Value at Risk and combined forecasts: a forecasting evaluation performance

Καστρινάκη Κατερίνα

Τμήμα Οικονομικών επιστημών, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα: Οικονομική Θεωρία και Πολιτική

20 Απριλίου 2017

Δεδομένης της αυξανόμενης ανάγκης διαχείρισης του κινδύνου, η πρόβλεψη αυτού έχει έναν σημαντικό ρόλο στα χρηματοοικονομικά. Η αξία σε κίνδυνο (VaR), αποτελεί μια μέτρηση του κινδύνου η οποία εφαρμόζεται σε διάφορα χρηματοοικονομικά ινστιτούτα. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζοντας την αξία σε κίνδυνο ως το ποσοστημόριο αξιών ενός χαρτοφυλακίου δεδομένου ενός συνόλου πληροφοριών, ένα CAViaR μοντέλο προσδιορίζει την εξέλιξη ενός ποσοστημορίου, χρησιμοποιώντας μια αυτό-παλίνδρομη διαδικασία μέσω της οποίας εκτιμώνται οι παράμετροι.

Παρόλα αυτά, η αβεβαιότητα που υπάρχει σε σχέση με την επιλογή ενός μοντέλου αναφορικά με τους εκτιμητές, θέτει το ζήτημα της εξακρίβωσης καλύτερης εκτίμησης ποσοστημορίου. Στην παρακάτω εργασία παρουσιάζεται, μία μέθοδος ίσων και βασισμένων κατά το μέτρο AIC, σταθμίσεων, η οποία δημιουργεί συνδυασμούς CAViaR εκτιμήσεων, βασισμένων στα ατομικά μοντέλα CAViaR. Βασικός σκοπός της εργασίας, είναι η σύγκριση των ατομικών μοντέλων CAViaR έναντι των συνδυαστικών, όσον αφορά την ικανότητα τους να προβλέπουν την αξία σε κίνδυνο (VaR). Εφαρμόζοντας την μέθοδο αυτή, σε χρηματοοικονομικά χρονολογικά δεδομένα, μπορούμε να υποστηρίξουμε εμπειρικά τα αποτελέσματα μας.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής, στο κεφάλαιο 1 αναλύονται κάποια βασικά χαρακτηριστικά για την VaR και παρουσιάζεται η εξειδίκευση των μοντέλων CAViaR. Επίσης, σε αυτό το κεφάλαιο συζητούνται τα κριτήρια ελέγχου του μέτρου VaR. Στο κεφάλαιο 2 αναλύονται οι συνδυαστικές προβλέψεις CAViaR, οι οποίες βασίζονται στα ατομικά μοντέλα CAViaR, καθώς επίσης, και πως άλλοι ερευνητές παρουσιάζουν την δομή των συνδυαστικών προβλέψεων. Επιπλέον σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε την δική μας οπτική για την ανάλυση των συνδυαστικών προβλέψεων, χρησιμοποιώντας το μέτρο AIC. Η εμπειρική ανάλυση διεξάγεται στο κεφάλαιο 3 και αφορά τρείς ευρωπαϊκούς χρηματοοικονομικούς δείκτες, ενώ τα συμπεράσματα παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 4.

Οι ακραίες μεταβολές των τιμών στις χρηματοοικονομικές αγορές, είναι εξίσου σπάνιες όσο και σημαντικές. Η κατάρρευση στην αγορά μετοχών της Wall Street το 1987, όπως και άλλες χρηματοοικονομικές κρίσεις, έχουν επιστήσει την προσοχή αρκετών ερευνητών. Επίσης, οι συζητήσεις περί κυβερνητικών κανονισμών στην αγορά παραγώγων αλλά και περί διαχείρισης του κινδύνου της αγοράς, αυξάνονται όλο ένα και περισσότερο τα τελευταία χρόνια. Όλα αυτά είχαν ως αποτέλεσμα την προέλευση ενός νέου συστήματος μέτρησης του κινδύνου, το οποίο επισημοποιήθηκε από το συνέδριο της JP Morgan το 1993 και το οποίο ορίστηκε στην συνέχεια από τον Jorion (2001). Αυτό που επακολούθησε ήταν η γρήγορη αποδοχή του VaR, από ασφαλιστικές εταιρείες, επενδυτικές τράπεζες, χρηματοοικονομικά και μη ινστιτούτα.

