

Πανεπιστήμιο Κρήτης Διατμηματικό Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών «Οπτική & Όραση»



«Κατασκευή HARTMANN-SHACK αισθητήρα μετώπου κύματος με δυο μεγεθύνσεις κόρης»

Στέλιος Μακρυπίδης

Επιβλέπων : Ι.Παλλήκαρης, Καθηγητής Οφθαλμολογίας

Ηράκλειο, Φεβρουάριος 2006



Πανεπιστήμιο Κρήτης Διατμηματικό Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών «Οπτική & Όραση»



«Κατασκευή HARTMANN-SHACK αισθητήρα μετώπου κύματος με δυο μεγεθύνσεις κόρης»

Στέλιος Μακρυπίδης

Επιβλέπων : Ι.Παλλήκαρης, Καθηγητής Οφθαλμολογίας

Η παρούσα εργασία υπεβλήθη ως μέρος των υποχρεώσεων για την απονομή του μεταπτυχιακού διπλώματος ειδίκευσης του Διατμηματικού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Οπτική και Όραση» και παρουσιάστηκε στην Τριμελή Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

- 1. Ι. Παλλήκαρης
- 2. Μ. Τσιλιμπάρης
- Χ. Γκίνης

Ηράκλειο, Φεβρουάριος 2006

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία είχε ως σκοπό τη σχεδίαση και την κατασκευή ενός HARTMANN-SHACK αισθητήρα μετώπου κύματος με δυο μεγεθύνσεις κόρης. Για τον καθορισμό των οπτικών μέσων που χρησιμοποιήσαμε έγινε μελέτη του οπτικού συστήματος με γεωμετρική οπτική και επεξεργασία των αποτελεσμάτων με κατάλληλο λογισμικό. Ακολούθησε η κατασκευή του εκτροπόμετρου και ελήφθησαν μετρήσεις για τον προσδιορισμό των εκτροπών του οπτικού συστήματος και το προσδιορισμό των παραμέτρων της ψηφιακής κάμερας που επηρεάζουν τις μετρήσεις. Η εκτροπή μετώπου κύματος μπορεί να περιγράφει από μια συνάρτηση που προσεγγίζει την επιφάνεια του εκτρεπόμενου μετώπου. Ο υπολογισμός της γίνεται από την απόκλιση που παρουσιάζεται στα σημεία εστίασης του εκτρεπόμενου κύματος σε σχέση με τα σημεία εστίασης ενός ιδανικού μετώπου χωρίς εκτροπές. Επειδή τα σημεία εστίασης είναι περιθλώμενες κηλιδες είναι αναγκαίος ο καθορισμός σε κάθε κηλίδα του σημείου με την μέγιστη φωτεινότητας (κεντροειδή). Οι μαθηματικές συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται συνήθως και αποδίδουν με ικανοποιητικά μεγάλη ακρίβεια τις εκτροπές ενός κύματος είναι τα πολυώνυμα Zernike. Για την περιγραφή των εκτροπών με τα πολυώνυμα Zernike είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός των συντελεστών των πολυωνύμων. Για τον σκοπό αυτό δημιουργήσαμε πρόγραμμα (γραμμένο σε MATLAB) και επεξεργασθήκαμε τις μετρήσεις. Τα αποτελέσματα μας έδωσαν την μορφή του μετώπου κύματος καθώς και βαθμονόμηση της κάμερας που χρησιμοποιήθηκε.

ABSTRACT

The aim of the present work was the designing and the manufacture of a HARTMANN-SHACK wavefront sensor - analyser with two different magnifications for the eyes pupil. To determinate the optical means that were used it was firstly done a study of the optical system with geometrical optics and an analysis of the results using an appropriate software followed. After that the aberrometer was constructed and used for taking measurements of the aberrations of the optical system and the determination of the parameters of the digital camera that were affecting the measurements. The aberration of the wavefront can be described by a function that approaches the shape of the surface of the aberrated wavefront. The reconstruction of the function is done by the deviance that is reported at the focal points of the aberrated wavefront in accordance to the focal points of an ideal wavefront that has no aberrations. Because of the fact that the focal points appear like diffractive spots it is necessary to determinate the point that has the highest brightness for every spot (central points). The mathematical functions that are usually used for this purpose and indeed have a good performance in approaching with precision the aberrations of the wavefront are the Zernike polynomials. To describe the aberrations with this polynomials it is essential to determine the coefficients of the polynomials. For this purpose we have constructed an algorithm (in MATLAB) and we have used it to analyze the experimental data. Our results were used for reconstruction of the wavefront as well as the calibration of the parameters of the digital camera that was used.

Ευχαριστώ,

τα μέλη της τριμελούς επιτροπής, ιδιαιτέρως τον επιβλέποντα καθηγητή μου Καθηγητή Οφθαλμολογίας Ιωάννη Παλλήκαρη για την συνεισφορά του σε οποιοδήποτε επιστημονικό πρόβλημα προέκυπτε, καθώς και τον Αριστοφάνη Παλλήκαρης για την πολύτιμη βοήθεια του από την έναρξη ως το πέρας της εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Π	IEPIEXOMENA	1
1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
	 1.1 Ο ΟΦΘΑΛΜΟΣ ΩΣ ΟΠΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 1.2 ΕΚΤΡΟΠΕΣ	2
	1.2.1.1 Σφαιρική εκτροπή	4
	1.2.1.2 Αστιγματισμός	5
	1.2.1.3 Παραμόρφωση πεδίου	6
	1.2.1.4 κομη 1.2.2 Χρωματικές εκτροπές	
2	ΤΡΟΠΟΙ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΕΚΤΡΟΠΩΝ	8
	2.1 RETINAL RAY TRACING (RRT)	9
	2.2 Μεθοδος Tscherning	
	2.3 ΜΕΘΟΔΟΣ SHACK-HARTMANN	
	2.3.1 Υπολογισμός κεντροειδών	
	2.3.2 Υπολογισμός της κλίσης του μετώπου κύματος	
	2.3.3 Μετατροπή κλίσης σε πολυώνυμα Zernike - Ανάλυση εκτροπών	
	2.3.4 Πολυώνυμα Zernike	
	2.3.5 Wavefront fitting and data analysis	
•	2.5.0 Περιορισμοί στην χρηση του Snack-Harimann	
3	ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΠΕΔΙΟΥ	
4	ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
	4.1 Γεωμετρική οπτική και επέξεργασια στο Ζεμάχ	23
5	ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ	
	5.1 Μεθοδολογια μετρήσης	
	5.1.1 Υπολογισμός κεντροειδων	
	5.2 Αποτελέσματα μετρήσεων	
	5.2.1 Συντελεστές Zernike	
	5.2.2 Ανάλυση συντελεστών Zernike	
	5.2.2.1 Συντελεστες Ζειπικε για μεγέθυνση 1:1	
,		
6		
7	МЕЛЛОНТІКН ЕРЕУНА	
8	ВІВЛІОГРАФІА	

1 Εισαγωγή

1.1 Ο οφθαλμός ως οπτικό σύστημα

Ανατομικά ο οφθαλμός αποτελείται από τον κερατοειδή, με πάχος 550μm και δείκτη διάθλασης 1.376, ο οποίος έχει σχήμα ελλειψοειδές αλλά δεν είναι συμμετρικός εκ περιστροφής, γεγονός που μειώνει την σφαιρική εκτροπή αλλά δημιουργεί ασύμμετρες εκτροπές όπως είναι ο αστιγματισμός. Ο χώρος ανάμεσα από τον κερατοειδή και την ίριδα με αξονικό μήκος 3mm, καλείται πρόσθιος θάλαμος και περιέχει υδατοειδές υγρό με δείκτη διάθλαση 1.336. Πίσω από την ίριδα και εφαπτομενικά σε αυτή βρίσκεται ο κρυσταλλοειδής φακός με δείκτη διάθλασης 1.41 οποίος συγκρατείται στη θέση του με τις ίνες της ζώνης του Zinn, οι οποίες καταλήγουν στο ακτινωτό σώμα. Ανάμεσα από τον κρυσταλλοειδή φακό και τον αμφιβληστροειδή πάνω στον οποίο γίνεται η απεικόνιση υπάρχει το υαλώδες σώμα με δείκτη διάθλασης n=1.337.

Ο οφθαλμός μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί οπτικό σύστημα με τέσσερις διαθλαστικές επιφάνειες: α) την πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδή, η οποία έχει σχήμα ελλειψοειδούς, β) την οπίσθια επιφάνεια του κερατοειδή, η οποία έχει σχήμα κατά προσέγγιση σφαιρικό, γ) την ίριδα, η οποία αποτελεί το διάφραγμα του οπτικού συστήματος και δ) το κρυσταλλοειδή φακό, ο οποίος ρυθμίζει την συνολική διοπτρική ισχύ του συστήματος και επιτρέπει την ευκρινή απεικόνιση τόσο των κοντινών όσο και των μακρινών αντικειμένων στον αμφιβληστροειδή.

Αναλυτικότερα, η πρώτη διαθλαστική επιφάνεια που συναντά το φως είναι η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδή, η οποία καλύπτεται από δακρυϊκή στοιβάδα κάνοντάς την λεία με αποτέλεσμα να προκαλείται όσο το δυνατό λιγότερη σκέδαση. Εξαιτίας της μεγάλης διαφοράς δεικτών διάθλασης μεταξύ αέρα και κερατοειδή (n=1 και n=1.376 αντίστοιχα) ο κερατοειδής αποτελεί την κυριότερη διαθλαστική επιφάνεια του οφθαλμού προκαλώντας το 75% περίπου της ολικής διάθλασης του συστήματος. Το σχήμα της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδή είναι ελλειψοειδές και σαν συνέπεια έχει να μειώνει την σφαιρική εκτροπή, αλλά το γεγονός ότι δεν είναι συμμετρικός εκ περιστροφής εισάγει στο σύστημα

σφαιρικό, προκαλεί λιγότερη διάθλαση (δείκτης διάθλασης κερατοειδή n=1.376 , δείκτης διάθλασης υδατοειδούς υγρού n=1.336) αλλά λόγω σχήματος εισάγει σφαιρικές εκτροπές. Η ίριδα, όπως προαναφέρθηκε αποτελεί το διάφραγμα του οπτικού συστήματος ρυθμίζοντας την ποσότητα του φωτός που φτάνει τον αμφιβληστροειδή. Ο κρυσταλλοειδής φακός έχει ρυθμιστικό ρολό. Με τη διαδικασία της προσαρμογής αλλάζει σχήμα και πάχος μεταβάλλοντας το δείκτη διάθλασής του, οπότε και την συνολική διοπτρική ισχύ του συστήματος. Αυτό έχει ως άμεση συνέπεια ο οφθαλμός να εστιάζει και σε κοντινά αλλά και σε μακρινά σημεία δημιουργώντας ευκρινή είδωλο στον αμφιβληστροειδή.



Εικόνα 1. Οπτικό ισοδύναμο οφθαλμού, όπου α) πρόσθια επιφάνεια κερατοειδή, β) οπίσθια επιφάνεια κερατοειδή, γ) ίριδα, δ) πρόσθια επιφάνεια κρυσταλλοειδούς φακού, ε) οπίσθια επιφάνεια κρυσταλλοειδούς φακού και στ) αμφιβληστροειδής.

