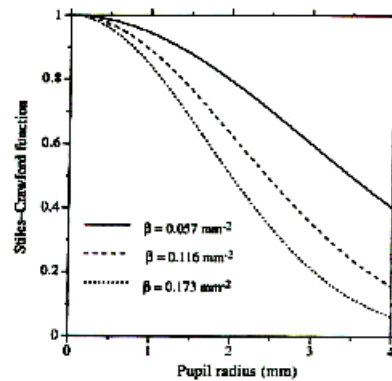
Αν και γενικά θεωρείται ότι η λειτουργική κόρη είναι η φυσική κόρη του οφθαλμού, αυτό δεν είναι ακριβές. Η αποδοτικότητα του φωτός δεν είναι ομοιόμορφη κατά μήκος της κόρης λόγω των κατευθυντικών ιδιοτήτων των υποδοχέων που

απορροφούν περισσότερο ικανοποιητικά όταν φωτίζονται κατά μήκος του άξονά τους. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό σαν Stiles-Crawford Effect.

Η πιο διαδεδομένη μαθηματική έκφραση του SCE είναι μία Gaussian κατανομή

$$L_e(r) = e^{-\beta r^2}$$

Ο συντελεστής β περιγράφει πόσο steep είναι η λειτουργία και αντανακλά την κατευθυντικότητα των φωτοϋποδοχέων^{82 83}.



εικ. 4.27 Η συνάρτηση Stiles-Crawford για διάφορες τιμές του β (Applegate and Lakshminarayanan, 1993).

Η κόρη ενός οφθαλμού με SCE μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι λιγότερο ικανή να μεταδίδει φως από ότι μια κόρη ίδιας διαμέτρου χωρίς SCE. Αυτό ποσοτικοποιείται από τον όρο

Photometric efficiency = (λειτουργικό φως που συλλέγεται από κόρη ακτίνας $\bar{\rho}$) / (πραγματικό φως που συλλέγεται από την ίδια κόρη).

$$S(\bar{\rho}) = \frac{1 - e^{-\beta \bar{\rho}^2}}{\beta \bar{\rho}^2}$$

Επίσης μπορεί να οριστεί το μέγεθος *Σχετική Φωτεινή Ευαισθησία E* που δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε την αντιλαμβανόμενη φωτεινότητα συναρτήσει της επιφάνειας της κόρης.

$$E = \frac{\iint n(r, \theta) r \sin \theta d\theta dr}{\iint r \sin \theta d\theta dr} \quad (r, \theta \text{ πολικές συντεταγμένες})$$

Το SCE μειώνει την επίδραση της σκέδασης σε φωτοπικές συνθήκες, αν και το μέγεθος της συνεισφοράς του δεν είναι γνωστό. Επίσης συμπεριλαμβάνεται στα

⁸² Atchison et al. Vol. 18, No. 6/June 2001/J. Opt. Soc. Am. A. Influence of Stiles-Crawford effect apodization on spatial visual performance with decentered pupils.

⁸³ R. A. Applegate and V. Lakshminarayanan, "Parametric representation of Stiles-Crawford functions: normal variation of peak location and directionality," J. Opt. Soc.

μοντέλα οφθαλμών σαν οπτικό φίλτρο μεταβαλλόμενης πυκνότητας (apodization) που τοποθετείται στην κόρη. Από τις προηγούμενες μετρικές δεν εξετάστηκαν με την επίδραση του SCE οι μετρικές rmsw, PFSc και PFSt γιατί αυτές αφορούν το επίπεδο της κόρης ενώ το SCE αφορά το επίπεδο του αμφιβληστροειδούς.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες monochromatic Strehl ratio SC				
Strehl ratio	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0 < x \leq 0,1$	23	23	28,39506	28,3951
$0,1 < x \leq 0,2$	48	71	59,25926	87,6543
$0,2 < x \leq 0,3$	8	79	9,87654	97,5309
$0,3 < x \leq 0,4$	2	81	2,46914	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία monochromatic Strehl ratio SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,136472
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,122604
Ελάχιστο	0,040779
Μέγιστο	0,378675
Διακύμανση	0,003933
Τυπική απόκλιση	0,062717

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες polychromatic Strehl ratio SC				
Strehl ratio	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,02 < x \leq 0,04$	4	4	4,93827	4,9383
$0,04 < x \leq 0,06$	19	23	23,45679	28,3951
$0,06 < x \leq 0,08$	35	58	43,20988	71,6049
$0,08 < x \leq 0,1$	16	74	19,75309	91,3580
$0,1 < x \leq 0,12$	5	79	6,17284	97,5309
$0,12 < x \leq 0,14$	2	81	2,46914	100,0000

Παρατηρούμε ότι η μέγιστη τιμή του Strehl ratio monochromatic SC είναι ελάχιστα καλύτερη από την αντίστοιχη της ίδιας μετρικής όταν είχε συμπεριληφθεί το SC (0,3318) και επίσης η γενική συμπεριφορά είναι όμοια και στις δύο περιπτώσεις.

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία polychromatic Strehl ratio SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,071380
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,067009
Ελάχιστο	0,034436
Μέγιστο	0,123543
Διακύμανση	0,000391
Τυπική απόκλιση	0,019769

Παρόμοια για πολυχρωματικό φως εμφανίζεται σχεδόν ίδια συμπεριφορά με την μετρική χωρίς SC (max polychromatic Strehl ratio SC:0.1234, max polychromatic Strehl ratio:0.102). Χρειάζεται να παρατηρήσουμε όμως στην παρούσα περίπτωση 7 άτομα ξεπέρασαν την τιμή 0.1 ενώ πριν μόνο 2 άτομα. Υπάρχει δηλαδή κάποια βελτίωση στη συμπεριφορά της μετρικής, η οποία όμως δεν είναι ιδιαίτερη. Επίσης επαναλαμβάνεται η διαπίστωση ότι η πολυχρωματική μετρική έχει χειρότερη συμπεριφορά από τη μονοχρωματική.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mSRMTF SC				
mSRMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0 < x \leq 0,1$	9	9	11,11111	11,1111
$0,1 < x \leq 0,2$	52	61	64,19753	75,3086
$0,2 < x \leq 0,3$	16	77	19,75309	95,0617
$0,3 < x \leq 0,4$	3	80	3,70370	98,7654
$0,4 < x \leq 0,5$	1	81	1,23457	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mSRMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,172788
Διαστήματα	0,157534
εμπιστοσύνης (95%)	0,188043
Ελάχιστο	0,068982
Μέγιστο	0,434970
Διακύμανση	0,004759
Τυπική απόκλιση	0,068987

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της mSRMTF SC με την προηγούμενη μετρική, παρατηρούμε ότι τώρα η μέγιστη τιμή είναι 0,4349 (0,3942 πριν) και μεγαλύτερο τμήμα του πληθυσμού εμφανίζει χαμηλότερες τιμές. Συγκεκριμένα το 16% των άτομων πριν εμφάνιζαν τιμές από 0,2-0,5 ενώ τώρα το 24,7%.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pSRMTF SC				
pSRMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,04 < x \leq 0,06$	5	5	6,17284	6,1728
$0,06 < x \leq 0,08$	18	23	22,22222	28,3951
$0,08 < x \leq 0,1$	31	54	38,27160	66,6667
$0,1 < x \leq 0,12$	16	70	19,75309	86,4198
$0,12 < x \leq 0,14$	8	78	9,87654	96,2963
$0,14 < x \leq 0,16$	3	81	3,70370	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pSRMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,093020
Διαστήματα	0,087984
εμπιστοσύνης (95%)	0,098056
Ελάχιστο	0,050181
Μέγιστο	0,146804
Διακύμανση	0,000519
Τυπική απόκλιση	0,022775