Το μέτρο VaR, ενός χαρτοφυλακίου ορίζεται ως την χειρότερη αναμενόμενη απώλεια για ένα χρονικό ορίζοντα και για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης α. Σε μαθηματικούς όρους δίνεται από την σχέση:

$$\alpha = \Pr(y_t \leq -VaR|F_{t-1})$$

όπου y_t είναι η απόδοση του δείκτη σε λογάριθμους την χρονική στιγμή t, η οποία δίνεται από την σχέση $y_t = [\log(P_t) - \log(P_{t-1})] \cdot 100$, όπου P_t εκφράζει την τιμή κλεισίματος του δείκτη την χρονική στιγμή t, α είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης και η μεταβλητή F_{t-1} ορίζει την πληροφόρηση κατά την χρονική στιγμή t-1. Τα μοντέλα και οι μέθοδοι εκτίμησης του μέτρου VaR ποικίλουν και αποτελούν μια αμφιλεγόμενη συζήτηση για τους ερευνητές.

Οι μέχρι τώρα υπάρχουσες μέθοδοι εκτίμησης του μέτρου VaR, έχουν κατηγοριοποιηθεί σε τρείς μεγάλες κατηγορίες: τις παραμετρικές, τις ημι-παραμετρικές και τις μη παραμετρικές μεθόδους.

Οι παραμετρικές μέθοδοι θεωρούν μια υπόθεση για το είδος της κατανομής. Βασικό παράδειγμα αυτής της μεθόδου είναι ένα μοντέλο GARCH(r,s) ή ένα RiskMetrics μοντέλο. Για παράδειγμα, έστω ότι ισχύει για τις αποδόσεις η εξής σχέση $y_t = \mu_t + \alpha_t$, τότε η α_t ακολουθεί ένα μοντέλο GARCH(r,s) εάν ισχύει $\alpha_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t$ (κατανέμεται iid με μέσο 0 και διακύμανση 1) και η σ_t^2 αφορά μια χρονικά μεταβαλλόμενη διακύμανση. Η one-step-ahead πρόβλεψη VaR_t για επίπεδο εμπιστοσύνης α, μπορεί τότε να ορισθεί ως

$$VaR_t = \mu_t + D_\alpha^{-1} \cdot \sigma_t$$

όπου D_α^{-1} είναι η αντίστροφη συνάρτηση κατανομής μιας κατανομής D.

Στην δεύτερη κατηγορία μεθόδων εκτίμησης VaR, δηλαδή στις ημι-παραμετρικές μεθόδους, εντάσσονται τα μοντέλα που βασίζονται στην παλινδρόμηση ποσοστημορίου, όπως για παράδειγμα τα μοντέλα CAViaR (Engle and Manganelli, 2004), στα οποία βασίζεται και η εργασία μας. Αυτή η προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα ότι επιτρέπει στην κατανομή των αποδόσεων να είναι χρονικά μεταβαλλόμενη. Τα μοντέλα CAViaR μπορούν να θεωρηθούν ως εξής:

Indirect GARCH(1,1) (IG) CAViaR model

$$f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) = (\beta_0 + \beta_1 f_{t-1,\alpha}{}^2(\boldsymbol{\beta}) + \beta_2 y_{t-1}{}^2)^{½}$$

Symmetric absolute value (SAV) CAViaR model

$$f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \beta_1 f_{t-1,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) + \beta_2 \cdot |y_{t-1}|$$

Asymmetric slope (AS) CAViaR model

$$f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) = \beta_0 + \beta_1 f_{t-1,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) + (\beta_2 I\{y_{t-1}>0\} + \beta_3 I\{y_{t-1}<0\}) \cdot |y_{t-1}|$$

Indirect AR(1)-GARCH(1,1)(I) CAViaR model

$$f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) = \beta_4 y_{t-1} + (\beta_0 + \beta_1((f_{t-1,\alpha}(\boldsymbol{\beta}) - \beta_2 y_{t-2})^2) + \beta_3((y_{t-1} - \beta_2 y_{t-2})^2))^{½}.$$

όπου $f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta})$ αντιπροσωπεύει το ποσοστημόριο για δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας α.