1.2 Εκτροπές

Γενικά ένα οπτικό σύστημα παρουσιάζει κάποια σφάλματα ή εκτροπές στην εστίαση οι οποίες δεν οφείλονται σε ελαττωματική κατασκευή των οπτικών του, αλλά στη γεωμετρία των διαθλαστικών επιφανειών του. Οι εκτροπές διακρίνονται σε δυο κατηγορίες τις μονοχρωματικές και τις χρωματικές εκτροπές. Στις μονοχρωματικές εκτροπές ανήκουν η σφαιρική εκτροπή, ο αστιγματισμός, η παραμόρφωση πεδίου και η κόμη.

1.2.1 Μονοχρωματικές εκτροπές

1.2.1.1 Σφαιρική εκτροπή

Ως σφαιρική εκτροπή ορίζεται η απόκλιση στο σημείο εστίασης που παρουσιάζουν ακτίνες φωτός διερχόμενες μέσα από ένα φακό και προερχόμενες από σημειακό αντικείμενο. Στην περίπτωση ενός συγκλίνοντα φακού όπου από αυτόν διέρχονται ακτίνες παράλληλες προς τον οπτικό άξονα, οι ακτίνες που κινούνται κοντά στον οπτικό άξονα του φακού εστιάζονται στο παραξονικό εστιακό σημείο. Καθώς απομακρυνόμαστε από το κέντρο προς την περιφέρεια του φακού, οι διαθλόμενες ακτίνες τέμνουν σε διαφορετικό σημείο τον οπτικό άξονα. Ως εκ τούτου, οι ακτίνες εστιάζονται σε διαφορετικό σημείο το οποίο απομακρύνεται ομοιόμορφα από το παραξονικό σημείο εστίασης αλλά διατηρείται η συμμετρία της δέσμης (εικόνα 2).

Η σφαιρική εκτροπή διακρίνεται σε δυο είδη, την επιμήκη σφαιρική εκτροπή και την εγκάρσια σφαιρική. Επιμήκης σφαιρική εκτροπή είναι η απόσταση του σημείου τομής της ακτίνας και του οπτικού άξονα από το παραξονικό σημείο εστίασης. Εγκάρσια σφαιρική εκτροπή είναι η απόσταση του σημείου τομής της ακτίνας από το παραξονικό σημείο εστίασης, στο επίπεδο που διέρχεται από το παραξονικό σημείο εστίασης και είναι κάθετο στον οπτικό άξονα. Είναι προφανές ότι η έκταση της εκτροπής εξαρτάται από το σχήμα του φακού και το μέγεθός του. Στον οφθαλμό, σφαιρική εκτροπή είναι από το την

4

οπίσθια επιφάνεια του κερατοειδή, αλλά αντισταθμίζεται από τον κρυσταλλοειδή φακό.



Εικόνα 2. Διαμήκης και εγκάρσια σφαιρική εκτροπή.

1.2.1.2 Αστιγματισμός

Ο αστιγματισμός ορίζεται ως το διαθλαστικό σφάλμα κατά το οποίο η διαθλαστική ισχύς του οπτικού συστήματος δεν είναι η ίδια σε όλους του μεσημβρινούς, με αποτέλεσμα οι ακτίνες να μην εστιάζονται στο ίδιο σημείο.



Εικόνα 3. Αστιγματικός φακός. Παρατηρούμε την απόκλιση στο σημείο εστίασης για τους δυο άξονες.

1.2.1.3 Παραμόρφωση πεδίου

Η παραμόρφωση πεδίου ορίζεται ως η απόκλιση από την παραξονική θέση στην οποία περιμέναμε να απεικονιστεί ένα σημείο που βρίσκεται εκτός οπτικού άξονα. Είναι αποτέλεσμα της εγκάρσιας μεγέθυνσης και εξαρτάται από τις διαστάσεις του αντικειμένου και την απόστασή του από το οπτικό σύστημα. Η παραμόρφωση δεν αλλοιώνει τη σαφήνεια του ειδώλου, αλλά το παραμορφώνει.



Εικόνα 4. Στην εικόνα φαίνεται (από αριστερά προς τα δεξιά) η απεικόνιση ενός ορθογωνίου πλέγματος: α) χωρίς παραμόρφωση, β) με βαρελοειδή παραμόρφωση και γ) με παραμόρφωση μηνίσκου.

1.2.1.4 Κόμη

Η κόμη μπορεί να ορισθεί ως η απόκλιση που παρουσιάζεται στην μεγέθυνση όταν μια δέσμη ακτινών περάσει από φακό με κόμη σχηματίζοντας γωνία με τον οπτικό άξονα του φακού. Οι ακτίνες που διέρχονται από την περιφέρεια του φακού απεικονίζονται σε διαφορετικό ύψος από αυτές που διέρχονται από το κέντρο του φακού.



Εικόνα 5. Στο σχήμα παρατηρούμε ότι οι ακτίνες που διέρχονται από το κέντρο του φακού εστιάζονται πάνω από το σημείο που εστιάζονται οι ακτίνες που διέρχονται από την περιφέρεια του φακού.

1.2.2 Χρωματικές εκτροπές

Χρωματική εκτροπή ορίζεται ως η απόκλιση στο σημείο εστίασης κυμάτων με διαφορετικό μήκος. Ως γνωστόν, η ταχύτητα ενός κύματος καθώς και ο δείκτης διάθλασης του υλικού εξαρτάται από το μήκος του. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια για όλα τα μήκη κύματος αντιθέτως με ένα υλικό μέσο στο οποίο είναι διαφορετική για διαφορετικά μήκη κύματος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το λευκό φως που μπορεί να θεωρηθεί ως η υπέρθεση κυμάτων με διαφορετικά μήκη κύματα από τα οποία αποτελείται. Λόγω της εξάρτησης του δείκτη διάθλασης από το μήκος κύματος έχουμε αλλαγή στο σημείο εστίασης.

Όπως αντιλαμβανόμαστε, και ο οφθαλμός ως οπτικό σύστημα επηρεάζεται από τις χρωματικές εκτροπές λόγω του φαινομένου της διασποράς των οπτικών του μέσων. Συνεπώς, το λευκό φως διερχόμενο από τα οπτικά μέσα του οφθαλμού διαθλάται και επειδή αποτελείται από κύματα με διαφορετικά μήκη, το κάθε κύμα θα εστιαστεί σε διαφορετικό σημείο (το μπλε μπροστά και το κόκκινο πίσω από τον αμφιβληστροειδή). Υπάρχουν δύο είδη χρωματικής εκτροπής: κατά μήκος του οπτικού άξονα (διαμήκης ή αξονική χρωματική εκτροπή), όπου αναφερόμαστε στην διαφορά μεταξύ των εστιακών επιπέδων για κάθε μήκος κύματος και "κάθετα" στον οπτικό άξονα (εγκάρσια χρωματική εκτροπή), που έχει να κάνει με την απόκλιση των ιχνών των ακτινών στον αμφιβληστροειδή και τη διαφορά στη μεγέθυνση του αμφιβληστροειδικού ειδώλου συναρτήσει του μήκους κύματος.



Εικόνα 6. Διαμήκης χρωματική εκτροπή.



Εικόνα 7. Εγκάρσια χρωματική εκτροπή.

2 Τρόποι μέτρησης εκτροπών

Για τη μέτρηση των συνολικών οπτικών στον οφθαλμό έχουν αναπτυχθεί διάφορες αντικειμενικές μέθοδοι οι οποίες δίνουν αντίστοιχα αποτελέσματα όταν χρησιμοποιηθούν συγκριτικά στους ίδιους οφθαλμούς. Οι βασικότερες μέθοδοι είναι :

2.1 Retinal Ray Tracing (RRT)

Η δέσμη ενός διοδικού laser εισάγεται στον οφθαλμό παράλληλα με τον οπτικό άξονα διαδοχικά από διαφορετικά σημεία εισόδου. Λόγω των εκτροπών, η δέσμη δεν θα συναντήσει τον αμφιβληστροειδή στο σημείο τομής του με τη γραμμή όρασης, αλλά σε κάποιο άλλο σημείο στο οποίο θα δημιουργήσει μία δευτερογενή πηγή σκεδαζόμενης ακτινοβολίας. Η κατεύθυνση διάδοσης του επιστρέφοντος κύματος εξαρτάται από τη θέση της δευτερογενούς πηγής. Η απόσταση του κέντρου της δευτερογενούς πηγής από το κεντρικό βοθρίο δίνει την εγκάρσια εκτροπή (transverse ray aberration) για το σημείο εισόδου της δέσμης. Λαμβάνοντας διαδοχικές μετρήσεις για διαφορετικά σημεία εισόδου, καταγράφονται οι συνολικές εκτροπές του οφθαλμού. Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου Retinal Ray Tracing φαίνεται στο σχήμα (εικόνα 8).



Εικόνα 8. Αρχή λειτουργίας Retinal Ray Tracing.

Η μέτρηση της απόστασης του κέντρου της δευτερογενούς πηγής γίνεται με την χρήση κατάλληλου συστήματος φακών, που οδηγούν την ανακλώμενη ακτινοβολία σε μια CCD camera. Για τη λήψη μίας μέτρησης χρησιμοποιούνται 95 διαφορετικά σημεία εισόδου, ενώ ο συνολικός χρόνος που απαιτείται για τη διαδοχική σάρωση των σημείων αυτών είναι της τάξης των 20 msec.

2.2 Μέθοδος Tscherning

Η μέθοδος Tscherning είναι παρόμοια με την μέθοδο Retinal Ray Tracing. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι οι δέσμες του laser δεν εισέρχονται διαδοχικά από διαφορετικά σημεία αλλά εισέρχονται και ανιχνεύονται όλες ταυτόχρονα. Προκειμένου να είναι σαφής η αντιστοιχία των σημείων τομής των δεσμών εισόδου με τις κηλίδες στον αμφιβληστροειδή, οι δέσμες εστιάζονται πριν τον αμφιβληστροειδή με τη χρήση ενός φακού. Στη συνέχεια όλες οι δευτερογενείς πηγές απεικονίζονται σε μια CCD camera. Η αρχή λειτουργίας της μεθόδου Τscherning παρουσιάζεται στην επόμενη εικόνα.



Εικόνα 9. Αρχή λειτουργίας εκτροπόμετρου Tscherning.

2.3 Μέθοδος Shack-Hartmann

Η μέθοδος Hartmann αρχικά αναπτύχθηκε για τον έλεγχο των εκτροπών οπτικών συστημάτων που χρησιμοποιούνται στην αστρονομία. Στη μέθοδο Hartmann, πίσω από το αντικείμενο που εξετάζεται είναι τοποθετημένη μια μάσκα με οπές. Το φως μέσω ενός οπτικού συστήματος περνά από τις οπές συγκλίνει και σχηματίζει είδωλο που αποτελείται από έναν πίνακα φωτεινών κηλίδων. Για να περιοριστεί το φαινόμενο της περίθλασης λόγω των οπών, ο Shack τοποθέτησε στις οπές φακούς. Αυτό έκανε τον αναλυτή μετώπου κύματος Shack-Hartmann πιο ευαίσθητο. Ο αναλυτής μετώπου κύματος Hartmann είναι πιο ευπροσάρμοστος από τον Shack-Hartmann διότι είναι λιγότερο ευαίσθητος σε μεγάλο εύρος μήκους κύματος.



Εικόνα 10. Αρχή λειτουργίας Shack-Hartmann.