Και η μετρική pSRMTF SC παρουσιάζει βελτιωμένη συμπεριφορά σε σχέση την απλή pSRMTF. Το 33,33% των ματιών έχουν τιμή πάνω από 0,1 ενώ το αντίστοιχο ποσοστό πριν ήταν 13,58%. Επίσης και η μέγιστη τιμή της είναι μεγαλύτερη από αυτήν που είχε σημειώσει η pSRMTF. Είναι προφανές τέλος ότι η πολυχρωματική pSRMTF έχει χειρότερη συμπεριφορά από την μονοχρωματική.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mVSMTF SC				
mVSMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,3 < x \leq 0,4$	2	2	2,46914	2,4691
$0,4 < x \leq 0,5$	12	14	14,81481	17,2840
$0,5 < x \leq 0,6$	24	38	29,62963	46,9136
$0,6 < x \leq 0,7$	27	65	33,33333	80,2469
$0,7 < x \leq 0,8$	10	75	12,34568	92,5926
$0,8 < x \leq 0,9$	6	81	7,40741	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mVSMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,610459
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,585932
Ελάχιστο	0,364359
Μέγιστο	0,861176
Διακύμανση	0,012304
Τυπική απόκλιση	0,110921

Όπως και στην περίπτωση χωρίς SCE, η mVSMTF έχει εξαιρετική συμπεριφορά και εμφανώς καλύτερη από την πρώτη περίπτωση. Ποσοστό 19,75% των οφθαλμών έχει τιμή μετρικής πάνω από 0,7 ενώ το ίδιο ποσοστό χωρίς τη συμμετοχή του SCE ήταν 11,11%. Η αύξηση στη μέγιστη τιμή της ωστόσο είναι αμελητέα (μόνο 0,04). Φαίνεται ότι και σε αυτήν την τροποποιημένη ομάδα μετρικών, τα κριτήρια που θέτει η mVSMTF ικανοποιούνται. Αυτό δεν σημαίνει ότι οι ασθενείς έχουν τέτοια χαρακτηριστικά οπτικής συμπεριφοράς που δεν είναι ικανά να εκπληρώσουν τις προϋποθέσεις των άλλων μετρικών αλλά μάλλον ότι η mVSMTF είναι μία

ολοκληρωμένη μετρική και ιδιαίτερα ευαίσθητη που μπορεί να προσεγγίζει τα χαρακτηριστικά της ποιοτικής όρασης. Όσο αφορά την πολυχρωματική VSMTF, πάλι παρατηρούμε την υστέρησή της σε σχέση με την μονοχρωματική αλλά σε σχέση με την περίπτωση που απουσίαζε το SCE είναι έκδηλα καλύτερη. Στην προηγούμενη περίπτωση 40 μάτια είχαν τιμές pVSMTF 0,4-0,5 ενώ τώρα ο ίδιος ακριβώς αριθμός περιπτώσεων είχαν τιμές 0,5-0,6.

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pVSMTF SC				
pVSMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,3 < x \leq 0,4$	3	3	3,70370	3,7037
$0,4 < x \leq 0,5$	23	26	28,39506	32,0988
$0,5 < x \leq 0,6$	40	66	49,38272	81,4815
$0,6 < x \leq 0,7$	15	81	18,51852	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pVSMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,527961
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,511935
Ελάχιστο	0,358890
Μέγιστο	0,669547
Διακύμανση	0,005253
Τυπική απόκλιση	0,072477

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες mweightedMTF SC				
mweightedMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
$0,1 < x \leq 0,2$	1	1	1,23457	1,2346
$0,2 < x \leq 0,3$	10	11	12,34568	13,5802
$0,3 < x \leq 0,4$	22	33	27,16049	40,7407
$0,4 < x \leq 0,5$	31	64	38,27160	79,0123
$0,5 < x \leq 0,6$	10	74	12,34568	91,3580
$0,6 < x \leq 0,7$	4	78	4,93827	96,2963
$0,7 < x \leq 0,8$	3	81	3,70370	100,0000

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία mweightedMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,429097
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,403989
Ελάχιστο	0,199288
Μέγιστο	0,741055
Διακύμανση	0,012893
Τυπική απόκλιση	0,113549

Απόλυτες και σχετικές συχνότητες pweightedMTF SC				
pweightedMTF	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%)	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)
0,1 < x <= 0,15	0	0	0,00000	0,0000
0,15 < x <= 0,2	2	2	2,46914	2,4691
0,2 < x <= 0,25	11	13	13,58025	16,0494
0,25 < x <= 0,3	18	31	22,22222	38,2716
0,3 < x <= 0,35	30	61	37,03704	75,3086
0,35 < x <= 0,4	13	74	16,04938	91,3580
0,4 < x <= 0,45	7	81	8,64198	100,0000

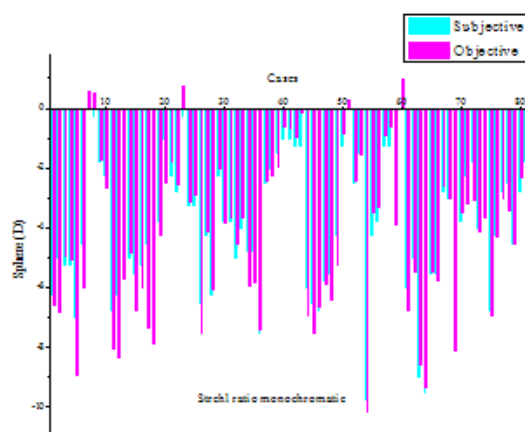
Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία pweightedMTF SC	
Πλήθος	81
Μέσος όρος	0,313280
Διαστήματα εμπιστοσύνης (95%)	0,300540
Ελάχιστο	0,187123
Μέγιστο	0,443042
Διακύμανση	0,003320
Τυπική απόκλιση	0,057616

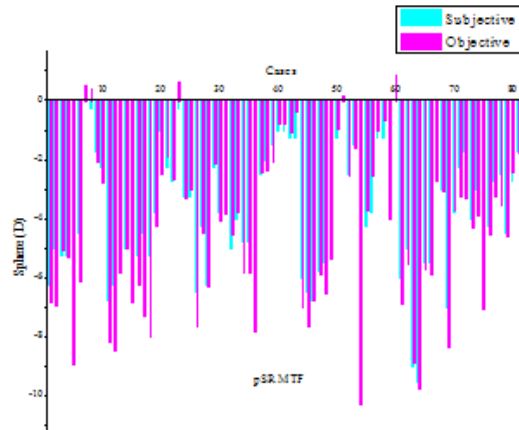
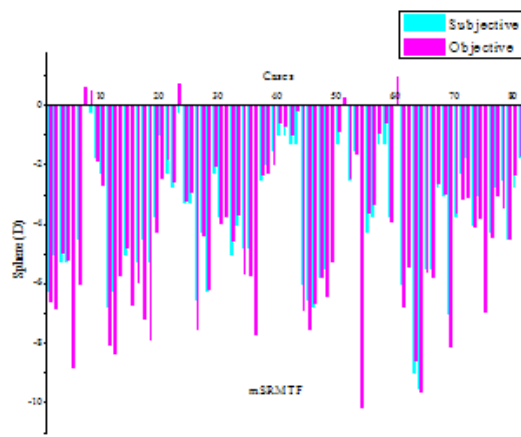
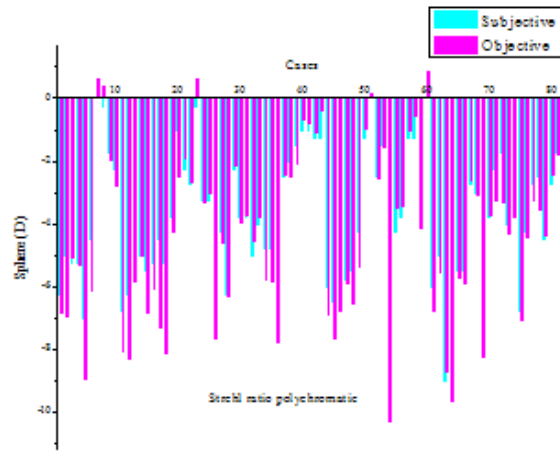
Τέλος και οι μετρικές *mweightedMTF SC* και *pweightedMTF SC* παρουσιάζονται βελτιωμένες σε σχέση με τις αντίστοιχές τους χωρίς το SCE. Συγκεκριμένα 48 μάτια (59,25%) έχουν τιμή *mweightedMTF SC* > 0.4 ενώ για την *mweightedMTF* το ποσοστό αυτό ήταν υποδιπλάσιο (28,395%, 23 μάτια). Η μέγιστη τιμή της είναι επίσης ελαφρά μεγαλύτερη. Το ίδιο συμβαίνει και στην *pweightedMTF SC* αν και αύξηση της μέγιστης τιμής δεν είναι ουσιαστική αφού είναι μόλις 0,0487. Ωστόσο είναι εμφανής η βελτίωση αφού πριν μόνο 19 (23,45%) μάτια πέτυχαν τιμή ανώτερη του 0,3 ενώ τώρα ο αριθμός αυτός αυξήθηκε σε 50 μάτια (61,73%).