Οι Engle and Manganelli(2004), προτείνουν μια διαφορετική προσέγγιση εκτίμησης του ποσοστημορίου, έτσι αντί να μοντελοποιηθεί η κατανομή των αποδόσεων μοντελοποιείται το ποσοστημόριο $f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta})$ απευθείας. Επίσης, οι κατανομές των αποδόσεων χρηματοοικονομικών στοιχείων αυτό-συσχετίζονται, συνεπώς το VaR, το οποίο σχετίζεται με την τυπική απόκλιση της κατανομής πρέπει να παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά. Για να φορμαλοποιηθεί αυτό το χαρακτηριστικό, χρησιμοποιείται κάποιου είδους αυτό-παλίνδρομης ειδίκευσης το οποίο ονομάζεται Conditional Autoregressive Value at Risk (CAViaR) μοντέλο. Τα πρώτα δυο μοντέλα CAViaR αντιδρούν συμμετρικά σε θετικές ή αρνητικές παρατηρήσεις. Αντίθετα, το τρίτο μοντέλο CAViaR, αντιδρά διαφορετικά σε θετικές ή αρνητικές παρατηρήσεις, λαμβάνοντας υπόψη το αποτέλεσμα της μόχλευσης (leverage effect).

Η εκτίμηση των μοντέλων CAViaR μπορεί να πραγματοποιηθεί, χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση παλινδρόμησης. Δηλαδή, μπορούμε να εκτιμήσουμε το one-step-ahead ποσοστημόριο, $Q_{t+1,\alpha} = f_{t+1,\alpha}(\boldsymbol{\beta})$, για επίπεδο εμπιστοσύνης α ελαχιστοποιώντας ως προς $\boldsymbol{\beta}$, δηλαδή

$$\min_\beta L_\alpha(\varepsilon_{t+1,1:T}, \boldsymbol{\beta}) \equiv \min_\beta \sum(\alpha - I_{\{\varepsilon t+1<0\}}) \cdot \varepsilon_{t+1}$$

για το δείγμα των $y_1,\ldots,y_T$ παρατηρήσεων και $\varepsilon_{t+1} = y_{t+1} - f_{t+1,\alpha}(\boldsymbol{\beta})$ αφορά το σφάλμα της πρόβλεψης.

Τέλος, από τις μη παραμετρικές μεθόδους, χρησιμοποιείται ευρέως η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης (historical simulation). Σύμφωνα με αυτήν την μέθοδο, το VaR εκτιμάται ως το ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής των ιστορικών αποδόσεων. Το πλεονέκτημα της ιστορικής προσομοίωσης είναι ότι δεν απαιτεί κάποια υπόθεση για την κατανομή και είναι εύκολο να υπολογισθεί.

Η βασική βιβλιογραφία, προτείνει διάφορα κριτήρια ελέγχου και επιλογής των μοντέλων εκτίμησης VaR. Το πιο σύνηθες κριτήριο σύγκρισης μοντέλων VaR είναι το ποσοστό παραβίασης (Violation Rate, VRate) το οποίο ορίζεται ως το τμήμα των παρατηρήσεων για τις οποίες οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις είναι πιο ακραίες από το προβλεπόμενο επίπεδο VaR για την περίοδο πρόβλεψης και δίνεται από τον εξής τύπο:

$$\text{VRate} = (\sum I(y_t < -f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta}))) / T$$

για t από 1,…,T όπου T το μέγεθος του δείγματος. Το VRate θα πρέπει να βρίσκεται κοντά στο επίπεδο εμπιστοσύνης α, ή ο λόγος **VRate / α** ≈ 1. Εάν **VRate < α**, οι εκτιμήσεις για τον κίνδυνο και τις απώλειες είναι υψηλότερες από τις πραγματικές.

Εάν **VRate** > **α**, οι εκτιμήσεις για τον κίνδυνο είναι χαμηλότερες από τις πραγματικές και ίσως δεν είναι διαθέσιμο από το χρηματοοικονομικό ινστιτούτο αρκετό κεφάλαιο για να καλυφθούν μελλοντικές απώλειες.