Η αρχή λειτουργίας του εκτροπόμετρου Shack-Hartmann παρουσιάζεται στην εικόνα 10. Το εκτροπόμετρο Shack-Hartmann αποτελείται από ένα σύστημα δύο φακών που δημιουργούν παράλληλη δέσμη laser και ένα σύστημα φακών που απεικονίζει το επίπεδο της κόρης του οφθαλμού στο επίπεδο των μικροφακών. Στην εστιακή απόσταση των μικροφακών είναι τοποθετημένη μια CCD κάμερα. Παράλληλη δέσμη laser εισέρχεται στον οφθαλμό (στην εικόνα κόκκινη δέσμη) και αφού ανακλαστεί (στην εικόνα κίτρινη δέσμη) από τον αμφιβληστροειδή απεικονίζεται στους μικροφακούς ή στη μάσκα. Οι μικροφακοί ή η μάσκα δημιουργούν στην CCD κάμερα φωτεινές κηλίδες (εικόνα 11). Σε έναν ιδανικό οφθαλμό και ένα με ιδανικό αναλυτή κύματος το ανακλώμενο κύμα θα εστιαζόταν σε ένα τέλειο πλέγμα φωτεινών κηλίδων, με κάθε κηλίδα να εστιάζεται στον οπτικό άξονα κάθε μικροφακού. Για έναν πραγματικό οφθαλμό αυτό δεν συμβαίνει διότι ο οφθαλμός παρουσιάζει εκτροπές. Οπότε το ανακλώμενο μέτωπο κύματος παραμορφώνεται και δεν εστιάζεται από τους μικροφακούς στα αναμενόμενα σημεία. Ο αισθητήρας μετρά την κλίση του μετώπου κύματος σε κάθε οπή ή μικροφακό και συγκρίνει τις μετρήσεις με μετρήσεις της ακτίνας αναφοράς. Ως ακτίνα αναφοράς θεωρούμε ένα επίπεδο μέτωπο κύματος το οποίο ακολουθεί τον ίδιο οπτικό δρόμο με την ανακλώμενη από τον οφθαλμό δέσμη και μας δίνει πληροφορίες για τις εκτροπές του οπτικού μας συστήματος που χρησιμοποιούμε. Οπότε οι εκτροπές του εξεταζόμενου οφθαλμού προσδιορίζονται από την διαφορά των εκτροπών που παρουσιάζει το σύστημα οφθαλμός – αναλυτής αφαιρώντας τις εκτροπές που εισάγει ο αναλυτής.



Εικόνα 11. Θεωρούμε σύστημα συντεταγμένων όπου ο άξονας z αποτελεί τον οπτικό άξονα του συστήματος και η μάσκα ή οι μικροφακοί καθώς και η CCD κάμερα βρίσκονται στο xy επίπεδο.

2.3.1 Υπολογισμός κεντροειδών

Το πρώτο πράγμα που υπολογίζεται είναι οι συντεταγμένες των κεντροειδών, τα οποία είναι τα σημεία με τη μεγαλύτερη φωτεινότητα σε κάθε περιθλώμενη κηλίδα. Τα κεντροειδή μπορούν να υπολογισθούν με πολλές μεθόδους όπως οι quad-cell, peak location, blob location, sum location thresholding, windowing και correlation.

Οι συντεταγμένες των περιθλώμενων κηλίδων δίνονται από τους τύπους:

$$\overline{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) x \, dx \, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \, dx \, dy} \quad (1) \quad \text{Kal} \quad \overline{y} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \, y \, dx \, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \, dx \, dy} \quad (2)$$

όπου I(x,y) είναι η ένταση και x, y είναι οι συντεταγμένες του σημείου που μετρήθηκε στο επίπεδο της CCD κάμερας. Επειδή η CCD κάμερα αποτελείται από διακριτό και πεπερασμένο πλήθος pixels, στη θέση των ολοκληρωμάτων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αθροίσματα. Συνεπώς, οι τύποι που δίνουν τις συντεταγμένες των κεντροειδών γίνονται:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} I(i,j) \cdot i}{\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} I(i,j)} \cdot s \quad (3) \quad \kappa \alpha I \qquad \overline{y} = \frac{\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} I(i,j) \cdot j}{\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} I(i,j)} \cdot s \quad (4)$$

όπου l(i,j) είναι η ένταση μετρημένη στο pixel που βρίσκεται στην i γραμμή και στην j στήλη, s είναι η απόσταση των pixels κατά μήκος των αξόνων x και y, (i_{\min}, j_{\min}) είναι το pixel που βρίσκεται στην κάτω αριστερή γωνία και (i_{\max}, j_{\max}) είναι το pixel που βρίσκεται στην άνω δεξιά γωνία της περιοχής ολοκλήρωσης.

2.3.2 Υπολογισμός της κλίσης του μετώπου κύματος

Η κλίση του μετώπου κύματος υπολογίζεται με βάση την κίνηση των κεντροειδών των περιθλώμενων κηλίδων. Για την πραγματοποίηση των μετρήσεων ο αισθητήρας φωτίζεται με το υπό εξέταση μέτωπο κύματος και με μια ακτίνα αναφοράς. Ως ακτίνα αναφοράς χρησιμοποιείται μια ακτίνα ομοιόμορφης έντασης. Αφού υπολογισθούν τα κεντροειδή στο επίπεδο της CCD κάμερας, υπολογίζονται οι διαφορές Δχ και Δy των κεντροειδών από τις αντίστοιχες φωτεινές κηλίδες που δημιουργούνται από την ακτίνα αναφοράς κατά μήκος των αξόνων x, y αντίστοιχα. Αν Φ(x,y) είναι η εξίσωση του υπό μέτρηση μετώπου κύματος και R η ακτίνα καμπυλότητας (εικόνα 12), τότε με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος στο τρίγωνο έχουμε:



Εικόνα 12. Δυο διαδοχικά μέτωπα κύματος με ακτίνα καμπυλότητας R και εξίσωση φάσης Φ(r).

$$R^{2} = r^{2} + (r - \phi(r))^{2} \Longrightarrow \phi(r) = R - \sqrt{R^{2} - r^{2}}$$
(4)
$$\phi(r) \approx R - R \left(1 - \frac{r^{2}}{2R^{2}} + \dots \right)$$
(5)

και αν υποθέσουμε ότι R>>r

$$\phi(r) \approx \frac{r^2}{2R^2} \tag{6}$$



Εικόνα 13. Η κλίση του μετώπου κύματος ισούται όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα από την σχέση $\frac{d\phi(r)}{dr} \approx \frac{r}{R}$.



Εικόνα 14. Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος των μκροφακών ή των οπών και της ψηφιακής κάμερας, όπου σημειώνεται η απόκλιση στο σημείο εστίασης του εκτρεπόμενου μετώπου κύματος από το αναμενόμενο σημείο εστίασης.

Ο μέσος όρος της κλίσης του μετώπου κύματος σε κάθε άνοιγμα κατά μήκος των αξόνων x, y θα δίνεται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$\frac{d\phi(x,y)}{dx} = \frac{\Delta x}{f} \quad (7) \quad \text{kal} \quad \frac{d\phi(x,y)}{dy} = \frac{\Delta y}{f} \quad (8)$$

όπου f είναι η απόσταση της μάσκας από τη CCD κάμερα ή στην περίπτωση του Shack-Hartmann η εστιακή απόσταση των μικροφακών.

2.3.3 Μετατροπή κλίσης σε πολυώνυμα Zernike - Ανάλυση εκτροπών

Η ανάλυση των εκτροπών γίνεται με τη βοήθεια πολυωνύμων, τα οποία περιγράφουν τη μορφή του μετώπου κύματος. Τα πολυώνυμα χρησιμοποιήθηκαν για την αναπαράσταση εκτροπών κύματος από τον Kinglake (1925-1926) και έχουν την μορφή (σε πολικές συντεταγμένες)

$$W(\rho,\theta) = \sum_{n=0}^{k} \sum_{l=0}^{n} \rho^{n} (a_{nl} \cos^{l} \theta + b_{nl} \sin^{l} \theta)$$
(9)

όπου $\cos\theta$ και $\sin\theta$ περιγράφουν το συμμετρικό και το ασύμμετρο μέρος του κύματος, η διαφορά n-l είναι πάντα άρτιος αριθμός με $l \le n$ και κ είναι ο βαθμός του πολυωνύμου. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο οπτικός άξονας του συστήματος θεωρείται ότι βρίσκεται στον άξονα z του συστήματος αναφοράς.

Στην περίπτωση που το σύστημα είναι συμμετρικό ως προς τον οπτικό άξονα το sinθ που αντιστοιχεί στο ασύμμετρο μέρος του κύματος παραλείπεται

όποτε η σχέση 9 γίνεται :
$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{k} \sum_{l=0}^{n} \rho^{n} a_{nl} \cos^{l} \theta$$
 (10)

Στην παραπάνω σχέση οι όροι του αθροίσματος που είναι ανεξάρτητοι από τη γωνία θ περιγράφουν τη σφαιρική εκτροπή, οι περιττές δυνάμεις του cosθ περιγράφουν την κόμη, ενώ οι άρτιες δυνάμεις του cosθ περιγράφουν τον αστιγματισμό.

2.3.4 Πολυώνυμα Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike αναπτύχθηκαν για να περιγράφουν μέτωπα κύματος τα οποία διέρχονται από κυκλική κόρη. Τα κυκλικά πολυώνυμα Zernike Z_{n}^{l} ικανοποιούν δυο συνθήκες:

- 1. είναι ορθογώνια στον μοναδιαίο κύκλο και
- 2. διατηρούν τη συμμετρία εκ περιστροφής του κύματος.

Κάθε μέτωπο κύματος μπορεί να εκφραστεί σαν γραμμικός συνδυασμός κυκλικών πολυωνύμων Zernike σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{k} \sum_{l=-n}^{n} C_{nl} R_{n}^{|l|} e^{il\theta}$$
(11)

ή ισοδύναμα

$$W (\rho, \theta) = \sum_{n,m} C_n^m Z_n^m$$
 (12)

όπου

$$W (\rho, \theta), R_n^{|l|} \in \mathbb{R}$$
 kai $C_{nl} \in \mathbb{C}$

$$m = \frac{n-l}{2}, Z_n^m = R_n^{|l|} e^{il\theta}$$



Εικόνα 15. Σχηματική αναπαράσταση των συντελεστών Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike έχουν τις εξής ιδιότητες :

- Λόγω της ορθογωνιότητας κάθε πολυώνυμο εκτός από τα πολυώνυμα πρώτης τάξης, έχει μέσο όρο μηδέν.
- Όταν ένα μέτωπο κύματος εκφράζεται σαν ένα γραμμικός συνδυασμός από πολυώνυμα Zernike, η διασπορά του μετώπου κύματος ισούται με το άθροισμα των διασπορών των πολυωνυμικών όρων.

$$W^{2}(\rho,\theta) = \sum_{r=1}^{L} (A_{r}U_{r})^{2} + \sum cross \ terms \qquad (13)$$

- 3. Κάθε πολυωνυμικός όρος περιέχει τον κατάλληλο αριθμό από μονώνυμα που αναπαριστούν χαμηλής τάξης εκτροπές, ούτως ώστε να μειωθεί η διασπορά του συγκεκριμένου όρου. Παράδειγμα, ο όρος $U_5 = 2\rho^2 1$ περιγράφει το defocus που χρειάζεται για να εξισορροπήσει τους όρους υψηλής τάξης, όπως είναι η σφαιρική εκτροπή.
- 4. Προσθέτοντας ή αφαιρώντας τα πολυώνυμα δεν επηρεάζονται οι συντελεστές. Μπορούμε να αφαιρέσουμε έναν ή περισσότερους όρους από το μετρούμενο μέτωπο κύματος χωρίς να χρειάζεται να υπολογίσουμε ξανά τους συντελεστές των άλλων όρων. Αυτό γίνεται βέβαια όταν οι συντελεστές έχουν υπολογιστεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για συνεχή συνάρτηση ή για άπειρο πλήθος διακριτών πειραματικών δεδομένων.