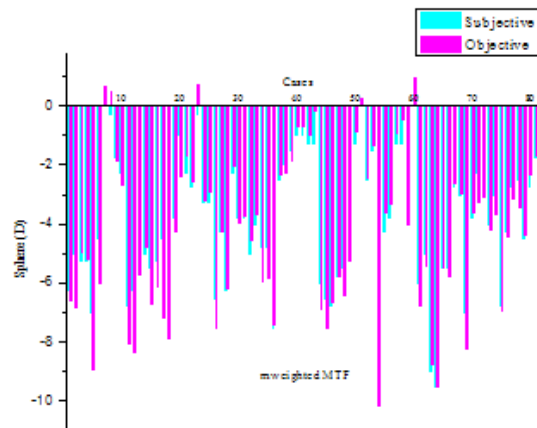
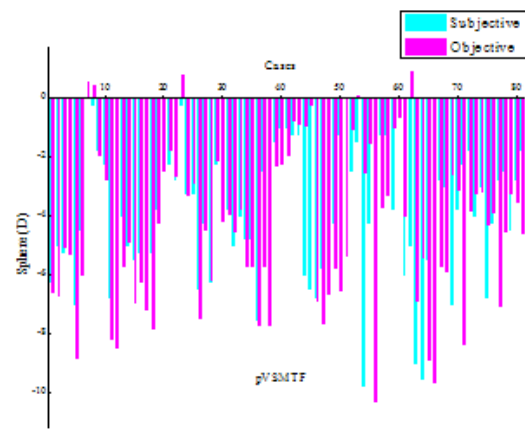
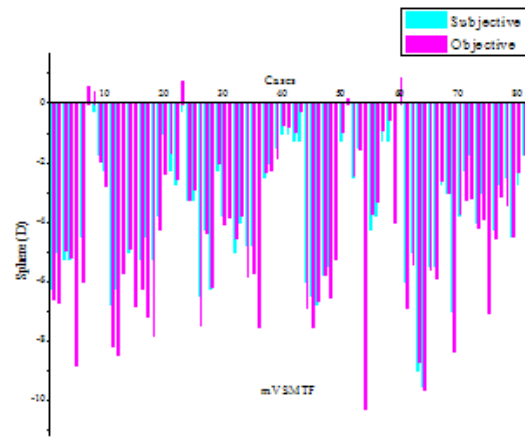
Συμπερασματικά λοιπόν γίνεται εμφανές ότι η συμμετοχή του SCE στις μετρικές οπτικής ποιότητας βελτιώνει τη συμπεριφορά τους και τις καθιστά πιο ικανές να προσεγγίζουν τα χαρακτηριστικά του οπτικού συστήματος και της όρασης.

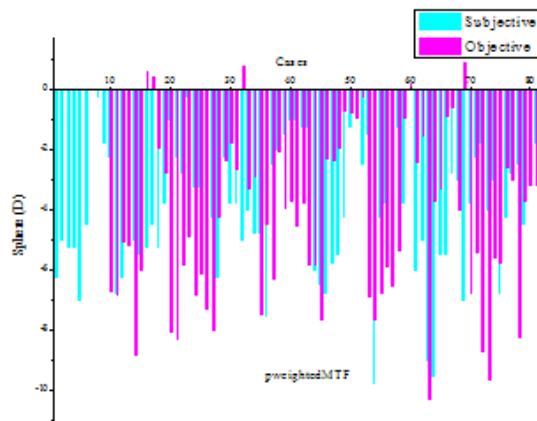
ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BLAND-ALTMAN

Αρχικά παρουσιάζονται με τη μορφή ιστογραμμάτων οι τιμές της υποκειμενικής και αντικειμενικής εκτίμησης του σφαιρικού σφάλματος. Τα διαγράμματα αυτά μας επιτρέπουν να κάνουμε μία πρώτη παρατήρηση για τη σχέση μεταξύ της υποκειμενικής και της αντικειμενικής μεθόδου. Όπως θα διαπιστωθεί στη συνέχεια, φανερώνουν μία παρόμοια κατανομή των τιμών των δύο μεθόδων.

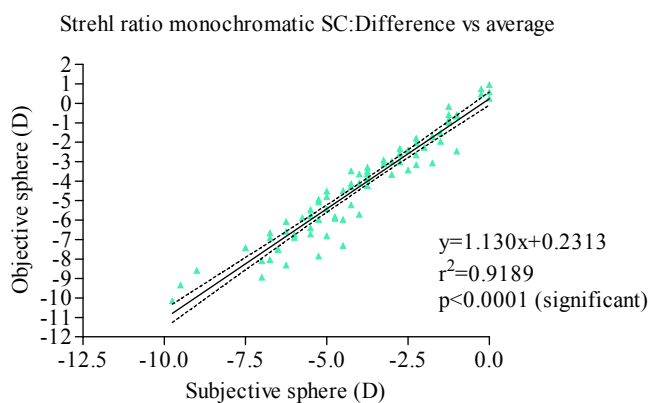




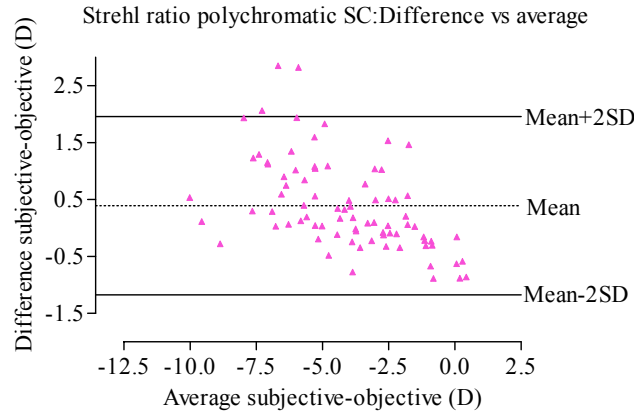
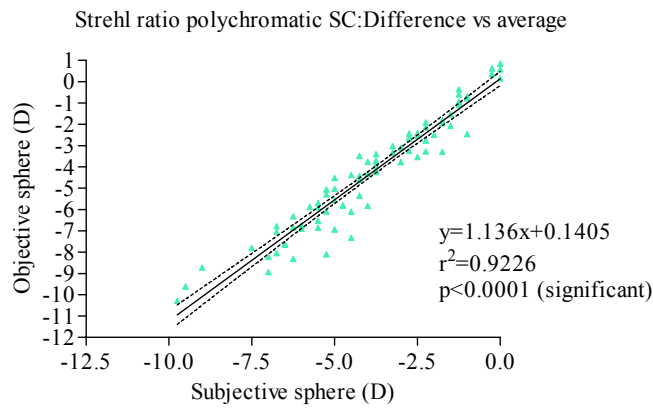
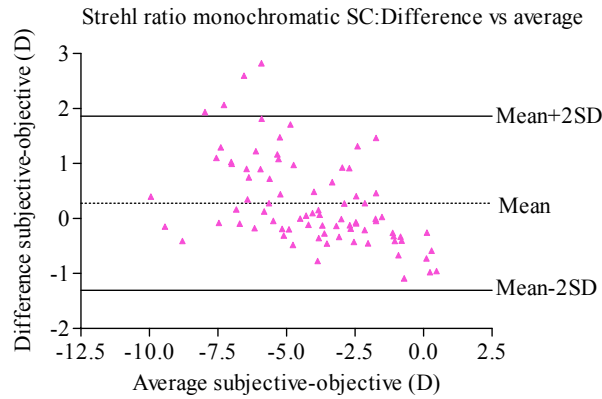