Επίσης, δυο σημαντικοί έλεγχοι υποθέσεων εκτίμησης και ελέγχου VaR είναι οι παρακάτω έλεγχοι:

- **Kupiec (1995):** προτείνει ένα Likelihood Ratio (LR) test, με μηδενική υπόθεση την

$$H_0 : \mathbf{VRate = \alpha}$$

και η στατιστική του ελέγχου, L_{RUC} κατανέμεται σύμφωνα με την $\chi(1)^2$ κατανομή.

- **Christoffersen(1998):** επεκτείνει το προηγούμενο (LR) test, έχοντας την ίδια μηδενική υπόθεση

$$H_0 : \mathbf{VRate = \alpha}$$

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{ind},$$

και η στατιστική του ελέγχου, LR_{CC} κατανέμεται σύμφωνα με την $\chi(2)^2$ κατανομή.

Παρόλα αυτά, οι μέχρι τώρα υπάρχουσες στρατηγικές επιλογής μοντέλων έχουν οδηγήσει σε αστάθεια για την επιλογή ενός μοντέλου CAViaR με την βέλτιστη προβλεπτική ικανότητα, Με αποτέλεσμα, οι ερευνητές να υιοθετούν μοντέλα τα οποία παράγουν μεροληπτικές παραμέτρους και εκτιμήσεις. Μια εναλλακτική μέθοδος θεωρεί την δημιουργία συνδυαστικών ή σταθμισμένων εκτιμήσεων (combined or weighted estimates), μέσω της οποίας πιθανώς να βελτιώνεται η σταθερότητα των εκτιμήσεων και να μειώνεται η αβεβαιότητα στην επιλογή των μοντέλων. Πιο συγκεκριμένα, η νέα μέθοδος δημιουργεί εκτιμήσεις χρησιμοποιώντας εναλλάξ συνδυασμούς εκτιμήσεων των ατομικών μοντέλων CAViaR, ανά δύο. Απώτερος σκοπός είναι να ερευνηθεί η προβλεπτική ικανότητα των συνδυαστικών CAViaR εκτιμήσεων σε σχέση με τις εκτιμήσεις των ατομικών μοντέλων CAViaR.

Στην εργασία μας, οι εξειδικεύσεις για τον υπολογισμό των σταθμίσεων (weights), στην περίπτωση των μοντέλων CAViaR, πραγματοποιούνται βάσει της εκτίμησης του κριτηρίου Akaike's(AIC) :

$$AIC_i = -2\, L_\alpha\, (\varepsilon_{t+1,1:T}, \boldsymbol{\beta}) + 2k_i$$

όπου L_α $(\varepsilon_{t+1,1:T}, \boldsymbol{\beta})$ η συνάρτηση απώλειας ποσοστημορίου και k_i ο αριθμός των παραμέτρων για το μοντέλο i. Τέλος, οι σταθμίσεις ορίζονται ως εξής:

$$w_i \approx \exp(-1/2AIC_i) /(\sum \exp(-1/2AIC_r)),$$

για r από 1…R όπου R ο αριθμός των μοντέλων.

Άρα, οι one-step-ahead συνδυαστικές CAViaR εκτιμήσεις, βασιζόμενες στα ατομικά μοντέλα CAViaR, δημιουργούνται ως έξης:

$$f_{t+1,\alpha,SAV+AS}(\boldsymbol{\beta}) = w\, f_{t+1,\alpha,SAV}(\boldsymbol{\beta}) + (1-w) f_{t+1,\alpha,AS}(\boldsymbol{\beta})$$
$$f_{t+1,\alpha,SAV+I}(\boldsymbol{\beta}) = w\, f_{t+1,\alpha,SAV}(\boldsymbol{\beta}) + (1-w) f_{t+1,\alpha,I}(\boldsymbol{\beta})$$
$$f_{t+1,\alpha,AS+I}(\boldsymbol{\beta}) = w\, f_{t+1,\alpha,AS}(\boldsymbol{\beta}) + (1-w) f_{t+1,\alpha,I}(\boldsymbol{\beta})$$