2.3.5 Wavefront fitting and data analysis

Κατά τη χρήση πολυωνύμων για την αναπαράσταση ενός μετώπου κύματος πρέπει οι συντελεστές των πολυωνύμων να ταιριάζουν με τα αποτελέσματα των μετρήσεων. Ειδικότερα, στην περίπτωση των Zernike πολυωνύμων κάθε συντελεστής μπορεί να συσχετιστεί με συγκεκριμένη ιδιότητα του οπτικού συστήματος.

Η συνηθέστερη μέθοδος για την προσέγγιση των πειραματικών δεδομένων με τη συνάρτηση του μετώπου κύματος, είναι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Σε μερικές περιπτώσεις τα πολυώνυμα Zernike υπολογίζονται απευθείας από τα δεδομένα, ενώ σε άλλες περιπτώσεις υπολογίζονται πρώτα οι συντελεστές άλλων πολυωνύμων τα οποία στην συνέχεια μετατρέπονται σε πολυώνυμα Zernike. Αν προσαρμόσουμε ένα πολυώνυμο στο μέτωπο κύματος, το πολυώνυμο δεν θα περιγράφει με ακρίβεια το μέτωπο κύματος. Το σφάλμα της προσαρμογής σε κάθε σημείο της κόρης θα είναι η διαφορά μεταξύ του πραγματικού μετώπου κύματος W' και του μετώπου κύματος W που δίνει το πολυώνυμο στο συγκεκριμένο σημείο. Μπορούμε να βρούμε την ποιότητα της προσαρμογής σε ολόκληρη την επιφάνεια της κόρης υπολογίζοντας την μεταβλητή

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{1} \int_0^{2\pi} (W' - W) \rho \, d\rho \, d\theta \quad (14) \, .$$

Όταν η μεταβλητή σ²_f ισούται με μηδέν η προσαρμογή είναι τέλεια ενώ καθώς μεγαλώνει η τιμή της, το πολυώνυμο δεν αναπαριστά με μεγάλη ακρίβεια το κύμα. Επειδή τα πειραματικά δεδομένα είναι διακριτές τιμές, ενώ η συνάρτηση μετώπου κύματος είναι συνεχής, για τον υπολογισμό του σφάλματος προσαρμογής χρησιμοποιούμε το άθροισμα

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (W_i' - W(\rho_i, \theta_i))^2$$
 (15)

όπου W_i ' είναι η διαφορά οπτικού δρόμου στο σημείο Ι και $W(\rho_i, \theta_i)$ είναι αναπαράσταση του κύματος. Πρέπει να σημειωθεί ότι η διαφορά S προσεγγίζει την μεταβλητή σ_f^2 , αν έχουμε πολλά πειραματικά δεδομένα. Αντιλαμβανόμαστε ότι για να έχουμε όσο το δυνατόν καλύτερη προσαρμογή θα πρέπει να επιλέξουμε κατάλληλους συντελεστές πολυωνύμου και το άθροισμα S να

ελαχιστοποιείται. Αν υποθέσουμε ότι το μέτωπο κύματος αναπαριστάται από τον γραμμικό συνδυασμό των πολυωνύμων G(ρ,θ) ως εξής:

$$W(\rho_i, \theta_i) = \sum_{i=1}^n A_i G_i(\rho_i, \theta_i)$$
(16)

όπου *A_i* οι συντελεστές των πολυωνύμων, τους οποίους θέλουμε να προσδιορίσουμε, τη βέλτιστη προσαρμογή την έχουμε όταν το σφάλμα S ελαχιστοποιείται. Αυτό γίνεται όταν

$$\frac{\partial S}{\partial A_i} = 0 \tag{17}.$$

Ως εκ τούτου προκύπτει το γραμμικό *n*×*n* σύστημα

$$\sum_{j=1}^{n} A_{r} \sum_{i=1}^{N} G_{r} G_{p} - \sum_{i=1}^{N} W_{i}^{'} G_{p} = 0$$
(18).

Ο πίνακας του συστήματος γίνεται διαγώνιος αν τα πολυώνυμα που επιλέχθηκαν ικανοποιούν την συνθήκη ορθογωνιότητας για διακριτά σημεία, η οποία είναι εξής

$$\sum_{i=1}^{n} G_{r} G_{p} = \delta_{rp} \sum_{i=1}^{n} G_{i}^{2}$$
(19)

οπότε οι συντελεστές δίνονται από την σχέση

$$A_{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_{i}' G_{p}}{\sum_{i=1}^{n} G_{p}^{2}}$$
(20).

Επομένως, αν $\Delta x_k = x_k - x_{k_0}$, $\Delta y_k = y_k - y_{k_0}$, $s_{k_x} = \frac{\Delta x}{f}$, $s_{k_y} = \frac{\Delta y}{f}$ είναι οι αποκλίσεις των φωτεινών κηλίδων από την απεικόνιση της ακτίνας αναφοράς και οι αποστάσεις μεταξύ των μικροφακών σε καθένα από τους άξονες x,y αντίστοιχα, οι συντελεστ ές των πολυωνύμων Zernike θα δίνονται από την σχέση

$$C = Z \cdot S \tag{21}$$

όπου $Z = \begin{pmatrix} z_{1l_x} & \cdots & z_{1N_x} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \cdots & z_{MN} \end{pmatrix}$ είναι ο πίνακας που έχει ως στοιχεία τις μερικές

παραγώγους των πολυωνύμων Zernike,
$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix}$$
 $S = \begin{pmatrix} s_{1_x} \\ s_{2_x} \\ \vdots \\ s_{M_x} \\ s_{1_y} \\ \vdots \\ s_{M_y} \end{pmatrix}$, Μ ο αριθμός των

μικροφακών και Ν το πλήθος των όρων Zernike

Πίνακας 1 Τα πολυώνυμα Zernike

$Z_1(x,y) = y$	tilt στην y διεύθυνση
$Z_2(x, y) = x$	tilt στην x διεύθυνση
$Z_3(x,y) = -x^2 + y^2$	
$Z_4(x, y) = 2xy$	αστιγματισμός με άξονα στις 45 μοίρες
$Z_5(x, y) = -1 + 2x^2 + 2y^2$	defocus
$Z_6(x, y) = -3x^2y + y^3$	αστιγματισμός με άξονα στις 0 ή 90 μοίρες
$Z_7(x, y) = -x^3 + 3xy^2$	
$Z_8(x, y) = -2y + 3x^2y + 3y^3$	κόμη 3 ^{ης} τάξης στο y άξονα
$Z_9(x, y) = -2x + 3xy^2 + 3x^3$	κόμη 3 ^{ης} τάξης στο x άξονα
$Z_{10}(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$	
$Z_{11}(x, y) = -4x^3y + 4xy^3$	
$Z_{12}(x, y) = 3x^2 - 4x^4 - 3y^2 + 4y^4$	
$Z_{13}(x, y) = -6xy + 8x^3 + 8xy^3$	
$Z_{14}(x, y) = 1 - 6x^{2} + 6x^{4} - 6y^{2} + 12x^{2}y^{2} + 6y^{4}$	σφαιρική εκτροπή 3 ^{ης} τάξης
$Z_{15}(x, y) = 5x^4y - 10x^2y^3 + y^5$	

2.3.6 Περιορισμοί στην χρήση του Shack-Hartmann

Η μελέτη των εκτροπών με την χρήση αναλυτή μετώπου κύματος Shack-Hartmann είναι κατά κάποιον τρόπο περιορισμένη. Κατ' αρχάς, όλοι οι μικροφακοι πρέπει να είναι φωτισμένοι. Ο φωτισμός σε ολόκληρο τον ανιχνευτή πρέπει να είναι ομοιόμορφος με απόκλιση λιγότερη από 10%. Δεύτερον, οι κλίσεις σε καθεμιά από της οπές ή τους μικροφακούς δεν πρέπει να υπερβούν τη δυναμική περιοχή του οργάνου. Κατά την πραγματοποίηση των μετρήσεων πρέπει να προσεχθεί οι περιθλώμενες κηλίδες να βρίσκονται σε μια μόνο περιοχή ολοκλήρωσης. Στην αντίθετη περίπτωση δεν είναι δυνατή μια αξιόπιστη έρευνα.

3 Ανασκόπηση πεδίου

Από τη στιγμή που χρησιμοποιήθηκε το excimer laser για τη διόρθωση διαθλαστικών σφαλμάτων στην οφθαλμολογία, ξεκίνησε μια προσπάθεια για την ανάπτυξη μεθόδων και την κατασκευή μηχανημάτων για τη μέτρηση των μονοχρωματικών εκτροπών υψηλής τάξης στον ανθρώπινο οφθαλμό. Οι υόπ ιοδοθάμ χρησιμοποιούνται κυρίως είναι OI Spatially Resolved Refractometer (SRR), Retinal ray tracing, Tscherning aberrometer και η μέθοδος Hartmann Shack. Η μέθοδος Hartmann Shack είναι ευρύτατα διαδεδομένη και χρησιμοποιείται εκτός των ερευνητικών σκοπών και στην κλινική πράξη. Οι συσκευές αυτές δίνουν πληροφορίες οι οποίες χρησιμοποιούνται στη διαθλαστική χειρουργική για τη διόρθωση των διαθλαστικών σφαλμάτων και τη μείωση των μονοχρωματικών εκτροπών υψηλής τάξης. Επίσης, έχουν υπάρξει μελέτες που χρησιμοποιούν τα εκτροπόμετρα για την αξιολόγηση της διαθλαστικής ισχύος και των οπτικών σφαλμάτων και τη συσχέτιση τους με ψυχοφυσικές μετρήσεις. Επομένως, μια προφανής απαίτηση για καθεμιά από αυτές τις συσκευές είναι η ακρίβεια και η επανάληψη της μέτρησης τόσο στις εκτροπές χαμηλής τάξης (σφαιροκυλινδρικό σφάλμα) καθώς επίσης και εκτροπές υψηλής τάξης. Διάφορες μελέτες έχουν εξετάσει την ακρίβεια και την επαναληψιμότητα των μετρήσεων της κυματομορφής. Αυτές οι μελέτες έχουν δείξει ότι, αν και υπάρχουν μερικοί

21

παράγοντες που προκύπτουν από τον συνδυασμό λανθασμένης ευθυγράμμισης και μικρές κλίσεις στα όργανα μέτρησης, οι μετρήσεις είναι ικανοποιητικές και καλύπτουν τις κλινικές ανάγκες.

Στη δημοσίευση "Variability of wavefront aberration measurements in small pupil sizes using a clinical Shack-Hartmann aberrometer" χρησιμοποιήθηκε ένα κλινικό εκτροπόμετρο Shack-Hartmann για την μέτρηση των εκτροπών χαμηλής και υψηλής τάξης για δυο διαμέτρου κόρης. Στη μελέτη συγκρίθηκαν οι συντελεστές Zernike οι οποίοι υπολογίσθηκαν με την βοήθεια του εκτροπόμετρου για διάμετρο κόρης 6 mm και 3 mm. Η κόρη διαμέτρου προήλθε από μικρότερης την κόρη διαμέτρου 6 mm χρησιμοποιώντας λιγότερους μικροφακούς. Παρατηρήθηκε μεγάλη διακύμανση των εκτροπών όταν οι μετρήσεις γίνονται με κόρη διαμέτρου 6mm και οι εκτροπές υπολογίζονται για κόρη 3 mm με λιγότερους μικροφακούς. Οπότε δημιουργήθηκε η ανάγκη για την κατασκευή ενός εκτροπόμετρου Shack-Hartmann με δυνατότητα μέτρησης για δυο μεγεθύνσεις κόρης.