Τα διαγράμματα αυτά όμως, όπως έχει ήδη επισημανθεί, δεν μπορούν να χρησιμεύσουν στην εξαγωγή ποσοτικών σχέσεων. Επομένως για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν πάλι οι στατιστικές μέθοδοι που αναφέρθηκαν (ανάλυση συσχέτισης, ανάλυση Bland-Altman). Παρακάτω παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα. Σε κάθε διάγραμμα συσχέτισης στον οριζόντιο άξονα αντιπροσωπεύεται η τιμή του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος όπως προκύπτει από την υποκειμενική διάθλαση και στον κάθετο άξονα η τιμή του σφαιρικού διαθλαστικού σφάλματος όπως προκύπτει από την αντικειμενική διαδικασία. Στα διαγράμματα Bland-Altman, ο οριζόντιος άξονας αντιπροσωπεύει το μέσο όρο των τιμών των δύο μεθόδων και ο κάθετος τη διαφορά τους.



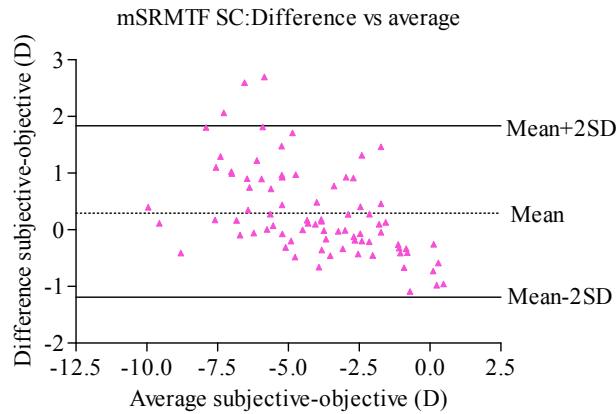
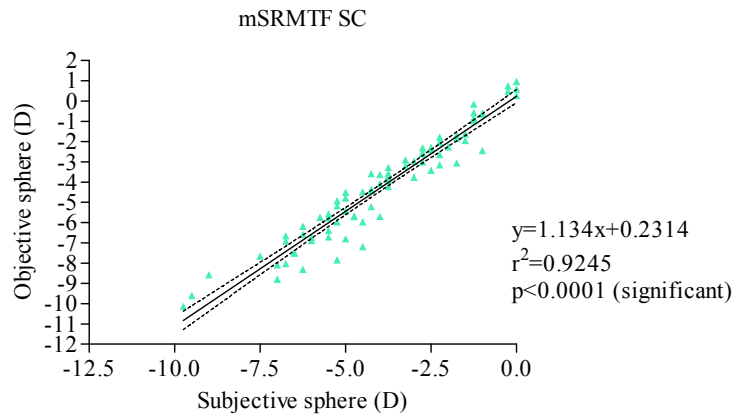
(Strehl mono) Bias	0,278922
SD of bias	0,807714
95% Limit of agreement	
From	-1,3042
To	1,86204



(Strehl poly) Bias	0,393165
SD of bias	0,798951
95% Limit of agreement	
From	-1,17278
To	1,95911

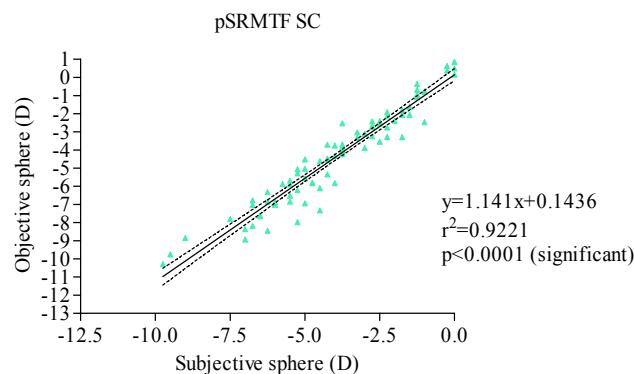
Οι SC μετρικές Strehl ratio παρουσιάζουν όμοιες συσχετίσεις και κατανομές με τις αντίστοιχες χωρίς SC. Μάλιστα η Strehl ratio monochromatic έχει και στις δύο περιπτώσεις ακριβώς τον ίδιο συντελεστή r^2 (0.9189) ενώ και η διαφορά στο bias των δύο μετρικών είναι ελάχιστη (bias SC Strehl:0.2782, Strehl:0.281). Παρόμοια και στις

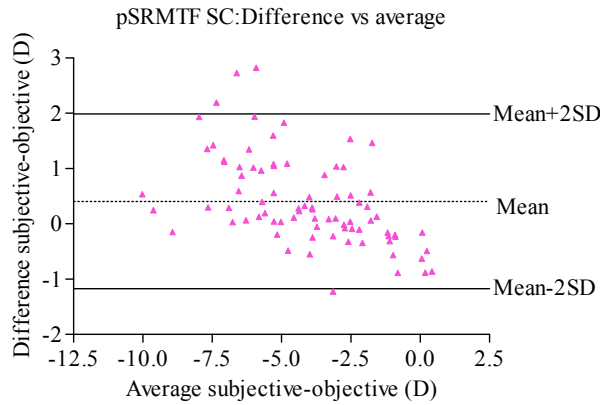
πολυχρωματικές δεν εμφανίζεται κάποια ουσιαστική διαφορά, με τον συντελεστή συσχέτισης να διαφέρει στις δύο μεθόδους μόνο κατά 0.001 και το bias 0.02.



(mSRMTF) Bias	0,294435
SD of bias	0,786811
95% Limit of agreement	
From	-1,24771
To	1,83659

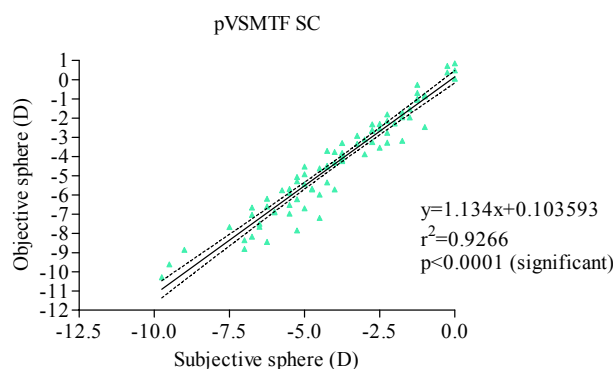
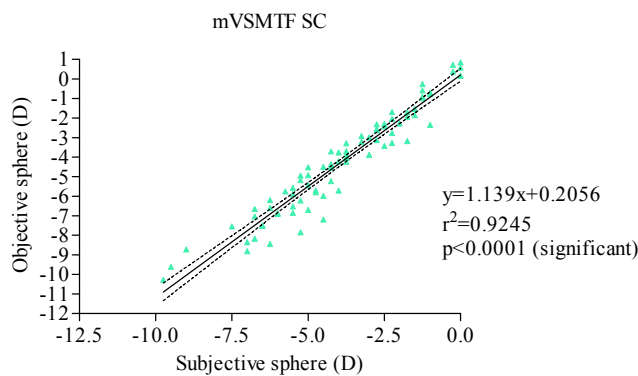
Όπως και πριν, δεν παρατηρείται διαφορά των στατιστικών ποσοτικών στοιχείων ανάμεσα στις δύο ομάδες μετρικών. Τόσο η mSRMTF όσο και η pVSMTF που είναι στα επόμενα διαγράμματα, δεν διαφοροποιούνται ούτε στη συσχέτιση, ούτε στο bias.