Επίσης, οι one-step-ahead ίσες συνδυαστικές CAViaR εκτιμήσεις, βασιζόμενες στα ατομικά μοντέλα CAViaR, δημιουργούνται ως έξης:

$$f_{t+1,\alpha,SAV+AS}(\boldsymbol{\beta}) = (1/2) f_{t+1,\alpha,SAV}(\boldsymbol{\beta}) + (1-1/2) f_{t+1,\alpha,AS}(\boldsymbol{\beta})$$
$$f_{t+1,\alpha,SAV+I}(\boldsymbol{\beta}) = (1/2) f_{t+1,\alpha,SAV}(\boldsymbol{\beta}) + (1-1/2) f_{t+1,\alpha,I}(\boldsymbol{\beta})$$
$$f_{t+1,\alpha,AS+I}(\boldsymbol{\beta}) = (1/2)\, f_{t+1,\alpha,AS}(\boldsymbol{\beta}) + (1-1/2) f_{t+1,\alpha,I}(\boldsymbol{\beta}).$$

Πριν την ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων, θα ήταν χρήσιμο να αναλυθεί η βασική μεθοδολογία της εργασία μας. Τα δεδομένα μας αφορούν δεδομένα των χρηματοοικονομικών δεικτών IBEX(Ισπανία), OSEBENCH(Νορβηγία) και SMI(Ελβετία) και πρόκειται για περίπου για ένα δείγμα Τ = 3700 παρατηρήσεων, από την 01/01/2002 έως 30/09/2016. Οι παρατηρήσεις αφορούν τις αποδόσεις των τριών δεκτών οι οποίες έχουν υπολογισθεί ως εξής:

$$y_t = [\log(P_t) - \log(P_{t-1})] \cdot 100$$

όπου P_t είναι η τιμή κλεισίματος του δείκτη την χρονική στιγμή t.

Ουσιαστικά, αυτή αφορά την παρουσίαση της απόδοσης των εκτιμήσεων των μοντέλων CAViaR. Πρακτικά, περιοριζόμαστε στην εκτίμηση των SAV-CAViaR, AS-CAViaR και I-CAViaR μοντέλων. Αρχικά, εκτιμάμε τις παραμέτρους **β** στην εντός δείγματος περίοδο από το κάθε μοντέλο, για επίπεδο εμπιστοσύνης α = 0,05 και α = 0,01. Στη συνέχεια, εκτιμάμε το $f_{t,\alpha}(\boldsymbol{\beta})$, ουσιαστικά το VaR, και ελέγχουμε τον λόγο VRate / α για το κάθε μοντέλο και για τους τρείς χρηματοοικονομικούς δείκτες στην εκτός δείγματος περίοδο πάλι και για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης. Έπειτα, εφαρμόζοντας την παραπάνω μεθοδολογία για τις συνδυαστικές εκτιμήσεις, βασισμένες στα ατομικά μοντέλα CAViaR, μπορούμε να εξακριβώσουμε εάν οι συνδυαστικές εκτιμήσεις ή οι εκτιμήσεις που προκύπτουν από τα ατομικά μοντέλα ανταποκρίνονται καλύτερα στο κριτήριο VRate. Η εντός δείγματος περίοδος αφορά τα έτη 2002 έως 2008 και η εκτός δείγματος περίοδος ή περίοδος πρόβλεψης αφορά τα έτη 2009 με 2016 στο πρώτο σύνολο αποτελεσμάτων. Στο δεύτερο σύνολο αποτελεσμάτων, η εντός δείγματος περίοδος αφορά τα έτη 2002 έως 2013 και η εκτός δείγματος περίοδος ή περίοδος πρόβλεψης αφορά τα έτη 2014 με 2016.

Στην εμπειρική ανάλυση της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των περιγραφικών στατιστικών(βλέπε Πίνακα 3.1). Παρατηρούμε ότι οι σειρές εμφανίζουν τα συνήθη χαρακτηριστικά χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών, δηλαδή μέσο κοντά στο μηδέν και περιόδους υψηλής ή χαμηλής διακύμανσης. Σύμφωνα με τον έλεγχο Jarque-Bera απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση περί κανονικότητας.