Διάγραμμα 1.α) Διακύμανση του συντελεστή Zernike Z20 β)Διακύμανση του συντελεστή Zernike Z40

4 Θεωρητική μελέτη – Αποτελέσματα

Σκοπός μας ήταν η κατασκευή ενός αναλυτή μετώπου κύματος Shack-Hartmann με δυνατότητα μετρήσεων για κόρη διαμέτρου 3.4 mm (μεγέθυνση 1:1) και 6.8 mm(μεγέθυνση 1:2). Πριν την κατασκευή του Shack-Hartmann έγινε μελέτη του συστήματος με γεωμετρική οπτική για μια πρώτη προσέγγιση των οπτικών μέσων που χρησιμοποιήσαμε. Το κύριο οπτικό σύστημα αποτελούνταν από δύο αχρωματικούς φακούς με σκοπό την απεικόνιση την κόρης στο επίπεδο των μικροφακών. Για το λόγο αυτό οι φακοί τοποθετήθηκαν σε θέσεις που απείχαν απόσταση ίση με το διπλάσιο της εστιακής τους απόστασης. Στη συνέχεια, προσθέσαμε ένα σύστημα δύο φακών για την δημιουργία της επιθυμητής μεγέθυνσης (1:2). Τα αποτελέσματα εισήχθησαν σε κατάλληλο λογισμικό για τον ακριβή προσδιορισμό των αποστάσεων μεταξύ των οπτικών και την αξιολόγηση του συστήματος.

4.1 Γεωμετρική οπτική και επεξεργασία στο Zemax

Σύμφωνα με τη θεωρία πινάκων στην γεωμετρική οπτική, κάθε μεταβολή που υφίσταται μια ακτίνα φωτός αναπαριστάται με ένα 2x2 πίνακα μετασχηματισμού. Αναλυτικότερα η διάθλαση περιγράφεται από τον πίνακα $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix}$, όπου P η διοπτρική ισχύς του φακού , η οποία δίνεται από την σχέση $P = \frac{n_i - n_{i-1}}{R_i}$ όπου n_i , n_{i-1} οι δείκτες διάθλασης των μέσων και R_i η ακτίνα καμπυλότητας .Η μεταφορά την ακτίνα κατά απόσταση d και σε μέσο με δείκτη διάθλασης n αναπαριστάται με τον πίνακα $\begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Η ανάκλαση αναπαριστάται

με τον πίνακα $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2n_i}{R_i} & 1 \end{pmatrix}$ όπου n_i ο δείκτης διάθλασης και R_i η ακτίνα

καμπυλότητας.

Ο πίνακας που περιγράφει πλήρως το οπτικό σύστημα προκύπτει από το γινόμενο των επιμέρους πινάκων. Οι πίνακες διατάσσονται κατά αντίστροφη σειρά. Δηλαδή ο πίνακας του πρώτου οπτικού μέσου που συναντά η ακτίνα γράφεται τελευταίος. Στην περίπτωση του συστήματος των δυο φακών (εικόνα 16) η θεωρία πινάκων μας δίνει

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{P_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{P_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Επειδή θέλουμε να απεικονίσουμε το επίπεδο της κόρης στο επίπεδο των μικροφακών πρέπει να ισχύει $P_1 = P_2 = P$. Οπότε προκύπτει ο ολικός πίνακας του οπτικού συστήματος:

$$\begin{pmatrix} 1-2sP & \frac{2}{P} \\ -sP^2 & 1 \end{pmatrix}$$



Εικόνα 16. Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος των δυο φακών.

Στην περίπτωση του συστήματος των τεσσάρων φακών (εικόνα 17) πρέπει βρέθηκαν κατάλληλοι φακοί και αποστάσεις s₁, s₂ τέτοιες ώστε το σύστημα να εξακολουθεί να απεικονίζει το επίπεδο της κόρης στο επίπεδο των μικροφακών και επιπλέον να δημιουργεί μεγέθυνση περίπου ίση με 2.



Εικόνα 17. Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος των τεσσάρων φακών.

Για το σύστημα των τεσσάρων φακών από την θεωρία πινάκων έχουμε :

$$\begin{pmatrix} 1 & 120 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{120} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{15.05} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{31.02} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{120} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 120 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Στην συνέχεια για τον ακριβή προσδιορισμό των αποστάσεων και την αξιολόγηση του συστήματος εισάγαμε τα δεδομένα σε κατάλληλο λογισμικό (Zemax). Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Zemax οι δυο φακοί του συστήματος που εισάγούν την μεγέθυνση πρέπει να βρίσκονται σε απόσταση 19.61 mm και 39.5 mm από τον πρώτο φακό, ενώ η απόσταση μεταξύ των P_1 και P_2 πρέπει να είναι 234.76 mm (εικόνα18).



Εικόνα 18. Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος των τεσσάρων φακών. Όπου φαίνονται οι αποστάσεις που πρέπει να έχουν οι φακοί.

Στους πίνακες 1 και 2 παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike, όπως υπολογίσθηκαν από το Zemax για μεγέθυνση 1:1 και 1:2 αντίστοιχα. Επίσης, στις εικόνες 19 και 20 εμφανίζονται οι χάρτες μετώπου κύματος όπως υπολογίσθηκαν από το ίδιο λογισμικό. Παρατηρούμε ότι το σύστημα των δυο φακών εμφανίζει σφαιρική εκτροπή. Με την προσθήκη των δυο επιπλέον φακών αυξάνει η σφαιρική εκτροπή και εισάγεται και defocus. Επίσης, μεγαλώνοντας την μεγέθυνση οι εκτροπές αυξάνουν.

$$\begin{pmatrix} 1 & 120 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{120} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{15.05} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{31.02} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{120} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 120 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Πίνακας 1. Συντελεστές πολυωνύμων Zernike για το σύστημα των δυο φακών.

Z	1	-0.002212	:	1	
Ζ	2	0.000000	:	4^(1/2)	(p) * COS (A)
Ζ	3	0.000000	:	4^(1/2)	(p) * SIN (A)
Ζ	4	-0.000000	:	3^(1/2)	(2p^2 - 1)
Z	5	-0.000000	:	6^(1/2)	(p^2) * SIN (2A)
Ζ	6	0.00000	:	6^(1/2)	(p^2) * COS (2A)
Ζ	7	0.00000	:	8^(1/2)	(3p^3 - 2p) * SIN (A)
Ζ	8	-0.00000	:	8^(1/2)	(3p^3 - 2p) * COS (A)
Ζ	9	-0.000000	:	8^(1/2)	(p^3) * SIN (3A)
Ζ	10	-0.000000	:	8^(1/2)	(p^3) * COS (3A)
Z	11	0.000988	:	5^(1/2)	(6p^4 - 6p^2 + 1)
Ζ	12	0.00000	:	10^(1/2)	(4p^4 - 3p^2) * COS (2A)
Z	13	-0.000000	:	10^(1/2)	(4p^4 - 3p^2) * SIN (2A)
Ζ	14	0.000000	:	10^(1/2)	(p^4) * COS (4A)
Ζ	15	0.00000	:	10^(1/2)	(p^4) * SIN (4A)

Πίνακας 2. Συντελεστές πολυωνύμων Zernike για το σύστημα των τεσσάρων φακών. Παρατηρούμε αύξηση του defocus και της σφαιρικής εκτροπής.

Ζ	1	-0.045834	:	1		
Ζ	2	-0.000000	:	4^(1/2)	(p) * COS (A)	
Ζ	3	0.00000	:	4^(1/2)	(p) * SIN (A)	
Ζ	4	-0.000358	:	3^(1/2)	(2p^2 - 1)	
Ζ	5	-0.000000	:	6^(1/2)	(p^2) * SIN (2A)	
Ζ	6	0.00000	:	6^(1/2)	(p^2) * COS (2A)	
Ζ	7	0.00000	:	8^(1/2)	(3p^3 - 2p) * SIN (A)	
Ζ	8	0.00000	:	8^(1/2)	(3p^3 - 2p) * COS (A)	
Ζ	9	-0.00000	:	8^(1/2)	(p^3) * SIN (3A)	
Ζ	10	-0.000000	:	8^(1/2)	(p^3) * COS (3A)	
Ζ	11	0.020601	:	5^(1/2)	(6p^4 - 6p^2 + 1)	
Ζ	12	0.00000	:	10^(1/2)	(4p^4 - 3p^2) * COS (2A)	.)
Ζ	13	-0.000000	:	10^(1/2)	(4p^4 - 3p^2) * SIN (2A)	.)
Ζ	14	-0.000000	:	10^(1/2)	(p^4) * COS (4A)	
Ζ	15	0.00000	:	$10^{(1/2)}$	(p^4) * SIN (4A)	



Εικόνα 19. Χάρτης εκτροπών για το σύστημα των δυο φακών (peak to valley 0.0033 λ)



Εικόνα 20. Χάρτης εκτροπών για το σύστημα των τεσσάρων φακών (peak to valley 0.0694 λ)

5 Πειραματική διάταξη

Η πειραματική μας διάταξη αποτελούνταν από το εκτροπόμετρο Shack-Hartmann που κατασκευάσαμε. Το σύστημα των φακών που οδηγεί την ανάκλαση της ακτίνας από τον οφθαλμό στους μικροφακούς αποτελούνταν από δύο ισοδύναμους αχρωματικούς φακούς με εστιακή απόσταση 120mm με τη μεταξύ τους απόσταση στα 234.76 mm. Το σύστημα των φακών που εισήγαγε την μεγέθυνση αποτελούνταν από δύο φακούς και είχε την δυνατότητα να αφαιρείται από την πειραματική διάταξη. Ο πρώτος φακός του συστήματος που εισήγαγε την μεγέθυνση είχε εστιακή απόσταση 31.02 mm και απείχε από τον πρώτο σταθερό φακό 19.61 mm, ενώ ο δεύτερος φακός με εστιακή απόσταση 15.05 mm απείχε από τον πρώτο σταθερό φακό 39.5 mm. Το εκτροπόμετρο αποτελούνταν από μια διάταξη 221 μικροφακών. Κάθε μικροφακός είχε διάμετρο 400μm με εστιακή απόσταση 24mm και ήταν τοποθετημένοι σε απόσταση 120 mm από τον τελευταίο σταθερό φακό.



Εικόνα 21. Η πειραματική διάταξη. Διακρίνονται :οι καθρέπτες, οι φακοί, οι μικροφακοί και η CCD κάμερα. Ανάμεσα από τον πρώτο και τον δεύτερο φακό είναι τοποθετημένο το σύστημα που εισάγει την μεγέθυνση.