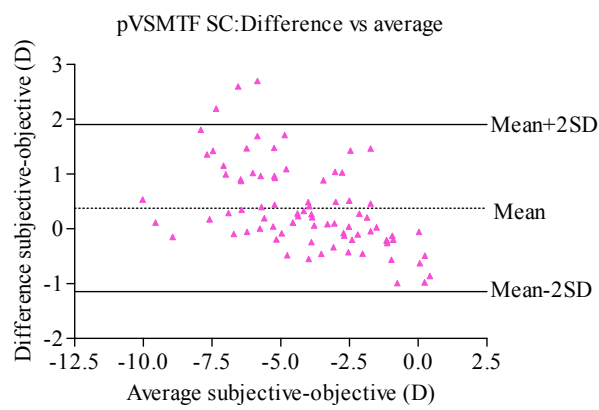
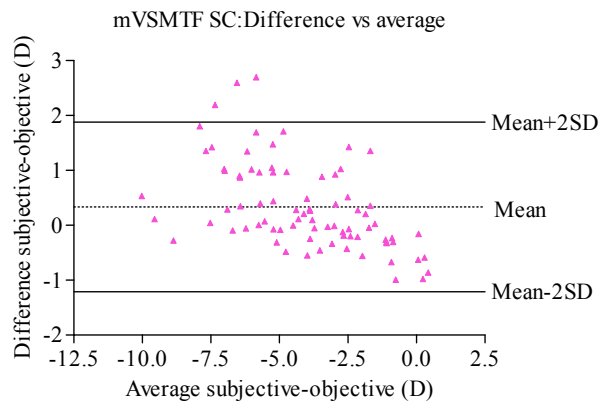




(pSRMTF) Bias	0,408021
SD of bias	0,807659
95% Limit of agreement	
From	-1,17499
To	1,99103

Επίσης δεν μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η πολυχρωματική μετρική έχει χειρότερη συμπεριφορά στην προσέγγιση του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος, όπως είχε επισημανθεί στα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία και στους πίνακες συχνότητας. Δηλαδή μπορεί οι πολυχρωματικές μετρικές από άποψη τιμής να επιδεικνύουν μικρότερα αποτελέσματα, είναι όμως εξίσου ικανές να προβλέπουν το σφαιρικό σφάλμα με ακρίβεια.



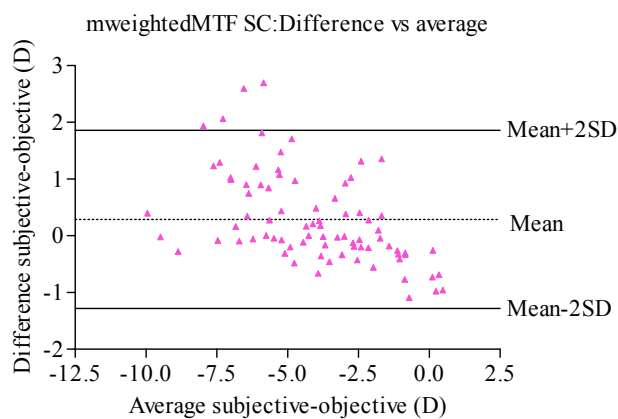
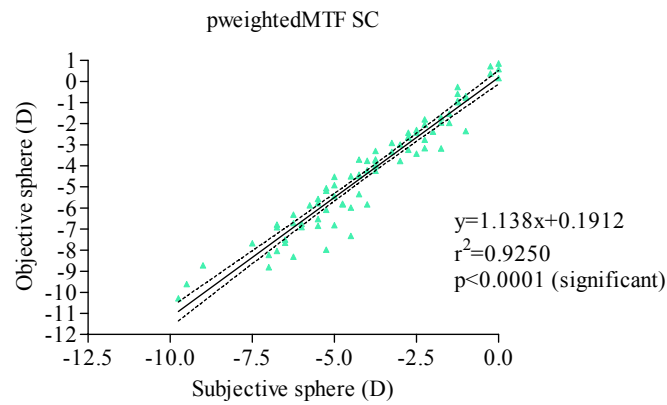
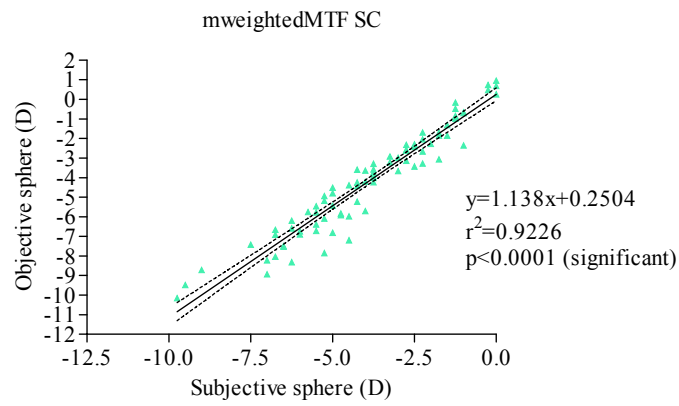


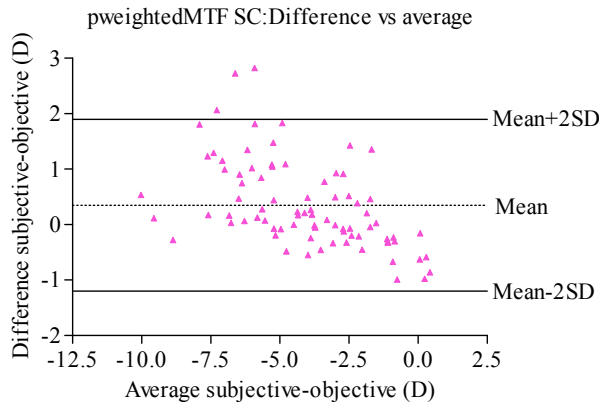
(mVSMTF) Bias	0,337102
SD of bias	0,788645
95% Limit of agreement	
From	-1,20864
To	1,88285

(pVSMTF) Bias	0,378292
SD of bias	0,776781
95% Limit of agreement	
From	-1,1442
To	1,90078

Κατά την παρουσίαση των περιγραφικών στατιστικών στοιχείων των μετρικών, είχε διαπιστωθεί ότι η μετρική mVSMTF είχε εξαιρετική συμπεριφορά και η pVSMTF αρκετά ικανοποιητική. Από τα διαγράμματα συσχέτισης δεν μπορούμε ωστόσο να διαφοροποιήσουμε την συμπεριφορά αυτών των μετρικών ως προς την προσέγγιση του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος, αφού ο συντελεστής συσχέτισης τους είναι όμοιος με τους συντελεστές συσχέτισης των άλλων μετρικών. Επίσης εξακολουθεί να είναι εμφανές το γεγονός ότι το SCE αν και βελτιώνει τη συσχέτιση

και το bias των μετρικών στις οποίες συμμετέχει, η βελτίωση αυτή είναι ελάχιστη. Τα ίδια ισχύουν και για τις μετρικές mweightedMTF και pweightedMTF που κυμαίνονται στις ίδιες τιμές συσχέτισης και bias με τις αντίστοιχες χωρίς SCE μετρικές.