Table 3.1: Summary statistics of return index series financial series

	IBEX	OSEBENCH	SMI
mean	-0.00054	-0.01553	-0.00284
variance	0.43276	0.43539	0.27228
skewness	0.08149	0.55494	0.11905
kurtosis	6.4651	6.35902	6.82533
min.	-5.85587	-4.40319	-4.68501
max.	5.72628	4.55046	3.93925
Jarque-Bera test	224.53(< 2.2e-16)	6394.1 (<2.2e-16)	7283.4(< 2.2e-16)

Επίσης, ενδεικτικά προσθέτονται και οι Πίνακες 3.2 και 3.3 οι οποίοι παρουσιάζουν τους λόγους VRate / α τόσο για τα ατομικά μοντέλα όσο και για τα συνδυαστικά μοντέλα, για τα δύο σύνολα αποτελεσμάτων, για τους τρείς χρηματοοικονομικούς δείκτες και για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης. Οι τετραγωνισμένες τιμές παρουσιάζουν τον λόγο VRate / α, ο οποίος εμφανίζει το επιθυμητό αποτέλεσμα, δηλαδή βρίσκεται κοντά στο 1. Επιπλέον, στους Πίνακες 3.2 και 3.3 παρουσιάζονται τα p-values που προέκυψαν από τον έλεγχο του Christoffersen. Τα p-values που παρουσιάζονται με έντονο μαύρο χρώμα, παρουσιάζουν τις τιμές οι οποίες είναι μικρότερες του 5% και για τις οποίες απορρίπτεται η H_0: VRate = α, και κατά συνέπεια και το μοντέλο. Βέβαια, πριν απορρίψουμε οπουδήποτε μοντέλο θα ήταν συνετό να ελέγξουμε και τα αποτελέσματα άλλων ελέγχων.

Συμπερασματικά, αναφορικά με την περίοδο πρόβλεψης 2009-2016, για α=0.05 και α=0.01, πέντε στις έξι των περιπτώσεων το VRate / α ≈ 1 για τις συνδυαστικές προβλέψεις, ενώ δύο στις έξι των περιπτώσεων τα SAV+I-CAViaR(EqW) και SAV+AS-CAViaR(EqW) εμφανίζουν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Εξετάζοντας μόνο τα ατομικά μοντέλα CAViaR, το SAV-CAViaR παρουσιάζει την καλύτερη απόδοση αφού τρεις στις έξι των περιπτώσεων το VRate / α ≈ 1. Τα αποτελέσματα διαφοροποιούνται αρκετά στην περίοδο πρόβλεψης 2014-2016. Πιο συγκεκριμένα, για α=0.05 και α=0.01, τρεις στις έξι των περιπτώσεων το VRate / α ≈ 1 για τις συνδυαστικές προβλέψεις ενώ πέντε στις έξι των περιπτώσεων κάποιο από τα ατομικά μοντέλα CAViaR, εμφανίζει τον επιθυμητό λόγο. Τέλος, δύο στις έξι των περιπτώσεων το SAV+I-CAViaR εμφανίζει τα επιθυμητά αποτελέσματα και σε καμία περίπτωση στις ίσες συνδυαστικές προβλέψεις δεν εμφανίζεται ένας λόγος VRate / α ≈ 1. Από τα ατομικά μοντέλα το SAV-CAViaR παρουσιάζει την καλύτερη απόδοση αφού τρεις στις έξι των περιπτώσεων το VRate / α ≈ 1.

Table 3.2: CAViaR model evaluation using the check-loss function applied to financial data series