5.1 Μεθοδολογία μέτρησης

Σκοπός του πειράματος ήταν ο υπολογισμός των εκτροπών του συστήματος με την μέθοδο των συντελεστών Zernike για τις δυο μεγεθύνσεις καθώς και η επαναληψιμότητα των μετρήσεων. Για το σκοπό αυτό, σε κάθε μεγέθυνση πήραμε πέντε μετρήσεις σε τέσσερις διαφορετικούς χρόνους απεικόνισης και για τρεις διαφορετικές μέσες εντάσεις των εικόνων. Η μέση ένταση για διαφορετικούς χρόνους διατηρούνταν σταθερή μεταβάλλοντας κάθε φορά τις ρυθμίσεις στην ευαισθησία της κάμερας (gain). Επίσης, για τον υπολογισμό του θορύβου της κάμερας ελήφθησαν και πέντε σκοτεινές φωτογραφίες, ο μέσος όρος των οποίων αφαιρέθηκε από τις πειραματικές εικόνες. Στους πίνακες 3 και 4 αναφέρονται οι διάρκειες των μετρήσεων και τα αντίστοιχα gain. Τις ληφθείσες μετρήσεις τις αναλύσαμε, υπολογίσαμε τους συντελεστές Zernike και συγκρίναμε στατιστικά τα αποτελέσματα με την χρήση κατάλληλου λογισμικού.

Τίνακας 3 Μετρήσεις για μεγέθυνση κόρης 1:1.					
Διάοκεια	Ευαισθησία	Ευαισθησία	Ευαισθησία		
λήψης	κάμερας	κάμερας	κάμερας		
	(Gain 1)	(Gain 2)	(Gain 3)		
100ms	32	37	42		
250ms	21.5	27	31.7		
500ms	12.2	18.5	24		
1000ms	3.8	10	15.2		

ſ	Πίνακας 4 Μετρήσεις για μεγέθυνση κόρης 1:2.						
	Διάρχεια	Ευαισθησία	Ευαισθησία	Ευαισθησία			
	Διαρκεία	κάμερας	κάμερας	κάμερας			
	ληψης	(Gain 1)	(Gain 2)	(Gain 3)			
	100ms	40.8	45	50			
	250ms	29.1	32.8	38.4			
	500ms	20.3	23.6	29.1			
	1000ms	10.6	15.1	20.3			

5.1.1 Υπολογισμός κεντροειδων

Τα κεντροειδή υπολογίσθηκαν με την μέθοδο των τετραγώνων. Σύμφωνα με την μέθοδο των τετραγώνων θεωρούμε ένα τετράγωνο που περικλείει την φωτεινή κηλίδα (εικόνα 22). Σε αυτό το τετράγωνο υπολογίζουμε το κεντροειδές βάση των σχέσεων (3) και (4) και στην συνέχεια θεωρούμε δεύτερο τετράγωνο που περιέχεται στο πρώτο, με μήκος πλεύρας ίσο με το μισό της αρχικής. Για το δεύτερο τετράγωνο υπολογίζουμε το κεντροειδές. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι οι ακολουθίες που δίνουν τις συντεταγμένες του κεντροειδούς να συγκλίνουν σε κάποιους αριθμούς. Οι αριθμοί αυτοί αποτελούν τις συντεταγμένες του κεντροειδούς. Η μέθοδος εφαρμόστηκε για ολόκληρο το πλέγμα των κηλίδων και για την υλοποίησή της δημιουργήσαμε κατάλληλο αλγόριθμό στο ΜΑΤLAB.



Εικόνα 22 α) Πρώτο βήμα μεθόδου τετραγώνων. β) Δεύτερο βήμα μεθόδου τετραγώνων

5.2 Αποτελέσματα μετρήσεων

Η μέθοδος των τετραγώνων παρουσίασε ικανοποιητικά αποτελέσματα καθώς υπήρξε σύγκλιση του υπολογισμού του κεντροειδούς σε δυο με τρεις επαναλήψεις. Στην εικόνα 23 φαίνεται ένα παράδειγμα των βημάτων που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των κεντροειδών μιας μέτρησης, ενώ στην εικόνα 24 παρουσιάζονται με κόκκινο χρώμα τα κεντροειδή για ένα παράδειγμα κάθε μεγέθυνσης.



Εικόνα 23. Μέθοδος τετραγώνων για ολόκληρο το πλέγμα των κηλίδων.



Εικόνα 24. Τα κεντροειδή των περιθλώμενων κηλίδων. α) για μεγέθυνση 1:1, β) για μεγέθυνση 1:2.

5.2.1 Συντελεστές Zernike

Αφού υπολογίσαμε τα κεντροειδή για κάθε μέτρηση με πρόγραμμα γραμμένο σε Matlab (ο κώδικας παρουσιάζεται στο παράρτημα) υπολογίσαμε σε κάθε περίπτωση τους συντελεστές Zernike. Στους πίνακες που ακολουθούν αναγράφονται οι τιμές των συντελεστών Zernike.

ων δυο φακί	ών.		
	100ms32	100ms37	100ms42
z1-1	1351.37E-06	1336.47 ^E -06	1324.65E-06
z11	1192.08E-06	1212.48 [⊧] -06	1222.2E-06
z2-2	8.6911E-06	8.5233E-06	7.6421E-06
z20	-2.203E-05	-2.106E-05	-2.023E-05
z22	-7.787E-06	-7.448E-06	-7.151E-06
z3-3	-1.944E-06	-1.722E-06	-1.358E-06
z3-1	-1.481E-06	-1.134E-06	-7.89E-07
z31	-1.884E-06	-1.564E-06	-1.451E-06
z33	-8.416E-07	-5.84E-07	-5.049E-07
z4-4	2.139E-07	1.0883E-07	1.0671E-08
z4-2	-3.828E-08	-5.672E-08	-6.195E-08
z40	2.9009E-07	2.5126E-07	2.2172E-07
z42	-8.416E-08	-1.001E-07	-1.428E-07
z44	7.0627E-08	7.2598E-08	1.0362E-07

Πίνακας 5. Συντελεστές Zernike για χρόνο 100ms .Για το σύστημα των δμο φακών.

φακών.			
	250ms21.5	250ms27	250ms31.7
z1-1	1362.54E-06	1329.81E-06	1315.35E-06
z11	1237.99E-06	1192.01E-06	1208.55E-06
z2-2	6.2203E-06	1.0599E-05	8.1865E-06
z20	-2.032E-05	-1.863E-05	-1.934E-05
z22	-7.183E-06	-6.586E-06	-6.838E-06
z3-3	-1.624E-06	-1.127E-06	-1.332E-06
z3-1	-1.109E-06	-1.136E-06	-7.49E-07
z31	-1.608E-06	-1.109E-06	-1.352E-06
z33	-2.094E-07	-6.786E-07	-4.236E-07
z4-4	9.8816E-08	9.2025E-08	2.6694E-08
z4-2	-3.948E-09	-1.178E-07	-8.748E-08
z40	2.2379E-07	1.8944E-07	1.9181E-07
z42	-6.038E-08	-1.468E-07	-1.473E-07
z44	1.0892E-07	4.2869E-08	1.1861E-07

Πίνακας 6. Συντελεστές για χρόνο 250ms. Για το σύστημα των δυο φακών

Πνακάς 7. Σι	Πινακάς 7. Συντελεστές για χρόνο 500ms. Για το συστημά των ουο						
	φακών και τρία διαφορετικά gain						
	500ms12.2	500ms18.5	500ms24				
z1-1	1380.42E-06	1396.85E-06	1356.98E-06				
z11	1230.31E-06	1244.96E-06	1229.17E-06				
z2-2	4.5128E-06	5.9198E-06	6.2331E-06				
z20	-2.198E-05	-2.317E-05	-1.97E-05				
z22	-7.77E-06	-8.192E-06	-6.966E-06				
z3-3	-1.601E-06	-9.4E-07	-1.192E-06				
z3-1	-1.088E-06	-6.872E-07	-6.825E-07				
z31	-1.721E-06	-1.055E-06	-1.179E-06				
z33	-5.139E-07	-6.088E-07	-6.15E-07				
z4-4	1.4741E-07	3.6668E-08	4.1243E-08				
z4-2	3.4999E-08	-1.549E-08	-4.013E-08				
z40	2.578E-07	2.6767E-07	1.9193E-07				
z42	-6.312E-08	-1.414E-07	-1.685E-07				
z44	7.5385E-08	4.6454E-08	1.0121E-07				

Πίνακας 8. Συν [.]	Πίνακας 8. Συντελεστές για χρόνο1000ms. Για το σύστημα των δυο						
φακών και τρία	φακών και τρία διαφορετικά gain						
	1000ms3.8	1000ms10	1000ms15.2				
z1-1	0.00137822	0.00137888	0.00133858				
z11	0.00123979	0.0012302	0.00122348				
z2-2	6.7638E-06	7.0376E-06	8.0079E-06				
z20	-1.967E-05	-1.959E-05	-1.772E-05				
z22	-6.956E-06	-6.924E-06	-6.265E-06				
z3-3	-1.776E-06	-1.653E-06	-1.267E-06				
z3-1	-1.251E-06	-1.055E-06	-7.705E-07				
z31	-1.983E-06	-1.429E-06	-1.349E-06				
z33	-3.318E-07	-4.702E-07	-7.137E-07				
z4-4	1.8173E-07	8.821E-08	6.0993E-08				
z4-2	-7.406E-09	-5.987E-08	-8.614E-08				
z40	2.2065E-07	1.9893E-07	1.6052E-07				
z42	-3.315E-08	-1.33E-07	-1.469E-07				
z44	1.3936E-07	5.5924E-08	1.5211E-07				

Πίνακας 7 Συντελεατές για γρόγο 500ms. Για το σύστριμα των δυο

Πίνακας 9. Συντελεστές για χρόνο100ms. Για το σύστημα των				
τεσσάρων φακ	ών και τρία διαφορ	ετικά gain		
	100ms40.8	100ms45	100ms50	
z1-1	0.00040417	0.00039525	0.0003903	
z11	0.00068444	0.00067726	0.00067115	
z2-2	2.8354E-06	5.2011E-06	6.0998E-06	
z20	-4.098E-05	-3.961E-05	-4.002E-05	
z22	-1.449E-05	-1.4E-05	-1.415E-05	
z3-3	1.4867E-06	1.4008E-06	1.4473E-06	
z3-1	-7.44E-07	-9.545E-07	-7.489E-07	
z31	-1.917E-06	-2.012E-06	-1.847E-06	
z33	-1.986E-07	3.9774E-07	4.2789E-07	
z4-4	9.2623E-07	6.8656E-07	6.3211E-07	
z4-2	3.3069E-07	1.4077E-07	6.632E-08	
z40	3.4557E-06	3.2823E-06	3.2999E-06	
z42	-6.323E-07	-7.332E-07	-7.418E-07	
z44	-2.446E-07	-1.795E-07	6.2812E-08	

Γ

Πίνακας 10. Συντελεστές για χρόνο 250 ms. Για το σύστημα των					
τεσσάρων φακι	ών και τρία διαφορ	ετικά gain			
	250ms29.1	250ms32.8	250ms38.4		
z1-1	0.00040708	0.00039943	0.00040133		
z11	0.00067342	0.00066339	0.00067296		
z2-2	2.2475E-06	2.9118E-06	4.1802E-06		
z20	-4.025E-05	-3.939E-05	-3.975E-05		
z22	-1.423E-05	-1.392E-05	-1.405E-05		
z3-3	8.933E-07	1.1529E-06	1.1059E-06		
z3-1	-7.274E-07	-8.555E-07	-9.879E-07		
z31	-1.86E-06	-1.794E-06	-1.883E-06		
z33	-7.134E-07	-3.337E-07	8.8854E-09		
z4-4	1.1499E-06	1.1279E-06	9.0743E-07		
z4-2	3.2325E-07	2.7668E-07	1.6797E-07		
z40	3.3338E-06	3.2482E-06	3.2846E-06		
z42	-6.727E-07	-7.232E-07	-6.912E-07		
z44	-2.117E-07	-9.037E-08	-6.31E-08		