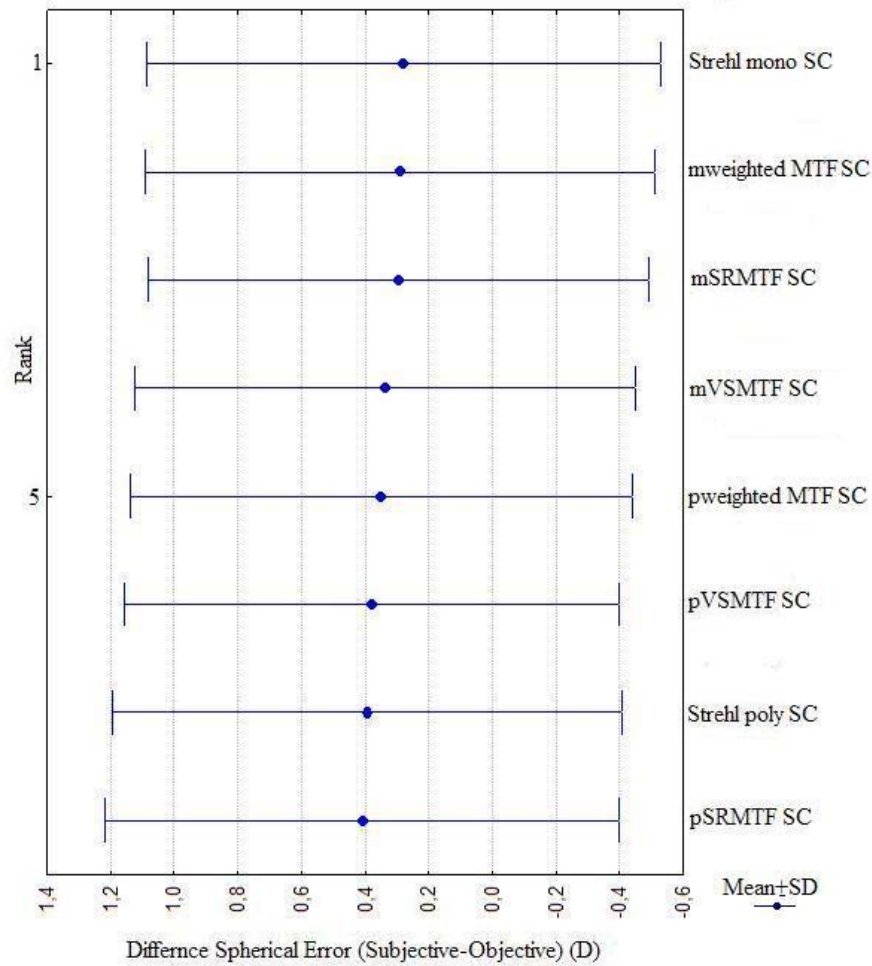
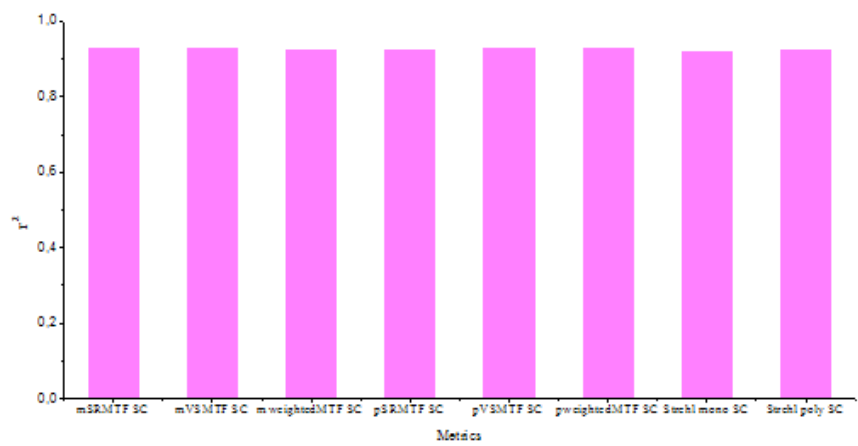
(mweighted MTF) Bias	0,291205
SD of bias	0,801622
95% Limit of agreement	
From	-1,27998
To	1,86238

(pweighted MTF) Bias	0,349707
SD of bias	0,789767
95% Limit of agreement	
From	-1,19824
To	1,89765

Συνολικά μπορεί να διαπιστωθεί ότι το SCE επιδρά τόσο στις τιμές των μετρικών, οι οποίες παρουσιάζονται υψηλότερες όσο και στην ικανότητά τους να προσεγγίσουν το υποκειμενικό σφάλμα. Αυτό είναι μάλλον λογικό αφού το SCE είναι μία ιδιότητα των φωτουποδοχών, οι οποίοι συμμετέχουν ουσιαστικά στον καθορισμό της ποιότητας του ειδώλου.

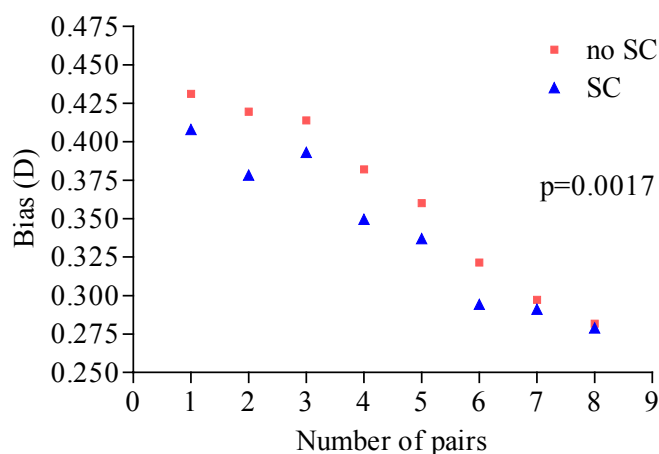
Παρακάτω παρουσιάζονται συνολικά οι συντελεστές r^2 για όλες τις μετρικές και η κατάταξή τους με βάση την ακρίβεια να προβλέψουν το υποκειμενικό διαθλαστικό σφάλμα.

Metric	r^2
Strehl mono SC	0,9189
pSRMTF SC	0,9221
mweightedMTF SC	0,9226
Strehl poly SC	0,9226
mSRMTF SC	0,9245
mVSMTF SC	0,9245
pweightedMTF SC	0,925
pVSMTF SC	0,9266



εικ. 4.28 Κατάταξη των μετρικών SC με βάση την ακρίβεια προσέγγισης του υποκειμενικού διαθλαστικού σφάλματος.

Ωστόσο μόνο η παρατήρηση των τιμών των bias των δύο ομάδων μετρικών δεν είναι ικανή, ούτε αξιόπιστη για να εξάγουμε ασφαλή συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των μετρικών SC σε σχέση με τις μετρικές της πρώτης ομάδας. Για τον λόγο αυτό πραγματοποιήσαμε αμφίπλευρο t - στατιστικό έλεγχο ανά ζεύγη (paired t-test). Ελέγξαμε την υπόθεση ότι ο μέσος των bias των μετρικών SC είναι διαφορετικός από τον μέσο των bias των μετρικών χωρίς SC. Για επίπεδο σημαντικότητας $p=0.05$, ο t - στατιστικός έλεγχος έδωσε τιμή $p=0.0017$. Δηλαδή τιμή στατιστικά σημαντική από την οποία εξάγεται ασφαλώς το συμπέρασμα ότι οι τιμές bias για τις δύο ομάδες μετρικών διαφέρουν μεταξύ τους.



Όπως παρατηρήθηκε και στην προηγούμενη ομάδα μετρικών, όλα τα στατιστικά στοιχεία υποδηλώνουν αφενός μεν ότι όλες οι μετρικές προβλέπουν τιμές σφαιρικής διόρθωσης που συσχετίζονται ισχυρά με τις τιμές της υποκειμενικής διάθλασης και αφετέρου υποδεικνύουν με βάση τα bias της μεθόδου Bland-Altman ότι δεν επιτυγχάνεται η πολύ μεγάλη ακρίβεια στην προσέγγιση της σφαιρικής διόρθωσης που ήταν ο στόχος μας. Αναφέραμε ήδη ότι ίσως αυτό να είναι απόρροια της εξαιρετικής ακρίβειας που ζητάται (τάξης 0.1-0.2D) και διατυπώσαμε επίσης την υπόθεση ότι μπορεί να οφείλεται σε κάποιο λάθος που οδήγησε κάποιους οφθαλμούς να συμπεριφερθούν άσχημα για όλες τις μετρικές. Παραθέτονται πάλι τα αποτελέσματα του bias των μετρικών SC, όταν εξαιρέθηκαν οι περιπτώσεις οφθαλμών με μεγάλες αποκλίσεις.