Models	Ibex	Osebench	Smi
α =0.05			
SAV-CAViaR	0.9682(0.3925)	1.1699(0.2219)	1.0690(**0.00005**)
AS-CAViaR	1.1901(0.1301)	1.2506(0.7864)	1.1901(0.9919)
I-CAViaR	1.0287(0.0907)	1.1901(0.0717)	1.0892(0.6928)
SAV+AS-CAViaR	1.1094(0.1163)	1.2405(0.2918)	1.1497(0.5026)
SAV+I-CAViaR	0.9178(0.1163)	$\boxed{1.1396}$(0.1119)	1.0892(0.3857)
AS+I-CAViaR	1.1497(0.0848)	1.2002(0.6571)	1.1598(0.2390)
SAV+AS-CAViaR(EqW)	$\boxed{1.0085}$(0.6283)	1.2304(0.3128)	1.0993(**0.0479**)
SAV+I-CAViaR(EqW)	0.9178(0.2175)	1.1497(**0.0291**)	$\boxed{1.0388}$(0.2457)
AS+I-CAViaR(EqW)	1.0388(0.5351)	1.1497(0.1072)	1.1598(0.2390)
α =0.01			
SAV-CAViaR	1.1598(0.4623)	1.2607(0.3228)	1.5632(0.3209)
AS-CAViaR	1.5632(0.0887)	$\boxed{1.0085}$(0.1851)	1.2102(**0.0328**)
I-CAViaR	1.5128(0.3369)	1.6641(0.2904)	1.0590(0.5024)
SAV+AS-CAViaR	$\boxed{1.1094}$(0.4923)	0.9581(0.1641)	1.2102(0.4430)
SAV+I-CAViaR	1.2607(0.4241)	1.2607(0.3228)	1.3615(0.3878)
AS+I-CAViaR	1.6137(0.5262)	1.0590(0.2074)	$\boxed{1.0085}$(0.5231)
SAV+AS-CAViaR(EqualW)	$\boxed{1.1094}$(0.4923)	0.9581(0.1641)	1.2607(0.4241)
SAV+I-CAViaR(EqualW)	$\boxed{1.1094}$(0.4821)	1.1598(0.2686)	1.3615(0.3878)
AS+I-CAViaR(EqualW)	1.6137(0.3131)	1.1094(0.2309)	$\boxed{1.0085}$(0.5231)

Table 3.3: CAViaR model evaluation using the check-loss function applied to financial data series

Models	Ibex	Osebench	Smi
α =0.05			
SAV-CAViaR	0.8226(0.4800)	$\boxed{0.9705}$(0.7506)	0.7194(0.1716)
AS-CAViaR	$\boxed{0.9645}$(**0.0231**)	1.1176(**0.0180**)	$\boxed{0.8920}$(0.1906)
I-CAViaR	0.7943(0.9092)	0.9117(0.6259)	0.6618(0.2091)
SAV+AS-CAViaR	0.9361(0.0784)	0.9411(0.6875)	$\boxed{0.8920}$(0.1906)
SAV+I-CAViaR	0.7659(0.9708)	$\boxed{0.9705}$(0.7506)	0.6043(0.2522)
AS+I-CAViaR	0.8226(0.8487)	1.0588(**0.0443**)	$\boxed{0.8920}$(0.1906)
SAV+AS-CAViaR(EqW)	0.7943(0.9092)	0.9411(0.6875)	0.6618(0.2091)
SAV+I-CAViaR(EqW)	0.7659(0.9708)	0.9411(0.6875)	0.6618(0.2091)
AS+I-CAViaR(EqW)	0.7943(0.9092)	0.8823 (0.5661)	0.6330(0.2300)
α =0.01			
SAV-CAViaR	$\boxed{0.9929}$(0.7076)	1.6176(0.1641)	$\boxed{1.0071}$(0.1426)
AS-CAViaR	1.4184(0.1259)	1.4705(**0.0062**)	1.4388(**0.0001**)
I-CAViaR	0.8510(0.7480)	0.4411(0.8703)	0.5755(0.8294)
SAV+AS-CAViaR	1.1347(0.6680)	0.7352(0.7853)	0.8633(0.7463)
SAV+I-CAViaR	0.7092(0.7891)	$\boxed{1.0294}$(0.0556)	0.7194(0.7876)
AS+I-CAViaR	1.2765(0.6292)	0.7352(**0.0242**)	0.5755(0.8294)
SAV+AS-CAViaR(EqualW)	1.1347(0.6680)	0.7352(0.7853)	0.8633(0.7463)
SAV+I-CAViaR(EqualW)	0.7092(0.7891)	0.5882(0.8276)	0.8633(0.7463)
AS+I-CAViaR(EqualW)	0.8510(0.1031)	0.7352(**0.0242**)	0.5755(0.8294)

Ενδεχομένως, κάποιο από τα παραπάνω συμπεράσματα να είναι χρήσιμο και να ωφελεί την συνέχεια της έρευνας για το μέτρου VaR. Όμως, αναπάντητα ερωτήματα και απορίες δίνουν έναυσμα για περεταίρω έρευνα ή και επέκταση της δικής μας εργασίας.

Βιβλιογραφία

[1] Dowd K.: Measuring Market Risk.John Wiley \& Sons Ltd;2002.

[2] Gerlach RH, Zudi L, Huange H.: Exponentially smoothing the skewed laplace distribution for value-at-risk forecasting. Journal of Forecasting; 2013;32:534–550.

[3] Jorion P. Risk: Measuring the risk in Value at Risk.Financial Analysts Journal; 1996; 52: 47-56.

[4] Chen C.,Gerlach R.,Hwang B., McAleer M.: Forecasting Value-at-Risk Using Nonlinear Regression Quantiles and the Intra-day Range;2011.

[5] Yamai Y., Yoshiba T.:On theValidity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected Shortfall. Institute for Monetary and Economic Studies;2002;57-86.

[6] Kuester K., Mittnik S., Paollela M.: Value-at-risk prediction: a comparison of Alternative strategies. Journal of Financial Economics;2006;4:53–89.

[7] Ratuszny E.: Risk Modeling of Commodities using CAViaR Models, the Encompassing Method and the Combined Forecasts;2015;15:129-156.

[8] Jeon J.,Taylor J.: Using CAViaR Models with Implied Volatility for Value at Risk Estimation. Journal of Forecasting;2013;32:62-74.

[9] Boudoukh J., Richardson M., Whitelaw R.: The best of both worlds. Risk; 1998;11:64-67.

[10]Hendricks D.: Evaluation of Value at Risk Models using Historical Data. FRBNY Economic Policy Review;1996;37-69.

[11]Li H., Fan Y., Li Y., Zhou Y., Jin Z., Liou Z.: Approaches to VaR. Investment Practice Project;2011-2012.

[12] Gerlach R., Chen C., Chan N..: Bayesian time-varying quantile forecasting for value-at-risk in financial markets. Journal of Business Economics Statistics; 2011;29:481–492.

[13]Engle RF, Manganelli S. CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. Journal of Business Economics Statistics.2004;22:367–381.
[14] Tsiotas G.A quasi-Bayesian model averaging approach for conditional quantile models.Journal of Statistical Computation and Simulation;2015;85:1963–1986.

[15] Kupiec P. Techniques for verifying the accuracy of risk management model.Journal of Derivatives;1995;3:73-84.

[16] Christofferesen P. Evaluating interval forecasts. International Economic Review; 1998;39:841-862.

[17]Gaglianone W., Lima L.R, Linton O.: Evaluating VaR models via quantile regressions,Working Paper Series;2008;161:1-56.

[18] Chen C., Gerlach R., Lin E., Lee W.: Bayesian forecasting for financial risk management, pre and post the global financial crisis.Journal of Forecasting; 2012;31:661–687.

[19] Bates J., Granger C.: The combination of forecasts. Operations Research Quarterly;1969;20:451-468.

[20] Link W. ,Barker R. :Model weights and the foundations of multimodel inference.Ecology; 2006;2626–2635.

[21]Taylor J.,Bunn D.: Combining forecast quantiles using quantile regression: Investigating the derived weights, estimator bias and imposing constraints. Journal of Applied Statistics;1998;25:193-206.

[22] Zou H., Yang Y.: Combining time series models for forecasting. International Journal of Forecasting;2004;20:69-84.

[23] Giacomini R. ,Komunjer I.: Evaluation and Combination of Conditional Quantile Forecasts.American Statistical Association Journal of Business \& Economic Statistics; 2005; 23:416-431.

[24] Bunn D.: Forecasting with more than one model. Journal of Forecasting; 1989;8:161-166.

[25]Phoinos D.: Statistics. Zhth;1999.

[26] Bera A. : A test for normality of observations and regression residuals. International Statistical Review;1987;55: 163–172.