Πίνακας 11. Συντελεστές για χρόνο 500 ms. Για το σύστημα των τεσσάρων φακών και τρία διαφορετικά gain				
z1-1	0.00043431	0.00041469	0.00036717	
z11	0.00068452	0.00066666	0.00060935	
z2-2	2.2226E-06	1.2877E-06	4.3846E-06	
z20	-4.092E-05	-3.95E-05	-3.637E-05	
z22	-1.447E-05	-1.397E-05	-1.286E-05	
z3-3	1.4445E-06	9.6706E-07	2.129E-06	
z3-1	-9.218E-07	-6.377E-07	-3.464E-07	
z31	-2.351E-06	-1.951E-06	-1.562E-06	
z33	-3.153E-07	-6.776E-07	-5.142E-07	
z4-4	8.8934E-07	1.1024E-06	5.9017E-07	
z4-2	2.6833E-07	4.0019E-07	-8.756E-09	
z40	3.3341E-06	3.2934E-06	2.9008E-06	
z42	-6.214E-07	-5.811E-07	-6.392E-07	
z44	-4.099E-07	-2.609E-07	1.0032E-07	

Πίνακας 12. Συντελεστές για χρόνο 1000 ms. Για το σύστημα των
τεσσάρων φακών και τρία διαφορετικά gain

	1000ms10.6	1000ms15.1	1000ms20.3
z1-1	0.00045745	0.00044684	0.00043823
z11	0.00066659	0.00067251	0.00067903
z2-2	4.323E-07	-1.665E-06	7.9761E-07
z20	-4.123E-05	-4.167E-05	-3.985E-05
z22	-1.458E-05	-1.473E-05	-1.409E-05
z3-3	1.5471E-06	1.4533E-06	1.2672E-06
z3-1	-5.835E-07	-5.999E-07	-8.51E-07
z31	-3.089E-06	-2.606E-06	-2.498E-06
z33	-2.212E-06	-1.599E-06	-1.393E-06
z4-4	1.1849E-06	1.2541E-06	1.0967E-06
z4-2	3.2456E-07	5.097E-07	3.6093E-07
z40	3.4325E-06	3.4784E-06	3.288E-06
z42	-4.229E-07	-5.138E-07	-4.776E-07
z44	-1.564E-07	-3.359E-07	-2.921E-07

5.2.2 Ανάλυση συντελεστών Zernike

Τα αποτελέσματα προήλθαν από πέντε μετρήσεις για κάθε συνδυασμό χρόνουgain. Οι τιμές των πολυωνύμων για κάθε μέτρηση του ίδιου συνδυασμού παρουσίαζαν απόκλιση. Οπότε για την ακριβέστερη περιγραφή των εκτροπών του συστήματος ήταν απαραίτητη η εύρεση του συνδυασμού χρόνου-gain με την μικρότερη απόκλιση των τιμών. Για το σκοπό αυτό έγινε υπολογισμός του μέσου όρου και της τυπικής απόκλισης, και η σύγκριση μεταξύ των μετρήσεων έγινε με βάση το λόγο της τυπικής απόκλισης προς το μέσο όρο διαγράμματα παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών Zernike για κάθε περίπτωση και για τις δυο μεγεθύνσεις κόρης. Παρατηρούνται αρκετά μεγάλες αποκλίσεις για μικρούς χρόνου και μικρό gain. Η διαφορά στις τιμές αυξάνει καθώς μεγαλώνει ταυτόχρονα η διάρκεια της μέτρησης και το gain. Η μικρότερη απόκλιση εμφανίζεται για τον συνδυασμό μικρού χρόνου και μεγάλου gain. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών Ζεrnike για κάθε τερίπτωση και για τις δυο μεγεθύνσεις κόρης



5.2.2.1 Συντελεστές Zernike για μεγέθυνση 1:1



Διάγραμμα 2. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις100ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:1 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



Διάγραμμα 3. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 250 ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:1 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.

.



Διάγραμμα 4. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 500 ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:1 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



Διάγραμμα 5. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις1000 ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:1 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



Διάγραμμα 6. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:1, με την ίδια μέση ένταση (gain 1) και για διαφορετικούς χρόνους.



Διάγραμμα 7. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:1, με την ίδια μέση ένταση (gain 2) και για διαφορετικούς χρόνους.



Διάγραμμα 8. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:1, με την ίδια μέση ένταση (gain 3) και για διαφορετικούς χρόνους.



5.2.2.2 Συντελεστές Zernike για μεγέθυνση 1:2

Διάγραμμα 9. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 100ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:2 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



■gain1 ■gain2 ■gain3

Διάγραμμα 10. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 250ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:2 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



Διάγραμμα 11. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 500ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:2. Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



■gain1 ■gain2 ■gain3

Διάγραμμα 12. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις 1000ms, για τα τρία gain και για μεγέθυνσης 1:2 . Στον οριζόντιο άξονα σημειώνονται οι συντελεστές Zernike, ενώ στον κατακόρυφο σημειώνονται οι τιμές τους.



■ 100ms ■ 250ms ■ 500ms ■ 1000ms

Διάγραμμα 13. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:2, με την ίδια μέση ένταση (gain 1) και για διαφορετικούς χρόνους.



Διάγραμμα 14. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:2, με την ίδια μέση ένταση (gain 2) και για διαφορετικούς χρόνους.





Διάγραμμα 15. Στο διάγραμμα παρουσιάζονται οι συντελεστές Zernike για μετρήσεις με μεγέθυνση 1:2, με την ίδια μέση ένταση (gain 3) και για διαφορετικούς χρόνους.

6 Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία είχε ως σκοπό την κατασκευή ενός εκτροπόμετρου Shack-Hartmann με δυο μεγεθύνσεις κόρης, τον υπολογισμό των εκτροπών που εισάγουν στις μετρήσεις τα οπτικά του μέρη καθώς και τον προσδιορισμό του βέλτιστου συνδυασμού χρόνου-gain για την ελάχιστη απόκλιση στους συντελεστές. Με την επεξεργασία των αποτελεσμάτων των συντελεστών Zernike για τις δυο μεγεθύνσεις παρατηρήσαμε ότι το σύστημα παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα όσον αφορά τις εκτροπές τους. Τόσο το σύστημα των δυο φακών όσο και των τεσσάρων παρουσιάζουν αστιγματισμό ο οποίος πιθανότατα οφειλόταν στους καθρέπτες που χρησιμοποιήσαμε για να οδηγήσουμε τη δέσμη από την πηγή ακτινοβόλησης στην οπτική διάταξη. Στο σύστημα των τεσσάρων φακών παρατηρείται αύξηση του defocus και της σφαιρικής εκτροπής σε σχέση με το σύστημα των δυο φακών που οφείλεται στους δυο επιπλέον φακούς. Το γεγονός αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς είχε παρατηρηθεί και κατά τη θεωρητική μελέτη της διάταξης με το λογισμικό Zemax. Με τη επεξεργασία των συντελεστών Zernike για την ίδια ευαισθησία κάμερας (gain) με διαφορετικό χρόνο καθώς και τη σύγκριση των συντελεστών για τον ίδιο χρόνο αλλά για διαφορετική ευαισθησία κάμερας (gain) και για τις δύο μεγεθύνσεις κόρης διαπιστώνεται ότι για μικρούς χρόνους και μικρό gain εμφανίζεται μεγάλη απόκλιση στους συντελεστές. Το ίδιο παρατηρήθηκε για μεγάλους χρόνους σε συνδυασμό με μεγάλη ευαισθησία κάμερας(gain). Η μικρότερη απόκλιση των συντελεστών παρατηρείται για χρόνο100ms-250ms και μεγάλη ή μεσαία ευαισθησία κάμερας (διαγράμματα 14, 15).

7 Μελλοντική έρευνα

Συνεχίζοντας την παρούσα μελέτη θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε το SLD (Super Luminescent Diode) στην πειραματική διάταξη με σκοπό την ανάλυση των μονοχρωματικών εκτροπών στον ανθρώπινο οφθαλμό και την μέτρηση της επαναληψιμότητας σε αυτούς. Επιπλέον χρήσιμη θα ήταν η αυτοματοποίηση της διαδικασίας λήψης μέτρησης με την δημιουργία κατάλληλου λογισμικού. Με την αυτοματοποίηση θα δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη της διάταξης να καθορίζει την διάρκεια της μέτρησης και το gain επιλέγονταν από τον υπολογιστή την επιθυμητή μέση ένταση της μέτρησης. Επίσης, χρήσιμη θα ήταν η δημιουργία διάταξής για πολλαπλές μεγεθύνσεις κόρης, ώστε η επαναληψιμότητα να είναι καλή και σε άλλες τις μεγεθύνσεις.

Συνοψίζοντας, με την υλοποίηση του αισθητήρα μετώπου κύματος με διπλή μεγέθυνση παρατηρούμε ότι η οπτική διάταξη παρουσίασε ικανοποιητική οπτική συμπεριφορά ως προς τις εκτροπές που εισάγουν τα οπτικά. Συνεπως, η ολοκλήρωση της παραπάνω διάταξης για την εφαρμογή της σε ανθρώπινους οφθαλμους θα συντελέσει σε μετρήσεις οι οποίες θα είναι αμιγώς εξαρτώμενες από τα οπτικά σφάλματα του οφθαλμού και όχι από τα οπτικά σφαλματά του συστήματος. Η διάταξη αυτή καθώς και η επέκταση της σε ένα σύστημα πολλαπλής μεγέθυνσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο σε ερευνητικές όσο και σε κλινικές μελέτες στις οποίες είναι απαραίτητη η συσχέτιση παραμέτρων του συστήματος του οφθαλμού στο σύνολο του σε συγκεκριμένα μεγέθη κορών με τα οπτικά σφάλματα στις ίδιες οπτικές ζώνες.

8 Βιβλιογραφία

- 1. Escudero-Sanz I, Navarro R. Off-axis aberrations of a wide-angle schematic eye model. J Opt Soc Am A 1999 Aug;16(8):1881-91.
- Moreno-Barriuso E, Marcos S, Navarro R, Burns SA. Comparing laser ray tracing, the spatially resolved refractometer, and the Hartmann-Shack sensor to measure the ocular wave aberration. Optom Vis Sci. 2001 Mar;78(3):152-6.
- Molebny VV, Panagopoulou SI, Molebny SV, Wakil YS, Pallikaris IG. Principles of ray tracing aberrometry. J Refract Surg. 2000 Sep-Oct;16(5):S572-5.
- 4. Pallikaris IG, Panagopoulou SI, Molebny VV. Clinical experience with the Tracey technology wavefront device. J Refract Surg. 2000 Sep-Oct;16(5):S588-91.
- 5. Mrochen M, Kaemmerer M, Mierdel P, Krinke HE, Seiler T. Principlesof Tscherning aberrometry. J Refract Surg. 2000 Sep-Oct;16(5):S570-1.
- 6. Mrochen M, Jankov M, Bueeler M, Seiler T. Correlation between corneal and total wavefront aberrations in myopic eyes. J Refract Surg. 2003 Mar-Apr;19(2):104-12.
- 7. Liang J, Grimm B, Goelz S, and Bille J. Objective measurement of the wave aberrations of the human eye using a Hartmann–Shack wave-front sensor," J. Opt. Soc. Am. A **1**1,1949–1957 (1994).
- 8. Liang J, Williams DR. Aberrations and retinal image quality of the normal human eye. J Opt Soc Am A. 1997 Nov;14(11):2873-83.
- 9. Roder K. Tyson Principles of Adaptive optics. Academic Press 1998.
- 10. Smith J. Warren Modern Optical engineer. The Design of optical system, second edition. Mc Craw-Hill 1990.
- 11. Harilaos S Ginis, Sotiris Plainis and Aristophanis Pallikaris Variability of wavefront aberration measurements in small pupil sizes using a clinical Shack-Hartmann aberrometer. Published: 11 February 2004 BMC Ophthalmology 2004.
- 12. Sandrine Thomas Optimized centroid computing in a Shack-Hartmann sensor.Cerro Tololo Inter-American Observatories, Casilla 603, La Serena, Chile.
- 13. Malacara Daniel Optical shop testing, second edition, John Wiley & sons.
- 14. Daxer A, Misof K, Grabner B, Ettl A, Fratzl P. Collagen fibrils in the humancorneal stroma: Structure and aging. Invest Ophthalmol Vis Sci. 1998 Mar;39(3):644-8.
- 15. Pierscionek BK, Weale RA. The optics of the eye-lens and lenticularsenescence. A review. Doc Ophthalmol. 1995;89(4):321-35.
- 16. Charman WN. Wavefront aberration of the eye: a review. Optom Vis Sci. 1991 Aug;68(8):574-83.
- 17. Thibos LN, Hong X, Bradley A, Cheng X. Statistical variation of aberration structure and image quality in a normal population of healthy eyes. J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis. 2002 Dec;19(12):2329-48
- Douthwaite WA. The asphericity, curvature and tilt of the human cornea measured using a videokeratoscope. Ophthalmic Physiol Opt. 2003 Mar;23(2):141-50.
- 19. Heron G, Charman WN, Gray LS. Accommodation dynamics as a function of age. Ophthalmic Physiol Opt. 2002 Sep;22(5):389-96.

- 20. Artal P, Guirao A, Berrio E, Williams DR. Compensation of corneal aberrations by the internal optics in the human eye. J Vis. 2001;1(1):1-8.
- 21. Navarro R, Santamaria J, Bescos J. Accommodation-dependent model of the human eye with aspherics. J Opt Soc Am A. 1985 Aug;2(8):1273-81.
- 22. Maeda N. Evaluation of optical quality of corneas using corneal topographers. Cornea. 2002 Oct;21(7 Suppl):S75-8. Review
- 23. Spiricon, Inc.Hartmann Wavefront Analyzer Tutorial.

Στις παρακάτω εικόνες παρουσιάζεται το μέτωπο κύματος για τον μέσο όρο των συντελεστών Zernike για κάθε μέτρηση με μεγέθυνση 1:1



λήψης 100ms, gain 32 και μεγέθυνση 1:1 λήψης 100ms,gain 37 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 25. Μέτωπο κύματος για χρόνο Εικόνα 26 Μέτωπο κύματος για χρόνο



Εικόνα 27. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 100ms, gain 42 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 28. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 21.5 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 29. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 27 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 30. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 31.9 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 32. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain 18.5 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 34 Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 1000ms, gain 3.8 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 36. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 1000ms, gain 15.2 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 31. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain 12.2 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 33. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain 24 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 35. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 1000ms, gain 10 και μεγέθυνση 1:1



Εικόνα 38. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 100ms, gain 45 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 40. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 29.1 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 37. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 100ms, gain 40 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 39. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 100ms, gain 50 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 42. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 38.4 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 41. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 250ms, gain 32.8 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 44. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain 23.6 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 46. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain29.1 και μεγέθυνση 1:2 λήψης 1000ms, gain 10.6 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 43. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 500ms, gain 20.3 και μεγέθυνση 1:2



Εικόνα 45. Μέτωπο κύματος για χρόνο



Εικόνα 48. Μέτωπο κύματος για χρόνο





Εικόνα 47. Μέτωπο κύματος για χρόνο λήψης 1000ms, gain 15.1 και μεγέθυνση 1:2 λήψης 1000ms, gain 20.3 και μεγέθυνση 1:2

Παρακάτω παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που δημιουργήθηκε για τον υπολογισμό των κεντροειδών

unction [dx,dy,xpoint,ypoint,itterations]=calccentroids(img) %figure %imshow(img,[]) %hold on squaremask = zeros(512,512); numlenslets = 205; xoffset=0; yoffset=118; temp = 223; dx=0; dy=0; itterations = 0;k=0; for i = 1:221 %numlenslets if(i==6) temp = temp-2*17.5;yoffset = yoffset+17.5; k = 0; elseif(i==15) temp = temp-17.5; yoffset = yoffset +17.5; k = 0; elseif(i==26) temp = temp-17.5; yoffset = yoffset +17.5; k = 0: elseif(i==39) temp = temp-17.5; yoffset = yoffset +17.5; k = 0; elseif(i==54) yoffset = yoffset +17.5; k = 0; elseif(i==69) temp=temp-17.5; yoffset = yoffset +17.5; k=0; elseif(i==86) yoffset = yoffset +17.5; k=0; elseif(i==103) k=0; yoffset = yoffset +17.5; elseif(i==120) k=0; yoffset = yoffset +17.5; elseif(i==137) k=0; yoffset = yoffset +17.5; elseif(i==154) temp = temp+17.5; yoffset = yoffset +17.5; k=0; elseif(i==169) yoffset = yoffset +17.5; k=0; elseif(i==184)

```
temp = temp+17.5;
   yoffset = yoffset +17.5;
   k=0;
elseif(i==197)
   temp = temp+17.5;
   yoffset = yoffset +17.5;
   k=0;
elseif(i==208)
   temp = temp+17.5;
   voffset = voffset +17.5;
   k=0:
elseif(i==217)
   temp = temp + 2*17.5;
   voffset = voffset +17.5;
   k=0:
end
 xoffset = temp+k^{17.5};
 k=k+1:
 ytop = yoffset - 17.5/2;
 ybottom = yoffset+17.5/2;
 x = x offset - 17.5/2;
 xright = xoffset + 17.5/2;
 squaremask(round(ytop):round(ybottom),round(xleft))=1000;
 squaremask(round(ytop):round(ybottom),round(xright))=1000;
 squaremask(round(ytop),round(xleft):round(xright))=1000;
 squaremask(round(ybottom),round(xleft):round(xright))=1000;
 %img(round(ytop):round(ybottom),round(xleft))=3000;
 %img(round(ytop):round(ybottom),round(xright))=3000;
 %img(round(ytop),round(xleft):round(xright))=3000;
 %img(round(ybottom),round(xleft):round(xright))=3000;
 stop = 1;
 diffx = 0:
 diffv = 0:
 tempdiffx = 0;
 tempdiffy = 0;
 itterations(i)=0;
 while(stop)
   xcoord = round(xleft):round(xright);
   ycoord = (round(ytop):round(ybottom))';
   xcoord = repmat(xcoord,length(ycoord),1);
   ycoord = repmat(ycoord,1,size(xcoord,2));
   imglenslet = img(round(ytop):round(ybottom),round(xleft):round(xright));
   centroidx(i) = sum(sum(imglenslet.*xcoord))/sum(sum(imglenslet));
   centroidy(i) = sum(sum(imglenslet.*ycoord))/sum(sum(imglenslet));
   centroidxmm(i) = centroidx(i)*0.0229;
   centroidymm(i) = centroidy(i)*0.0229;
   diffx = tempdiffx-centroidxmm(i):
   diffy = tempdiffy-centroidymm(i);
   if(abs(diffx)<0.0229 & abs(diffy)<0.0229)
      dx(i) = centroidx(i) - xoffset;
```

```
dy(i) = centroidy(i) - yoffset;
       xpoint(i) = xoffset;
       ypoint(i) = yoffset;
       stop=0;
    end
    tempdiffx = centroidxmm(i);
    tempdiffy = centroidymm(i);
    itterations(i) = itterations(i)+1;
    x = centroidx(i) - 17.5/(4*itterations(i));
    xright = centroidx(i) + 17.5/(4*itterations(i));
    vtop = centroidy(i) - 17.5/(4*itterations(i));
    vbottom = centroidy(i) + 17.5/(4*itterations(i));
    squaremask(round(ytop):round(ybottom),round(xleft))=1000;
    squaremask(round(ytop):round(ybottom),round(xright))=1000;
    squaremask(round(ytop),round(xleft):round(xright))=1000;
    squaremask(round(ybottom),round(xleft):round(xright))=1000;
    % if(i==1)
    %
          img(round(ytop):round(ybottom),round(xleft))=3000;
    %
          img(round(ytop):round(ybottom),round(xright))=3000;
          img(round(ytop),round(xleft):round(xright))=3000;
    %
    %
          img(round(ybottom),round(xleft):round(xright))=3000;
    % figure
    % imshow(img,[])
    % end
  end
% plot(centroidx,centroidy,'r.')
end
%figure
%imshow(squaremask,[])
%figure
%quiver(xpoint,ypoint,dx,dy,0)
%axis([1 512 1 512])
%figure
%quiver(xpoint,ypoint,dx,dy,1)
```

```
%axis([1 512 1 512])
```

```
%figure
%imshow(img,[])
```

Ακολουθεί η ρουτίνα που δημιουργήθηκε για τον υπολογισμό των συντελεστών Zernike

function Zencoefficients = calcZcoef(xpos,ypos,dW); numberZernikes = 14; numberoflenslets = 221;

Zx(:,1) = zeros(numberoflenslets,1); Zx(:,2) = ones(numberoflenslets,1); Zx(:,3) = -2*xpos; Zx(:,4) = 2*ypos; Zx(:,5) = 4*xpos; Zx(:,6) = -6*xpos.*ypos; $Zx(:,7) = -3*xpos.^{2}+3*ypos.^{2};$ Zx(:,8) = 6*xpos.*ypos; $Zx(:,9) = -2 + 9 * xpos.^{2} + 3* ypos.^{2};$ $Zx(:,10) = 4*xpos.^{3} - 12 *xpos.*(ypos.^{2});$ $Zx(:,11) = -(12*xpos.^{2}).*ypos + 4*ypos.^{3};$ Zx(:,12) = 6*xpos - 16*xpos.^3; Zx(:,13) = -6*ypos + 24*(xpos.^2).*ypos + 8*ypos.^3; Zx(:,14) = -12*xpos + 24*xpos.^3+24*xpos.*(ypos).^2;

Zy(:,1) = ones(numberoflenslets,1); Zy(:,2) = zeros(numberoflenslets,1); Zy(:,3) = -2*ypos; Zy(:,4) = 2*xpos; Zy(:,5) = 4*ypos; $Zy(:,6) = -3*xpos.^{2}+3*ypos.^{2};$ Zy(:,7) = 6*xpos.*ypos; $Zy(:,8) = -2 + 9 * ypos.^{2} + 3* xpos.^{2};$ Zy(:,9) = 6*xpos.*ypos; $Zy(:,10) = 4*ypos.^{3} - 12 * (xpos.^{2}).*ypos;$ $Zy(:,11) = (12*ypos.^{2}).*xpos - 4*xpos.^{3};$ $Zy(:,12) = -6*ypos + 16*ypos.^{3};$ $Zy(:,13) = -6*xpos + 24*(ypos.^{2}).*xpos + 8*xpos.^{3};$ $Zy(:,14) = -12*ypos + 24*ypos.^{3}+24*ypos.*(xpos).^{2};$

Z = [Zx;Zy];Zencoefficients = pinv(Z)*dW;



epeaek-ekt



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ Ειδική υπηρεσια διαχειρισής επελεκ

> **ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ** ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