(Strehl mono) Bias	0,278922	-0,0063983
SD of bias	0,807714	0,473301
95% Limit of agreement		
From	-1,3042	-0,934067
To	1,86204	0,921271

(Strehl poly) Bias	0,393165	0,0222627
SD of bias	0,798951	0,429656
95% Limit of agreement		
From	-1,17278	-0,819862
To	1,95911	0,864388

(mSRMTF) Bias	0,294435	0,0499251
SD of bias	0,786811	0,491358
95% Limit of agreement		
From	-1,24771	-0,913136
To	1,83659	1,01299

(pSRMTF) Bias	0,408021	0,0423737
SD of bias	0,807659	0,41578
95% Limit of agreement		
From	-1,17499	-0,772555
To	1,99103	0,857303

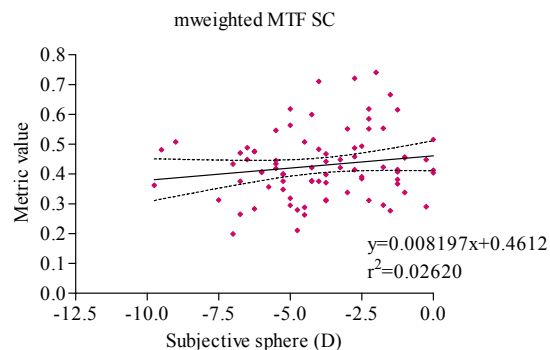
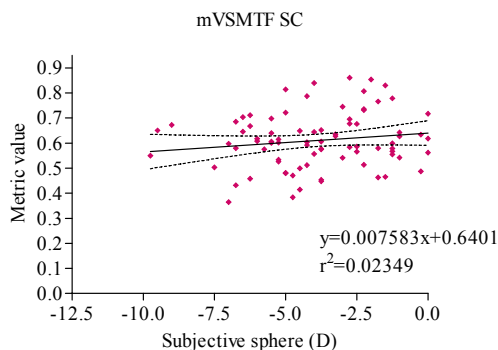
(mVSMTF) Bias	0,337102	0,032371
SD of bias	0,788645	0,484704
95% Limit of agreement		
From	-1,20864	-0,917649
To	1,88285	0,982391

(pVSMTF) Bias	0,378292	0,084178
SD of bias	0,776781	0,493849
95% Limit of agreement		
From	-1,1442	-0,883766
To	1,90078	1,05212

(mweighted MTF) Bias	0,291205	-0,00536
SD of bias	0,801622	0,467354
95% Limit of agreement		
From	-1,27998	-0,92137
To	1,86238	0,910655

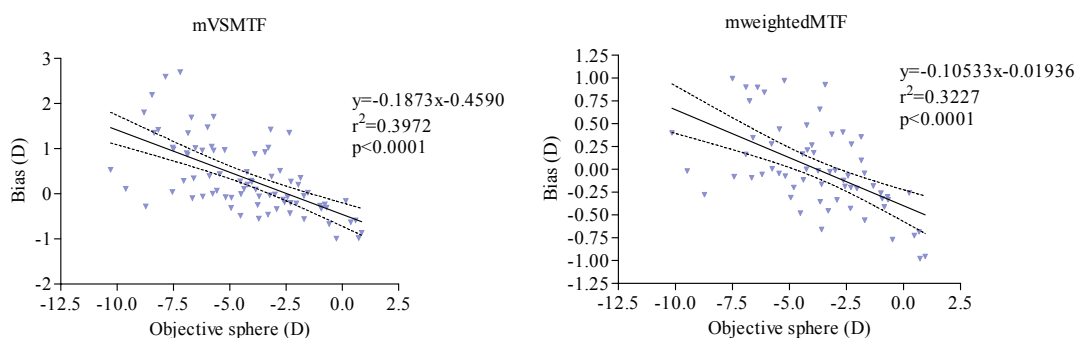
(pweighted MTF) Bias	0,349707	0,027255
SD of bias	0,789767	0,459978
95% Limit of agreement		
From	-1,19824	-0,8743
To	1,89765	0,928813

Όταν εξετάστηκε πάλι αν η μέγιστη τιμή που παίρνει η κάθε μετρική για κάθε άτομο στον πληθυσμό έχει κάποια σχέση με το διαθλαστικό σφάλμα του ατόμου αυτού, δεν παρατηρήθηκε απολύτως καμία συσχέτιση μεταξύ αυτών των δύο μεταβλητών. Ενδεικτικά παραθέτονται τα διαγράμματα συσχέτισης για τις μετρικές mVSMTF και mweighted MTF που έχουν εμφανίσει τις υψηλότερες τιμές στον πληθυσμό.



Τέλος εξετάστηκε όπως και στην ομάδα μετρικών χωρίς SC, αν η διαφορά της υποκειμενικής και αντικειμενικής σφαίρας (bias) για όλα τα άτομα στον πληθυσμό έχει κάποια σχέση με το διαθλαστικό σφάλμα των ατόμων αυτών. Παρακάτω

παρουσιάζονται ενδεικτικά κάποια διαγράμματα μετρικών, από τα οποία προκύπτει κάποια εμφανής συσχέτιση. Παρόμοια συμπεριφορά εμφάνισαν όλες οι μετρικές που μελετήθηκαν.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα εργασία είχε ως στόχο να μελετηθούν κατάλληλες μετρικές οπτικής συμπεριφοράς ως προς την ικανότητά τους να προβλέπουν το υποκειμενικό σφαιρικό διαθλαστικό σφάλμα.

Στα πλαίσια αυτής της μελέτης, εξετάστηκαν αρχικά κάποια βασικά χαρακτηριστικά της κατανομής των εκτροπών στον πληθυσμό και τα συμπεράσματά μας είναι σε συμφωνία και με άλλες μελέτες.

Επιβεβαιώθηκε η κεντρική τάση των ανθρώπινων οφθαλμών είναι να είναι απαλλαγμένα από εκτροπές υψηλής τάξης αλλά ότι κάθε άτομο ξεχωριστά είναι εξίσου πιθανό να έχει θετικές ή αρνητικές εκτροπές που οφείλονται σε τυχαία μεταβλητότητα. Όσο αφορά τη συσχέτιση των εκτροπών ανάμεσα στους δεξιούς και αριστερούς οφθαλμούς, η μελέτη του πληθυσμού δεν φανέρωσε μία αυστηρή κατοπτρική συμμετρία αλλά μάλλον μία εμφανή τάση προς αυτήν την κατεύθυνση.

Μετά από την ανάλυση όλων των μετρικών, η ερώτηση που μένει να απαντηθεί είναι: υπάρχει ομοφωνία σε μία μόνο μετρική για την έκφραση των δεδομένων μετώπου κύματος; Η απάντηση πρέπει να είναι όχι. Αυτό που είναι προφανές είναι η ύπαρξη αρκετών μετρικών που είναι βιώσιμες και υποσχόμενες και οι οποίες υποδεικνύουν μία κατεύθυνση στην οποία χρειάζεται να γίνει ακόμα προσπάθεια για να αντιμετωπιστούν ασαφή ακόμα ζητήματα.

Για να γίνουν κατανοητά αυτά τα ζητήματα, πρέπει καταρχήν να οριστεί η έννοια της "βέλτιστης διόρθωσης". Ένας συνήθης ορισμός αφορά τον συνδυασμό σφαιρικών

και κυλινδρικών φακών που α.ελαχιστοποιούν το σφαίρωμα και τον κύλινδρο και β.καθιστούν τον αμφιβληστροειδή συζυγή με το άπειρο. Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό, ένας βέλτιστα διορθωμένος οφθαλμός θα έχει ένα μοναδικό άπω σημείο (far point), το οποίο θα είναι τοποθετημένο στο οπτικό άπειρο. Το άπω σημείο είναι εκείνο το σημείο στο χώρο του αντικειμένου που είναι οπτικά συζυγές με την ωχρά του ατόμου όταν δεν υπάρχει προσαρμογή. Εδώ βρίσκεται ένα από τα πρώτα δύσκολα θέματα που θέτονται. Το άπω σημείο του οφθαλμού δεν υπάρχει στην πραγματικότητα. Ακόμα και αν θεωρήσουμε ότι μπορούμε να ελέγξουμε και να αντισταθμίσουμε τις μονοχρωματικές εκτροπές, εξακολουθεί να υπάρχει η χρωματική εκροπή. Επακόλουθα, το άπω σημείο είναι διαφορετικό για κάθε μήκος κύματος, γεγονός που υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει καμία θέση του αντικειμένου που θα επιτύχει ένα καλά εστιασμένο αμφιβληστροειδικό είδωλο για όλα τα μήκη κύματος ταυτόχρονα. Κατά την ανάλυση των δεδομένων διαπιστώθηκε ότι οι χρωματικές μετρικές είχαν χειρότερη συμπεριφορά από τις αντίστοιχες μονοχρωματικές, γεγονός που αντικατοπτρίζει τη δυσκολία να αντιμετωπιστεί η χρωματική όραση.

Ένας άλλος ορισμός της "βέλτιστης διόρθωσης" είναι εκείνος ο συνδυασμός σφαιροκυλινδρικών φακών που μεγιστοποιεί την οπτική ποιότητα για μακρινά αντικείμενα. Η κύρια δυσκολία του ορισμού αυτού είναι η αδυναμία να καθοριστεί τότε η οπτική ποιότητα γίνεται μέγιστη. Πολλές μετρικές που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, προσπάθησαν να το ορίσουν είτε ποσοτικοποιώντας τις εκτροπές μετώπου κύματος, είτε ποσοτικοποιώντας και νευρωνικούς παράγοντες. Αν και κάποιες έδειξαν καλύτερη συμπεριφορά, δεν είναι δυνατό κάποια μετρική να θεωρηθεί απόλυτα κατάλληλη να αποδώσει την έννοια της βέλτιστης ποιότητας όρασης.

Επιπλέον, η εκτίμηση της επιτυχίας μιας αντικειμενικής διαδικασίας απαιτεί την ύπαρξη ενός σταθερού μέτρου σύγκρισης. Στην παρούσα και σε άλλες μελέτες θεωρείται ως τέτοιο η υποκειμενική διάθλαση. Ωστόσο είναι γνωστό πόσο μεγάλη μεταβλητότητα υπάρχει κατά τη μέτρησή της. Διάφοροι γιατροί θα καθορίσουν διαφορετικές διαθλάσεις για το ίδιο άτομο και ακόμα ο ίδιος γιατρός θα βρει διαφορετικές διαθλάσεις για το ίδιο άτομο κατά τη διάρκεια της ημέρας. Ακόμα και αν πάντα όλοι οι γιατροί κατέληγαν στην ίδια διάθλαση, δεν είναι ακόμα ξεκάθαρο ότι ο συνδυασμός σφαιροκυλινδρικών φακών που μεγιστοποιεί την οπτική οξύτητα, μεγιστοποιεί και την ποιότητα του ειδώλου.

Είναι προφανές επομένως ότι ο προσδιορισμός της καλύτερης ποιότητας όρασης είναι ένα πολύπλοκο θέμα. Εφόσον όλες οι μετρικές που μελετήθηκαν ήταν σχεδιασμένες να μετρούν οπτική ποιότητα, ήταν αναμενόμενο να εμφανίζουν όλες αρκετά καλά αποτελέσματα.

Χρειάζεται ωστόσο να αναφερθούν δύο ουσιαστικά συμπεράσματα όπως προκύπτουν από την εργασία.

Πρώτον, εισήχθη μία νέα μετρική που δεν έχει χρησιμοποιηθεί σε άλλες μελέτες, η οποία ονομάστηκε weightedMTF (monochromatic και polychromatic). Αυτή η μετρική ακολουθεί την λογική της VSMTF μεθόδου για τον υπολογισμό του Strehl ratio αλλά διαφέρει στο γεγονός ότι το MTF δεν σταθμίζεται για τη νευρωνική contrast sensitivity function CSF_N . Η συνάρτηση βάρους αυτής της μετρικής δεν σταθμίζει μέγιστα τις χαμηλές χωρικές συχνότητες (κοντά στο peak του CSF 3-5 c/deg) αλλά δίνει βαρύτητα σε υψηλότερες χωρικές συχνότητες. Η weightedMTF είναι μία προσέγγιση του Visual Strehl ratio που υπολογίζεται στην περιοχή των πιο υψηλών χωρικών συχνοτήτων.

Κάποιος, έχοντας υπόψη του τα δεδομένα της contrast sensitivity function, θα περίμενε η μετρική αυτή να μην ανταποκρίνεται στην βέλτιστη οπτική ποιότητα, ωστόσο διαπιστώνεται ότι συγκαταλέγεται στις δύο πρώτες μετρικές με την καλύτερη συμπεριφορά. Αυτό όμως δεν είναι τόσο αναπάντεχο, ιδιαίτερα αν σκεφθεί κανείς ότι η χωρική ανάλυση (που μετράται σε cyc/deg) για το γράμμα των 10/10 είναι 30cyc/deg, πολύ πιο πάνω από τη χωρική συχνότητα για την οποία υπάρχει μέγιστη ευαισθησία σύμφωνα με την contrast sensitivity function. Τα αποτελέσματα αυτής της νέας μετρικής ίσως αντικατοπτρίζουν το γεγονός ότι η ευαισθησία στη χωρική ανάλυση μειώνεται σε υψηλές συχνότητες ωστόσο δεν μηδενίζεται. Τα άτομα όταν διαβάζουν με την καλύτερη δυνατή διόρθωση το γράμμα των 10/10, έχουν την ικανότητα να αντιληφθούν τις υψηλές χωρικές συχνότητες που περιέχει. Αν αυτό αντιστοιχεί στην καλύτερη οπτική ποιότητα, είναι κάτι που δεν μπορεί να υποστηριχτεί αφού όπως ήδη επισημάνθηκε οι έννοιες της βέλτιστης οπτικής συμπεριφοράς και της βέλτιστης ποιότητας δεν μπορούν να οριστούν με σαφήνεια. Αναμφισβήτητα όμως σημαίνει ότι τα άτομα διαθέτουν τους κατάλληλους οπτικούς και νευρωνικούς μηχανισμούς που οδηγούν στη διάκριση του χωρικού περιεχομένου του γράμματος. Επομένως η μετρική weightedMTF εκφράζει την ύπαρξη αυτών των μηχανισμών και τη συνεισφορά τους στην αντίληψη.

Δεύτερον, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι η εισαγωγή του Stiles-Crawford effect, βελτίωσε τη συμπεριφορά όλων των μετρικών. Η διαπίστωση αυτή ελέγχθηκε στατιστικά με t-στατιστικό έλεγχο. Όπως ήδη έχει αναφερθεί το Stiles-Crawford είναι ένα apodization φίλτρο στο επίπεδο του αμφιβληστροειδή και αφορά τις οπτικές ιδιότητες των φωτουποδοχέων. Ωστόσο είναι χρήσιμο να θυμηθεί κάποιος ότι οι φωτουποδοχείς είναι νευρικά κύτταρα και οποιαδήποτε συνάρτηση αφορά τις λειτουργικές τους ιδιότητες είναι μία νευρωνική συνάρτηση. Διαπιστώνεται λοιπόν ότι οι μετρικές που χρησιμοποιήθηκαν είναι ικανές να κωδικεύσουν τόσο οπτικούς όσο και νευρωνικούς παράγοντες. Φυσικά, μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι ως απόλυτο μέγεθος, η διαφορά των δύο ομάδων στην ακρίβεια πρόβλεψης είναι πολύ μικρή (της τάξης του 0.001) ωστόσο είναι ικανή να εισάγει στατιστικά σημαντικές διαφορές, οι οποίες κατά πάσα πιθανότητα αντικοπρίζουν και λειτουργικές διαφορές της οπτικής αντίληψης.

Τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης είναι ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Ωστόσο κρίνεται αναγκαίο να αναγνωριστεί ότι η οπτική αντίληψη δεν είναι μία μηχανική καταγραφή στοιχείων αλλά μάλλον μια σύλληψη σύνθετων οπτικών σχέσεων. Είναι μάλλον ουτοπικό να θεωρηθεί ότι μία μόνο μετρική μπορεί να συμπεριλάβει όλους τους οπτικούς και νευρωνικούς παράγοντες που θα αιχμαλωτίσουν την ποιότητα ενός τέλειου ειδώλου.



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης