



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ

ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ: ΟΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ  
ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΕ ΤΗ  
ΧΡΗΣΗ Τ.Π.Ε.**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΖΑΡΑΝΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΜΕΛΗ: ΑΜΠΑΡΤΖΑΚΗ ΜΑΡΙΑ, ΕΛΕΥΘΕΡΑΚΗΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ

ΕΚΠΟΝΗΣΗ: ΑΡΒΑΝΙΤΑΚΗ ΜΑΡΙΑ

ΡΕΘΥΜΝΟ 2019

## Ευχαριστίες

Αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω όλους όσους με παρότρυναν, με βοήθησαν και με στήριξαν κατά την πορεία των μεταπτυχιακών σπουδών μου και της συγγραφής της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα, αρχικά, να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου στους επιβλέποντες κ. Αμπαρτζάκη Μαρία, Επίκουρη Καθηγήτρια, και κ. Ελευθεράκη Θεόδωρο, Αναπληρωτή Καθηγητή και ιδιαιτέρως στον κ. Ζαράνη Νικόλαο, Καθηγητή στο Π.Τ.Π.Ε. του Πανεπιστημίου Κρήτης, καθώς χωρίς την πολύτιμη βοήθειά του σε επιστημονικά και διαδικαστικά ζητήματα, την συνεχή πρακτική και ηθική υποστήριξή του και την εμπιστοσύνη του, η πραγματοποίηση της παρούσας εργασίας θα ήταν αδύνατη.

Στη συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον σύζυγο μου, Παναγιώτη, ο οποίος με την υποστήριξη του αποτέλεσε τον πιο σημαντικό και καθοριστικό παράγοντα για το πέρας της διπλωματικής μου εργασίας αλλά και του συνόλου των μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Τέλος, αφιερώνω την παρούσα εργασία στην μόλις μερικών μηνών κορούλα μου που με κάθε της χαμόγελο αποτελεί την ομορφότερη ανάπαυλα, ενώ η ύπαρξή της μου δίνει δύναμη να συνεχίζω ό,τι κάνω παρά τις δυσκολίες που προκύπτουν.

## Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία αποτελεί μια προσπάθεια αξιοποίησης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Δ΄ τάξη του Δημοτικού Σχολείου. Πιο συγκεκριμένα, σχεδιάσαμε μια διδακτική παρέμβαση με εκπαιδευτικές δραστηριότητες, στις οποίες ενσωματώσαμε την τεχνολογία της Επαυξημένης Πραγματικότητας ώστε να ελέγξουμε αν και κατά πόσο ενισχύεται η διδασκαλία της Γεωμετρίας. Ο σχεδιασμός της διδακτικής παρέμβασης έγινε υιοθετώντας τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης vanHiele.

Για τις ανάγκες της έρευνας έγινε σύγκριση της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας, οι οποίοι διδάχθηκαν με τη χρήση εφαρμογών Ε.Π., με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας.

Η έρευνα αφορά σε δύο τμήματα της Δ΄ τάξης Δημοτικού Σχολείου, τα οποία αποτέλεσαν ακέραια την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου με τυχαίο τρόπο. Η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε με pre-tests και post-tests, τα οποία σχεδιάστηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να αξιολογούν την κατάκτηση των 5 δεξιοτήτων-ικανοτήτων γεωμετρίας του Hoffer για κάθε επίπεδο γεωμετρικής σκέψης vanHiele.

**Λέξεις κλειδιά:** Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.), Τεχνολογίες της Πληροφορικής και των Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.) στην εκπαίδευση, Μαθηματικά, Γεωμετρία, Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, επίπεδα vanHiele, δεξιότητες γεωμετρίας Hoffer

## Πίνακας Περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	2
Περίληψη.....	3
Κεφάλαιο 1.....	6
1.1. Εισαγωγή.....	6
1.2. Περιληπτική παρουσίαση της έρευνας.....	7
Κεφάλαιο 2 Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	9
2.1. Το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele.....	9
2.1.1. Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης.....	10
2.1.2. Χαρακτηριστικά των επιπέδων.....	13
2.1.3. Οι φάσεις της μάθησης.....	15
2.1.4. Τροποποίηση του μοντέλου από τον Alan Hoffer.....	15
2.1.5. Παιδαγωγική αξία του μοντέλου.....	16
2.2. Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση.....	17
2.2.1. Μάθηση μέσω φορητών συσκευών.....	18
2.2.2. Παιδαγωγική αξιοποίηση ταμπλετών.....	21
2.2.3. Φορητές συσκευές στη διδασκαλία των Μαθηματικών.....	21
2.3. Επαυξημένη Πραγματικότητα.....	22
2.3.1. Η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας.....	23
2.3.2. Ε.Π. στην εκπαίδευση.....	25
2.3.3. Αξιοποίηση της Ε.Π. στη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών.....	25
Κεφάλαιο 3 Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας.....	27
3.1. Διδασκαλία της Γεωμετρίας – ερευνητικά δεδομένα.....	27
3.2. Διδασκαλία της Γεωμετρίας με χρήση ΤΠΕ.....	28
3.3. Ανάπτυξη της Γεωμετρικής Σκέψης με χρήση ΤΠΕ.....	29
3.4. Η Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα.....	30
3.5. Περιοχή της έρευνας.....	33
3.6. Ερευνητικό Πρόβλημα.....	35
3.7. Σκοπός της έρευνας.....	35
3.8. Ερευνητικά ερωτήματα.....	35
3.9. Ερευνητικές υποθέσεις.....	36
Κεφάλαιο 4 Μεθοδολογία.....	37
4.1. Δείγμα.....	37
4.2. Ερευνητικός σχεδιασμός.....	37

## Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

4.3. Διαδικασία μετρήσεων .....	38
4.4. Συλλογή δεδομένων .....	38
4.5. Διδακτική Παρέμβαση .....	48
4.5.1. Επίπεδα van Hiele .....	48
4.5.2. Παρουσίαση παρέμβασης .....	50
4.6. Σχεδιασμός και ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού Ε.Π. ....	67
4.6.1. Metaverse .....	68
4.6.2. Δημιουργία υλικού Ε.Π. ....	72
Κεφάλαιο 5 Αποτελέσματα.....	73
Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα .....	79
6.1. Συμπεράσματα - Συζήτηση .....	79
6.2. Περιορισμοί της έρευνας και προτάσεις .....	82
Βιβλιογραφικές Αναφορές.....	84
Παράρτημα Ι.....	91
Παράρτημα ΙΙ.....	93
Παράρτημα ΙΙΙ.....	105
Παράρτημα ΙV .....	117

## Κεφάλαιο 1

### 1.1. Εισαγωγή

Στις μέρες μας η τεχνολογία έχει γίνει κομμάτι της καθημερινότητάς μας μέσα και έξω από το σχολείο. Οι μαθητές μας γεννιούνται και μεγαλώνουν σε ένα πλούσιο ψηφιακό περιβάλλον όπου η τεχνολογία είναι πανταχού παρούσα με αποτέλεσμα να έχουν αποκτήσει εξελιγμένες δεξιότητες που καθορίζουν τις μαθησιακές ανάγκες και προτιμήσεις τους. Οι μαθητές μας προτιμούν να επεξεργάζονται πολλές πληροφορίες ταυτόχρονα (*multi-task*) με αυξημένη ταχύτητα σε σύγκριση με τις προηγούμενες γενιές, προτιμούν τα γραφικά και χαίρονται από την ενεργό συμμετοχή τους στη μάθηση μέσω της τεχνολογίας (Prensky, 2001).

Η αξιοποίηση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση αποτελεί ένα δημοφιλές θέμα διερεύνησης διεθνώς τα τελευταία χρόνια (Goodwin, 2012; Prensky, 2001; UNESCO, 2013). Ειδικότερα, όσο αφορά στη Γεωμετρία, η ενσωμάτωση των ΤΠΕ στη διδασκαλία έχει αποτελέσει αντικείμενο πολλών ερευνών, οι οποίες, μάλιστα, αναδεικνύουν τα θετικά αποτελέσματα που παρουσιάζουν οι μαθητές στους οποίους έχει εφαρμοστεί (Clements et al., 2008; Clements & Samara, 2007; Dimakos, & Zaranis, 2010; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Zaranis & Synodi, 2016; Zaranis, 2018).

Η παρούσα μελέτη πραγματοποιήθηκε προκειμένου να μελετηθεί περαιτέρω η συνεισφορά της ενσωμάτωσης των ΤΠΕ και της αξιοποίησης της τεχνολογίας της Ε.Π. στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Η πρωτοτυπία της παρούσας έρευνας συνίσταται στην αξιοποίηση των ΤΠΕ και της Ε.Π. σε πραγματικές σχολικές τάξεις επαυξάνοντας το υπάρχον σχολικό εγχειρίδιο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών της Δ' Δημοτικού. Τα αποτελέσματα της έρευνας συνεισφέρουν στην καλύτερη κατανόηση της επίδρασης αντίστοιχων τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία γενικά αλλά και ειδικότερα στο πεδίο των Μαθηματικών και της Γεωμετρίας.

Για τους σκοπούς της έρευνας συγκρίναμε την επίδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι δίδαχθηκαν Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, με την επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας, στους οποίους εφαρμόστηκε η διδακτική παρέμβαση. Η διδακτική παρέμβαση σχεδιάστηκε σύμφωνα με τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης του van Hiele και η αξιολόγηση της επίδοσης των μαθητών έγινε μέσω γραπτών

Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

δοκιμασιών (pre-tests και post-tests) με βάση την κατάκτηση των πέντε δεξιοτήτων Hoffer για κάθε επίπεδο vanHiele. Ασχοληθήκαμε, ωστόσο, μόνο με τα δύο πρώτα επίπεδα vanHiele, καθώς αυτά αφορούν την ηλικία των μαθητών της Δ' Δημοτικού.

Η παρούσα μελέτη παρουσιάζεται περιληπτικά στην επόμενη ενότητα.

## **1.2. Περιληπτική παρουσίαση της έρευνας**

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία με τίτλο «Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση με τη χρήση Τ.Π.Ε.» εκπονήθηκε στο Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Κρήτης κατά τη χρονική περίοδο 2018-2019.

Η επίβλεψη της εργασίας καθόλη τη διάρκεια του σχεδιασμού και της υλοποίησής της έγινε από τον καθηγητή κ. Ζαράνη Νικόλαο, ενώ οι ... συνέβαλαν στη βελτίωσή της με τις εύστοχες παρατηρήσεις τους.

Αρχικά, στο **Κεφάλαιο 1** της εργασίας γίνεται μια εισαγωγή στο θέμα και παρουσιάζονται συνοπτικά όλα τα κεφάλαια που ακολουθούν ώστε να δοθεί μια γενική εικόνα στον αναγνώστη.

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζεται η γενική προβληματική της εργασίας και καθορίζεται η περιοχή της έρευνας.

Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο του υπό διερεύνηση αντικειμένου, ενώ επιδιώκεται η αποσαφήνιση σχετικών όρων και βασικών εννοιών. Αρχικά, παρουσιάζεται αναλυτικά το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης του vanHiele και η παιδαγωγική αξία του. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το πώς η αξιοποίηση των ΤΠΕ επηρεάζει τη μάθηση και τη διδασκαλία, γίνεται αναφορά στη μάθηση μέσω φορητών συσκευών και, τέλος, παρουσιάζεται η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας με έμφαση στην εφαρμογή της στη διδασκαλία των θετικών επιστημών και των Μαθηματικών.

Το **Κεφάλαιο 4** αποτελεί ανασκόπηση της βιβλιογραφίας σχετικά με διδασκαλία της Γεωμετρίας με έμφαση στη διδασκαλία της με τη χρήση των ΤΠΕ αλλά και σχετικά με τη συμβολή των ΤΠΕ στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η θέση που κατέχει η Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα του Δημοτικού Σχολείου. Τέλος, εντοπίζεται το ερευνητικό πρόβλημα και καθορίζεται ο σκοπός της παρούσας έρευνας και ακολουθούν τα ερευνητικά ερωτήματα με τις αντίστοιχες ερευνητικές υποθέσεις.

Στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την υλοποίηση της παρούσας έρευνας, ο ερευνητικός σχεδιασμός, η διαδικασία μετρήσεων και

Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

συλλογής δεδομένων, ενώ παρουσιάζεται αναλυτικά η διδακτική παρέμβαση που σχεδιάσαμε για τις ανάγκες της έρευνας. Γίνεται, ακόμη, αναφορά στο λογισμικό που χρησιμοποιήσαμε για το σχεδιασμό και την ανάπτυξη του εκπαιδευτικού υλικού της παρέμβασης.

Ακολουθεί το **Κεφάλαιο 6**, όπου γίνεται η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της έρευνας.

Στη συνέχεια, στο **Κεφάλαιο 7**, καταλήγουμε σε κάποια συμπεράσματα που αφορούν στα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, γίνεται αναφορά στους περιορισμούς που προέκυψαν ενώ γίνονται και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

Τέλος, ακολουθούν οι **Βιβλιογραφικές Αναφορές** και τα **Παραρτήματα**.



## Κεφάλαιο 2

### Θεωρητικό Υπόβαθρο

Το παρόν κεφάλαιο αποτελείται από δύο υποκεφάλαια, στα οποία επιδιώκεται η παρουσίαση του θεωρητικού πλαισίου καθώς και η αποσαφήνιση όρων και βασικών εννοιών του υπό διερεύνηση αντικειμένου. Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο υποκεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης που διατύπωσε ο παιδαγωγός PierreMarievanHiele και σχετικές έρευνες που έχουν γίνει παγκοσμίως. Γίνεται, ακόμη, μνεία στην παιδαγωγική αξία της εφαρμογής του θεωρητικού αυτού μοντέλου στη διδακτική πράξη και στον τρόπο που μπορούμε ως εκπαιδευτικοί να αξιοποιήσουμε αυτή τη γνώση.

Στο δεύτερο υποκεφάλαιο παρουσιάζεται το πώς η τεχνολογία επηρεάζει τη μάθηση και τη διδασκαλία, ενώ γίνεται αναφορά στη μάθηση μέσω φορητών συσκευών και τις δυνατότητες που προσφέρουν. Στη συνέχεια, διερευνάται η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας και γίνεται αναφορά κάποιων υλοποιημένων εφαρμογών αυτής της τεχνολογίας που έχουν σχεδιαστεί και ερευνηθεί στον τομέα της εκπαίδευσης. Τέλος, δίνεται έμφαση στην εφαρμογή της τεχνολογίας της Επαυξημένης Πραγματικότητας στη διδασκαλία των θετικών επιστημών.

#### ***2.1. Το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele***

Με τη θεωρία και τη μελέτη της διδασκαλίας της Γεωμετρίας έχουν ασχοληθεί κατά καιρούς πολλοί ειδικοί του αντικειμένου. Τη δεκαετία του 1960 ξεχώρισαν για τις ιδέες τους οι Ολλανδοί παιδαγωγοί και σύζυγοι PierreMarievanHiele και DinavanHiele-Geldof, οι οποίοι επηρέασαν σε μεγάλο βαθμό τα αναλυτικά προγράμματα πολλών χωρών σχετικά με τη διδασκαλία της Γεωμετρίας αλλά και άλλων αντικειμένων, ενώ εξακολουθούν να εφαρμόζονται και να λαμβάνονται υπόψη μέχρι και σήμερα. Αρχικά, οι ιδέες τους προσέλκυσαν το ενδιαφέρον των Σοβιετικών και στη συνέχεια των Αμερικάνων (Fuys, Geddes, Lovvet & Tischler, 1988; vandeWalle, 2008), ενώ σε πολλές χώρες συμπεριλαμβανομένης και της Ελλάδας, υλοποιήθηκαν πολλές έρευνες και μελέτες που

επιβεβαίωσαν την ισχύ της θεωρίας τους (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997; Τουμάσης, 2002).

Ο PierreMarievanHiele μελέτησε εκτενώς τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, ασχολήθηκε με τη σταδιακή σκέψη της κατανόησης των εννοιών και το 1957 διατύπωσε ένα θεωρητικό μοντέλο που περιλαμβάνει τα επίπεδα της γεωμετρικής σκέψης και τις φάσεις μάθησης. Όπως σημειώνει χαρακτηριστικά στο άρθρο «AMethodofInitiationintoGeometryatSecondarySchool»που έγραψε με τη σύζυγο του DinavanHiele-Geldof, η μάθηση είναι μία ασυνεχής διαδικασία που υποδεικνύει την ύπαρξη επιπέδων (van Hieles, 1958 όπ. αναφ. στοFuysetal., 1988 σελ. 5).

Στο μοντέλο του, λοιπόν, κατανέμει τους τρόπους κατανόησης των μαθητών σε πέντε επίπεδα που παρουσιάζουν τη σταδιακή ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης. Πρόκειται για επίπεδα που έχουν προκαθορισμένη διαδοχική σειρά, στα οποία δεν μπορεί να γίνει υπερπήδηση κάποιου επιπέδου. Υιοθετώντας την παραπάνω αρχή θα μπορούσε να πει κανείς ότι *δεν υπάρχει σύντομος δρόμος για την κατάκτηση της Γεωμετρίας* ή όπως είπε ο Ευκλείδης:

*«Μη είναι βασιλικήν ατραπόν επί γεωμετρίαν.»*

### **2.1.1. Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης**

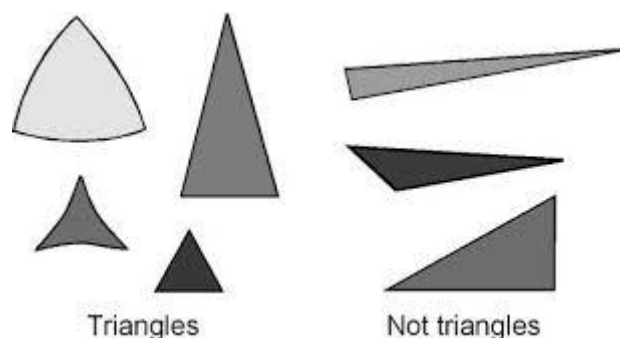
Το θεωρητικό μοντέλο του vanHiele περιλαμβάνει πέντε επίπεδα (Πίνακας 2.1.), στα οποία εξελίσσεται η γεωμετρική σκέψη των παιδιών καθώς μεταβαίνουν ιεραρχικά από το χαμηλότερο προς το υψηλότερο επίπεδο (Τουμάσης, 2002). Τα επίπεδα αυτά περιγράφουν περισσότερο το πώς σκεφτόμαστε, τον τρόπο δηλαδή και τα αντικείμενα σκέψης, παρά πόση γνώση έχουμε σε κάθε επίπεδο, ενώ δίνεται έμφαση στη διαφοροποίηση των αντικειμένων σκέψης μεταξύ των επιπέδων (vandeWalle, 2008).

Επίπεδο 1	Αναγνώριση (Visualization)
Επίπεδο 2	Ανάλυση (Analysis)
Επίπεδο 3	Άτυπη Αφαίρεση (Informal deduction) ή Διάταξη – Ταξινόμηση
Επίπεδο 4	Τυπική Αφαίρεση (Formal Deduction) (Γενίκευση – Επαγωγή)
Επίπεδο 5	Αυστηρότητα (Rigor)

Πίνακας 2.1. Συνοπτικός πίνακας επιπέδων γεωμετρικής σκέψης vanHiele.

Τα επίπεδα είναι διαδοχικά και περιγράφονται συνοπτικά παρακάτω (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997):

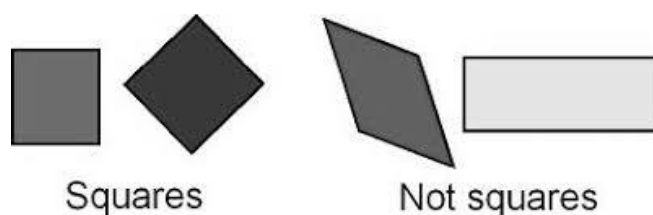
**Επίπεδο 1 – Αναγνώριση (Visualization):** Όπως εξηγεί ο vanHiele (1999), πρόκειται για το «χαμηλότερο» από τα επίπεδα, το οποίο ξεκινάει με μη λεκτική σκέψη. Τα σχήματα αναγνωρίζονται από την εμφάνισή τους ως μια ολότητα, όπως συμβαίνει σύμφωνα με τη θεωρία Gestalt (Κολέζα, 2000) και όχι από τα μέρη ή τις ιδιότητές τους. Οι μαθητές είναι σε θέση να αναγνωρίσουν και να αναπαράγουν σωστά σχήματα, όπως ο ρόμβος, το ορθογώνιο, το τετράγωνο και το παραλληλόγραμμο χωρίς, ωστόσο, να είναι σε θέση να αναγνωρίσουν ένα ρόμβο ως παραλληλόγραμμο (vanHiele, 1984). Οι μαθητές, ακόμη, βασίζονται σε οπτικά πρότυπα που έχουν στο μυαλό τους, δηλαδή αναγνωρίζουν ένα σχήμα ως τετράγωνο επειδή μοιάζει με τετράγωνο. Ωστόσο, ένα περιστρεμμένο τετράγωνο ενδέχεται να μην γίνεται αντιληπτό ως τετράγωνο. Επίσης, όπως αποτυπώνεται και στην Εικόνα 2.1, αναγνωρίζουν ως τρίγωνα μόνο όσα μοιάζουν με ένα πρότυπο τρίγωνο που έχουν στο μυαλό τους.



Εικόνα 2.1. Αναγνώριση τριγώνων στο Επίπεδο 1 (Vojkunkona, 2012 σελ. 72).

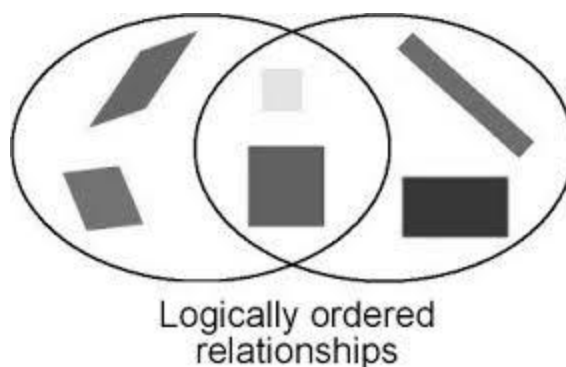
**Επίπεδο 2 – Ανάλυση (Analysis):** Το λεξιλόγιο παίζει σημαντικό ρόλο για την περιγραφή των σχημάτων, τα σχήματα είναι φορείς των ιδιοτήτων τους και οι μαθητές τα αναγνωρίζουν με βάση τις ιδιότητές τους (Εικόνα 2.2). Μέσω παρατήρησης και πειραματισμού οι μαθητές αρχίζουν να διακρίνουν τα χαρακτηριστικά των σχημάτων και να αναγνωρίζουν ένα σχήμα επειδή έχει συγκεκριμένες ιδιότητες και όχι επειδή μοιάζει με κάποιο γνωστό σχήμα (vanHiele, 1999). Έτσι, εξηγεί ο vanHiele (1984), αν ζωγραφίσουμε ένα σχήμα στον πίνακα και πούμε ότι έχει τέσσερις ίσες γωνίες, τότε το αναγνωρίζουν ως ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ακόμη κι αν δεν είναι ζωγραφισμένο σωστά. Ωστόσο, οι ιδιότητες δεν έχουν ακόμα ταξινομηθεί πλήρως με αποτέλεσμα ένα τετράγωνο να μην αναγνωρίζεται και ως ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Οι αναδυόμενες ιδιότητες των

σχημάτων θα χρησιμοποιηθούν στην πορεία, όπως θα δούμε, για την ταξινόμησή τους (Τουμάσης, 2002).



Εικόνα 2.2. Αναγνώριση με βάση μία ιδιότητα στο Επίπεδο 2 (Vojkunkona, 2012 σελ. 73).

**Επίπεδο3 – Άτυπη Αφαίρεση (Informal deduction) ή Διάταξη – Ταξινόμηση (Ordering):** Στο επίπεδο αυτό οι ιδιότητες έχουν λογικά ταξινομηθεί και προκύπτει η μία από την άλλη, ώστε η μία προηγείται ή έπεται της άλλης (Εικόνα 2.3). Έτσι οι μαθητές διακρίνουν τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων του ίδιου σχήματος και μεταξύ των σχημάτων. Χρησιμοποιούν, επίσης, τις ιδιότητες που γνωρίζουν για να ορίσουν τα σχήματα αν και δεν έχουν κατακτήσει την εγγενή έννοια της επαγωγής (van Hiele, 1999). Δεν μπορούν, επομένως, όπως εξηγεί ο Τουμάσης (2002), να αντιληφθούν τη σημασία της παραγωγικής απόδειξης ή το ρόλο των αξιωμάτων με αποτέλεσμα οι συλλογισμοί τους να προέρχονται από το συνδυασμό διαισθητικών, εμπειρικών και παραγωγικών τεχνικών.



Εικόνα 2.3. Λογική ταξινόμηση των παραλληλόγραμμων σχημάτων στο Επίπεδο 3 (Vojkunkona, 2012 σελ. 73).

**Επίπεδο 4 – Τυπική Αφαίρεση (Formal Deduction) (Γενίκευση – Επαγωγή):** Οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο, όπως το παρουσιάζει ο van Hiele (1984), κατανοούν την έννοια της επαγωγής, το ρόλο των θεωρημάτων, των αξιωμάτων και των ορισμών. Οι μαθητές είναι πλέον σε θέση να κατασκευάσουν αποδείξεις αλλά και να αντιληφθούν τις διάφορες δυνατότητες για την ανάπτυξη μιας θεωρίας (Τουμάσης, 2002).

**Επίπεδο 5 – Αυστηρότητα (Rigor):** Πρόκειται για το ανώτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997). Οι μαθητές δημιουργούν θεωρήματα σε διαφορετικά συστήματα υπολογισμού (Fuysetal., 1988), καταλαβαίνουν τη σπουδαιότητα της ακρίβειας της διατύπωσής τους ενώ είναι σε θέση να επιλύουν επαγωγικά συστήματα (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001).

Ο ίδιος ο vanHiele χρησιμοποιούσε την αρίθμηση 0-4 για τα επίπεδα, όμως ερευνητές που ασχολήθηκαν με το μοντέλο του αρίθμησαν τα επίπεδα από το 1 έως το 5 ώστε το Επίπεδο 0 να αποτελεί εκείνο το αρχικό επίπεδο των παιδιών πριν φτάσουν στο επίπεδο της αναγνώρισης (Mason, 2002). Οι Clements και Battista (1992) εισήγαγαν, μάλιστα, το **Επίπεδο 0 – Προ-αναγνώριση (Pre-recognition)**, όπου τα παιδιά έχουν κατακτήσει ένα υποσύνολο οπτικών χαρακτηριστικών για ένα σχήμα. Έτσι, είναι ικανά να διακρίνουν τη διαφορά μεταξύ σχημάτων διαφορετικής τάξης (κύκλου και τετραγώνου) αλλά όχι μεταξύ σχημάτων της ίδιας τάξης (τετραγώνου και τριγώνου). Επίσης, αναγνωρίζουν ένα σχήμα αλλά όχι άλλα κοινά σχήματα, δηλαδή αναγνωρίζουν ένα τετράγωνο αλλά όχι όλα τα τετράγωνα.

Στην έρευνά μας υιοθετήσαμε κι εμείς το σχήμα αρίθμησης 1-5 για τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης.

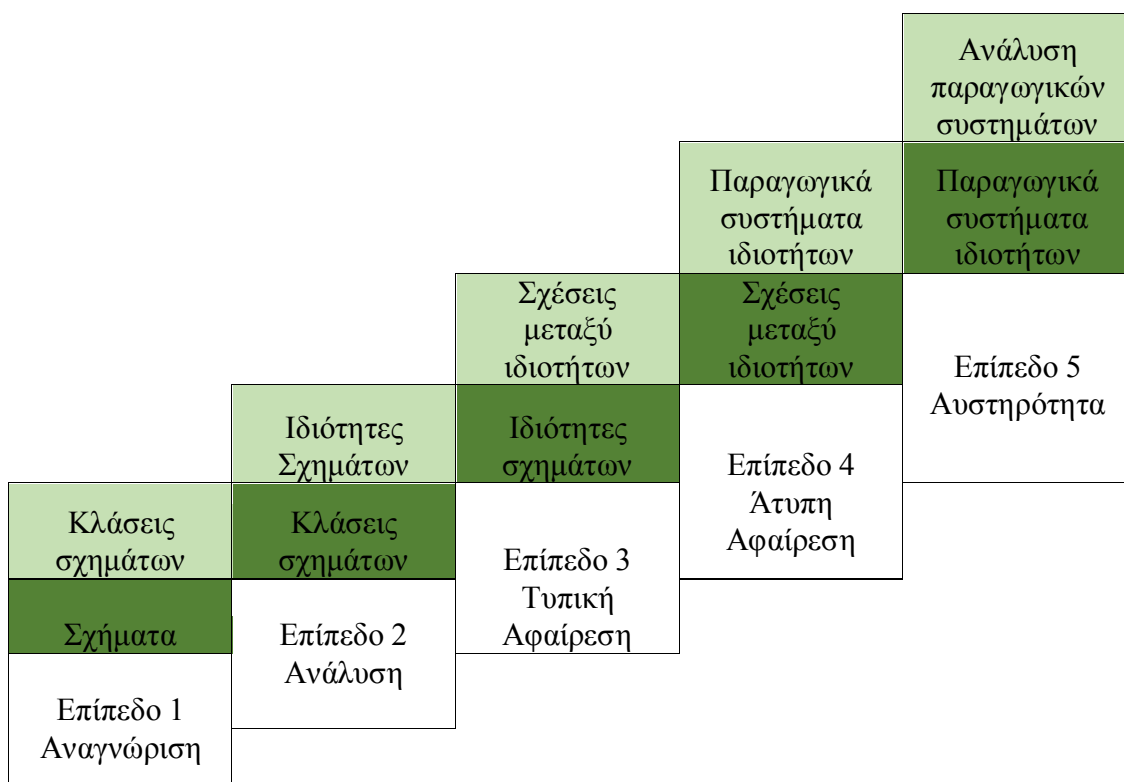
### **2.1.2. Χαρακτηριστικά των επιπέδων**

Οι P. M. vanHiele και D. vanHiele-Geldof αφού έκαναν συνεχείς παρατηρήσεις των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των μαθητών κατέληξαν σε συμπεράσματα, τα οποία περιγράφουμε συνοπτικά παρακάτω.

Παρατήρησαν ότι η μάθηση είναι μία ασυνεχής διαδικασία. Αυτή, μάλιστα η ασυνέχεια στη διαδικασία μάθησης είναι που υποδεικνύει, σύμφωνα με τον vanHiele, την ύπαρξη διακριτών σταδίων μάθησης, δηλαδή επιπέδων (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997; vanHiele, 1958 όπ. αναφ. στο Fuysetal., 1988).

Καθένα από τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης προϋποθέτει την κατάκτηση του προηγούμενου, οι μαθητές δηλαδή περνούν από το ένα επίπεδο στο άλλο χωρίς να παραλείπουν κανένα ενδιάμεσα. Το αντικείμενο σκέψης των μαθητών διαφοροποιείται ανάμεσα στα επίπεδα, όπως είπε χαρακτηριστικά ο vanHiele (1959, όπ. αναφ. στο Fuys et al., 1988 σελ. 6). Οι έννοιες που βρίσκονται σε λανθάνουσα κατάσταση σε κάποιο επίπεδο συνειδητοποιούνται στο επόμενο (vanHiele, 1984). Τα προϊόντα σκέψης, δηλαδή, του ενός επιπέδου γίνονται τα αντικείμενα σκέψης του επόμενου επιπέδου (vandeWalle, 2008).

Όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 2.4, ενώ αρχικά στο Επίπεδο 1 το αντικείμενο σκέψης είναι τα σχήματα, στην πορεία οι μαθητές αρχίζουν να ασχολούνται με τις κλάσεις των σχημάτων, τα ταξινομούν δηλαδή σε κατηγορίες ανάλογα με το πώς μοιάζουν. Στο επίπεδο 2 το αντικείμενο σκέψης αποτελούν πλέον οι κλάσεις των σχημάτων και όχι τόσο τα μεμονωμένα σχήματα, ενώ αρχίζουν να ανακαλύπτουν τις ιδιότητες των σχημάτων (vandeWalle, 2008).



Εικόνα 2.4. Προϊόντα και αντικείμενα σκέψης των επιπέδων vanHiele.

Κάθε επίπεδο, ακόμη, έχει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα. Οι λέξεις, δηλαδή, μπορεί να έχουν διαφορετικό νόημα από επίπεδο σε επίπεδο. Έτσι, μαθητές διαφορετικού επιπέδου μπορεί να χρησιμοποιούν με άλλη έννοια την ίδια λέξη με αποτέλεσμα να μην μπορούν να κατανοήσουν ο ένας τον άλλο. Η χρήση της γλώσσας επηρεάζει αποφασιστικά τη μάθηση ώστε, όπως σημειώνει ο vanHiele, πολλές δυσκολίες στη μάθηση της Γεωμετρίας οφείλονται στο ότι ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί γλώσσα υψηλότερου επιπέδου από εκείνο που κατανοούν οι μαθητές (Fuys et al., 1988).

### 2.1.3. Οι φάσεις της μάθησης

Σύμφωνα με τον vanHiele (1999), η μέθοδος διδασκαλίας και οι οδηγίες από τον εκπαιδευτικό μπορούν να προωθήσουν ή να εμποδίσουν τη μετάβαση των μαθητών ανάμεσα στα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης, η οποία, όπως επισημαίνει, εξαρτάται περισσότερο από τις οδηγίες παρά από την ηλικία ή τη βιολογική ωρίμανση.

Όπως εξηγεί αναλυτικά, τέτοιου είδους οδηγίες θα πρέπει να περιλαμβάνουν μια σειρά δραστηριοτήτων πέντε φάσεων μάθησης (vanHiele, 1999/1984):

- α) **Διερευνητική φάση (inquiryphase)**: τα υλικά οδηγούν τους μαθητές στην διερεύνηση και ανακάλυψη συγκεκριμένων δομών,
- β) **Καθοδηγούμενος προσανατολισμός (directedorientation)**: παρουσιάζονται σταδιακά οι χαρακτηριστικές δομές/ιδιότητες των σχημάτωνμέσω δραστηριοτήτων όπως η μέτρηση και η κατασκευή που προωθούντη διερεύνηση των αντικειμένων.
- γ) **Σαφήνεια (explicitation)**: αναπτύσσονται σταδιακά οι έννοιες και το σχετικό λεξιλόγιο ενώ προωθείται η σωστή χρήση τους από τους μαθητές.
- δ) **Ελεύθερος προσανατολισμός (freeorientation)**: προωθείται η εξοικείωση-εμβάθυνση των μαθητών μέσω της εφαρμογής των υπό μάθηση σχέσεων.
- ε) **Ενσωμάτωση (integration)**: οι μαθητές ενσωματώνουν τις νέες γνώσεις με τις ήδη υπάρχουσες.

### 2.1.4. Τροποποίηση του μοντέλου από τον Alan Hoffer

Ο AlanHoffer ασχολήθηκε σε βάθος με τη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Οι παρατηρήσεις του τον οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι «η Γεωμετρία είναι κάτι περισσότερο από αποδείξεις θεωρημάτων»(Hoffer, 1981 σελ. 11) και «πολλές φορές είναι σημαντικότερο να σχεδιάσει ο μαθητής ένα γεωμετρικό αντικείμενο, παρά να αποδείξει ένα θεώρημα.» (Hoffer, 1981 όπ. αναφ. στοΝτζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001 σελ. 59).Στο άρθρο του «Geometryismorethanaproof»(1981) πρότεινε πέντε δεξιότητες – ικανότητες,τις οποίες πρέπει να αναπτύξουν οι μαθητές κατά τη διδασκαλία της Γεωμετρίας (Κολέζα, 2000; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001):

- α) **οπτικές ικανότητες**, εξετάζονται τα αντικείμενα από οπτική πλευρά,
- β) **λεκτικές ικανότητες**, γίνεται χρήση ορισμών, αξιωμάτων, θεωρημάτων
- γ) **ικανότητες σχεδίασης**, σχεδιάζουν τα σχήματα
- δ) **λογικές ικανότητες**, επίλυση ασκήσεων Γεωμετρίας με τη λογική και

ε) **ικανότητες εφαρμογής**, αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής

Η εφαρμογή των ικανοτήτων που πρότεινε ο Alan Hoffer στο θεωρητικό μοντέλο του van Hiele αποτυπώνεται στο Παράρτημα Ι (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1999 όπ. αναφ. στο Κολέζα, 2000).

### **2.1.5. Παιδαγωγική αξία του μοντέλου**

Το θεωρητικό μοντέλο που διατύπωσε ο van Hiele για τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των μαθητών προσέλκυσε το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών παγκοσμίως, οι οποίοι επιβεβαίωσαν την ισχύ της θεωρίας του (Fuys et al., 1988; Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997; Τουμάσης, 2002; van de Walle, 2008).

Συμπεραίνουμε επομένως, όπως εξηγεί ο Τουμάσης στο βιβλίο του "Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών" (2002), ότι ως εκπαιδευτικοί μπορούμε με την κατάλληλη διδασκαλία να δημιουργήσουμε ή να επιταχύνουμε τη γεωμετρική σκέψη των μαθητών μας. Πιο συγκεκριμένα, προτείνει την αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας με τις παρακάτω αλλαγές αναφερόμενος στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση (Τουμάσης, 2002):

- Τη διδασκαλία πολύ πρακτικής – σχεδιαστικής Γεωμετρίας .
- Σωστή χρήση των γεωμετρικών οργάνων (τρίγωνα - διαβήτη) από τους μαθητές και κατασκευή σχημάτων με ακρίβεια καθώς οι γεωμετρικές ιδιότητες των σχημάτων δεν είναι δυνατόν να αποκαλυφθούν στους μαθητές όταν αυτά δεν έχουν ακρίβεια.
- Ανάπτυξη κατάλληλων δραστηριοτήτων που προκαλούν τη μετάβαση των μαθητών σε ανώτερο επίπεδο.
- Συνειδητοποίηση από μέρους των εκπαιδευτικών των παραγόντων στους οποίους μπορεί να οφείλονται τα προβλήματα και τα εμπόδια κατανόησης που αντιμετωπίζουν οι μαθητές τους. Στους παράγοντες αυτούς συγκαταλέγεται, για παράδειγμα, η διδασκαλία σε διαφορετικό επίπεδο σκέψης από αυτό των μαθητών.
- Ανάπτυξη κατάλληλων διδακτικών υλικών και δραστηριοτήτων σύμφωνα με τις βασικές αρχές του μοντέλου γεωμετρικής σκέψης.

Πολύ σημαντική είναι, τέλος, η γενικότητα και η σφαιρικότητα των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης, η οποία δίνει τη δυνατότητα εφαρμογής του θεωρητικού αυτού μοντέλου σε εξειδικευμένες περιοχές της Γεωμετρίας και όχι μόνο (Κολέζα, 2000).



## **2.2. Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση**

Οι μαθητές μας μεγαλώνουν σε ένα κόσμο όπου η τεχνολογία είναι πανταχού παρούσα, ακόμη και στις πιο απλές καθημερινές δραστηριότητες. Η έννοια της πανταχού παρούσας τεχνολογίας, όπως ορίζεται από τον Poslad (2011), αφορά στην ανάπτυξη μίας ευρείας ποικιλίας υπολογιστικών συσκευών ώστε η τεχνολογία να είναι διάχυτη και προσιτή από όλους και να λειτουργεί σε αρμονία με το ανθρώπινο και κοινωνικό περιβάλλον.

Ως εκ τούτου, στις μέρες μας η τεχνολογία έχει γίνει κομμάτι της καθημερινότητάς μας μέσα και έξω από το σχολείο. «Καθώς το λογισμικό και το υλικό γίνονται συγχρόνως όλο και πιο φτηνά, πιο εξελιγμένα και πιο εύχρηστα» ενώ οι μαθητές πλέον «συνδέονται, ανταλλάσσουν και δημιουργούν περιεχόμενο με νέους τρόπους» (Green & Hannon, 2006 σελ. 19), οι δυνατότητες που τους προσφέρονται μέσω της τεχνολογίας είναι απεριόριστες.

Καθώς γεννιούνται και μεγαλώνουν σε ένα τόσο πλούσιο ψηφιακά περιβάλλον, τα παιδιά έχουν αποκτήσει εξελιγμένες δεξιότητες που καθορίζουν τις μαθησιακές ανάγκες και προτιμήσεις τους (Prensky, 2001a; Yelland & Lloyd, 2001 όπ. αναφ. στο Goodwin, 2012). Ερευνητές που έχουν μελετήσει το θέμα επιβεβαιώνουν την προδιάθεση των μικρών μαθητών για μάθηση με ψηφιακές τεχνολογίες (Goodwin, 2012). Είναι, επομένως, εύλογο οι μαθητές μας να προτιμούν διαφορετικές και πιο εξελιγμένες μεθόδους διδασκαλίας και να έχουν ανάλογες προσδοκίες.

Σε συμφωνία με τα παραπάνω, ο Prensky (2001) παρατηρεί ότι οι σημερινοί μαθητές προτιμούν να επεξεργάζονται πολλές πληροφορίες ταυτόχρονα (*multi-task*) και η ταχύτητα που το κάνουν είναι αυξημένη σε σύγκριση με τις προηγούμενες γενιές. Πρόκειται για μία μη γραμμική, παράλληλη επεξεργασία. Εξηγεί, ακόμη, ότι οι μαθητές προτιμούν τα γραφικά και χαίρονται από την ενεργό συμμετοχή τους στη μάθηση μέσω της τεχνολογίας καθώς η αισθητηριακή εισροή αναδιοργανώνει το μυαλό τους.

«Κατά τον ίδιο τρόπο που αντιμετωπίζουμε τους νέους ως ενεργούς και πολύτιμους συμμετέχοντες στο σχεδιασμό των δικών τους μαθησιακών εμπειριών, θα πρέπει να τους αντιμετωπίζουμε και ως κριτικούς συμμετέχοντες και όχι ως παθητικούς χρήστες των μέσων», όπως προτείνουν οι Green και Hannon (2006 σελ. 26).

Ο Puentedura (2006 όπ. αναφ. στο Goodwin, 2012) ανέπτυξε ένα μοντέλο τεσσάρων επιπέδων για την ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία: Αντικατάσταση, Επαύξηση, Τροποποίηση, Επαναπροσδιορισμός (Substitution, Augmentation, Modification,

Redefinition: SAMR). Πρόκειται για ένα μοντέλο που σχεδιάστηκε για να παροτρύνει τους εκπαιδευτικούς να ενσωματώνουν την τεχνολογία στη διδασκαλία τους με το βέλτιστο τρόπο, ενώ παρέχει μια κοινή γλώσσα περιγραφής και δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να προσδιορίσουν τις ιδιαιτερότητες του τι κάνουν και γιατί (Goodwin, 2012). Δεν αποτελεί όμως έκπληξη, σύμφωνα με την Goodwin (2012) το γεγονός ότι πολλοί εκπαιδευτικοί εξακολουθούν να χρησιμοποιούν την τεχνολογία στα αρχικά επίπεδα του μοντέλου (αντικατάστασης και επαύξησης).

Ωστόσο, οι φορητές συσκευές με ενστικτώδη χρήση, όπως οι ταμπλέτες, προσφέρουν σε εκπαιδευτικούς και μαθητές πλούσιες ευκαιρίες χρήσης της τεχνολογίας για να τροποποιήσουν και να επαναπροσδιορίσουν τη μάθηση. «Αυτό μπορεί να επιτρέψει στους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιούν την τεχνολογία με μετασχηματιστικό τρόπο και ταυτόχρονα να προσελκύσουν την ψηφιακή κουλτούρα των μαθητών τους», όπως επισημαίνει η Goodwin (2012). Χαρακτηριστική είναι η επισήμανση της Logan (2013 όπ. αναφ. στο Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014) ότι «αν η τεχνολογία από μόνη της δεν αρκεί να αλλάξει την εκπαίδευση, οι ταμπλέτες φαίνεται να έχουν τη δυναμική να εισάγουν – κυρίως τους μικρούς μαθητές – σ' έναν κόσμο πλούσιο σε πληροφορίες και ερεθίσματα».

### **2.2.1. Μάθηση μέσω φορητών συσκευών**

Η μάθηση μέσω φορητών συσκευών δεν έχει μπει απλά στην εκπαιδευτική διαδικασία αλλά έχει γίνει κομμάτι της, πράγμα που αντικατοπτρίζεται στην έρευνα «Bigeducationallaptopandtabletprojects - Tencountriestolearnfrom» που διενεργήθηκε από την Παγκόσμια Τράπεζα, όπου παρουσιάζεται η πρωτοβουλία πολλών χωρών ανά τον κόσμο για την εισαγωγή φορητών συσκευών στα σχολεία (Trucano, 2013 όπ. αναφ. στο Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014). Η επισκόπηση, ακόμη, της διεθνούς βιβλιογραφίας αναδεικνύει τη συνεχώς αυξανόμενη έρευνα σχετικά με τη φορητή μάθηση (Ζιώγα & Καραμάνη, 2017) επιβεβαιώνοντας κατ' αυτόν τον τρόπο τη διαρκώς αυξανόμενη χρήση της.

Στις φορητές συσκευές συμπεριλαμβάνονται τα κινητά τηλέφωνα, οι ταμπλέτες, οι ηλεκτρονικοί αναγνώστες, οι φορητές συσκευές αναπαραγωγής ήχου, οι φορητές κονσόλες παιχνιδιών και πολλές ακόμη συσκευές. Καθώς ο κατάλογος εμπλουτίζεται διαρκώς με νέες συσκευές και δυνατότητες, υιοθετούμε τον ευρύ ορισμό της UNESCO (2013)

αναγνωρίζοντας απλώς ότι είναι ψηφιακές, εύκολα φορητές συσκευές με πρόσβαση στο διαδίκτυο και ποικιλία δυνατοτήτων, πολλές από τις οποίες σχετίζονται με την επικοινωνία.

Η εισαγωγή των κινητών συσκευών στο σχολικό περιβάλλον και τη μαθησιακή διαδικασία προσφέρει δυνατότητες κινητής μάθησης. Σε παγκόσμιο επίπεδο, η κινητή μάθηση στα σχολεία υλοποιείται με τρία δημοφιλή μοντέλα:

- η κυβέρνηση ή το σχολείο παρέχει κινητές συσκευές στους μαθητές χωρίς κόστος για τους ίδιους και τις οικογένειές τους,
- οι μαθητές φέρνουν τη δική τους συσκευή, γνωστό ως BYOD («bring your own device» - «φέρτε τη δική σας συσκευή») και
- η κυβέρνηση και τα σχολεία παρέχουν ή επιδοτούν την αγορά ταμπλετών για τους οικονομικά αδύναμους μαθητές (Unesco, 2013).

Η κινητή μάθηση, ωστόσο, δεν περιορίζεται στο σχολικό περιβάλλον. Αντιθέτως, ως κινητή μάθηση ορίζεται «κάθε μορφής μάθηση που πραγματοποιείται χωρίς ο εκπαιδευόμενος να χρειάζεται να βρίσκεται σε συγκεκριμένα προκαθορισμένα σημεία και αξιοποιεί τις δυνατότητες που προσφέρουν οι ασύρματες φορητές τεχνολογίες και συσκευές» (O' Malley et. al., 2005).

«Η κινητή μάθηση περιλαμβάνει τη χρήση της φορητής τεχνολογίας είτε μόνη της είτε σε συνδυασμό με άλλες μορφές των ΤΠΕ, προκειμένου να διευκολύνει τη μάθηση δίχως χωρικούς και χρονικούς περιορισμούς» (UNESCO, 2013 σελ. 6), πράγμα που αποτελεί ένα από τα κύρια πλεονεκτήματά της (Goodwin, 2012). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αλλαγή του διδακτικού μοντέλου αφού, σύμφωνα με την Goodwin (2012), καθώς ο δάσκαλος δεν είναι πλέον στο επίκεντρο της μαθησιακής διαδικασίας και ο χρόνος διδασκαλίας μπορεί να υπερβαίνει τη σχολική μέρα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη των Attard και Orlando (2014), οι οποίοι εξέτασαν τη χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών από εκπαιδευτικούς με λίγα χρόνια εμπειρίας και σύγκριναν την επίδραση που έχουν οι διαδραστικοί πίνακες και τα iPads. Στη μελέτη τους διαφαίνεται έντονα η επίδραση της δυνατότητας που προσφέρουν οι φορητές συσκευές για αλλαγή του διδακτικού μοντέλου και της δομής της τάξης.

Οι Green και Hannon (2006) τονίζουν την ανάγκη υιοθέτησης τέτοιων μοντέλων μάθησης που α) εμπλέκουν τους μαθητές και δημιουργούν νέες δυνατότητες μάθησης καθώς παρέχουν στους χρήστες πρόσβαση σε μια πολύ ευρύτερη και πιο ευέλικτη πηγή μαθησιακών υλικών απ' ότι η σχολική αίθουσα διδασκαλίας και β) δίνουν τη δυνατότητα

στους εκπαιδευτικούς να προσαρμόσουν και να προσωποποιήσουν τις μαθησιακές εμπειρίες μάθησης με κατάλληλο περιεχόμενο.

Για τα μέσα φορητής μάθησης, η Goodwin (2012) επισημαίνει ότι η ευελιξία της συσκευής όσον αφορά το σκοπό και την ποικιλία των διαθέσιμων εφαρμογών, δείχνουν ότι είναι ικανή να προσαρμόζει τη διαδικασία μάθησης ανάλογα με τα στάδια ανάπτυξης και τις ανάγκες κάθε παιδιού αλλά και το διαφορετικό πλαίσιο μάθησης. Μπορούμε, επομένως, να μιλάμε για μέσα που προσφέρουν εξατομικευμένη μάθηση (Murray, 2010 όπ. αναφ. στο Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014).

Η διεθνής βιβλιογραφία σχετικά με τα αποτελέσματα της κινητής μάθησης στη διδακτική πράξη, επιβεβαιώνει τα θετικά οφέλη στη μάθηση καθώς παρέχει ένα εξαιρετικό μέσο που όχι μόνο συμβάλλει στην υλοποίηση των μαθησιακών στόχων αλλά επεκτείνει τις εκπαιδευτικές δυνατότητες (UNESCO, 2013). Σύμφωνα με την έκθεση της UNESCO (2013) δεν είναι λίγα τα παραδείγματα πρόσβασης μέσω κινητών συσκευών σε εκπαίδευση υψηλής ποιότητας σε γεωγραφικά απομονωμένα σχολεία καθώς και σε περιοχές με μεγάλα ποσοστά αναλφαβητισμού προάγοντας έτσι την εκπαιδευτική ισότητα και διευρύνοντας τις υφιστάμενες δυνατότητες μάθησης. Παράλληλα, σύμφωνα με την πρόσφατη βιβλιογραφική επισκόπηση των Ζιώγα και Καραμάνη (2017) φαίνεται ότι συχνότερα προτείνονται παιδαγωγικές προσεγγίσεις που προωθούν τόσο την εξατομικευμένη όσο και τη συνεργατική μάθηση.

Η βιβλιογραφία, ωστόσο, έχει δείξει και κάποια μειονεκτήματα, το κυριότερο εκ των οποίων είναι η διάσπαση της προσοχής κάποιων μαθητών. Κυρίως στις περιπτώσεις χρήσης φορητής τεχνολογίας ατομικά, φαίνεται ότι κάποιοι μαθητές παρασύρονταν και συζητούσαν με τους φίλους τους ή έπαιζαν παιχνίδια, πράγμα όμως που μπορεί να αντιμετωπιστεί από κατάλληλους χειρισμούς όπως είναι τα λογισμικά διαχείρισης τάξης ή η αποσύνδεση από το διαδίκτυο κατά τη διάρκεια του μαθήματος (Clarke&Svanaes, 2014).

Συνοψίζοντας τα χαρακτηριστικά της κινητής μάθησης, θα λέγαμε ότι είναι φορητή, αυτόνομη, πανταχού παρούσα, προσωπική, εξατομικευμένη, συνεργατική, αλληλεπιδραστική, προωθεί την επικοινωνία και προάγει την εκπαιδευτική ισότητα. Δε θα πρέπει, ωστόσο, να ξεχνάμε ότι οι φορητές συσκευές είναι μόνο ένα εργαλείο, ένα μέσο μάθησης, το οποίο δεν αρκεί για αποτελεσματική μάθηση. Η χρήση οποιουδήποτε μέσου και η εφαρμογή οποιασδήποτε τεχνολογίας στη διδασκαλία οφείλει να σχεδιάζεται βασισμένη σε ισχυρό θεωρητικό πλαίσιο.

### **2.2.2. Παιδαγωγική αξιοποίηση ταμπλετών**

Οι ταμπλέτες (tablets) αποτελούν μία από τις κατηγορίες φορητών συσκευών. Ωστόσο, δεν είναι μόνο αυτό. Αν μελετήσει κανείς πιο προσεκτικά την κατασκευή τους, δε θα ήταν αυθαίρετο να καταλήξει στο συμπέρασμα ότι έχουν σχεδιαστεί πρωτίστως για εκπαιδευτική χρήση.

Το μέγεθος της οθόνης, η ανάλυση, η γωνία θέασης και το βάρος μιας ταμπλέτας είναι κατασκευασμένα με τέτοιο τρόπο που την κάνουν εύχρηστη, ευέλικτη, ενώ κεντρίζει το ενδιαφέρον του χρήστη και παράλληλα προάγει τη συνεργασία (Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014). Επίσης, συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά πολλών άλλων φορητών συσκευών καθώς έχουν ποικιλία αλληλεπιδραστικών εφαρμογών, μεγάλη υπολογιστική ισχύ, με μεγάλη διάρκεια αυτονομίας, παρέχουν εφαρμογές εγγραφής και αναπαραγωγής ήχου και βίντεο ενώ παράλληλα έχουν προσιτή τιμή (Clarke&Svanaes, 2014). Όσο, επομένως, αυξάνεται η ισχύς, η λειτουργικότητα και η οικονομική προσιτότητά τους, τόσο αυξάνεται και η δυνατότητά τους να υποστηρίζουν τη μάθηση με περισσότερους τρόπους (Unesco, 2013).

Τα οφέλη της αξιοποίησης των ταμπλετών στη μάθηση έχουν αναδειχθεί από πολλές έρευνες γύρω από το θέμα (Clarke&Svanaes, 2014; Goodwin, 2012; Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014; UNESCO, 2013). Συγκεκριμένα, οι Καλογιαννάκης, Παπαδάκης και Ζαράνης (2014) τονίζουν τα οφέλη που προσφέρουν στη μαθησιακή διαδικασία για παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας καθώς προάγεται ο πολυαισθητηριακός χειρισμός δεδομένων, κινητοποιείται το ενδιαφέρον των μαθητών και προωθείται η ανάπτυξη κοινωνικών και ατομικών δεξιοτήτων.

### **2.2.3. Φορητές συσκευές στη διδασκαλία των Μαθηματικών**

Οι φορητές συσκευές έχουν εισαχθεί, μεταξύ άλλων, και στη διδασκαλία των Μαθηματικών με αποτέλεσμα να υπάρχει πλήθος ερευνών σχετικά με την επίδραση της χρήσης τους στη μαθησιακή διαδικασία. Μάλιστα το ενδιαφέρον των ερευνητών ολοένα και αυξάνεται, όπως φαίνεται από τη διεθνή βιβλιογραφία (Crompton&Burke's,2015; Fabian, Topping & Barron, 2016).

Σε συμφωνία με τα πλεονεκτήματα της χρήσης των φορητών συσκευών στην εκπαίδευση (Attard&Orlando, 2014;Goodwin, 2012;Green & Hannon, 2006;UNESCO, 2013), έχουν επίσης αναδειχθεί πλεονεκτήματα από την αξιοποίηση της φορητής μάθησης

στη διδασκαλία των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης, με την πλειονότητα των ερευνών να έχουν διεξαχθεί στο Δημοτικό Σχολείο (Crompton&Burke's,2015; Fabian, Topping & Barron, 2016).

Πιο συγκεκριμένα, η βιβλιογραφική επισκόπηση των Cromptonκαι Burke's(2015) που μελέτησαν 36 έρευνες σχετικά με την αποτελεσματικότητα της φορητής μάθησης στα Μαθηματικά, δείχνει ότι το 75% των ερευνών (27 από τις 36) παρουσιάζουν θετικά μαθησιακά αποτελέσματα, ενώ καμία έρευνα δεν παρουσίασε αρνητικά αποτελέσματα. Τα παραπάνω ευρήματα επιβεβαιώνονται και από την πιο πρόσφατη επισκόπηση των Fabian, Topping και Barron (2016).

Μαθησιακά οφέλη, όπως η συμμετοχή, η αλληλεπίδραση, η άμεση ανατροφοδότηση, η πρόκληση ενδιαφέροντος και η διασκέδαση, έχουν αναδειχθεί από τους Attardκαι Curry (2012), οι οποίοι μελέτησαν την επίδραση των iPads στη διδασκαλία των Μαθηματικών στη Γ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου. Επίσης, φαίνεται ότι οι μαθητές έχουν θετική στάση απέναντι στις κινητές δραστηριότητες ενώ θεωρούν ότι βελτίωσαν την απόδοσή τους (Fabian, Topping&Barron, 2018).

Άλλα θετικά οφέλη που έχουν αναδειχθεί αφορούν στη διδασκαλία των Μαθηματικών και την ποικιλία των διδακτικών στρατηγικών που μπορεί να χρησιμοποιήσει ο εκπαιδευτικός, όπως είναι η ομαδική εργασία και η εναλλαγή καθηκόντων των μαθητών (Attard&Curry, 2012) αλλά και η αλλαγή του διδακτικού μοντέλου και γενικώς της δομής της τάξης λόγω της φορητότητας των κινητών συσκευών (Attard&Orlando, 2014).

Μεγάλο ενδιαφέρον, ακόμη, παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της μελέτης των Kiger, HerroκαιPrunty (2012), οι οποίοι μελέτησαν την επίδραση της φορητής μάθησης στη διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στην Γ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου μέσω μιας διδακτικής παρέμβασης που διήρκησε 9 εβδομάδες. Τα αποτελέσματα της έρευνας υπέδειξαν ότι η χρήση μιας κινητής συσκευής συνδυασμένης με το υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών «μπορεί να αποτελέσει έναν αποδοτικό μοχλό για τη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών» (Kiger, Herro&Prunty, 2012 σελ. 76).

### ***2.3. Επαυξημένη Πραγματικότητα***

Η Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.) εμπλουτίζει όσα αντιλαμβανόμαστε μέσω των αισθήσεων με πρόσθετη ψηφιακή πληροφορία. Πιο συγκεκριμένα, οι εφαρμογές Ε.Π.

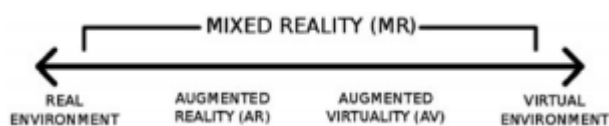
συνδυάζουν το πραγματικό περιβάλλον με ένα αντίστοιχο ψηφιακό δημιουργώντας ένα νέο πολυαισθητηριακό περιβάλλον και ενδυναμώνοντας την αντίληψη του χρήστη.

Παρακάτω γίνεται μια προσπάθεια ορισμού της έννοιας της Ε.Π. και παρουσιάζονται ερευνητικά δεδομένα σχετικά με τη συμβολή της στην εκπαιδευτική διαδικασία

### 2.3.1. Η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας

Η Επαυξημένη Πραγματικότητα (Augmented Reality – AR) ορίζεται, σύμφωνα με την Azuma (1997), ως η τεχνολογία μέσω της οποίας εικονικά αντικείμενα τριών διαστάσεων ενσωματώνονται σε αντικείμενα του τρισδιάστατου πραγματικού χώρου σε πραγματικό χρόνο. Η Ε.Π. συμπληρώνει το πραγματικό περιβάλλον και δεν το αντικαθιστά, όπως συμβαίνει στην περίπτωση εφαρμογών εικονικής πραγματικότητας. Ο χρήστης των εφαρμογών Ε.Π. έχει πλήρη αντίληψη του πραγματικού κόσμου, ενώ παράλληλα αντιλαμβάνεται τα πρόσθετα ψηφιακά αντικείμενα που υπερτίθενται. Τα ψηφιακά αντικείμενα επιδεικνύουν πληροφορία, την οποία δεν μπορούσε να ανιχνεύσει άμεσα ο χρήστης με τις αισθήσεις του. Ως εκ τούτου, ενισχύεται η αντίληψη και η αλληλεπίδραση του χρήστη με το πραγματικό περιβάλλον (Azuma, 1997). Όπως, μάλιστα, περιγράφουν οι Azuma et al. (2001), η Ε.Π. μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις αισθήσεις παρέχοντας τα αντίστοιχα ερεθίσματα, όπως οπτικά, ηχητικά, απτικά και οσφρητικά. Επιπλέον, αρκετές εφαρμογές Ε.Π. έχουν ακόμα και τη δυνατότητα να αφαιρέσουν ορισμένα από τα αντικείμενα του πραγματικού κόσμου.

Η Ε.Π. βρίσκεται σε ένα «συνεχές μεταξύ πραγματικότητας και εικονικότητας» και συνιστά μέρος της *μεικτής πραγματικότητας* (Milgram, Takemura, Utsumi & Kishino, 1994 όπ. αναφ. στο Bower, Howe, McCredie, Robinson & Grover, 2014). Ως εκ τούτου, όπως εξηγούν οι Bower κ.α. (2014), η Ε.Π. θα μπορούσε να αξιοποιηθεί για την εκπαίδευση σε εικονικά περιβάλλοντα σε συνδυασμό με τον πραγματικό κόσμο καθώς αποτελεί τον τύπο της μεικτής πραγματικότητας με την οποία εισάγεται το ψηφιακό περιεχόμενο στο πραγματικό περιβάλλον, σε αντίθεση με την *Επαυξημένη Εικονικότητα*, όπου το εικονικό περιβάλλον επαυξάνεται με πραγματικό περιεχόμενο (Εικόνα 2.5).



Εικόνα 2.5. Συνεχές Πραγματικότητας-Εικονικότητας (Milgram et al., 1994 όπ. αναφ. στο Bower et al., 2014)

Η τεχνολογία της Ε.Π., όπως ορίστηκε παραπάνω, ξεκίνησε να αναπτύσσεται τη δεκαετία 1960 από τον Ivan Sutherland, καθηγητή του πανεπιστημίου του Harvard, ο οποίος υλοποίησε ένα σύστημα τρισδιάστατης εικονικής απεικόνισης που τοποθετούνταν στο κεφάλι του χρήστη (Azuma et al., 2001). Έκτοτε, η έρευνα σχετικά με την Ε.Π. έχει εξελιχθεί σε τέτοιο βαθμό ώστε να υλοποιείται σε εφαρμογές κινητών και μη συσκευών (Bacca, Baldiris, Fabregat, Graf & Kinshuk, 2014; Bower et al., 2014) χωρίς να απαιτείται εξειδικευμένος και ακριβός εξοπλισμός. Αυτός άλλωστε είναι και ο κυριότερος λόγος στον οποίο οφείλεται η ευρεία χρήση της Ε.Π. σύμφωνα με τους Akçayır και Akçayır (2017).

Η υλοποίηση της Ε.Π. πραγματοποιείται με διάφορες συσκευές, οι οποίες έχουν ενσωματωμένη κάμερα, όπως κράνη, γυαλιά, κινητά τηλέφωνα και ταμπλέτες. Μια εφαρμογή Ε.Π. προβάλλει τα αντικείμενα του εικονικού κόσμου όταν αναγνωρίσει ένα προκαθορισμένο πρότυπο (pattern) εντός της εικόνας που καταγράφει η κάμερα της συσκευής. Τα πρότυπα αυτά διακρίνονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- 1) με χρήση σηματοδότη (marker-based), όπως για παράδειγμα ένας κωδικός ταχείας απόκρισης (QR code),
- 2) χωρίς σηματοδότη (marker-less), η οποία βασίζεται στην αναγνώριση του σχήματος των αντικειμένων και
- 3) με χρήση τοποθεσίας (location-based), η οποία υπερθέτει πληροφορίες με βάση την γεωγραφική τοποθεσία του χρήστη.

Όσο αφορά στην εκπαίδευση, οι περισσότερες έρευνες που έχουν υλοποιηθεί χρησιμοποίησαν πρότυπα με χρήση σηματοδότη, ενώ ακολουθούν οι έρευνες με χρήση τοποθεσίας (Bacca et al., 2014).

Υπάρχουν πολυάριθμες εφαρμογές, βιβλία και παιχνίδια που αξιοποιούν την τεχνολογία της Ε.Π. και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για εκπαιδευτικούς λόγους, ωστόσο μεγαλύτερο ενδιαφέρον έχουν οι εφαρμογές που επιτρέπουν στους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιήσουν τους δικούς τους σηματοδότες και να τους επαυξήσουν με περιεχόμενο που επιλέγουν οι ίδιοι και εξυπηρετεί τους εκπαιδευτικούς στόχους που έχουν θέσει (Bower et al., 2014). Παράδειγμα τέτοιων εφαρμογών δημιουργίας υλικού Ε.Π. αποτελούν οι: Metaverse (<https://studio.gometa.io>), HPR Reveal (<https://studio.hpreveal.com/landing>), ROAR (<https://editor.theroar.io/create-roar>), Unity (<https://unity.com/solutions/mobile-ar>), Layar (<https://www.layar.com>).



### **2.3.2. Ε.Π. στην εκπαίδευση**

Σημαντικός αριθμός διεθνών ερευνών έχει υλοποιηθεί μέχρι σήμερα σχετικά με τη χρήση της Ε.Π. σε ποικίλους τομείς, συμπεριλαμβανομένης της εκπαίδευσης (Azuma, 1997; Azuma et al., 2001; Bower et al., 2014). Την τελευταία ιδιαίτερα δεκαετία πρόκειται για ένα πολύ δημοφιλές θέμα της εκπαιδευτικής έρευνας (Akçayır & Akçayır, 2017) με πλήθος ερευνών να έχουν αναδείξει σημαντικά παιδαγωγικά οφέλη (Billingham & Duenser, 2012).

Η βιβλιογραφική ανασκόπηση των Bacca et al. (2014) ανέδειξε πολλά θετικά οφέλη της χρήσης της Ε.Π. στην εκπαίδευση, τα οποία επιβεβαιώνονται από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση των Lin, Chen και Chang (2015), όπου διαπιστώνεται η χρησιμότητα της Ε.Π. όσο αφορά στα κίνητρα μάθησης των μαθητών, τις επιδόσεις τους, τη θετική τους στάση καθώς και την αύξηση της απόλαυσης από μέρος των μαθητών. Στα παραπάνω οφέλη προστίθενται ακόμα η πολυτροπική μάθηση, η αυξημένη προσβασιμότητα στο εκπαιδευτικό περιεχόμενο και οι ευκαιρίες για συνεργασία, τα οποία αναδεικνύονται στη μελέτη των Radu, Zheng, Golubski και Guzdial (2010). Η σκοπιμότητα, μάλιστα, της χρήσης της τεχνολογίας της Ε.Π. στην τάξη τονίζεται ακόμα περισσότερο από τη θετική στάση και των εκπαιδευτικών εκτός από τους μαθητές (Lin et al., 2015; Yilmaz, 2016).

Πολύ σημαντική είναι, ακόμη, η συμβολή της Ε.Π. στην καλύτερη κατανόηση από τους μαθητές καθώς, όπως φαίνεται, σύμφωνα με τους Jerry και Aaron (2010), συμβάλει στην αντίληψή τους για τη συνάφεια όσων μαθαίνουν με όσα βιώνουν στην καθημερινή τους ζωή.

Παρά το σημαντικό πλήθος της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, η έρευνα σχετικά με την Ε.Π. στην εκπαίδευση βρίσκεται ακόμα σε αρχικό στάδιο και πρόκειται για ένα αναδυόμενο θέμα μελέτης που φαίνεται να αποκτά μεγαλύτερη σημασία ολοένα και περισσότερο τα τελευταία χρόνια, ειδικά μετά το 2013 (Chen, Liu, Cheng & Huang, 2016). Λόγω, ακόμη, της εκτεταμένης χρήσης της τεχνολογίας της Ε.Π. σε πολλούς τομείς σήμερα και της ανάγκης της εκπαίδευσης να συμβαδίζει και να αξιοποιεί την υπάρχουσα τεχνολογία, γίνεται επιτακτική η ανάγκη για περαιτέρω έρευνα ώστε να αναδειχθούν τα πιθανά οφέλη, οι χρήσεις, οι περιορισμοί και τα χαρακτηριστικά της Ε.Π. στην εκπαίδευση.

### **2.3.3. Αξιοποίηση της Ε.Π. στη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών**

Οι περισσότερες έρευνες που έχουν υλοποιηθεί στην εκπαίδευση αφορούν στις θετικές επιστήμες (Bacca et al., 2014; Chen et al., 2016). Στη διδασκαλία των θετικών επιστημών στο

Δημοτικό Σχολείο αλλά και στις υπόλοιπες βαθμίδες εκπαίδευσης, οι μαθητές μεταβαίνουν από την αλληλεπίδραση με φυσικά αντικείμενα στη μάθηση δύσκολων αφηρημένων εννοιών. Αυτή η μετάβαση αποτελεί ένα ιδανικό τρόπο αξιοποίησης της Ε.Π. στη μαθησιακή διαδικασία καθώς η τεχνολογία της Ε.Π. δίνει τη δυνατότητα εμπλουτισμού των φυσικών αντικειμένων με ψηφιακές πληροφορίες αλλά και της αλληλεπίδρασης των φυσικών αντικειμένων με αφηρημένο περιεχόμενο διευκολύνοντας έτσι τους μαθητές να κατανοήσουν δύσκολες και αφηρημένες έννοιες.

Σχετικά με την εφαρμογή της Ε.Π. για τη μάθηση των Μαθηματικών σε περιβάλλοντα τυπικής ή άτυπης μάθησης, έχουν υλοποιηθεί κάποιες μελέτες, όπως αυτές των Estapa και Nadolny (2015), Linetal. (2015) και Sommerauer και Müller (2014). Οι Link.ά. (2015) ενσωμάτωσαν την τεχνολογία της Ε.Π. στη διδασκαλία Γεωμετρίας στερεών σωμάτων και βρήκαν ότι υπήρξε βελτίωση της χωρικής αντίληψης των μαθητών της πειραματικής ομάδας. Σύμφωνα, μάλιστα, με τα αποτελέσματά τους, η μαθησιακή επίδοση των μαθητών σχετίζεται άμεσα με τη χωρική τους αντίληψη. Στην έρευνά τους έλεγξαν, ακόμα, την αποτελεσματικότητα της Ε.Π. στη χωρική αντίληψη των μαθητών με χαμηλές, μέτριες και υψηλές ακαδημαϊκές επιδόσεις και κατέληξαν ότι δεν ήταν σημαντική για τους μαθητές με υψηλή ακαδημαϊκή επίδοση σε αντίθεση με τους μαθητές με χαμηλές και μέτριες ακαδημαϊκές επιδόσεις (Linetal., 2015).

## Κεφάλαιο 3

### Ανασκόπηση της βιβλιογραφίας

#### **3.1. Διδασκαλία της Γεωμετρίας – ερευνητικά δεδομένα**

Η έρευνα σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας διακρίνεται σε δύο βασικές προσεγγίσεις (Hershkowitz, 1989 όπ. αναφ. στο Κολέζα, 2000). Στις έρευνες της πρώτης προσέγγισης («top-down» προσέγγιση) η θεωρία αποτελεί τη βάση για το σχεδιασμό της έρευνας. Προηγείται, δηλαδή, η διατύπωση μιας θεωρίας, η οποία επιβεβαιώνεται ή απορρίπτεται από τα ερευνητικά δεδομένα, τα οποία ακολουθούν. Είναι λογικό, επομένως, ότι η επιλογή των διδακτικών δραστηριοτήτων γίνεται έτσι ώστε να ταιριάζουν με τη θεωρία. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ότι οι δραστηριότητες δεν αντανakλούν πάντα τις πραγματικές ανάγκες των μαθητών (Κολέζα, 2000).

Στις έρευνες της πρώτης προσέγγισης συγκαταλέγεται, για παράδειγμα, η έρευνα σχετικά με την αντίληψη του χώρου από τους Piaget και Inhelder (1967, όπ. αναφ. στο Κολέζα, 2000), οι οποίοι με βάση τη θεωρία του Piaget μελέτησαν τους μετασχηματισμούς των μαθητών και τις ιδιότητες των αντικειμένων του πραγματικού κόσμου που παραμένουν αμετάβλητες κατά τη μετάβαση από τον πραγματικό χώρο στο αναπαραστασιακό πεδίο των μαθητών.

Στις έρευνες της δεύτερης προσέγγισης («bottom-up» προσέγγιση) η θεωρία δεν αποτελεί τη βάση σχεδιασμού της έρευνας αλλά χρησιμοποιείται για να εξηγήσει τα αποτελέσματά της (Balacheff, 1987 όπ. αναφ. στο Κολέζα, 2000). Η έρευνα, μάλιστα, μπορεί να οδηγήσει σε τροποποίηση υπαρχουσών θεωριών ή τη διατύπωση νέων. Οι έρευνες αυτής της προσέγγισης στοχεύουν στην παρατήρηση, κατανόηση και ερμηνεία των λειτουργιών των μαθητών.

Όπως συμπεραίνει η Κολέζα (2000), οι σύγχρονες έρευνες σχετικά με τη διδακτική της Γεωμετρίας συγκαταλέγονται στη δεύτερη προσέγγιση με τις περισσότερες εκ των οποίων να χρησιμοποιούν ως εργαλείο ανάλυσης των παρατηρήσεών τους το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης vanHiele που παρουσιάσαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο.

### **3.2. Διδασκαλία της Γεωμετρίας με χρήση ΤΠΕ**

Η ενσωμάτωση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και των ΤΠΕ στη διδασκαλία της Γεωμετρίας σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης έχει αποτελέσει αντικείμενο πολλών ερευνών, οι οποίες αναδεικνύουν τα θετικά αποτελέσματα που παρουσιάζουν οι μαθητές, στους οποίους έχει εφαρμοστεί (Clementsetal. 2008), και σημαντική διαφορά στην επίδοσή τους σε σχέση με τους μαθητές που διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο (Clements&Samara, 2007; Dimakos, & Zaranis, 2010; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Zaranis&Synodi, 2016; Zaranis, 2018).

Πολλές δυσκολίες των μαθητών στη γεωμετρία οφείλονται, όπως εξηγεί ο Duval (1998), στο ότι η διδασκαλία της γεωμετρίας είναι περισσότερο πολύπλοκη από ότι οι αριθμητικές πράξεις και η στοιχειώδης άλγεβρα και θεωρεί ότι η χρήση του υπολογιστή αποτελεί μεγάλη καινοτομία για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει «οι υπολογιστές παρέχουν εξαιρετικά αυξημένες δυνατότητες απεικόνισης, ιδιαίτερα μέσω της εισαγωγής της πτυχής της κίνησης. [...] Και επειδή αυτό το εργαλείο διαχωρίζει τη στιγμή της πρόθεσης (το υποκείμενο έχει μόνο να επιλέξει μια εντολή από τις βασικές εντολές ενός γεωμετρικού λογισμικού) και τη στιγμή της παραγωγής, η οποία εκτελείται από τον υπολογιστή, λειτουργεί σαν μια «πειραματική» προσέγγιση στη γεωμετρία. Ο καθένας μπορεί να συγκρίνει τις προσδοκίες του με τα αποτελέσματα στην οθόνη. [...] Με τους υπολογιστές, είναι δυνατή η πραγματική εξερεύνηση των γεωμετρικών καταστάσεων, τα γεωμετρικά αντικείμενα προσομοιάζουν τα πραγματικά αντικείμενα που μπορούν να χειριστούν.» (Duval, 1998 σελ. 51).

Πράγματι, μέσα από τα λογισμικά Γεωμετρίας και δυναμικής Γεωμετρίας, δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να δουν και να συγκρίνουν πολλά παραδείγματα γεωμετρικών αντικειμένων, να δημιουργήσουν γεωμετρικά αντικείμενα και να εφαρμόσουν γεωμετρικές ιδιότητες και, κυρίως, να συσχετίσουν γεωμετρικές έννοιες και αναπαραστάσεις, ενώ παράλληλα βελτιώνουν τη μαθηματική και χωρική τους αντίληψη (Choi-Koh, 1999; Clementsetal., 2008).

Παράλληλα, προσφέρουν στους μαθητές νέους τρόπους εννοιολογικής συσχέτισης των γεωμετρικών αντικειμένων με τις αντίστοιχες γεωμετρικές έννοιες (Choi-Koh, 1999; Vincent&McCrae, 1999).

Οι Nossκαι Hoyles(1992) προτείνουν τη χρήση υπολογιστικών περιβαλλόντων, όπως η γλώσσα Logo, για τη διδασκαλία των Μαθηματικών και της Γεωμετρίας και θεωρούν ότι η

χρήση των ενστικτωδών διερευνητικών στρατηγικών που παρέχουν στους μαθητές, τους επιτρέπει να αναπτύξουν τις δικές τους διαισθήσεις και συμβολικές αναπαραστάσεις που καταλήγουν σε ενέργειες γεφυρώνοντας έτσι το χάσμα που υπάρχει μεταξύ ενεργειών και γενικεύσεων.

Ωστόσο, όλα τα παραπάνω πλεονεκτήματα προϋποθέτουν την κατάλληλη καθοδήγηση από τον εκπαιδευτικό με προσεκτικά σχεδιασμένες δραστηριότητες. Όπως εξηγούν οι Clementsk.ά.(2008), ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι καθοριστικής σημασίας για την εκμάθηση μέσω των ΤΠΕ καθώς φαίνεται ότι βοηθάει τους μαθητές να εστιάσουν στο περιεχόμενο και τις δραστηριότητες, να τις συσχετίσουν με τις μαθηματικές έννοιες και να αναπτύξουν γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες με μεγαλύτερη επιτυχία από ότι χωρίς την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού (Yelland, 2003 όπ. αναφ. στο Clementsetal., 2008).

### ***3.3. Ανάπτυξη της Γεωμετρικής Σκέψης με χρήση ΤΠΕ***

Πολλοί ερευνητές παγκοσμίως έχουν διεξάγει έρευνες επιβεβαιώνοντας την ισχύ της θεωρίας επιπέδων γεωμετρικής σκέψης του vanHiele (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997), ενώ δεν είναι λίγοι εκείνοι που έχουν διερευνήσει την επίδραση της αξιοποίησης των ΤΠΕ στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών (Choi-Koh, 1999;Clementsetal., 2008;Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Vincent&McCrae, 1999;Zaranis, 2018; Zaranis&Synodi, 2016).

Τα λογισμικά δυναμικής Γεωμετρίας (Dynamical Geometry Software),όπως είναι το Geometer'sSketchpad, το CabriGeometryκαι το Geogebra, φαίνεται να συμβάλλουν στη μετάβαση των μαθητών από το πρώτο επίπεδο vanHiele(Αναγνώριση) στο δεύτερο (Ανάλυση)και το τρίτο(Άτυπη Αφαίρεση) επίπεδο γεωμετρικής σκέψης (Choi-Koh, 1999;Clementsetal., 2008; Vincent&McCrae, 1999)αλλά και στα υψηλότερα επίπεδα(Gawlick, 2005).

Και άλλα, όμως, λογισμικά, όπως είναι η γλώσσα προγραμματισμούLogo και ο μικρόκοσμος Logo, έχουν δείξει δείγματαμετάβασης των μαθητών πέρα από το Επίπεδο 0 της Προ-αναγνώρισης (Pre-recognition) (Olson, Kieren, & Ludwig, 1987 όπ. αναφ. στο Clementsetal., 2008).

Η μελέτη των Battista καιBorrow (1997 όπ. αναφ. στο Clementsetal., 2008)διερεύνησε τη συμβολή των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης. Οι ερευνητές παρατήρησαν ότι οι μαθητές ενασχολήθηκαν με τα μέρη

Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

και τις ιδιότητες έτοιμων σχημάτων, γεγονός που τους βοήθησε να μεταβούν από το επίπεδο της Αναγνώρισης στο επίπεδο της Ανάλυσης και της Άτυπης Αφαίρεσης.

Στη μελέτη των Vincent και McCrae (1999) οι μαθητές χρησιμοποίησαν το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας CabriGeometry και ακολουθώντας οδηγίες που τους ενθάρρυναν να εστιάσουν στις ιδιότητες των σχημάτων κατασκεύασαν σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους. Οι ερευνητές συσχέτισαν την ενασχόληση των μαθητών με τις ιδιότητες των σχημάτων με το δεύτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης και την ενασχόλησή τους με τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων με το τρίτο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης vanHiele.

Η Choi-Koh (1999), η οποία μελέτησε σε βάθος τη μετάβαση μεταξύ των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης μέσω της μελέτης περίπτωσης ενός μαθητή, παρατήρησε, επίσης, ότι η χρήση λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας, του Geometer Sketchpad, σε συνδυασμό με τις κατάλληλες οδηγίες συνέβαλε στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης.

Οι Β. Ντζιαχρήστος και Ν. Ζαράνης (2001), επίσης, διερεύνησαν αν η χρήση κατάλληλου εκπαιδευτικού λογισμικού σε Η/Υ βοηθάει τη μετάβαση στο επόμενο επίπεδο Van Hiele περισσότερο από ότι η παραδοσιακή διδασκαλία. Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν επίσης θετικά.

Ο Gawlick (2005), μάλιστα, προτείνει ότι η εφαρμογή δυναμικών συστημάτων που ξεκινά από τα αρχικά επίπεδα γεωμετρικής σκέψης μπορεί να φτάσει μέχρι τα ανώτερα και λειτουργεί ως προετοιμασία καθώς οι μαθητές, αφενός συνηθίζουν στη χρήση τέτοιων προγραμμάτων και, αφετέρου, αποκτούν τη συνήθεια της δυναμικής διερεύνησης και του πειραματισμού.

### ***3.4. Η Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα***

Η Γεωμετρία συγκαταλέγεται στις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες που επιδιώκεται να κατακτήσει ο μαθητής, σύμφωνα με το ισχύον Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης στην Ελλάδα (ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003). Ωστόσο, παρότι διδάσκεται από την Α΄ τάξη του Δημοτικού, η Γεωμετρία δεν αποτελεί ξεχωριστό μάθημα στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, όπως συμβαίνει στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Πιο συγκεκριμένα, στο ισχύον Δ.Ε.Π.Π.Σ. το συνολικό γνωστικό περιεχόμενο που πρέπει να διδαχθεί για τα Μαθηματικά διακρίνεται σε επιμέρους κατηγορίες περιεχομένων,

οι οποίες διατρέχουν όλες τις τάξεις και μία εκ των οποίων είναι η Γεωμετρία (Λεμονίδης, 2015). Στον Πίνακα 3.1 (Παράρτημα ΙΙ) παρουσιάζονται οι άξονες, οι γενικοί στόχοι, και οι θεμελιώδεις έννοιες της Διαθεματικής προσέγγισης για τη Γεωμετρία και τις Μετρήσεις, όπως διατυπώνονται στο Δ.Ε.Π.Π.Σ. για την Πρωτοβάθμια εκπαίδευση (ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003). Ο Πίνακας 3.2 (Παράρτημα ΙΙ) περιέχει τους στόχους, τις θεματικές ενότητες και τις ενδεικτικές δραστηριότητες που προτείνονται για τη Γεωμετρία και τις Μετρήσεις στο Δημοτικό Σχολείο σύμφωνα με το Α.Π.Σ..

Εκτός από τις προτεινόμενες δραστηριότητες, στο Α.Π.Σ. προτείνονται και διαθεματικά σχέδια εργασίας, κάποια από τα οποία αφορούν στη Γεωμετρία. Ας δούμε αναλυτικά τα διαθεματικά σχέδια που προτείνονται (ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003):

### Γ' τάξη

**Θέμα: Η κατοικία μου.** Οι μαθητές εντοπίζουν γεωμετρικά σχήματα που βρίσκονται στον χώρο του σπιτιού τους. Εκπονούν ατομικές κατ' αρχήν και μετά ομαδικές εργασίες με εικαστική αποτύπωση στην οποία συγκρίνουν την κατοικία τους με άλλα είδη κατοικιών (π.χ. igloo). **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Ομοιότητα, Διαφορά, Πολιτισμός.

### Ε' τάξη

**Θέμα: Η συμμετρία στη ζωή μας.** Οι μαθητές βρίσκουν συμμετρικά σχήματα από διάφορες κατηγορίες κατασκευών της καθημερινής ζωής σήμερα και στο παρελθόν (π.χ. κατοικίες στην αρχαία Ελλάδα, στο Μεσαίωνα κ.λπ., κτίρια, χαλιά, ταπετσαρίες, υφάσματα, πλακάκια κ.λπ.). Τις παρουσιάζουν σε ομαδικές συνθέσεις και συζητούν για το ρόλο και το είδος της συμμετρίας σε διάφορες περιπτώσεις. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Εξέλιξη.

**Θέμα: Ένας γίγαντας στην τάξη.** Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες και κάθε μια αναλαμβάνει να φτιάξει μεγάλα τρίγωνα, τετράπλευρα, πεντάγωνα κ.λπ., και δημιουργούν συνθέτοντάς τα γίγαντες στην τάξη. Στη συνέχεια κάθε ομάδα κόβει χάρτινες λωρίδες, ώστε ανάλογα με την περίπτωση, να σχηματίσει τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνια, εξάγωνο κ.λπ., στερεώνοντας τις άκρες με διπλόκαρφα. Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν καθενός και στη συνέχεια, κρατώντας μια κορυφή σταθερή, μετακινούν τις πλευρές ώστε να αλλάξει το σχήμα. Παρατηρούν τι αλλαγές γίνονται και υπολογίζουν ξανά περίμετρο και εμβαδόν

ώστε να τα συγκρίνουν με τα προηγούμενα. Βγάζουν γενικούς τύπους υπολογισμού περιμέτρου και εμβαδού, συγκρίνουν τις διαστάσεις των σχημάτων με τον γίγαντα της τάξης και βρίσκουν πού στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε αντικείμενα σαν αυτά που σχημάτισαν. Συζητούν για τα υλικά κατασκευής. Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες: Χώρος, Μεταβολή, Σύστημα, Ομοιότητα – Διαφορά.

#### ΣΤ΄ τάξη

**Θέμα: Κατασκευή πυραμίδας.** Οι μαθητές εργάζονται ομαδικά για τη συγκέντρωση πληροφοριών για τις πυραμίδες της Αιγύπτου, τον τρόπο κατασκευής τους και τις προσπάθειες που έγιναν για τον υπολογισμό του ύψους τους. Παρουσιάζουν τα ευρήματά τους και προσπαθούν να κατασκευάσουν ομοιώματα των πυραμίδων ή και δικές τους κατασκευές παρόμοιες. Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες: Αλληλεπίδραση, Ομοιότητα, Διαφορά, Μεταβολή, Πολιτισμός.

**Θέμα: Μοτίβα στη ζωή μας.** Οι μαθητές βρίσκουν διάφορα επαναλαμβανόμενα σχέδια (μοτίβα) από αντικείμενα της καθημερινής ζωής και από έργα τέχνης διαφόρων εποχών. Τα παρουσιάζουν σε ομαδικές συνθέσεις και συζητούν για το ρόλο και το είδος των γεωμετρικών σχημάτων σε διάφορες περιπτώσεις. Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες: Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Εξέλιξη.

**Θέμα: Το μέτρο στη ζωή μας.** Οι μαθητές κατά ομάδες συγκεντρώνουν πληροφορίες από τα σχολικά εγχειρίδια Ε΄ και Στ΄ τάξεων σχετικά με το μέτρο και τη μέτρηση στην αρχαιότητα και τη σύγχρονη εποχή (καθιέρωση του πρότυπου μέτρου, μέτρηση χρόνου, μέτρα και σταθμά στην Ε.Ε.). Αντλούν πληροφορίες για το πού και σε τι αναφέρεται το μέτρο και η μέτρηση στα άλλα μαθήματα. Συλλέγουν σχετικό φωτογραφικό υλικό, καταγράφουν παράγωγες και σύνθετες λέξεις κ.λπ. Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες: Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Ισορροπία.

Μελετώντας προσεκτικά τις προτεινόμενες δραστηριότητες ανά τάξη και την εξέλιξη των θεματικών ενοτήτων σε συνδυασμό με τα διαθεματικά σχέδια εργασίας που προτείνονται παρατηρεί κανείς την εξελικτική προσέγγιση της Γεωμετρίας, η οποία συνάδει με τη θεωρία vanHiele. Σύμφωνα με τον Λεμονίδη (2015), το ισχύον ΑΠΣ βασίζεται στο θεωρητικό μοντέλο για τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης vanHiele και αφορά στα τρία πρώτα επίπεδα.



Όπως εξηγεί, η προσέγγιση της Γεωμετρίας στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση γίνεται με μη τυπικό τρόπο ενώ βασίζεται σε παραστάσεις των μαθητών, οι οποίες τείνουν να γίνονται πιο αφαιρετικές με το πέρασμα των τάξεων. Παρατηρεί, ωστόσο, εύστοχα ότι ενώ «το ισχύον πρόγραμμα βασίζεται στη θεωρία των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των vanHiele, δε γίνεται φανερή αυτή η θεμελίωση και δεν εξηγούνται οι λόγοι για τους οποίους τα περιεχόμενα ακολουθούν αυτή την εξελικτική πορεία από τάξη σε τάξη» (Λεμονίδης, 2015 σελ. 12).

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μην γίνεται κατανοητή από τους εκπαιδευτικούς η αναγκαιότητα και η σημασία της σειράς των περιεχομένων που έχει επιλεγεί και η σύνδεσή τους μεταξύ των τάξεων. Οι εκπαιδευτικοί μη γνωρίζοντας τη θεωρητική βάση του προγράμματος σπουδών αδυνατούν να κάνουν σωστή χρήση και αξιολόγηση των προτεινόμενων δραστηριοτήτων. Επιπλέον, λόγω της συγκεκριμένης παρουσίασης του προγράμματος, όπως υποστηρίζει ο Λεμονίδης (2015), οι εκπαιδευτικοί αδυνατούν να σχηματίσουν εικόνα για την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών τους όπως και να προσδιορίσουν το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται, να αντιμετωπίσουν ή να ερμηνεύσουν τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν. Οι εκπαιδευτικοί, επομένως, οδηγούνται σε αποσπασματικό χειρισμό των περιεχομένων της γεωμετρίας ενώ στερούνται μιας ολιστικής αντίληψης της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών τους (Λεμονίδης, 2015).

### **3.5. Περιοχή της έρευνας**

Όπως είδαμε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, η Γεωμετρία συγκαταλέγεται στις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες που επιδιώκεται να κατακτήσει ο μαθητής (ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003) αν και δεν αποτελεί ξεχωριστό μάθημα στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, όπως συμβαίνει στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Καθώς, όμως, αποτελεί βασικό άξονα του μαθήματος των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, η διδασκαλία της Γεωμετρίας έχει μελετηθεί σε βάθος από πολλούς ερευνητές παγκοσμίως.

Λόγω, μάλιστα, της ραγδαίας ανάπτυξης της Τεχνολογίας Πληροφοριών και Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε.) και της ευρείας χρήσης των υπολογιστών στην εκπαίδευση, η ενσωμάτωση ηλεκτρονικού υπολογιστή στη διδασκαλία της Γεωμετρίας έχει αποτελέσει αντικείμενο πολλών ερευνών (Clements et al., 2008), οι οποίες παρουσιάζουν θετικά αποτελέσματα στην επίδοση των μαθητών (Clements & Samara, 2007; Dimakos, & Zaranis, 2010; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Zaranis & Synodi, 2016; Zaranis, 2018).

Στην παρούσα έρευνα συγκρίναμε την επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας, οι οποίοι διδάχθηκαν Γεωμετρία με τη βοήθεια των ΤΠΕ και του εκπαιδευτικού λογισμικού που σχεδιάσαμε και ενσωματώσαμε σε εφαρμογή Επαυξημένης Πραγματικότητας, με την επίδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι διδάχθηκαν Γεωμετρία με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας.

Η εφαρμογή, ωστόσο, οποιασδήποτε τεχνολογίας στη διδασκαλία οφείλει να σχεδιάζεται βασισμένη σε ισχυρό θεωρητικό πλαίσιο. Υπό αυτό το πρίσμα, για την υλοποίηση της παρούσας έρευνας σχεδιάσαμε τη διδακτική παρέμβαση που εφαρμόσαμε υιοθετώντας τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης του vanHiele, η οποία έχει γίνει διεθνώς αποδεκτή και υιοθετείται πρωτίστως από μελέτες για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Υιοθετήσαμε, μάλιστα, το μοντέλο vanHiele όπως τροποποιήθηκε από τον AlanHoffer με τις πέντε δεξιότητες – ικανότητες γεωμετρίας που πρότεινε. Ασχοληθήκαμε, ωστόσο, μόνο με τα δύο πρώτα επίπεδα vanHiele, καθώς αυτά αφορούν την ηλικία των μαθητών της Δ΄ Δημοτικού.

Η παρούσα έρευνα, επομένως, ελέγχει το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης vanHiele των μαθητών πριν και μετά την διδακτική παρέμβαση, ενώ παράλληλα ελέγχει ποιες από τις δεξιότητες των μαθητών βελτιώθηκαν.

Θεωρούμε ότι τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας θα συμβάλουν στην καλύτερη κατανόηση της επιρροής της χρήσης των ΤΠΕ καθώς της τεχνολογίας Ε.Π. στη διδασκαλία της Γεωμετρίας.

### **3.6. Ερευνητικό Πρόβλημα**

Όπως αναφέραμε παραπάνω, η Γεωμετρία συγκαταλέγεται στις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες που επιδιώκεται να κατακτήσει ο μαθητής και αποτελεί βασικό άξονα του μαθήματος των Μαθηματικών. Παράλληλα, η διδασκαλία με ενσωματωμένες προηγμένες τεχνολογίες θεωρείται καθοριστικής σημασίας για την εκπαίδευση και φαίνεται να βελτιώνει τη μάθηση. Ωστόσο, η εφαρμογή της τεχνολογίας της Ε.Π. στη διδασκαλία της Γεωμετρίας φαίνεται να χρήζει περαιτέρω μελέτης καθώς και η αποτελεσματικότητά της σε μαθητές με διαφορετικές ακαδημαϊκές επιδόσεις. Επιπλέον, ενώ πολλοί ερευνητές έχουν επικυρώσει τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης vanHiele, κανείς μέχρι τώρα δεν έχει εφαρμόσει την τεχνολογία της Ε.Π. για τη διερεύνηση της ανάπτυξης των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των μαθητών.

Στην παρούσα έρευνα αξιοποιήσαμε τις ΤΠΕ και εφαρμόσαμε την τεχνολογία της Ε.Π. για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας υιοθετώντας τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης του vanHiele σε συνδυασμό με τις δεξιότητες γεωμετρίας του Hoffer με την πεποίθηση ότι θα μας οδηγήσει σε πληρέστερα δεδομένα.

### **3.7. Σκοπός της έρευνας**

Ο σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να μετρήσει την επίδραση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας με χρήση εφαρμογών Ε.Π. και των ΤΠΕ σε μαθητές της Δ΄ τάξης Δημοτικού Σχολείου του Ν. Ηρακλείου.

### **3.8. Ερευνητικά ερωτήματα**

Για να καθορίσουμε την επίδραση των εφαρμογών Ε.Π. και των ΤΠΕ στη μάθηση της Γεωμετρίας θα επιδιώξουμε να απαντήσουμε στα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

1. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας πριν από τη διδασκαλία;
2. Υπάρχει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την παραδοσιακή διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων;

3. Υπάρχει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την εφαρμογή των ΤΠΕ και της τεχνολογίας Ε.Π. στη διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων;
4. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας μετά τη διδασκαλία;

### **3.9. Ερευνητικές υποθέσεις**

Με βάση τα παραπάνω ερευνητικά ερωτήματα διατυπώσαμε τις παρακάτω ερευνητικές υποθέσεις:

1. Δεν θα υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας πριν από τη διδασκαλία.
2. Θα υπάρξει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την παραδοσιακή διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων.
3. Θα υπάρξει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την εφαρμογή των ΤΠΕ και της τεχνολογίας Ε.Π. στη διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων.
4. Θα υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας μετά τη διδασκαλία.

## **Κεφάλαιο 4**

### **Μεθοδολογία**

#### **4.1. Δείγμα**

Ο πληθυσμός που αποτελεί το δείγμα της έρευνας είναι οι μαθητές της Δ΄ τάξης από τρία Δημόσια Δημοτικά Σχολεία του νομού Ηρακλείου Κρήτης. Πρόκειται για δείγμα ευκολίας καθώς το δείγμα προέρχεται από τρία σχολεία, τα 4<sup>ο</sup>, 26<sup>ο</sup> και 50<sup>ο</sup> Δημοτικά Σχολεία Ηρακλείου, στα οποία ερευνήτρια έχει εργαστεί στο παρελθόν ως εκπαιδευτικός κλάδου Δασκάλων και βρίσκονται στην ίδια περιοχή. Το δείγμα που προέκυψε είναι 46 μαθητές ( $N=46$ ).

Ζητήθηκε άδεια από τις/τους Διευθυντές/ντριες των σχολικών μονάδων, τους/τις εκπαιδευτικούς των τάξεων και τους γονείς των μαθητών για τη συμμετοχή τους στην έρευνα μέσω ενός εντύπου συναίνεσης και κατόπιν ενημέρωσης.

#### **4.2. Ερευνητικός σχεδιασμός**

Το αντικείμενο της παρούσας μελέτης είναι να ερευνήσουμε αν η Ε.Π. σε συνδυασμό με τις ΤΠΕ αποτελούν αποτελεσματική εκπαιδευτική τεχνολογία σε περιβάλλον τυπικής μάθησης, όπως είναι το Δημόσιο Δημοτικό σχολείο. Στην ανάλυση, επομένως, πρόκειται να μετρήσουμε την επίδραση των εφαρμογών Ε.Π. και των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία. Πρόκειται για μία ποσοτική έρευνα, στην οποία χρησιμοποιήθηκε πειραματικός σχεδιασμός, ώστε να ελέγξουμε την επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής πάνω στην εξαρτημένη.

Εφαρμόστηκε, μάλιστα, οιοσδήποτε πειραματικός σχεδιασμός (quasi-experiments). Στα οιοσδήποτε πειράματα οι συμμετέχοντες εντάσσονται σε ομάδες αλλά όχι με τυχαίο τρόπο. Τέτοιου είδους πειραματικοί σχεδιασμοί εφαρμόζονται συχνά στην εκπαιδευτική έρευνα καθώς η διαθεσιμότητα των συμμετεχόντων ή το πλαίσιο πολλές φορές δεν επιτρέπει τον τεχνητό σχεδιασμό ομάδων για το πείραμα (Creswell, 2016). Αυτό σημαίνει ότι τα τέσσερα σχολικά τμήματα χρησιμοποιήθηκαν ακέραια ως είχαν, με τα δύο τμήματα να αποτελούν την πειραματική ομάδα και τα άλλα δύο την ομάδα ελέγχου. Η ένταξη των συμμετεχόντων, επομένως, ήταν σε δύο ομάδες αλλά όχι με τυχαίο τρόπο. Χρησιμοποιήθηκαν τα υπάρχοντα

σχολικά τμήματα επειδή θεωρούμε ότι η δημιουργία δύο τεχνητών ομάδων με τυχαία ένταξη των συμμετεχόντων για τη διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας θα προκαλούσε αναστάτωση και διάσπαση της μάθησης.

Καθένα, ωστόσο, από τα τέσσερα ακέραια σχολικάτμήματα ενετάχθη τυχαία σε μία από τις δύο ομάδες, πειραματική και ελέγχου, μειώνοντας έτσι την απειλή εσωτερικής εγκυρότητας που υπάρχει σε τέτοιου είδους πειραματικούς σχεδιασμούς.

Αρχικά, οι μαθητές των δύο ομάδων υποβλήθηκαν στην ίδια αρχική δοκιμασία (pre-test) ώστε να αποτυπωθούν οι δεξιότητες γεωμετρίας που έχει κατακτήσει κάθε μαθητής και να προσδιοριστεί το επίπεδο vanHiele, στο οποίο βρίσκεται. Στη συνέχεια, οι μαθητές της ομάδας ελέγχου διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας από τον/την δάσκαλο/δασκάλα τους, ενώ οι μαθητές της πειραματικής ομάδας διδάχθηκαν από την ερευνήτρια με χρήση ΤΠΕ και εφαρμογών Ε.Π. βασισμένων στο σχολικό εγχειρίδιο και το αναλυτικό πρόγραμμα διδασκαλίας. Η αξιολόγηση των δύο ομάδων έγινε με τον ίδιο μεταέλεγχο (post-test), ώστε να προσδιοριστεί η πρόοδος κάθε μαθητή αλλά και να είναι δυνατή η σύγκριση των δύο ομάδων.

### **4.3. Διαδικασία μετρήσεων**

Η ανεξάρτητη μεταβλητή στην ανάλυση είναι η μέθοδος διδασκαλίας, η οποία περιλαμβάνει δύο συνθήκες: την παραδοσιακή διδασκαλία και τη διδασκαλία με χρήση ΤΠΕ και εφαρμογών Ε.Π..

Η εξαρτημένες μεταβλητές είναι α) η επίδοση των μαθητών στην αρχική δοκιμασία (pre-test) και β) η επίδοσή τους στην τελική δοκιμασία (post-test). Το άθροισμα της βαθμολογίας των ασκήσεων του pre-test μας δίνει την επίδοση κάθε μαθητή πριν τη διδασκαλία και το άθροισμα της βαθμολογίας των ασκήσεων post-test μας δίνει την επίδοση κάθε μαθητή μετά τη διδασκαλία.

### **4.4. Συλλογή δεδομένων**

Η συλλογή των δεδομένων έγινε μέσω μιας γραπτής δοκιμασίας (Παράρτημα ΙΙΙ), η οποία βασίστηκε στο τροποποιημένο από τον Hoffer μοντέλο γεωμετρικής σκέψης vanHiele. Η ίδια δοκιμασία εφαρμόστηκε σε δύο χρονικές στιγμές, α) ως αρχική δοκιμασία (pre-test) και β) ως τελική δοκιμασία (post-test), η οποία δόθηκε μετά τη διδακτική παρέμβαση, ώστε να

προσδιοριστεί η πρόοδος κάθε μαθητή και το τότε επίπεδο vanHiele. Η δοκιμασία πριν και μετά τη διδασκαλία ήταν ίδια και για τις δύο ομάδες μαθητών, πειραματική και ελέγχου, ώστε να μπορεί να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων και να προσδιοριστεί η επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη. Ωστόσο, οι δοκιμασίες υλοποιήθηκαν με διαφορά επτά (7) εβδομάδων, καλύπτοντας δηλαδή το διάστημα των τριών (3) έως έξι (6) εβδομάδων που είναι απαραίτητο ώστε να εξασφαλίσουμε την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων σύμφωνα με τους Brown, Irving και Keegan (2008) και να μην θυμούνται τι απάντησαν στην πρώτη δοκιμασία οι μαθητές.

Η αξιολόγηση του ακριβούς επιπέδου σκέψης ενός μαθητή δεν είναι απλή διαδικασία. Με τον προσδιορισμό του επιπέδου της γεωμετρικής σκέψης van Hiele των μαθητών έχουν ασχοληθεί πολλοί ερευνητές παγκοσμίως και έχει χρησιμοποιηθεί μια ποικιλία δοκιμασιών αξιολόγησης που περιλαμβάνουν ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής (Usiskin, 1982), ερωτήσεις ανοιχτού τύπου (Gutierrez & Jaime, 1998), κλινικές συνεντεύξεις (Burger & Shaughnessy, 1986; Fuys et al., 1988). Για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης σχεδιάσαμε μια δοκιμασία αξιολόγησης με ερωτήσεις κλειστού τύπου, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

Η δοκιμασία που δόθηκε ως pre-test και post-test αφορά στις γεωμετρικές γνώσεις και ικανότητες των μαθητών σχετικά με τα αναπτύγματα των στερεών σωμάτων και έχει σχεδιαστεί με βάση το τροποποιημένο μοντέλο vanHiele από τον Alan Hoffer. Πιο συγκεκριμένα, η δοκιμασία είναι δομημένη με τέτοιο τρόπο ώστε να ελέγξουμε κατά πόσο οι μαθητές έχουν κατακτήσει καθεμία από τις 5 δεξιότητες γεωμετρίας του Hoffer (οπτικές, λεκτικές, σχεδίασης, λογικές και εφαρμογής) για κάθε ένα από τα 2 πρώτα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης vanHiele (επίπεδο Αναγνώρισης και επίπεδο Ανάλυσης). Για το σκοπό αυτό η δοκιμασία διακρίνεται σε δύο ίδιας έκτασης ενότητες (δοκιμασίες), οι οποίες αντιστοιχούν στα 2 πρώτα επίπεδα vanHiele και περιέχουν ερωτήσεις που αντιστοιχούν στις 5 δεξιότητες του Hoffer. Η δοκιμασία αποτελείται από δέκα συνολικά ασκήσεις, πέντε ασκήσεις, δηλαδή, για καθένα από τα δύο επίπεδα vanHiele με μία άσκηση για κάθε δεξιότητα Hoffer (5 ασκήσεις x 2 = 10 ασκήσεις).

Μάλιστα, το νούμερο κάθε άσκησης συνοδεύεται από ένα γράμμα, το οποίο δείχνει σε ποιες δεξιότητες αναφέρεται η άσκηση, δηλαδή O = οπτικές, Λ = λεκτικές, Σ = σχεδίασης, ΛΟ = λογικές και Ε = εφαρμογής.

Η βαθμολόγηση της δοκιμασίας έγινε με βάση τις σωστές απαντήσεις και ακολουθήθηκε η παρακάτω διαδικασία. Εξαιτίας του γεγονότος ότι οι μαθητές διδάσκονται τα αναπτύγματα έξι γεωμετρικών σωμάτων – του κύβου, του ορθογώνιου

παραλληλεπίπεδου, της τετραγωνικής πυραμίδας, της τριγωνικής πυραμίδας, του κώνου και του κυλίνδρου – οι ασκήσεις, εκτός από δύο (την 1.Σ. και την 2.Σ.), έχουν έξι υποερωτήματα, ένα για κάθε στερεό σώμα. Για να μην υπάρχει πρόβλημα στην βαθμολόγηση, κάθε ερώτηση βαθμολογείται στην κλίμακα 0-6, ώστε κάθε υποερώτημα να βαθμολογείται με μία μονάδα. Οι ασκήσεις 1.Σ. και την 2.Σ., σε συμφωνία με τους διδακτικούς στόχους στο βιβλίο δασκάλου (Βαμβακούση, Καργιωτάκης, Μπομποτίνου, & Σαΐτης, 2006α) αξιολογούν την σχεδιαστική ικανότητα των μαθητών στα αναπτύγματα δύο μόνο στερεών, του κύβου και του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Κατ' επέκταση, οι ασκήσεις αυτές έχουν μόνο δύο υποερωτήματα, ένα για το ανάπτυγμα του κύβου και ένα για το ανάπτυγμα του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Για να μην υπάρχει πρόβλημα στην βαθμολόγηση, αυτές οι 2 ερωτήσεις βαθμολογούνται στην κλίμακα 0-6 με κάθε υποερώτημα να βαθμολογείται με 3 μονάδες. Έτσι η δοκιμασία βαθμολογείται συνολικά με 60 μονάδες (10 ερωτήσεις x 6 μονάδες = 60 μονάδες).


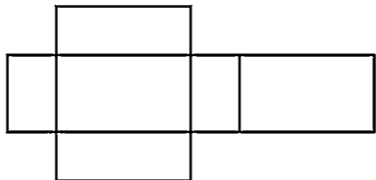

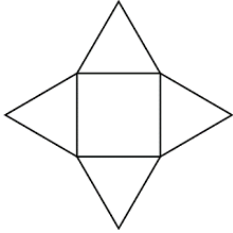
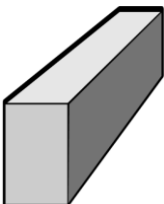
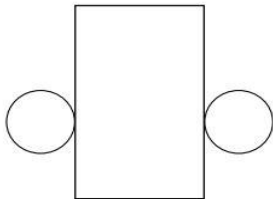
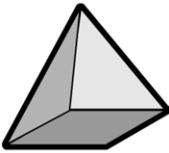

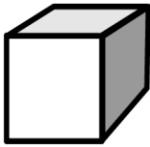
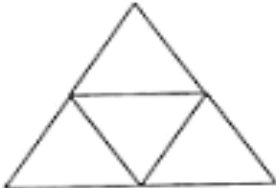
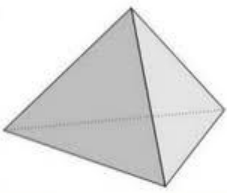
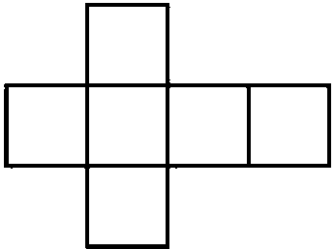
Στη συνέχεια, ακολουθεί ένα μέρος της δοκιμασίας ενώ μπορείτε να τη δείτε ολόκληρη στο Παράρτημα ΙΙΙ.



Δοκιμασία για το επίπεδο των μαθητών στη Γεωμετρία

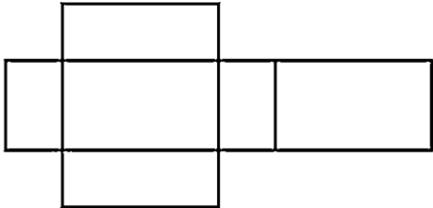
**Πρώτο Επίπεδο**

1.0. Πώς θα φαίνονται τα παρακάτω στερεά σώματα αν τα ξεδιπλώσουμε; Αντιστοίχισε κάθε στερεό σώμα με το ανάπτυσμά του.

α)		
β)		
γ)		
δ)		
ε)		
στ)		

1.Α. Ποια στερεά σώματα σχηματίζονται από τα παρακάτω αναπτύγματα;

α)  \_\_\_\_\_

β)  \_\_\_\_\_

γ)  \_\_\_\_\_

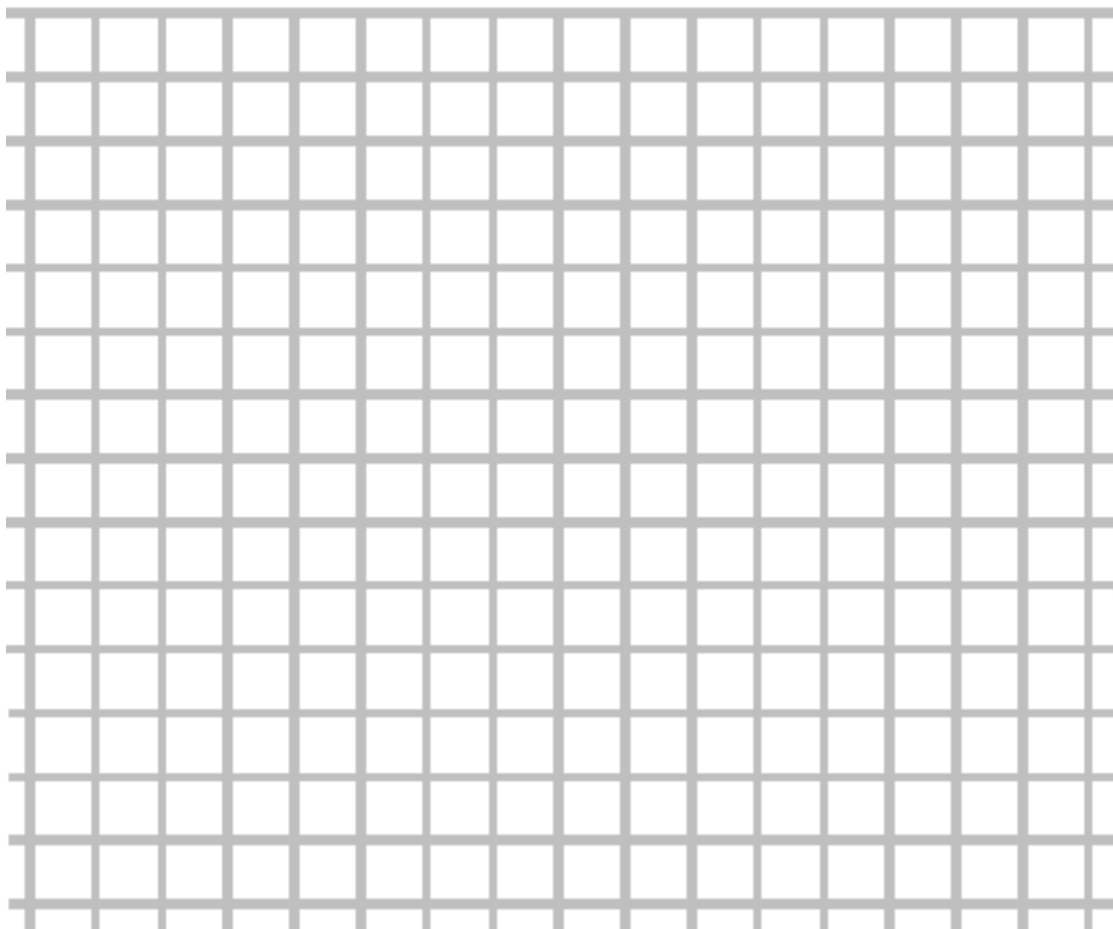
δ)  \_\_\_\_\_

ε)  \_\_\_\_\_

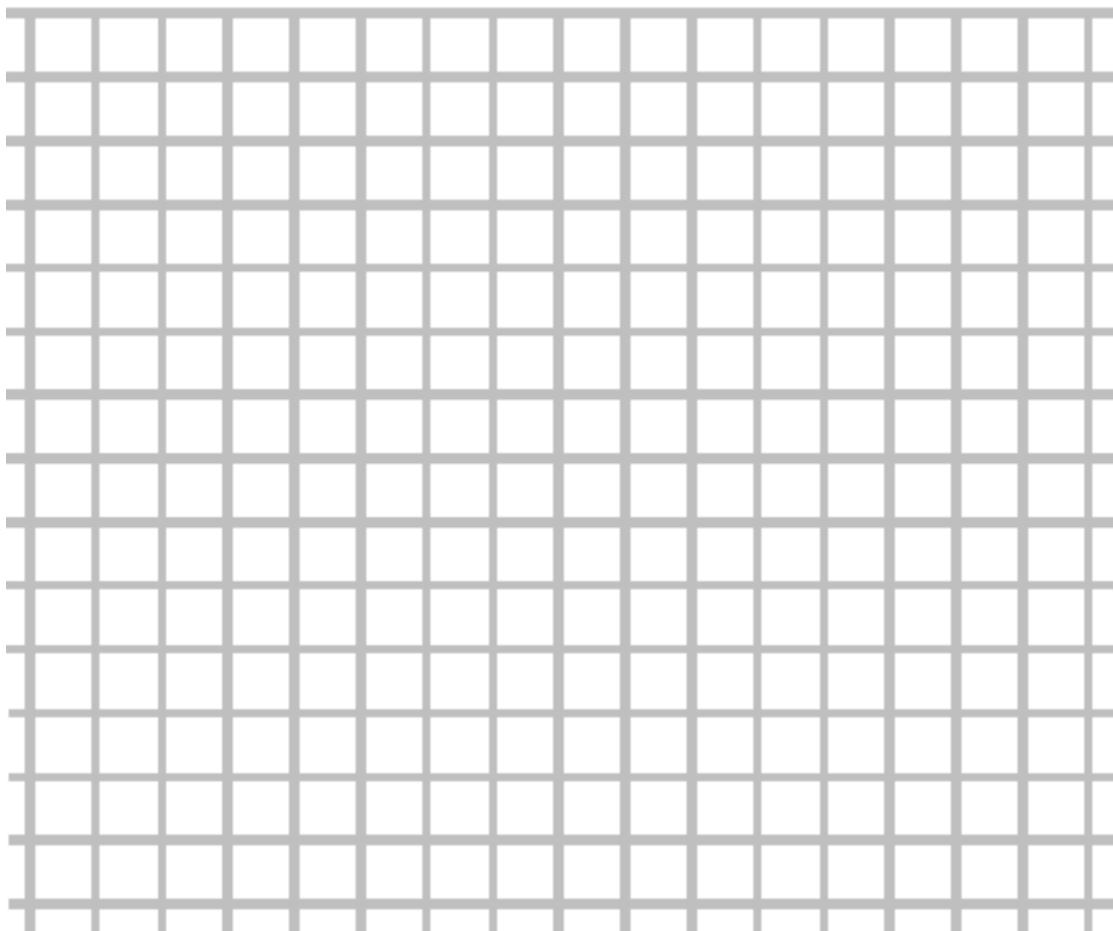
στ)  \_\_\_\_\_

1.Σ. Σχεδιάσε τα αναπτύγματα:

α) του κύβου

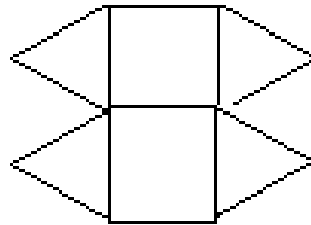
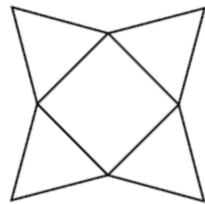


**β) του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου**

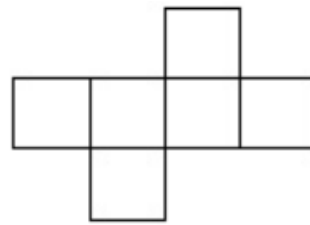
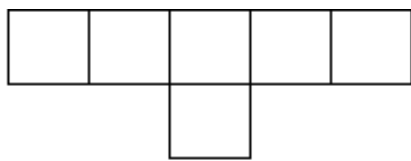


1.ΛΟ. Κύκλωσε 1 σωστό ανάπτυγμα για κάθε στερεό σώμα.

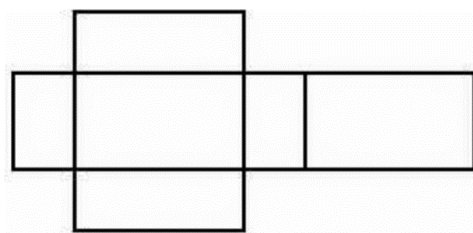
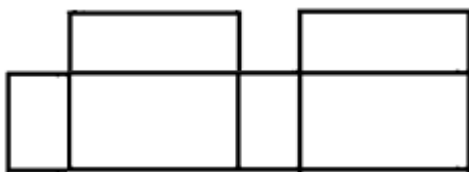
α) τετραγωνική πυραμίδα



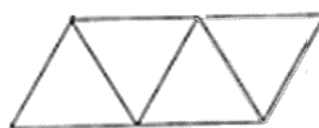
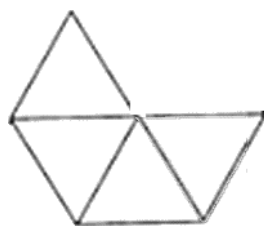
β) κύβος



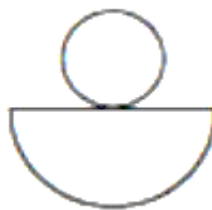
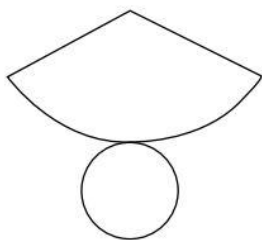
γ) ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



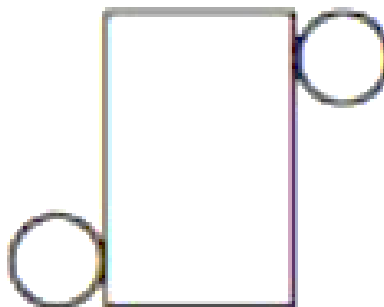
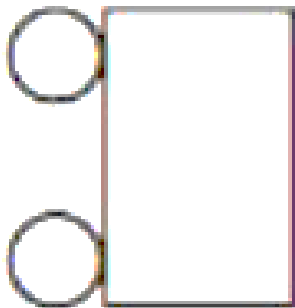
δ) τριγωνική πυραμίδα



ε) κώνος

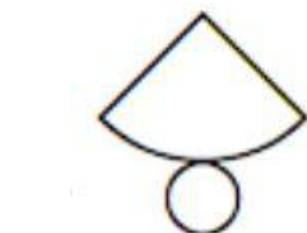
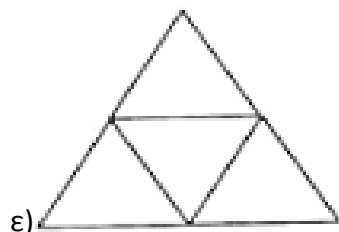
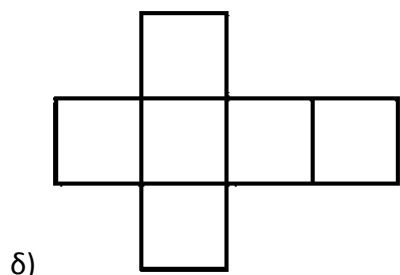
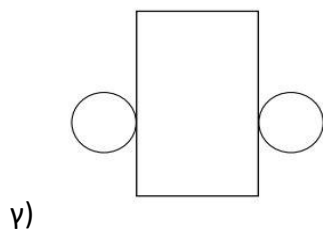
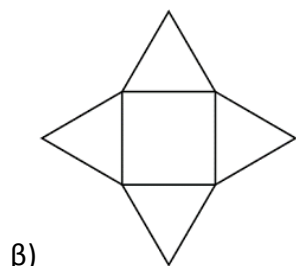
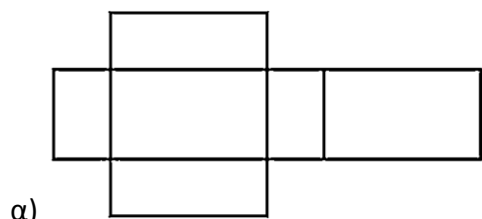


στ) κύλινδρος



Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

1.Ε. Σε ποιο ανάπτυγμα αντιστοιχεί καθεμία από τις παρακάτω εικόνες;



#### **4.5. Διδακτική Παρέμβαση**

Παρακάτω παρουσιάζουμε τη διδακτική παρέμβαση που σχεδιάσαμε για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με αξιοποίηση των ΤΠΕ. Παρουσιάζεται αναλυτικά ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων στο λογισμικό Ε.Π. και πώς υλοποιείται η εφαρμογή του. Αναφέρονται τα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και ο τρόπος χρήσης τους προκειμένου να μπορέσει κάθε ενδιαφερόμενος εκπαιδευτικός να αξιοποιήσει την προτεινόμενη τεχνολογία στη διδακτική πράξη. Η δυνατότητα σχεδιασμού και υλοποίησης εκπαιδευτικών εφαρμογών από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς είναι, εξάλλου, ένα σημαντικό ζήτημα που διευκολύνει την ενσωμάτωση της τεχνολογίας στην διδασκαλία. Για αυτό το λόγο όλα τα λογισμικά που επιλέχθηκαν διατίθενται δωρεάν, είναι εύκολα στη χρήση και δεν απαιτούν ιδιαίτερες προγραμματιστικές γνώσεις και δεξιότητες.

Η παρούσα διδακτική παρέμβαση αφορά στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στη Δ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου και συγκεκριμένα της *Ενότητας 53: Κατασκευάζω στερεά*. Η διδασκαλία σχεδιάστηκε υιοθετώντας τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης του vanHiele σε συνδυασμό με τις δεξιότητες γεωμετρίας του Hoffer.

##### **4.5.1. Επίπεδα vanHiele**

Η θεωρία vanHiele προσφέρει το πλαίσιο, μέσα στο οποίο μπορούν να διεξάγονται δραστηριότητες γεωμετρίας, χωρίς ωστόσο να καθορίζει το περιεχόμενό τους. Κάθε δραστηριότητα που σχεδιάζεται για ένα συγκεκριμένο επίπεδο σκέψης, θα πρέπει να έχει την ευελιξία να προσαρμοστεί στο επίπεδο του μαθητή μέσω κατάλληλων προσαρμογών του εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός, όπως προτείνει ο vandeWalle (2007), θα πρέπει να παρατηρεί τις αντιδράσεις και τις παρατηρήσεις των μαθητών και να σέβεται όσες υποδηλώνουν ένα κατώτερο επίπεδο σκέψης ώστε με κατάλληλους χειρισμούς να τους ενθαρρύνει και να τους προκαλεί να λειτουργήσουν στο επόμενο επίπεδο.

Θεωρούμε ότι οι μαθητές της Δ' Δημοτικού βρίσκονται στο Επίπεδο 1 της γεωμετρικής σκέψης vanHiele. Από την παρουσίαση του θεωρητικού μοντέλου vanHiele σε προηγούμενο κεφάλαιο, διαφάνηκε τόσο η σημασία της διδασκαλίας στο επίπεδο που βρίσκονται οι μαθητές όσο και η προσοχή που έπρεπε να δοθεί στην επιλογή των δραστηριοτήτων που δώσαμε στους μαθητές ώστε αφενός να είναι στο επίπεδό τους και αφετέρου να τους προκαλούν να προχωρήσουν στο επόμενο επίπεδο.



Στον Πίνακα 4.1 που ακολουθεί αναπτύσσονται τα δύο πρώτα επίπεδα της γεωμετρικής σκέψης vanHiele όσο αφορά στα αναπτύγματα των στερεών σωμάτων που διδάσκονται σε μαθητές της Δ΄ Δημοτικού και παρουσιάζονται συνοπτικά οι δεξιότητες που αναμένεται να αναπτύξουν οι μαθητές μέσω της διδασκαλίας.

	Επίπεδο 1 Αναγνώριση	Επίπεδο 2 Ανάλυση
Οπτικές	Αναγνωρίζει τα αναπτύγματα συνηθισμένων στερεών.	Διακρίνει τα στοιχεία ενός αναπτύγματος.
Λεκτικές	Χρησιμοποιεί σωστά τον όρο ανάπτυγμα. Συσχετίζει τα αναπτύγματα με τη σωστή ονομασία των στερεών σωμάτων. Καταλαβαίνει από την περιγραφή για ποιο ανάπτυγμα πρόκειται.	Περιγράφει με άνεση τα στοιχεία ενός αναπτύγματος. Καταλαβαίνει από την περιγραφή των στοιχείων για ποιο ανάπτυγμα πρόκειται.
Σχεδίασης	Σχεδιάζει με άνεση τα αναπτύγματα του κύβου και του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου σε πλέγμα.	Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα και χρησιμοποιεί τα στοιχεία ενός στερεού για να σχεδιάσει το ανάπτυγμά του.
Λογικές	Συνειδητοποιεί τις διαφορές και ομοιότητες που υπάρχουν ανάμεσα στα αναπτύγματα των στερεών σωμάτων.	Κατανοεί ότι τα αναπτύγματα ή μέρη τους μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση τα στοιχεία τους. Να συσχετίσουν τα στοιχεία των στερεών σωμάτων με αυτά των αναπτυγμάτων τους.
Εφαρμογής	Αναγνωρίζει στερεά σώματα και αναπτύγματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής.	Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων και τα αναπαριστά με τη βοήθεια μοντέλου. Αναπαριστούν πραγματικά αντικείμενα με σχέδιο ή κατασκευή.

Πίνακας 4.1. Συνοπτικός πίνακας των δύο πρώτων επιπέδων vanHiele για τα αναπτύγματα στερεών σωμάτων.

Το διδακτικό σενάριο αποτελείται από δύο μέρη: δραστηριότητες μίας(1) διδακτικής ώρας για το 1<sup>ο</sup> Επίπεδο και δραστηριότητες δύο (2) διδακτικών ωρών για το 2<sup>ο</sup> Επίπεδο γεωμετρικής σκέψης.

#### **4.5.2. Παρουσίαση παρέμβασης**

Για τις ανάγκες της παρούσας διδακτικής παρέμβασης που αφορά στη διδασκαλία Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού και συγκεκριμένα της «Ενότητας 53: Κατασκευάζω στερεά» δημιουργήθηκε ένα φύλλο εργασιών (Παράρτημα IV), το οποίο χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με το διδακτικό εγχειρίδιο, το τετράδιο εργασιών και την ταμπλέτα. Το φύλλο εργασιών δείχνει τη σειρά των δραστηριοτήτων και έχει επαυξηθεί με πολυμεσικό υλικό που κατασκευάσαμε για τις ανάγκες της διδασκαλίας (Εικόνα 4.1).

Οι δραστηριότητες που σχεδιάσαμε αποσκοπούν στην κινητοποίηση των μαθητών αλλά και τη δημιουργία κατάλληλων ευκαιριών για εμπλοκή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία, για προβληματισμό και συζήτηση μεταξύ τους. Σύμφωνα με τη θεωρία vanHiele, έχουμε αποτελεσματική μάθηση όταν οι μαθητές βιώνουν ενεργά τα αντικείμενα μελέτης και συμμετέχουν ενεργά σε συζήτηση και προβληματισμό (Mason, 2002).

Μοιράσαμε στους μαθητές της πειραματικής ομάδας τα φύλλα εργασιών (Παράρτημα IV) και από μια ταμπλέτα ανά δύο μαθητές. Τους εξηγήσαμε ότι εκτός από το Βιβλίο Μαθητή και το Τετράδιο Εργασιών θα χρησιμοποιήσουμε το φύλλο εργασιών, το οποίο θα μας κατευθύνει στο συγκεκριμένο μάθημα και θα το χρησιμοποιήσουμε για να ενεργοποιούμε τις αντίστοιχες δραστηριότητες Ε.Π. μέσω της ταμπλέτας. Επίσης, παρουσιάσαμε ένα παράδειγμα ενεργοποίησης εφαρμογής Ε.Π. στους μαθητές για να δουν πώς λειτουργεί.



(α)



(β)

Εικόνα 4.1. Οι μαθητές κατά τη διάρκεια δραστηριότητας στο φύλλο εργασιών (α), την ταμπλέτα και το σχολικό βιβλίο (β).

### Επίπεδο 1 (1 διδακτική ώρα)

➤ 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα - Αφόρμηση

Χρονική διάρκεια: 15 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να κεντρίσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών.

Να αναγνωρίζουν τα αναπτύγματα του κύβου, του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, της τριγωνικής και τετραγωνικής πυραμίδας, του κώνου και του κυλίνδρου.

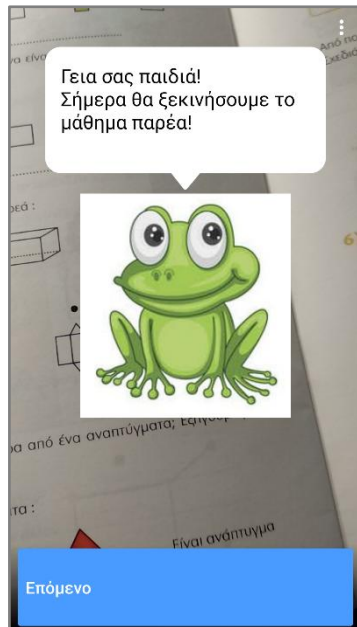
Να χρησιμοποιούν σωστά τον όρο ανάπτυγμα.

Να ασκηθούν στη νοητική αναπαράσταση ενός δισδιάστατου σχήματος στον τρισδιάστατο χώρο και αντίστροφα.

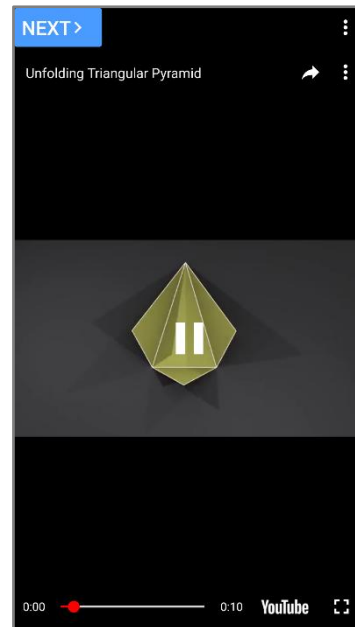
Ζητάμε από τους μαθητές να ενεργοποιήσουν την πρώτη [δραστηριότητα](https://mtvrs.io/HeartyJampackedYapok)<sup>1</sup> μέσω της εφαρμογής Ε.Π.. Η αφόρμηση ξεκινάει με ένα βραχάκι που ενημερώνει τους μαθητές ότι θα κάνουν παρέα το μάθημα (Εικόνα 4.2α) και τους παρουσιάζει τρία ολιγόλεπτα βίντεο σχετικά με το θέμα του μαθήματος (Εικόνα 4.2β). Στη συνέχεια, τους ρωτάει αν κατάλαβαν ποιο είναι το θέμα του μαθήματος και τους ζητάει να πληκτρολογήσουν τη λέξη που λείπει (Εικόνα 4.3α). Το ενδιαφέρον των μαθητών κινητοποιείται και προσπαθούν να βρουν τη σωστή λέξη. Στο σημείο αυτό προκαλούμε συζήτηση στην τάξη με σκοπό να βρούμε το θέμα του μαθήματος ώστε να πληκτρολογήσουν οι μαθητές τη σωστή λέξη και να

<sup>1</sup><https://mtvrs.io/HeartyJampackedYapok>

ολοκληρώσουν τη δραστηριότητα. Εξηγούμε ότι όταν ξεδιπλώσουμε τις έδρες ενός στερεού, ενός τρισδιάστατου, δηλαδή, σώματος, αυτό αναπτύσσεται στο χώρο σχηματίζοντας ένα επίπεδο σχήμα δύο διαστάσεων και βοηθάμε τους μαθητές να καταλήξουν στον όρο *ανάπτυγμα*. Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται με τη συμπλήρωση της λέξης «ανάπτυγματα» (Εικόνα 4.3β).

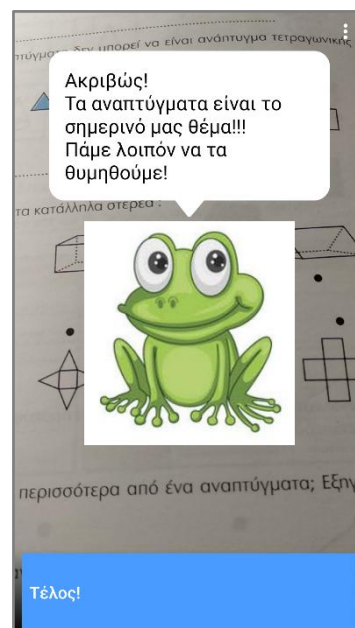


(α)



(β)

Εικόνα 4.2. Η αφόρμηση ξεκινάει με ένα βατραχάκι που ενημερώνει τους μαθητές ότι θα κάνουν παρέα το μάθημα (α) και ακολουθούν ολιγόλεπτα βίντεο σχετικά με το θέμα του μαθήματος(β).



(α)

(β)

Εικόνα 4.3. Το βατραχάκι ζητάει από τους μαθητές να πληκτρολογήσουν το θέμα του μαθήματος (α) και με τη συμπλήρωση της λέξης «αναπτύγματα» η δραστηριότητα ολοκληρώνεται (β).

Τέλος, παρουσιάζουμε στους μαθητές συνηθισμένα στερεά που έχουμε φτιάξει σε μεγάλο μέγεθος (τριγωνική και τετραγωνική πυραμίδα, κύβο, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, κύλινδρο και κώνο) και τους αφήνουμε να τα επεξεργαστούν και να τα «ξεδιπλώσουν» στα αναπτύγματά τους. Παρατηρούμε το ανάπτυγμα κάθε στερεού και ζητάμε από τους μαθητές να τα περιγράψουν ενώ τους παροτρύνουμε να χρησιμοποιούν τις λέξεις τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, κύκλος, τετραγωνική πυραμίδα, κύβος, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, κώνος, κύλινδρος και ανάπτυγμα. Παράλληλα σημειώνουμε αυτούς τους όρους στον πίνακα ως σημείο αναφοράς και τοποθετούμε τα αναπτύγματα σε εμφανές σημείο μέσα στην τάξη.

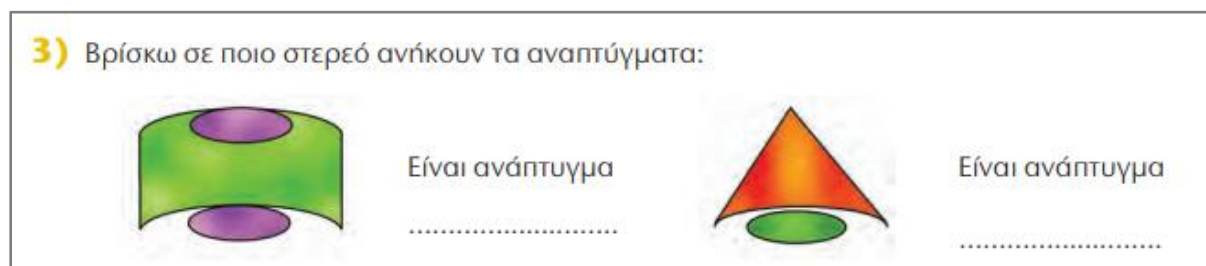
### ➤ 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 10 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να συσχετίσουν τα στερεά σώματα με το ανάπτυσμά τους.

Να αναγνωρίζουν στερεά σώματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής.

Ζητάμε από τους μαθητές να συμπληρώσουν την άσκηση 3 στη σελίδα 34 (Εικόνα 4.4) του Τετραδίου Εργασιών (Βαμβακούση, Καργιωτάκης, Μπομποτίνου, & Σαΐτης, 2006γ).

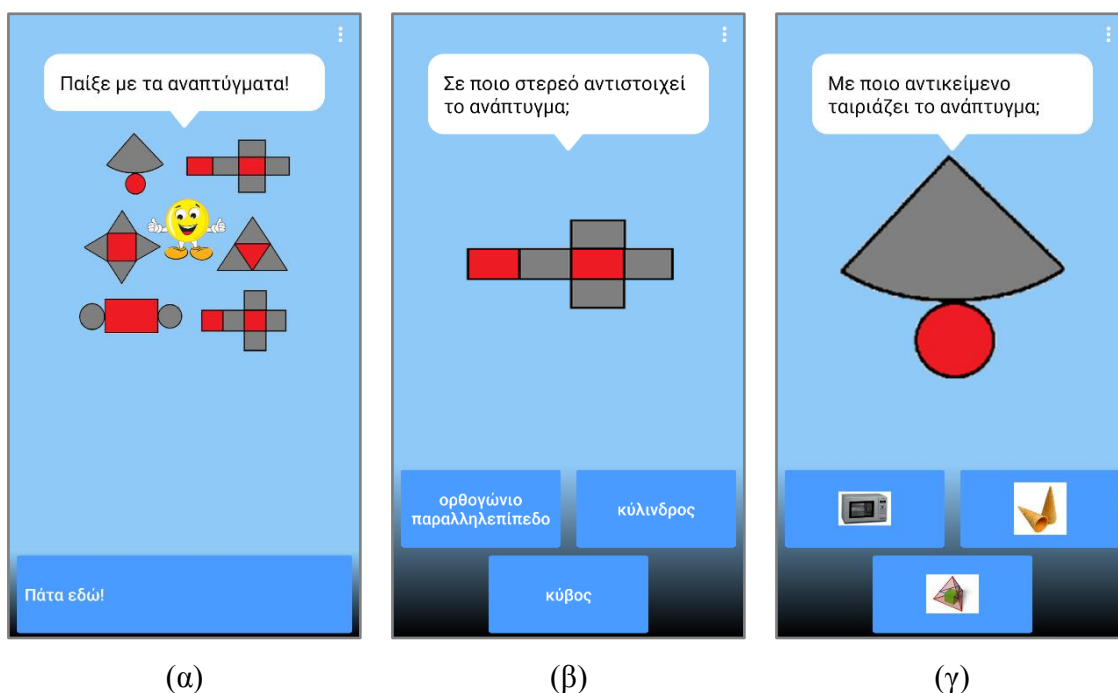


Εικόνα 4.4. Άσκηση 3 στη σελίδα 34 του Τετραδίου Εργασιών της Δ' Δημοτικού.

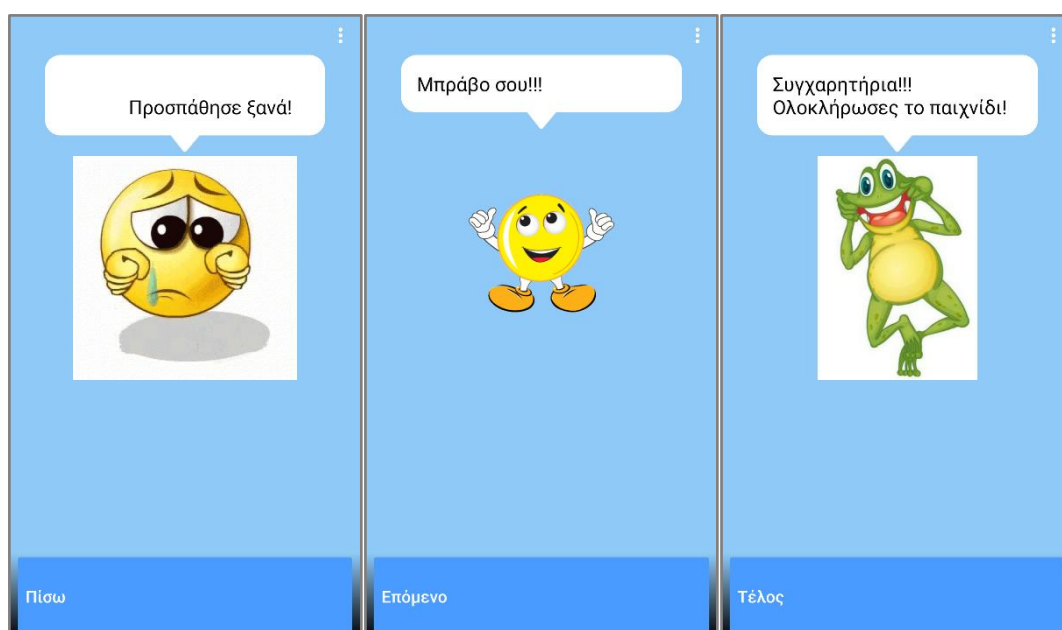
Στη συνέχεια, ενεργοποιούμε μέσω της εφαρμογής Ε.Π. τη δεύτερη [δραστηριότητα](#)<sup>2</sup> και παίζουμε με τα αναπτύγματα των στερεών σωμάτων (Εικόνα 4.5α), όπου οι μαθητές αρχικά παρατηρούν το ανάπτυγμα που εμφανίζεται και επιλέγουν σε ποιο στερεό αντιστοιχεί (Εικόνα 4.5β) ενώ στη συνέχεια επιλέγουν ποιο από τα πραγματικά αντικείμενα

<sup>2</sup><https://mtvrs.io/WellinformedRadiantHoverfly>

ταιριάζει με το ανάπτυγμα (Εικόνα4.5γ). Για κάθε λανθασμένη απάντηση δίνεται η δυνατότητα ο μαθητής να προσπαθήσει ξανά (Εικόνα4.6α) και για κάθε σωστή απάντηση εμφανίζεται επιβράβευση (Εικόνα4.6β). Με τη σωστή απάντηση όλων των ερωτήσεων εμφανίζεται επιβράβευση και τελειώνει το παιχνίδι (Εικόνα4.6γ).



Εικόνα 4.5. Η εφαρμογή ΕΠ «Παίξε με τα αναπτύγματα!» (α), όπου οι μαθητές αρχικά παρατηρούν το ανάπτυγμα που εμφανίζεται και επιλέγουν σε ποιο στερεό αντιστοιχεί (β) και στη συνέχεια επιλέγουν ποιο από τα πραγματικά αντικείμενα ταιριάζει με το ανάπτυγμα (γ).



(α)

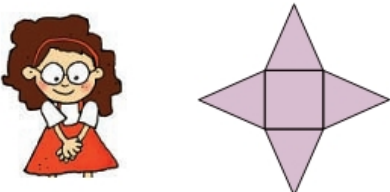
(β)

(γ)

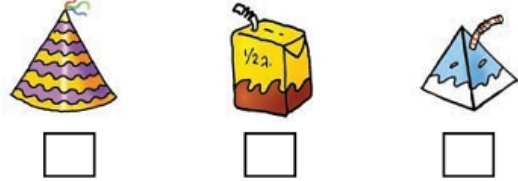
Εικόνα 4.6. Για κάθε λανθασμένη απάντηση δίνεται η δυνατότητα ο μαθητής να προσπαθήσει ξανά (α) και για κάθε σωστή απάντηση εμφανίζεται επιβράβευση (β). Με τη σωστή απάντηση όλων των ερωτήσεων εμφανίζεται επιβράβευση και τελειώνει το παιχνίδι (γ).


Τέλος, ζητάμε από τους μαθητές να συμπληρώσουν την άσκηση 1 (Εικόνα4.7)στη σελίδα 132 του Βιβλίου Μαθητή(Βαμβακούση, Καργιωτάκης, Μπομποτίνου, & Σαΐτης, 2006β).

1) Η Στέλλα σχεδίασε και έκοψε αυτό το ανάπτυγμα με παρόμοιο τρόπο.



• Ποιο αντικείμενο μπορεί να καλύψει το ανάπτυγμα που έφτιαξε η Στέλλα; Παρατηρώ και βάζω ✓ :



• Το  είναι ανάπτυγμα της .....

Εικόνα 4.7. Άσκηση 1 στη σελίδα 132 του Βιβλίου Μαθητή της Δ' Δημοτικού.

### ➤ 3<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 10 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να διαπιστώσουν τις ποικίλες μορφές των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων.

Να ασκηθούν στη νοητική αναπαράσταση ενός δισδιάστατου σχήματος στον τρισδιάστατο χώρο και αντίστροφα.

Ζητάμε από τους μαθητές να συμπληρώσουν την άσκηση 2 στη σελίδα 34(Εικόνα4.8)του Τετραδίου Εργασιών(Βαμβακούση κ.ά., 2006γ).

Συνεχίζουμε επαυξάνοντας την άσκηση με ενεργοποίηση της επόμενης [δραστηριότητας](https://mtvrs.io/FamiliarSecretCero)<sup>3</sup> Ε.Π. (Εικόνα4.9α), όπου οι μαθητές επιλέγουν με ποιο στερεό θέλουν να παίξουν (Εικόνα4.9β), επεξεργάζονται τις διαφορετικές μορφές αναπτυγμάτων του, διαπιστώνουν ότι ένα στερεό μπορεί να έχει περισσότερα από ένα διαφορετικά αναπτύγματα και προσπαθούν να βρουν ποιο ανάπτυγμα δεν είναι σωστό (Εικόνα4.9γ).

<sup>3</sup><https://mtvrs.io/FamiliarSecretCero>

Για κάθε λάθος απάντηση δίνεται στο μαθητή η επιλογή να προσπαθήσει ξανά (Εικόνα4.10α) ενώ για κάθε σωστή απάντηση εμφανίζεται επιβράβευση (Εικόνα4.10β) και ο μαθητής συλλέγει το αντίστοιχο στερεό (Εικόνα4.10γ).

**2) Αντιστοιχίζω τα αναπτύγματα με τα κατάλληλα στερεά:**

• Μπορεί ένα στερεό να έχει περισσότερα από ένα αναπτύγματα; Εξηγούμε με παραδείγματα.

Εικόνα4.8. Άσκηση 2 στη σελίδα 34 του Τετραδίου Εργασιών της Δ' Δημοτικού.

(α)

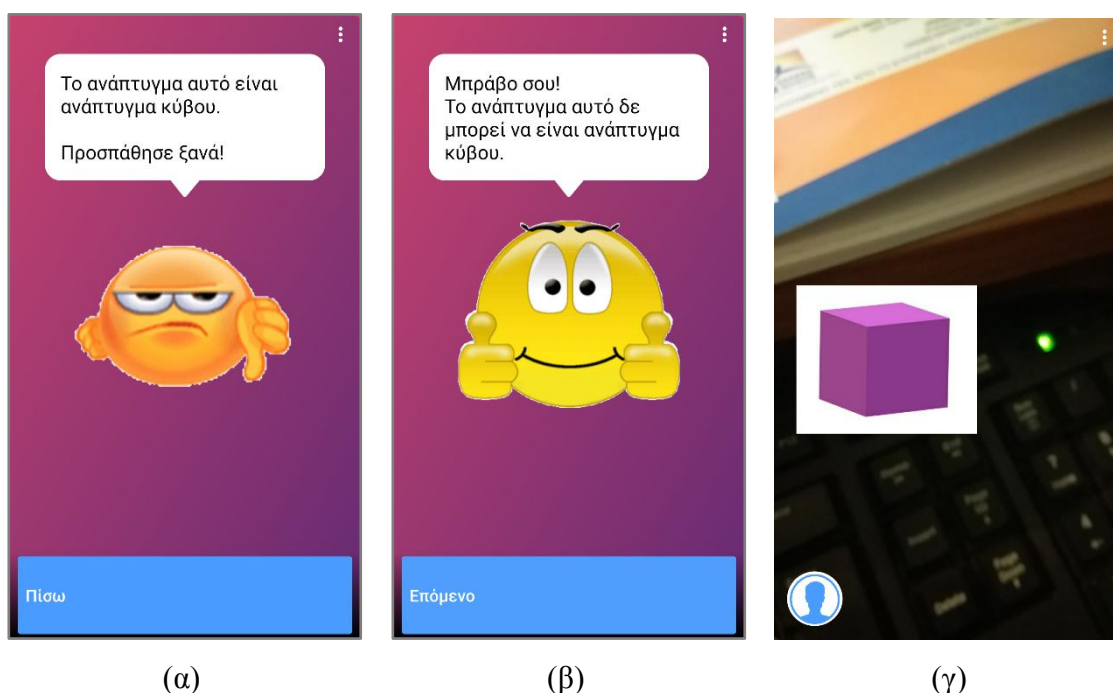
(β)

(γ)

Εικόνα 4.9. Η δραστηριότητα Ε.Π. «Βρες τα λάθος αναπτύγματα» (α), όπου οι μαθητές επιλέγουν με ποιο στερεό θέλουν να παίξουν (β), επεξεργάζονται τις διαφορετικές μορφές



αναπτυγμάτων του, διαπιστώνουν ότι ένα στερεό μπορεί να έχει περισσότερα από ένα διαφορετικά αναπτύγματα και προσπαθούν να βρουν ποιο ανάπτυγμα δεν είναι σωστό (γ).



Εικόνα 4.10. Για κάθε λάθος απάντηση δίνεται στο μαθητή η επιλογή να προσπαθήσει ξανά (α) ενώ για κάθε σωστή απάντηση εμφανίζεται επιβράβευση (β) και ο μαθητής συλλέγει το αντίστοιχο στερεό (γ).

Για να ολοκληρωθεί η δραστηριότητα, ο μαθητής πρέπει να παίξει με όλα τα στερεά, να τα συλλέξει και να πατήσει την επιλογή «Ολοκλήρωσα το παιχνίδι!». Αν τα έχει συλλέξει όλα εμφανίζεται η αντίστοιχη επιβράβευση (Εικόνα4.11α). Διαφορετικά, εμφανίζεται το μήνυμα ότι δεν έχει συλλέξει ακόμη όλους τους πόντους ώστε να ολοκληρώσει το παιχνίδι (Εικόνα4.11β) και οδηγείται πίσω στο βασικό μενού.



Εικόνα 4.11. Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται όταν ο μαθητής έχει παίξει με όλα τα στερεά (α). Αν δεν έχει παίξει με όλα τα στερεά, εμφανίζεται το μήνυμα ότι δεν έχει συλλέξει ακόμη όλους τους πόντους ώστε να ολοκληρώσει το παιχνίδι (β).

#### ➤ 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 10 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να σχεδιάζουν σωστά το ανάπτυγμα του κύβου και του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου.

Να διαπιστώσουν τις ποικίλες μορφές των αναπτυγμάτων του κύβου και του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου.

Να συνειδητοποιήσουν τις διαφορές και ομοιότητες που υπάρχουν ανάμεσα στα αναπτύγματα κάθε στερεού.

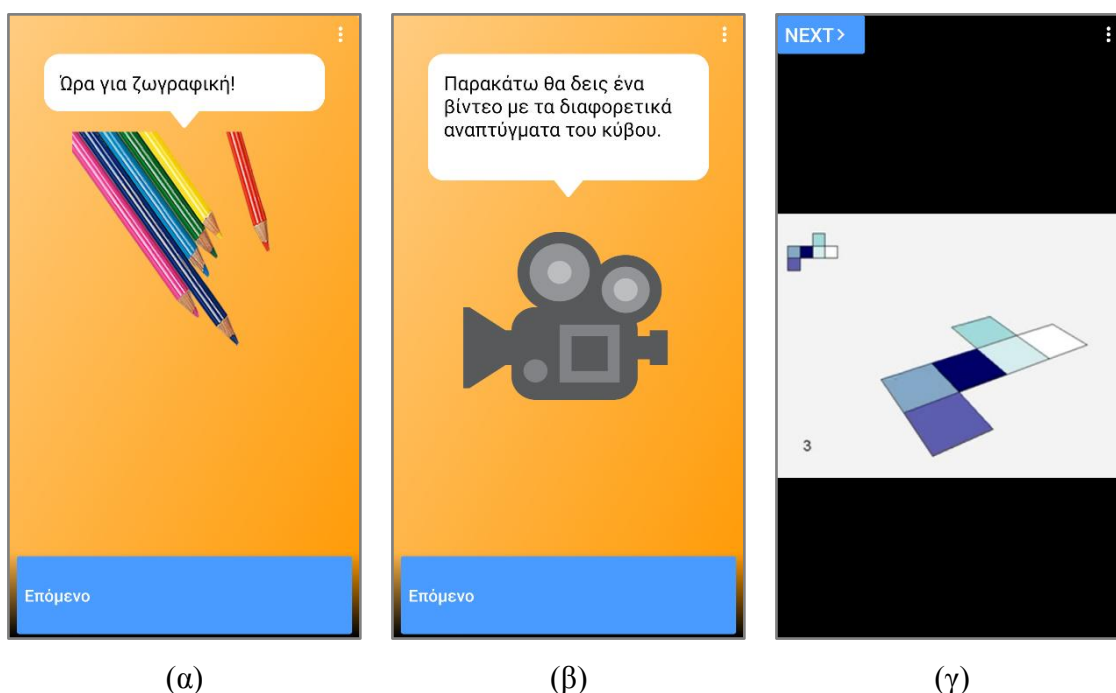
Να ασκηθούν στη νοητική αναπαράσταση ενός δισδιάστατου σχήματος στον τρισδιάστατο χώρο.

Οι μαθητές ενεργοποιούν μέσω της εφαρμογής ΕΠ την τέταρτη δραστηριότητα, η οποία αποτελείται από δύο μέρη, ένα για τα διαφορετικά αναπτύγματα του κύβου<sup>4</sup> (Εικόνα 4.12α) και ένα για τα διαφορετικά αναπτύγματα του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου<sup>5</sup>.

<sup>4</sup><https://mtvrs.io/FrontGregariousAlabamamapturtle>

<sup>5</sup><https://mtvrs.io/MediumpurpleThoughtfulConey>

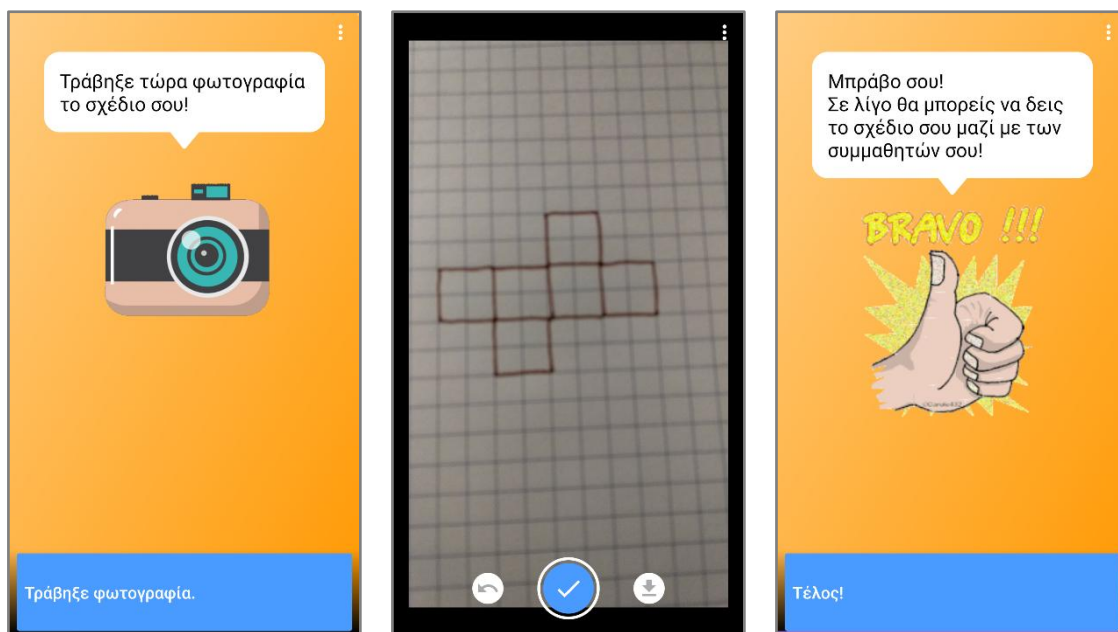
Στο πρώτο μέρος, οι μαθητές καλούνται να παρακολουθήσουν ένα ολιγόλεπτο βίντεο με τα αναπτύγματα του κύβου (Εικόνα4.12β)και να επιλέξουν ένα ανάπτυγμα (Εικόνα 4.12γ)και να το ζωγραφίσουν στον ειδικό χώρο του φύλλου εργασιών.



Εικόνα4.12. Εφαρμογή ΕΠ για τα αναπτύγματα του κύβου (α), όπου οι μαθητές καλούνται να παρακολουθήσουν ένα ολιγόλεπτο βίντεο με τα διαφορετικά αναπτύγματά του (β) και να επιλέξουν ένα ανάπτυγμα για να το ζωγραφίσουν στον ειδικό χώρο του φύλλου εργασιών (γ).

Στη συνέχεια, καλούνται να φωτογραφίσουν το ανάπτυγμα που σχεδίασαν (Εικόνα4.13α) και να ανεβάσουν τη φωτογραφία στον ψηφιακό τοίχο της εφαρμογής που έχουμε δημιουργήσει (Εικόνα4.13β).Ηδραστηριότητα τελειώνει με ένα μήνυμα επιβράβευσης για την ολοκλήρωσή της από τους μαθητές (Εικόνα 4.13γ).

Τέλος, παρουσιάζουμε με τη βοήθεια του προτζέκτορα τον ψηφιακό τοίχο με τα σχέδια των μαθητών και παρατηρούμε αν όλα τα αναπτύγματα είναι σωστά (Εικόνα 4.14).

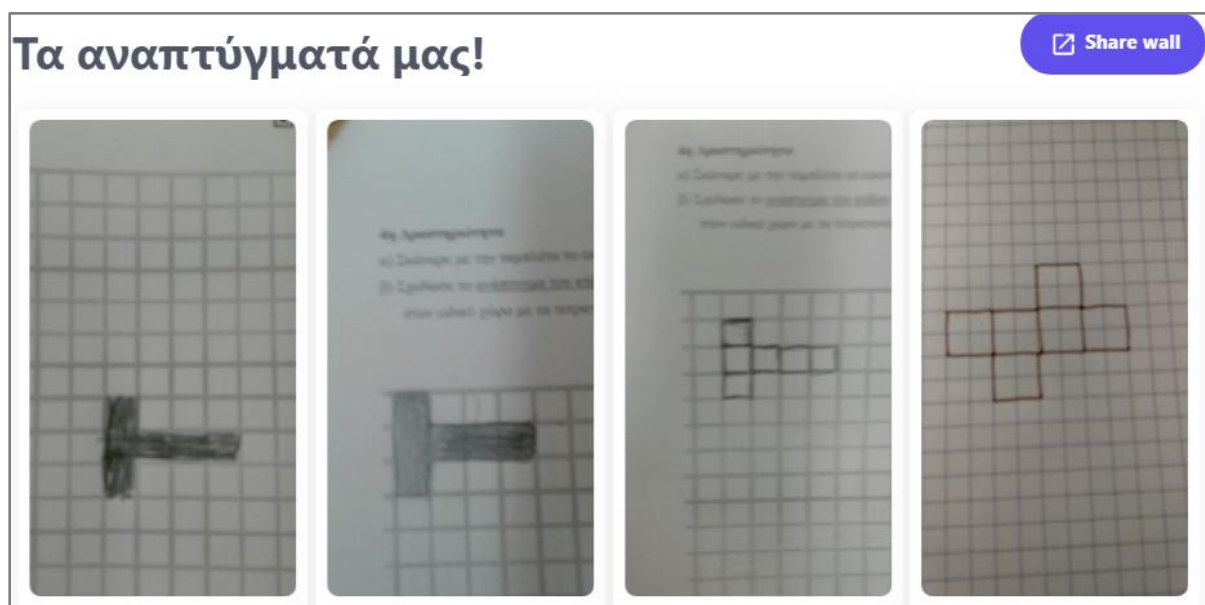


(α)

(β)

(γ)

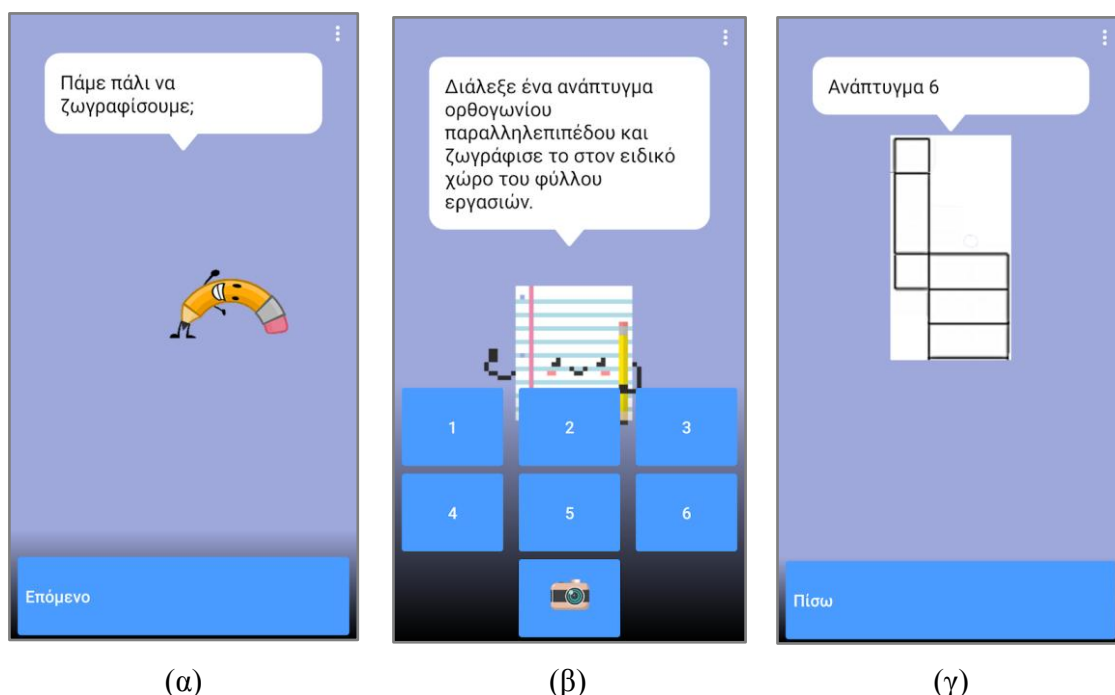
Εικόνα4.13. Οι μαθητές καλούνται να φωτογραφίσουν το ανάπτυγμα που σχεδίασαν (α) και να ανεβάσουν τη φωτογραφία στον ψηφιακό τοίχο της εφαρμογής (β). Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται με ένα μήνυμα επιβράβευσης (γ).



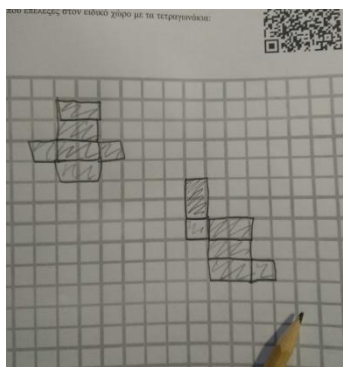
Εικόνα4.14. Μερικά από τα αναπτύγματα για τον κύβο που σχεδίασαν και ανέβασαν στον ψηφιακό τοίχο οι μαθητές.

Το δεύτερο μέρος της δραστηριότητας αφορά στα αναπτύγματα του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου και εξελίσσεται με παρόμοιο τρόπο. Οι μαθητές ενεργοποιούν την

εφαρμογή Ε.Π. (Εικόνα 4.15α) και τους δίνεται η οδηγία να δουν τα διαφορετικά αναπτύγματα του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που κρύβονται πίσω από τα νούμερα 1-6 (Εικόνα 4.15β και 4.15γ) και να επιλέξουν ένα από αυτά για να το ζωγραφίσουν στον ειδικό χώρο του φύλλου εργασιών (Εικόνα 4.16). Στη συνέχεια, καλούνται να φωτογραφήσουν το ανάπτυγμα που σχεδίασαν και να ανεβάσουν τη φωτογραφία στον ψηφιακό τοίχο της εφαρμογής που έχουμε δημιουργήσει (Εικόνα 4.17). Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται με ένα μήνυμα επιβράβευσης και παρουσιάζουμε με τη βοήθεια του προτζέκτορα τον ψηφιακό τοίχο με τα σχέδια των μαθητών ώστε να παρατηρήσουμε αν όλα τα αναπτύγματα είναι σωστά.



Εικόνα 4.15. Εφαρμογή ΕΠ για τα αναπτύγματα του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου (α), όπου οι μαθητές καλούνται να δουν τα διαφορετικά αναπτύγματα του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που κρύβονται πίσω από τα νούμερα 1-6 (β) και να επιλέξουν ένα ανάπτυγμα για να το ζωγραφίσουν στον ειδικό χώρο του φύλλου εργασιών (γ).



Εικόνα 4.16. Αναπτύγματα για το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που σχεδίασαν οι μαθητές στο φύλλο εργασιών.



Εικόνα 4.17. Μερικά από τα αναπτύγματα για το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που σχεδίασαν και ανέβασαν στον ψηφιακό τοίχο οι μαθητές.

## Επίπεδο 2 (2 διδακτικές ώρες)

### ➤ 1<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 30 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να περιγράψουν με άνεση τα αναπτύγματα και τα στοιχεία τους

Να καταλαβαίνουν από την περιγραφή για ποιο ανάπτυγμα πρόκειται.

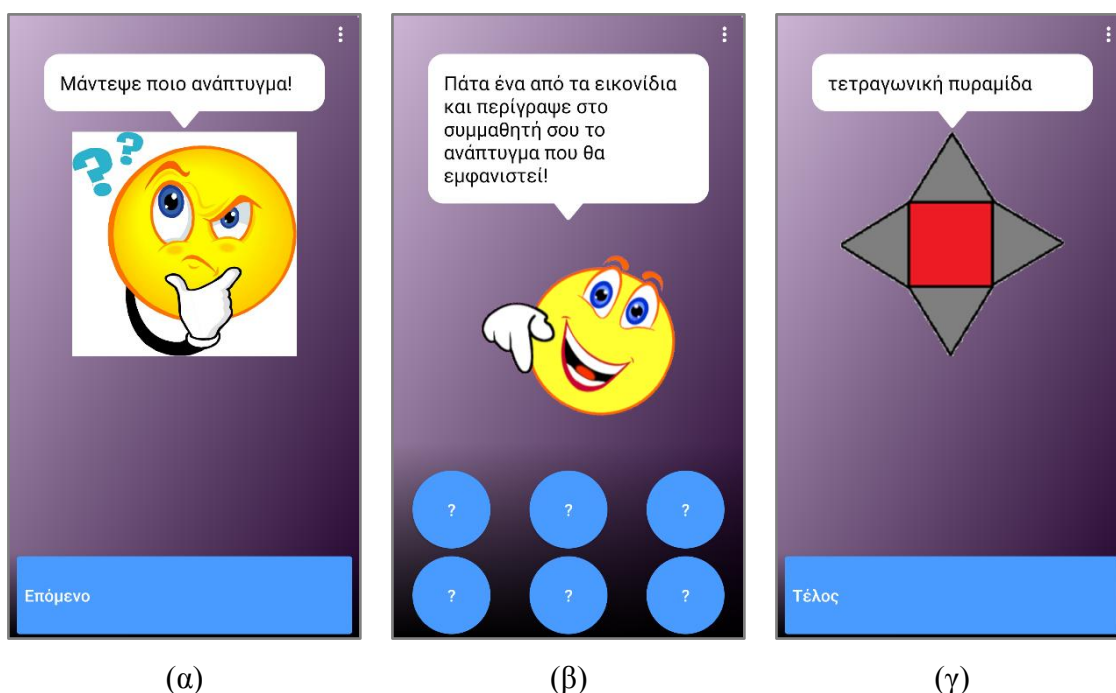
Να χρησιμοποιούν σωστά τους όρους: έδρα, ακμή, βάση, κορυφή, ανάπτυγμα.

Παρουσιάζουμε στους μαθητές συνηθισμένα στερεά σώματα που έχουμε φτιάξει σε μεγάλο μέγεθος, τους αφήνουμε να τα επεξεργαστούν και τους ζητάμε να τα «ξεδιπλώσουν» στα αναπτύγματά τους. Παρατηρούμε τα αναπτύγματα, συζητάμε για τα στοιχεία τους και τα σχήματα των εδρών που τα αποτελούν. Βοηθάμε τους μαθητές να εντοπίσουν ποιες ακμές ενώνονται όταν το δισδιάστατο ανάπτυγμα μετατρέπεται σε τρισδιάστατο στερεό.

Στη συνέχεια, παίζουμε ένα παιχνίδι μαντέματος. Ένας μαθητής ενεργοποιεί με την εφαρμογή Ε.Π. την πρώτη [δραστηριότητα](#)<sup>6</sup> (Εικόνα 4.18α), επιλέγει τυχαία ένα εικονίδιο (Εικόνα 4.18β) και περιγράφει στους υπόλοιπους το ανάπτυγμα που εμφανίζεται

<sup>6</sup><https://mtvrs.io/PreviousInfiniteCrocodile>

(Εικόνα4.18γ). Παροτρύνουμε τους μαθητές που περιγράφουν να χρησιμοποιούν τους όρους έδρα, ακμή, βάση, κορυφή, ανάπτυγμα. Ο μαθητής που θα βρει ποιο ανάπτυγμα είναι συνεχίζει το παιχνίδι ενεργοποιώντας με τη σειρά του τη δραστηριότητα.



Εικόνα4.18. Δραστηριότητα μαντέματος με ΕΠ (α). Ο μαθητής που ενεργοποιεί την εφαρμογή επιλέγει τυχαία ένα εικονίδιο (β) και περιγράφει στους υπόλοιπους το ανάπτυγμα που εμφανίζεται (γ).

### ➤ 2<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 15 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να κατανοήσουν ότι τα αναπτύγματα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες ομάδες με βάση τα στοιχεία τους.

Να αναγνωρίζουν γεωμετρικές ιδιότητες σε πραγματικά αντικείμενα.

Συμπληρώνουμε με τους μαθητές τον Πίνακα 4.2 που βρίσκεται στο φύλλο εργασιών (Παράρτημα IV). Ζητάμε από τους μαθητές να τον επεξεργαστούν και να προτείνουν σε ποιες ομάδες θα μπορούσαμε να ομαδοποιήσουμε τα αναπτύγματα με βάση τα στοιχεία τους.

Ανάπτυγμα στερεού	Βάσεις	Έδρες	Κορυφές	Ακμές	Σχήματα	Πραγματικό αντικείμενο

Πίνακας4.2. Πίνακας που βρίσκεται στο φύλλο εργασιών για την ομαδοποίηση των αναπτυγμάτων με βάση τα στοιχεία τους

➤ 3<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 15 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να συσχετίσουν τα στοιχεία των στερεών σωμάτων με τα στοιχεία των αναπτυγμάτων τους.

Ζητάμε από τους μαθητές να συμπληρώσουν την άσκηση 4 (Εικόνα4.19)του Τετραδίου Εργασιών(Βαμβακούση κ.ά., 2006γ).

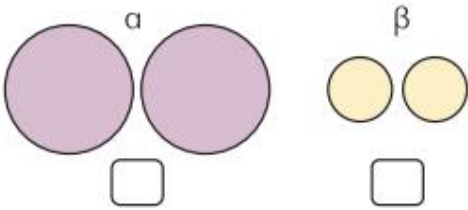
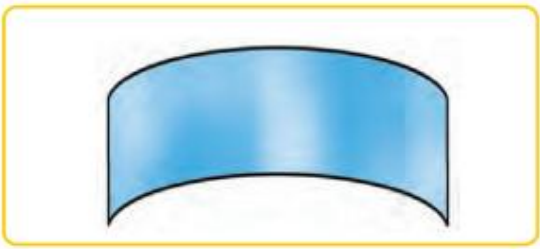
Στη συνέχεια, οι μαθητές επαυξάνουν την παραπάνω άσκηση ενεργοποιώνταςτη [δραστηριότητα](https://mtvrs.io/AnySuspiciousHarborseal)<sup>7</sup> Ε.Π. Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται απαντήσουν σωστά σε έξι ερωτήσεις για να κερδίσουν ένα βραβείο (Εικόνα4.20α). Θα πρέπει να παρατηρήσουν προσεχτικά το ανάπτυγμα που εμφανίζεται (Εικόνα 4.20β)για να επιλέξουν σε ποιο από τα δύο στερεά που εμφανίζονται στη συνέχεια αντιστοιχεί (Εικόνα4.21). Για κάθε λάθος ή σωστή απάντηση δίνεται η αντίστοιχη ανατροφοδότηση (Εικόνα4.22).

<sup>7</sup><https://mtvrs.io/AnySuspiciousHarborseal>



Με τη σωστή απάντηση όλων των ερωτήσεων εμφανίζεται επιβράβευση (Εικόνα 4.23α) και κερδίζουν το βραβείο (Εικόνα 4.23β) ενώ αν δεν απαντήσουν σωστά όλες τις ερωτήσεις εμφανίζεται το αντίστοιχο μήνυμα (Εικόνα 4.23γ).

4) Με ποιο από τα δύο ζευγάρια (α ή β) θα συμπληρωθεί το **ανάπτυγμα του κυλίνδρου**; Σημειώνω με ✓ :



Εικόνα 4.19. Άσκηση 4 του Τετραδίου Εργασιών της Δ' Δημοτικού.

Απάντησε σωστά σε 6 ερωτήσεις για να κερδίσεις ένα βραβείο. Κάθε σωστή απάντηση σου δίνει 1 πόντο!



Εκίνα το παιχνίδι

(α)

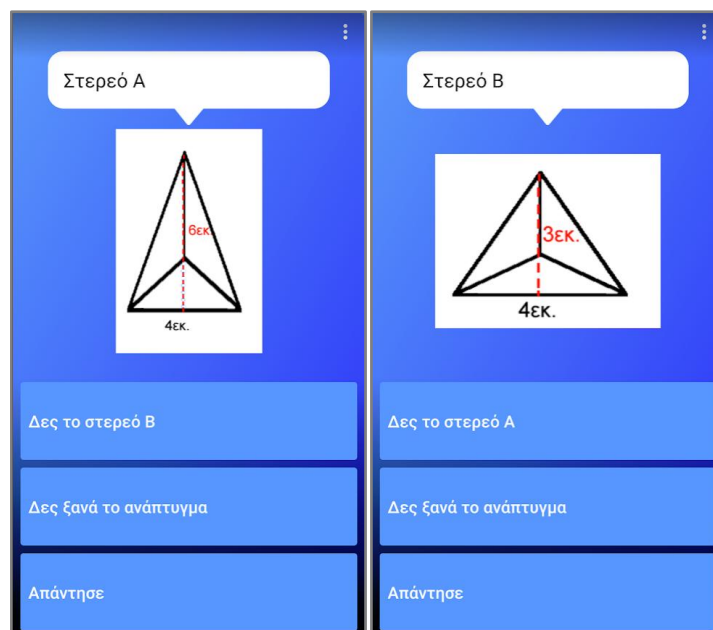
Παρατήρησε προσεκτικά το ανάπτυγμα για να βρεις σε ποια από τις τριγωνικές πυραμίδες αντιστοιχεί.



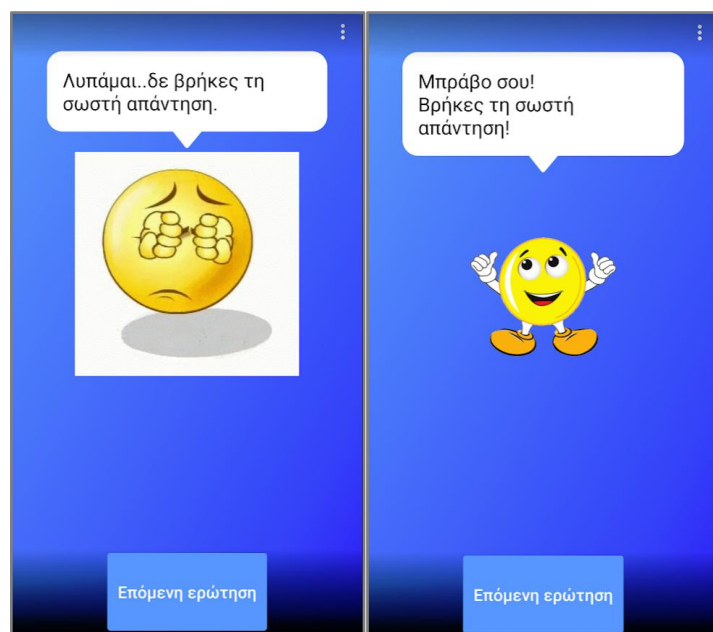
Δες τα στερεά

(β)

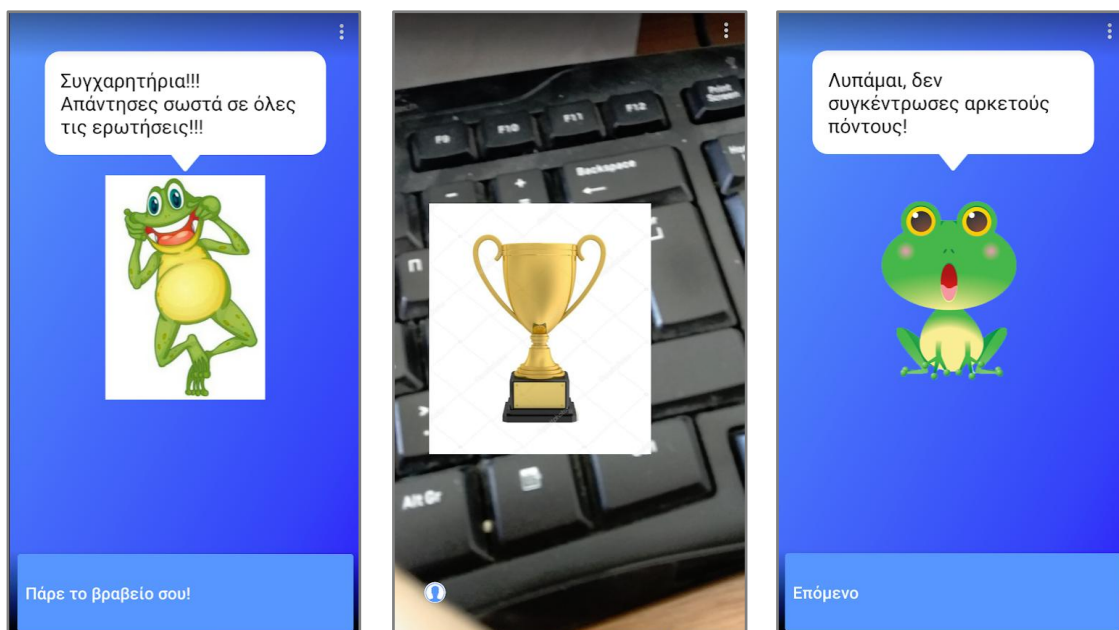
Εικόνα 4.20. Δραστηριότητα Ε.Π. όπου οι μαθητές καλούνται απαντήσουν σωστά σε έξι ερωτήσεις για να κερδίσουν ένα βραβείο (α) και πρέπει να παρατηρήσουν προσεκτικά το ανάπτυγμα που εμφανίζεται για να επιλέξουν σε ποιο από τα δύο στερεά που εμφανίζονται στη συνέχεια αντιστοιχεί (β).



Εικόνα 4.21. Οι μαθητές καλούνται να επιλέξουν ένα από τα δύο στερεά που εμφανίζονται.



Εικόνα 4.22. Για κάθε λάθος ή σωστή απάντηση δίνεται η αντίστοιχη ανατροφοδότηση.



(α)

(β)

(γ)

Εικόνα 4.23. Με τη σωστή απάντηση όλων των ερωτήσεων από τους μαθητές εμφανίζεται επιβράβευση (α) και κερδίζουν το βραβείο (β) ενώ αν δεν απαντήσουν σωστά σε όλες τις ερωτήσεις εμφανίζεται το αντίστοιχο μήνυμα (γ).

#### ➤ 4<sup>η</sup> Δραστηριότητα

Χρονική διάρκεια: 30 λεπτά της ώρας.

Στόχοι: Να κατασκευάσουν στερεά σώματα από τα αναπτύγματα τους.

Να αναπαραστήσουν πραγματικά αντικείμενα με τις κατασκευές τους.

Ζητάμε από τους μαθητές να κόψουν ένα ή περισσότερα από τα αναπτύγματα που βρίσκονται στο τέλος του φύλλου εργασιών, να κατασκευάσουν τα στερεά και να τα συνδυάσουν ώστε να αναπαραστήσουν ένα πραγματικό αντικείμενο, όπως για παράδειγμα ένα σπίτι.

### **4.6. Σχεδιασμός και ανάπτυξη εκπαιδευτικού υλικού Ε.Π.**

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφουμε την εφαρμογή Metaverse και το εκπαιδευτικό υλικό Ε.Π. που σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε για την παρούσα διδακτική παρέμβαση. Για την εφαρμογή της τεχνολογίας της Ε.Π. ήταν απαραίτητος ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του κατάλληλου ψηφιακού και έντυπου υλικού.

#### 4.6.1. Metaverse

Η εφαρμογή *Metaverse* αποτελεί μια εφαρμογή δημιουργίας υλικού Ε.Π., η οποία διατίθεται ελεύθερα και αποτελείται από την πλατφόρμα σχεδιασμού για ηλεκτρονικό υπολογιστή *MetaverseStudio*<sup>8</sup> (Εικόνα 4.24α) και την εφαρμογή *Metaverse*<sup>9</sup> για κινητές συσκευές (Εικόνα 4.24β) με λειτουργικό σύστημα Android ή iOS μέσω των ηλεκτρονικών καταστημάτων GooglePlay και AppStore.

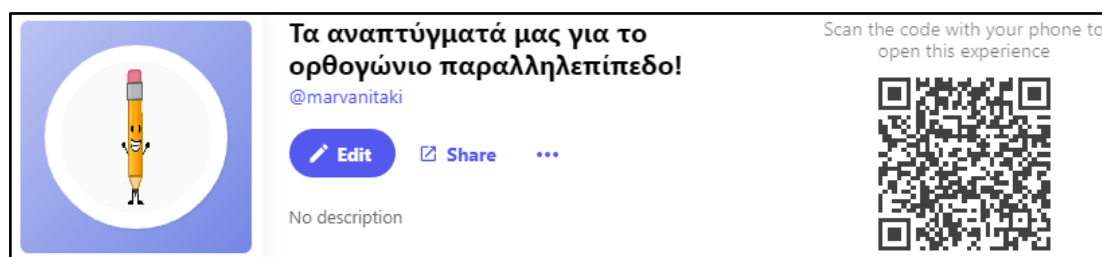
Η εφαρμογή *Metaverse* χρησιμοποιεί την κάμερα της φορητής συσκευής για να αναγνωρίσει εικόνες γραμμωτού κώδικα (κώδικα QR), οι οποίες ενεργοποιούν τις ψηφιακές δραστηριότητες που αποκαλούνται *εμπειρίες* (experiences) (Εικόνα 4.25). Αυτή η τεχνολογία Ε.Π. βασίζεται στη χρήση σηματοδότη (marker-based), όπως αναλύσαμε στο Κεφάλαιο 2.3.1.



(α)

(β)

Εικόνα 4.24. Εικονίδιο από την πλατφόρμα σχεδιασμού *Metaverse Studio* για ηλεκτρονικό υπολογιστή (α) και εικονίδιο για κινητές συσκευές με λειτουργικό σύστημα Android (β).



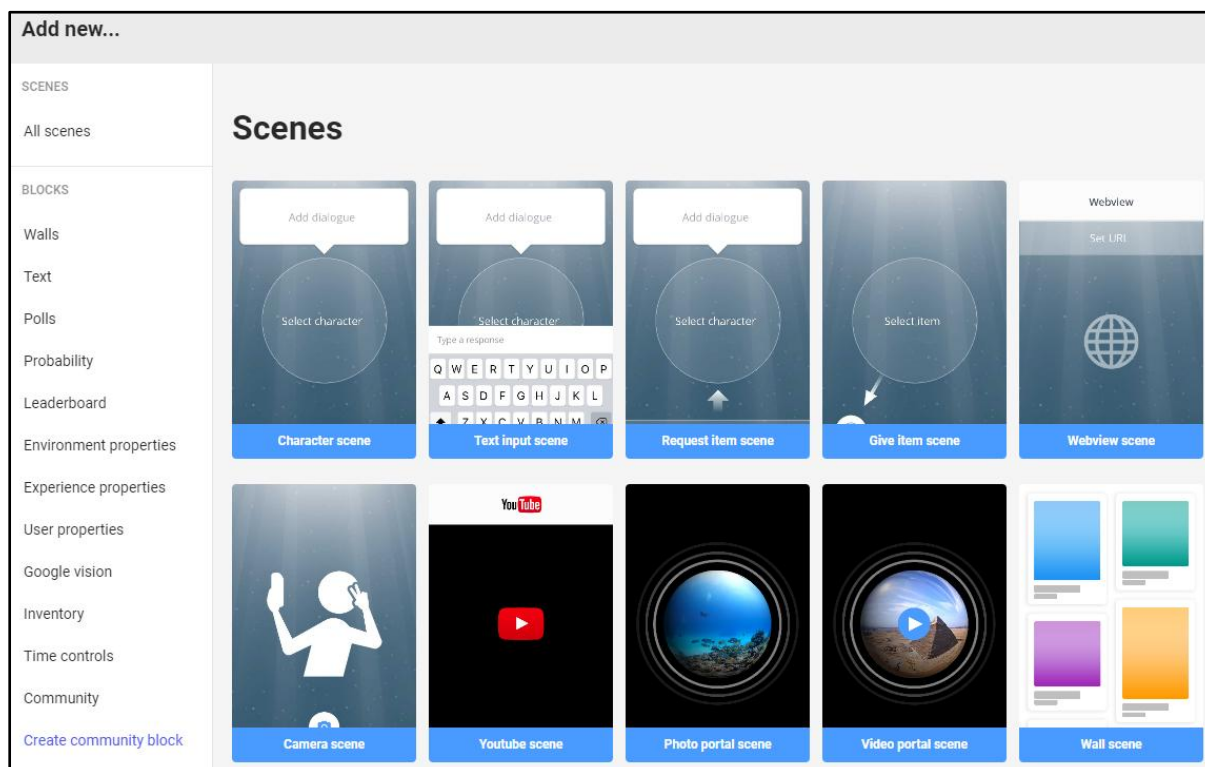
Εικόνα 4.25. Η δραστηριότητα Ε.Π. όπως εμφανίζεται στην πλατφόρμα σχεδιασμού *Metaverse Studio*.

Η εφαρμογή δίνει πολλές δυνατότητες στο χρήστη να κατασκευάσει τις δικές του *εμπειρίες*, οι οποίες μπορούν να περιλαμβάνουν είτε *σκηνές* (scenes) είτε *μονάδες* (blocks) από *ψηφιακούς τοίχους* (walls), *ψηφοφορίες* (polls) και άλλα (Εικόνα 4.26). Στις *σκηνές* ο

<sup>8</sup><https://studio.gometa.io>

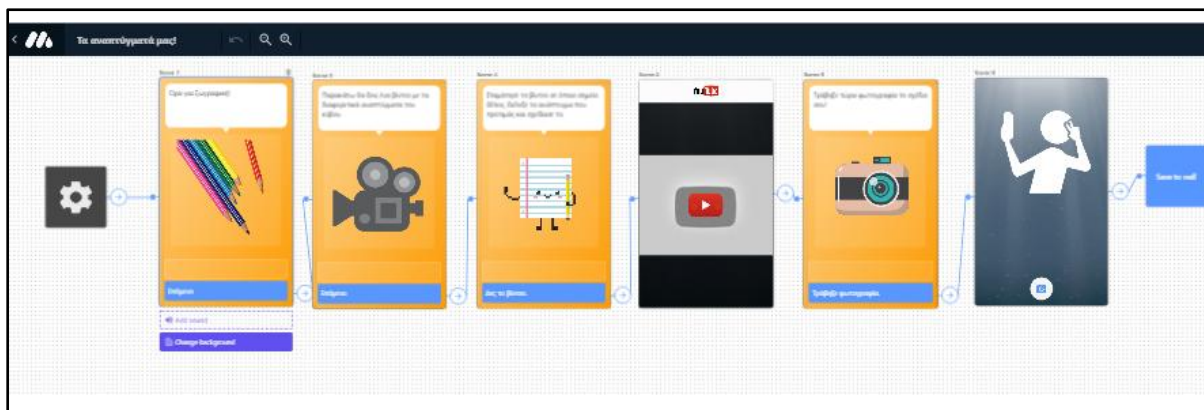
<sup>9</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=com.gometa.metaverse>

δημιουργός μπορεί να ανεβάσει κάποιο χαρακτήρα ή να χρησιμοποιήσει κάποιον από τους ήδη υπάρχοντες (characterscene), να ανεβάσει κείμενο (textinputscene), να ζητήσει κάποιο αντικείμενο από το χρήστη (requestitemscene), να του δώσει κάποιο αντικείμενο (giveitemscene), να παραπέμψει σε ιστοσελίδα (webviewscene) ή βίντεο youtube (youtubescene), να χρησιμοποιήσει την κάμερα (camerascene), να προβάλει φωτογραφίες (photoportalscene) και βίντεο (videoportalscene), να κάνει ψηφοφορία (pollscene) και να προβάλλει βίντεο 360°(360 videoscene) ή φωτογραφίες 360°(360 photoscene).

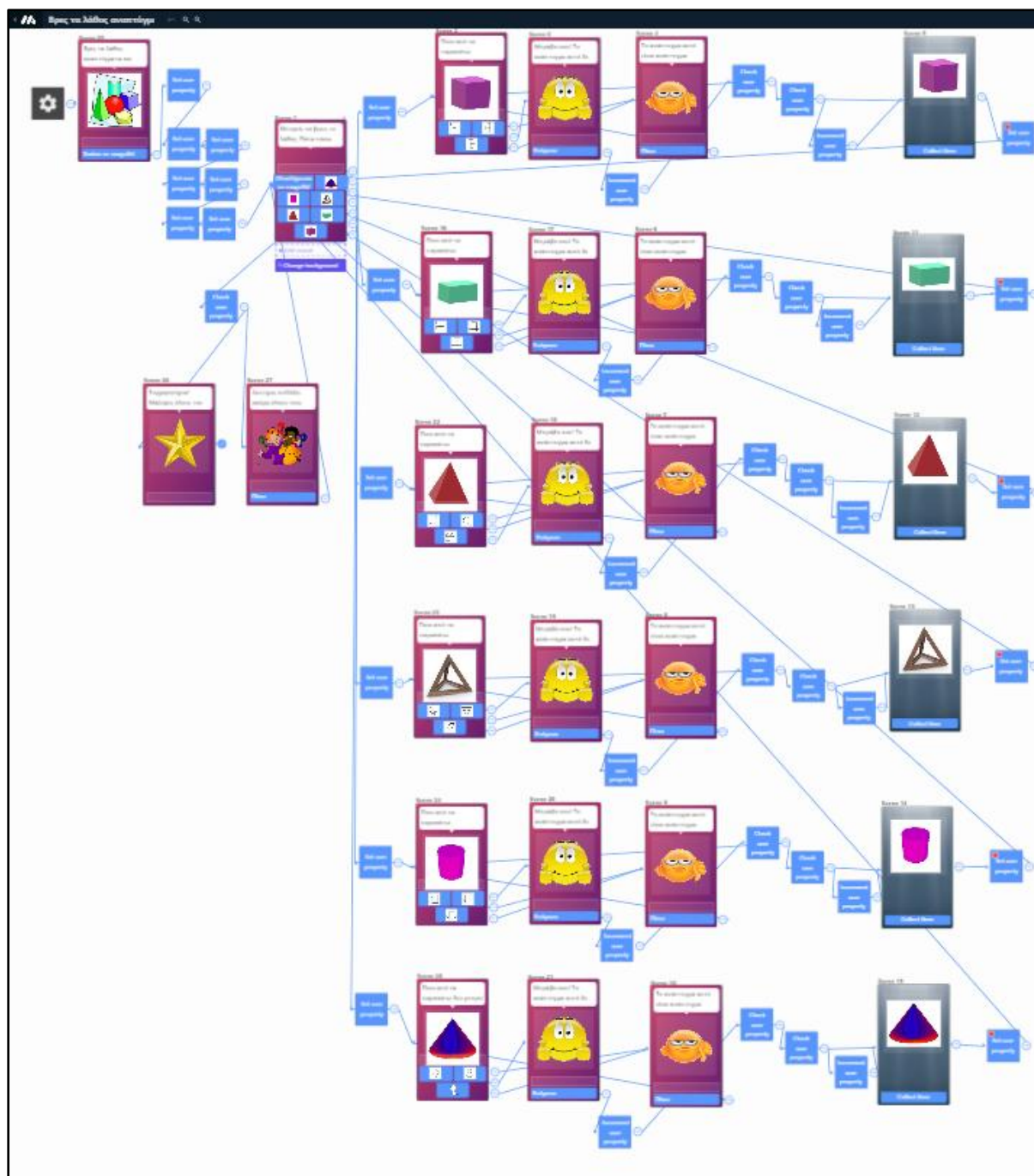


Εικόνα 4.26. Κάποιες από τις επιλογές που δίνονται στην πλατφόρμα σχεδιασμού μιας εμπειρίας metaverse.

Με τον συνδυασμό των κατάλληλων σκηνών και μονάδων ο δημιουργός μπορεί πολύ εύκολα να δημιουργήσει τις δικές του διαδραστικές ιστορίες, διαδραστικές ασκήσεις (Εικόνα 4.27) διαδραστικά παιχνίδια ερωτήσεων (Εικόνα 4.28), παιχνίδια διακρυμμένου θησαυρού και πολλά άλλα.



Εικόνα 4.27. Διαδραστική άσκηση που σχεδιάσαμε για την διδακτική παρέμβαση και αποτελεί την 4<sup>η</sup> δραστηριότητα για το Επίπεδο 1 (βλέπε υποκεφάλαιο 4.5).



Εικόνα4.28. Διαδραστικό παιχνίδι που σχεδιάσαμε για την διδακτική παρέμβαση και αποτελεί την 3<sup>η</sup> δραστηριότητα για το Επίπεδο 1 (βλέπε Κεφάλαιο 4.5).

Το περιβάλλον δημιουργίας είναι πολύ φιλικό και εύχρηστο ενώ δεν απαιτούνται ιδιαίτερες ικανότητες από όποιον θέλει να δημιουργήσει τις δικές του εφαρμογές. Οι εφαρμογές μπορούν να διαμοιραστούν μέσω εικόνων γραμμωτού κώδικα (κώδικα QR) ή υπερσυνδέσμων ενώ δίνεται η δυνατότητα ενσωμάτωσής τους σε ιστολόγια και ιστοσελίδες.

#### **4.6.2. Δημιουργία διδακτικού υλικού**

Για τη διδασκαλία με εφαρμογές Ε.Π. έγινε χρήση έντυπου και ψηφιακού υλικού. Σχεδιάσαμε έντυπα φύλλα εργασιών που καθοδηγούν την πορεία της διδασκαλίας με επαυξημένες εκπαιδευτικές δραστηριότητες, οι οποίες σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν μέσω της εφαρμογής Ε.Π. *Metaverse*.

Το φύλλο εργασιών περιλαμβάνει εικόνες κώδικα ταχείας απόκρισης (κώδικα QR) ειδικά σχεδιασμένες μέσα από την πλατφόρμα δημιουργίας *Metaverse*. Οι εικόνες χρησιμοποιούνται ως αντικείμενα ενεργοποίησης (*trigger images* ή *triggers*) της εφαρμογής Ε.Π. *Metaverse* και συνδέονται με τις εμπειρίες που δημιουργήσαμε ειδικά για τη συγκεκριμένη διδακτική παρέμβαση. Τοποθετήσαμε ένα (1) *trigger* Ε.Π. ανά σελίδα σε συμφωνία με τους Estapa και Nadolny (2015), οι οποίοι προτείνουν να είναι λιγότερα από 7 έως 9 ανά σελίδα, καθώς περισσότερα αντικείμενα φαίνεται να αποσπούν την προσοχή των μαθητών.

Οι εικόνες ενεργοποιούν τις ειδικά σχεδιασμένες εκπαιδευτικές εμπειρίες που δημιουργήσαμε για την παρούσα μελέτη. Πρόκειται για μια διαδραστική ψηφιακή ιστορία αφόρμησης και διαδραστικά παιχνίδια και ασκήσεις που πληρούν τους διδακτικούς στόχους της διδακτικής παρέμβασης.



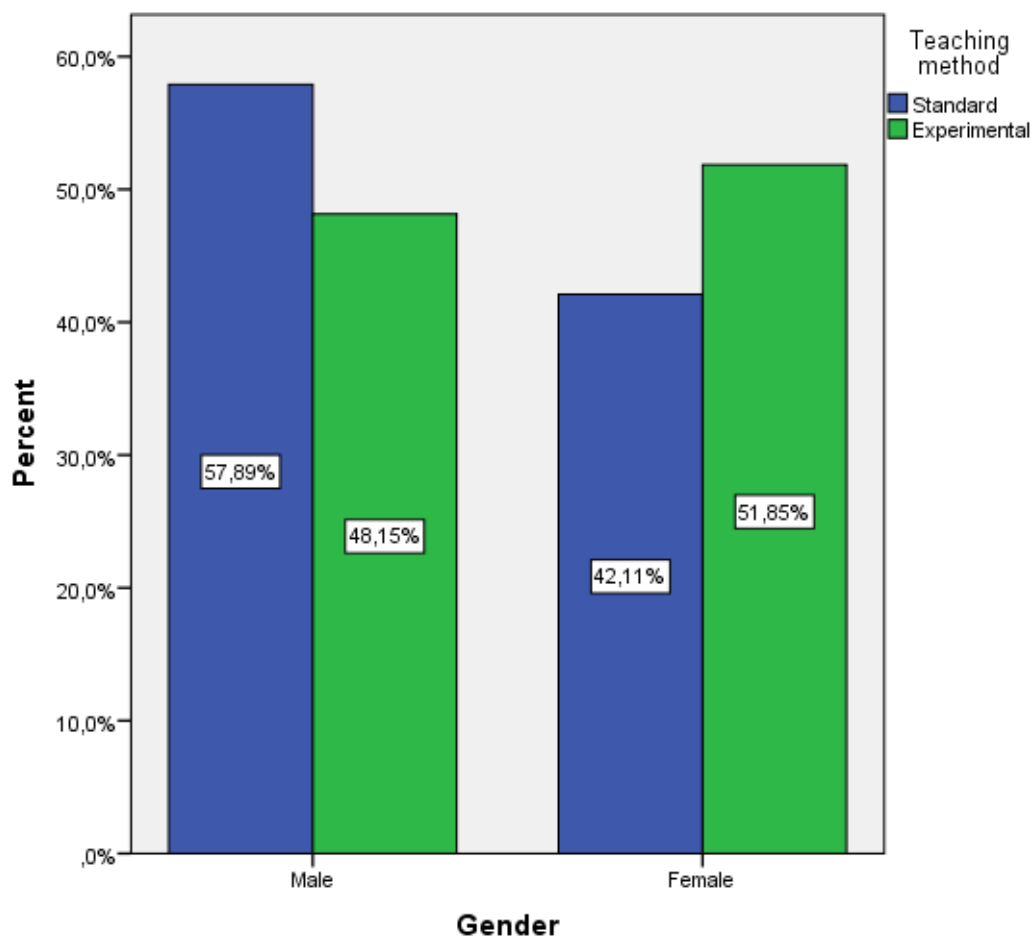
## **Κεφάλαιο 5**

### **Αποτελέσματα**

Στο παρόν κεφάλαιο ακολουθεί η παρουσίαση και περιγραφή των αποτελεσμάτων από την ανάλυση των δεδομένων, η οποία είναι απαραίτητη για τη διεξαγωγή συμπερασμάτων.

Αρχικά, παρουσιάζουμε αποτελέσματα που προέκυψαν σχετικά με το δείγμα και στη συνέχεια ακολουθούν τα αποτελέσματα σε σχέση με τα ερευνητικά ερωτήματα και τις ερευνητικές υποθέσεις που είχαμε ορίσει.

Στην έρευνα συμμετείχαν 46 μαθητές ( $N = 46$ ) από τους οποίους 19 αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου και 27 την πειραματική ομάδα. Αναφορικά με το δείγμα της έρευνας παρατηρούμε στο ραβδόγραμμα που ακολουθεί (Σχήμα 5.1.) ότι στην ομάδα ελέγχου παρουσιάζεται μεγαλύτερο ποσοστό αγοριών (57,89%) έναντι των κοριτσιών (42,11%),σε αντίθεση με την πειραματική ομάδα,όπου παρουσιάζεται μικρότερο ποσοστό αγοριών (48,15%) έναντι των κοριτσιών (51,85%).



Σχήμα 5.1. Σύσταση φύλου του δείγματος ανά ομάδα.

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η παρούσα έρευνα επιδιώκει τη σύγκριση της επίδοσης των μαθητών της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, με την επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας, οι οποίοι διδάχθηκαν με αξιοποίηση των ΤΠΕ και χρήση εφαρμογών Ε.Π. με στόχο τη διερεύνηση της επίδρασης της χρήσης εφαρμογών Ε.Π. και των ΤΠΕ στη διδασκαλία της Γεωμετρίας σε μαθητές της Δ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου. Η ανεξάρτητη μεταβλητή, επομένως, είναι η μέθοδος διδασκαλίας και έχει δύο επίπεδα: παραδοσιακή διδασκαλία (ομάδα ελέγχου) και διδασκαλία με αξιοποίηση των ΤΠΕ και της Ε.Π. (πειραματική ομάδα). Η εξαρτημένες μεταβλητές είναι η επίδοση των μαθητών στη δοκιμασία αξιολόγησης πριν τη διδασκαλία και η επίδοση τους μετά. Οι δοκιμασίες αξιολόγησης (pre-tests και post-test) αξιολογούν το επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης vanHiele των μαθητών.

Η πρώτη ερευνητική υπόθεση που είχαμε κάνει είναι ότι δεν θα υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας

ελέγχου και της πειραματικής ομάδας πριν από τη διδασκαλία. Εφαρμόσαμε τον έλεγχο για δύο ανεξάρτητα δείγματα ώστε να συγκρίνουμε τη μέση επίδοση των μαθητών των δύο ομάδων στο pre-test. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων βλέπουμε στον Πίνακα 5.1 ότι ο μέσος όρος της επίδοσης των μαθητών της ομάδας ελέγχου στο pre-test είναι 25.26 με τυπική απόκλιση 9.899 και ο μέσος όρος της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας στο pre-test είναι 27.93 με τυπική απόκλιση 9.699. Στον έλεγχο των διακυμάνσεων Levene βρέθηκε ότι  $F=0,054$  με  $p = 0,817 > 0,05$  (Πίνακας 5.2). Κατά συνέπεια, οι διακυμάνσεις δεν διαφοροποιούνται στατιστικά σημαντικά ανά ομάδα. Συνεπώς, για τον έλεγχο της βασικής μας υπόθεσης χρησιμοποιήσαμε τον έλεγχο *t* για ίσες διακυμάνσεις, από όπου προκύπτει ότι η μέση επίδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου στο pre-test δεν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από αυτή των μαθητών της πειραματικής ομάδας ( $t = -0.909$ ,  $df = 44$ ,  $p = 0.368$ ). Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι οι μαθητές των δύο ομάδων είχαν την ίδια μέση επίδοση και βρίσκονταν στο ίδιο μαθησιακό επίπεδο.

	Teaching method	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre-test	Ομάδα ελέγχου	19	25,26	9,899	2,271
	Πειραματική ομάδα	27	27,93	9,699	1,867

Πίνακας 5.1. Επίδοση μαθητών στο pre-test ανά ομάδα.

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
Pre-test	-,909	44	,368	-2,663	2,929

Πίνακας 5.2. Έλεγχος *t* για δύο ανεξάρτητα δείγματα, την επίδοση των μαθητών στο pre-test ανά ομάδα.

Η δεύτερη ερευνητική μας υπόθεση ήταν ότι θα υπάρχει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την παραδοσιακή διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων. Επομένως, ελέγξαμε τη μέση διαφορά της επίδοσης των μαθητών της ομάδας ελέγχου από το pre-test στο post-test και εφαρμόσαμε τον έλεγχο για δύο εξαρτημένα δείγματα (*paired sample t-test*). Στον Πίνακα 5.3. παρατηρούμε ότι στο post-test οι μαθητές της ομάδας ελέγχου έχουν κατά μέσο όρο επίδοση 38.37 μονάδες με  $df = 10.579$  και στο pre-test έχουν κατά μέσο όρο επίδοση 25.26 μονάδες με  $df = 9.899$ . Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων βλέπουμε στον Πίνακα 5.4 ότι οι μαθητές της ομάδας ελέγχου έχουν κατά μέσο όρο 13.105 μονάδες βελτίωση από το pre-test στο post-test, με  $t = 8.098$ ,  $df = 18$ ,  $p < 0.01$ , από όπου προκύπτει ότι η διαφορά των

μέσων τιμών επίδοσης είναι ισχυράστατιστικά σημαντική. Θεωρούμε ότι η διαφορά αυτή της τάξης των 13 μονάδων στις 60 μονάδες που βαθμολογείται συνολικά η δοκιμασία οφείλεται αφενώς στο χρονικό διάστημα των επτά εβδομάδων που έχει μεσολαβήσει μεταξύ των δύο δοκιμασιών, κατά το οποίο οι μαθητές ούτως ή άλλως μαθαίνουν καινούρια πράγματα, και αφετέρου στην παραδοσιακή διδασκαλία του μαθήματος.

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Post-test	38,37	19	10,579	2,427
	Pre-test	25,26	19	9,899	2,271

Πίνακας 5.3. Έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, την επίδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου στο pre-test και το post-test.

	t	df	Sig. (2-tailed)
Post-test - Pre-test	8,098	18	,000

Πίνακας 5.4. Έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, την επίδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου στο pre-test και το post-test.

Η τρίτη ερευνητική μας υπόθεση ήταν ότι θα υπάρχει κάποιο σημαντικό αποτέλεσμα στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele από την εφαρμογή των ΤΠΕ και της τεχνολογίας Ε.Π. στη διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων. Επομένως, ελέγξαμε τη μέση διαφορά της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας από το pre-test στο post-test και εφαρμόσαμε τον έλεγχο t για δύο εξαρτημένα δείγματα (paired sample t-test). Στον Πίνακα 5.5. παρατηρούμε ότι στο post-test οι μαθητές της πειραματικής ομάδας έχουν κατά μέσο όρο επίδοση 44.52 μονάδες με  $df = 9.246$  και στο pre-test έχουν κατά μέσο όρο επίδοση 27.93 μονάδες με  $df = 9.699$ . Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων βλέπουμε στον Πίνακα 5.6 ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας έχουν κατά μέσο όρο 16.593 μονάδες διαφορά από το pre-test στο post-test, με  $t = 11.186$ ,  $df = 26$ ,  $p < 0.01$ , από όπου προκύπτει ότι η διαφορά των μέσων τιμών επίδοσης είναι ισχυρά στατιστικά σημαντική. Θεωρούμε ότι η διαφορά αυτή της τάξης των 16,5 μονάδων από τις 60 μονάδες που βαθμολογείται συνολικά η δοκιμασία οφείλεται στη διδακτική παρέμβαση, με την οποία διδάχθηκαν οι μαθητές της πειραματικής ομάδας, εκτός από το χρονικό διάστημα των επτά εβδομάδων που έχει μεσολαβήσει μεταξύ των δύο δοκιμασιών, κατά το οποίο οι μαθητές μαθαίνουν ούτως ή άλλως καινούρια πράγματα.

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Post-test	44,52	27	9,246	1,779
	Pre-test	27,93	27	9,699	1,867

Πίνακας 5.5. Έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, την επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας στο pre-test και το post-test.

	t	df	Sig. (2-tailed)
Post-test - Pre-test	11,186	26	,000

Πίνακας 5.6. Έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, την επίδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας στο pre-test και το post-test.

Τέλος, η τέταρτη ερευνητική μας υπόθεση ήταν ότι θα υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης van Hiele μεταξύ των μαθητών της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας μετά τη διδασκαλία. Εφαρμόσαμε τον έλεγχο *t* για δύο ανεξάρτητα δείγματα ώστε να συγκρίνουμε τη μέση επίδοση των μαθητών των δύο ομάδων στο post-test. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων βλέπουμε στον Πίνακα 5.7 ότι ο μέσος όρος της επίδοσης των μαθητών της ομάδας ελέγχου στο post-test είναι 38.37 με τυπική απόκλιση 10.579 και ο μέσος όρος της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας στο post-test είναι 44.52 με τυπική απόκλιση 9.246. Στον έλεγχο των διακυμάνσεων Levene βρέθηκε ότι  $F=0,871$  με  $p = 0,356 > 0,05$  (Πίνακας 5.8). Κατά συνέπεια, οι διακυμάνσεις δεν διαφοροποιούνται στατιστικά σημαντικά ανά ομάδα. Συνεπώς χρησιμοποιήσαμε τον έλεγχο *t* για ίσες διακυμάνσεις ( $t = -2.093$ ,  $df = 44$ ,  $p = 0.042 < 0.05$ ), από όπου προκύπτει ότι οι μέσες τιμές επίδοσης ανά ομάδα διαφέρουν στατιστικά σημαντικά. Πιο συγκεκριμένα, ο έλεγχος έδειξε ότι οι μαθητές της πειραματικής ομάδας υπερτερούν από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου ως προς τη μέση επίδοση τους στο post-test με στατιστικά σημαντική διαφορά. Θεωρούμε ότι η υπεροχή αυτή των μαθητών της πειραματικής ομάδας οφείλεται στη διδακτική παρέμβαση.

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post-test	Ομάδα ελέγχου	19	38,37	10,579	2,427
	Πειραματική ομάδα	27	44,52	9,246	1,779

Πίνακας 5.7. Επίδοση μαθητών στο post-test ανά ομάδα.

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error
--	---	----	-----------------	-----------------	------------

Διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α/θμια Εκπ/ση με τη χρήση ΤΠΕ

					Difference
Post-test	-2,093	44	,042	-6,150	2,939

Πίνακας 5.8. Έλεγχος t για δύο ανεξάρτητα δείγματα, την επίδοση των μαθητών στο post-test ανά ομάδα.

Το αποτέλεσμα αυτό συνάδει με το αποτέλεσμα του προηγούμενου ελέγχου και την ισχυρά στατιστικά σημαντική διαφορά των μέσων τιμών επίδοσης στο pre-test και το post-test που παρουσίασαν οι μαθητές της πειραματικής ομάδας.

## Κεφάλαιο 6

### Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο ακολουθεί συζήτηση σχετικά με τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα έρευνα. Επισημαίνονται, ακόμη, οι περιορισμοί που εντοπίστηκαν και ακολουθούν προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση του πεδίου.

#### **6.1. Συμπεράσματα - Συζήτηση**

Ο σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να διερευνήσει την επίδραση της χρήσης εφαρμογών Ε.Π. και των ΤΠΕ στη διδασκαλία της Γεωμετρίας σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου. Εστίασαμε την έρευνα μας στη διδασκαλία των αναπτυγμάτων των στερεών σωμάτων της Δ΄ τάξης ενσωματώνοντας εφαρμογές Ε.Π. και τις ΤΠΕ βασισμένοι στο μοντέλο γεωμετρικής σκέψης vanHiele. Για τις ανάγκες της έρευνας έγινε σύγκριση της επίδοσης των μαθητών της ομάδας ελέγχου, οι οποίοι διδάχθηκαν με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, με τους μαθητές της πειραματικής ομάδας, οι οποίοι διδάχθηκαν με τη χρήση εφαρμογών Ε.Π.

Συνοψίζοντας από την παραπάνω ανάλυση των αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

Οι μαθητές των δύο ομάδων (ομάδα ελέγχου και πειραματική ομάδα) δεν παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη δοκιμασία αξιολόγησης πριν τη διδασκαλία (pre-test), από όπου συμπεραίνουμε ότι είχαν το ίδιο σημείο εκκίνησης, είχαν, δηλαδή, το ίδιο μαθησιακό επίπεδο και βρίσκονταν στο ίδιο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης vanHiele. Επομένως, επαληθεύεται η πρώτη ερευνητική υπόθεση της παρούσας έρευνας.

Οι μαθητές της ομάδας ελέγχου είχαν ισχυρά στατιστικά σημαντική διαφορά των μέσων τιμών επίδοσης από το pre-test στο post-test. Ως εκ τούτου, η δεύτερη ερευνητική υπόθεση της παρούσας έρευνας επαληθεύεται. Θεωρούμε ότι η διαφορά αυτή της τάξης των 13 μονάδων στις 60 μονάδες που βαθμολογείται συνολικά η δοκιμασία οφείλεται αφενός στο χρονικό διάστημα των επτά εβδομάδων που έχει μεσολαβήσει μεταξύ των δύο δοκιμασιών, κατά το οποίο οι μαθητές ούτως ή άλλως μαθαίνουν καινούρια πράγματα, και αφετέρου στην παραδοσιακή διδασκαλία του μαθήματος.

Οι μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν ισχυρά στατιστικά σημαντική διαφορά των μέσων τιμών επίδοσης από το pre-test στο post-test. Ως εκ τούτου, η τρίτη ερευνητική υπόθεση της παρούσας έρευνας επίσης επαληθεύεται. Θεωρούμε ότι η διαφορά αυτή της τάξης των 16,5 μονάδων από τις 60 μονάδες που βαθμολογείται συνολικά η δοκιμασία οφείλεται, εκτός από το χρονικό διάστημα των επτά εβδομάδων που έχει μεσολαβήσει μεταξύ των δύο δοκιμασιών, κατά το οποίο οι μαθητές μαθαίνουν ούτως ή άλλως καινούρια πράγματα, στη διδακτική παρέμβαση, με την οποία διδάχθηκαν οι μαθητές της πειραματικής ομάδας.

Ωστόσο, οι δύο ομάδες παρουσίασαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη δοκιμασία αξιολόγησης μετά τη διδασκαλία με τους μαθητές της πειραματικής ομάδας να ανταποκρίνονται καλύτερα από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου. Επομένως, επαληθεύεται και η τέταρτη ερευνητική υπόθεση της παρούσας έρευνας. Συμπεραίνουμε ότι η διαφοροποίηση αυτή μεταξύ των δύο ομάδων οφείλεται στη διδακτική παρέμβαση που δέχτηκαν οι μαθητές της πειραματικής ομάδας, όπου η διδασκαλία της Γεωμετρίας έγινε ενσωματώνοντας εφαρμογές Ε.Π. και τις ΤΠΕ.

Ακόμη, από την παρατήρηση των μαθητών της πειραματικής ομάδας κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης, την οποία υλοποίησε η ερευνήτρια, παραθέτουμε τα συμπεράσματα που ακολουθούν:

- Οι μαθητές ενθουσιάστηκαν από το γεγονός ότι θα χρησιμοποιούσαμε ταμπλέτες στη διδασκαλία. Παρότι η αίθουσα διδασκαλίας τους έχει εγκατεστημένο υπολογιστή και προτζέκτορα και οι εκπαιδευτικοί συχνά αξιοποιούν τις ΤΠΕ με διάφορους τρόπους, δεν είχαν χρησιμοποιήσει ποτέ μέχρι σήμερα ταμπλέτες στο σχολείο. Επρόκειτο λοιπόν για ένα νέο μέσο διδασκαλίας, γεγονός που τους κέντρισε αμέσως το ενδιαφέρον, γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με άλλες σχετικές έρευνες (Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014; Attard & Curry, 2012)
- Όλοι ανεξαιρέτως οι μαθητές ήταν εξοικειωμένοι με το χειρισμό της ταμπλέτας παρότι κάποιοι δεν είχαν χρησιμοποιήσει ποτέ στο παρελθόν. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι προσομοιάζει με το χειρισμό του κινητού τηλεφώνου. Ωστόσο, ο χειρισμός της ταμπλέτας γίνεται με πολύ απλές φυσικές κινήσεις που την κάνουν εύχρηστη και ευέλικτη (Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014).
- Λόγω του περιορισμένου πλήθους των ταμπλετών που είχαμε στη διάθεση μας, οι μαθητές εργάζονταν ανά δύο, πράγμα που αποδείχθηκε πολύ βοηθητικό καθώς χρησιμοποιούσαν εναλλάξ την ταμπλέτα ώστε ο ένας να τη χειρίζεται και ο άλλος να



έχει πιο βοηθητικό ρόλο στην επαύξηση των δραστηριοτήτων και την επίλυσή τους. Οι μαθητές κατά τη διαδικασία συνεργάζονται, αντάλλασσαν ιδέες και άλλαξαν ρόλους γεγονός που θεωρούμε ότι συνέβαλλε στη διδασκαλία μας. Η ποικιλία των διδακτικών στρατηγικών που μπορεί να χρησιμοποιήσει ο εκπαιδευτικός, όπως είναι η ομαδική εργασία και η εναλλαγή καθηκόντων των μαθητών, αποτελούν οφέλη της φορητότητας των κινητών συσκευών που έχουν αναδειχθεί (Attard & Curry, 2012; Attard&Orlando, 2014).

- Οι μαθητές έδειξαν μεγάλο ενδιαφέρον στην επαύξηση των εικόνων. Τους φαινόταν περίεργο που ένα εικονίδιο «ζωντάνευε» σε μια δραστηριότητα στην ταμπλέτα. Καθώς μάλιστα τα εικονίδια ήταν σε QR κώδικα, είχαν μεγάλη περιέργεια για το τι θα εμφανιζόταν κάθε φορά αφού δεν είχαν καμία ένδειξη μέσω της εικόνας.

Συνολικά από τη διαδικασία, παρατηρήσαμε, ακόμη, ότι στην αρχή που εργαζόμασταν όλοι μαζί σαν τάξη μεταβαίνοντας από τη μία φάση της διδασκαλίας στην επόμενη, υπήρχαν μερικά διαστήματα που κάποιοι μαθητές είχαν τελειώσει με τη δραστηριότητα και έπρεπε να περιμένουν τους υπόλοιπους, γεγονός που αποσπούσε την προσοχή τους και μείωνε το ενδιαφέρον τους. Από ένα σημείο και μετά, που οι ομάδες των μαθητών έπρεπε να εργαστούν μόνες τους για μια σειρά δραστηριοτήτων, οι μαθητές έδειχναν να απολαμβάνουν αυτή την αυτονομία καθώς προχωρούσαν στις δραστηριότητες με το δικό τους ρυθμό παίρνοντας ανατροφοδότηση μέσω των ίδιων των δραστηριοτήτων και από την διδάσκουσα. Μπορούμε, επομένως, να μιλάμε για εξατομικευμένη μάθηση, όπως έχει αναδειχθεί και από άλλες έρευνες σχετικά με την φορητή μάθηση (Goodwin, 2012; Murray 2010 όπ. αναφ. στο Καλογιαννάκης, Παπαδάκης & Ζαράνης, 2014).

Τα αποτελέσματα της έρευνας έρχονται σε συμφωνία με άλλες έρευνες που αναφέρουν ότι η διδασκαλία της Γεωμετρίας με αξιοποίηση των ΤΠΕ έχει θετικά αποτελέσματα στην επίδοση των μαθητών (ChoiKoh, 1999, Clements et al. 2008; Clements&Samara, 2007; Dimakos, & Zaranis, 2010; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Zaranis, 2018;Zaranis & Synodi, 2016).

Επίσης, επεκτείνει την έρευνα σχετικά με την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών σε συνδυασμό με τις ΤΠΕ, καθώς συνάδει με τα θετικά αποτελέσματα σχετικών ερευνών που έχουν μελετήσει τη συμβολή των ΤΠΕ στην ανάπτυξη των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης vanHiele (Choi-Koh, 1999; Clementsetal., 2008; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001; Vincent&McCrae, 1999; Zaranis, 2018; Zaranis&Synodi, 2016).

Τα αποτελέσματα φαίνεται να επιβεβαιώνουν, ακόμη, τις έρευνες που έχουν υλοποιηθεί σχετικά με τη χρήση εφαρμογών Ε.Π. στην εκπαίδευση και αναδεικνύει σημαντικά παιδαγωγικά οφέλη (Akçayır&Akçayır, 2017; Bacca et al., 2014; Billingham & Duenser, 2012; Chen et al., 2016; Jerry & Aaron, 2010; Radu et al., 2010; Yilmaz, 2016) και συγκεκριμένα στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Lin et al., 2015; Nadolny, 2015; Sommerauer & Müller, 2014).

Η συνεισφορά της παρούσας μελέτης είναι ιδιαίτερα σημαντική και για την έρευνα σχετικά με τη φορητή μάθηση ενισχύοντας τα πλεονεκτήματα της χρήσης των φορητών συσκευών στην εκπαίδευση (Attard & Orlando, 2014; Goodwin, 2012; Green & Hannon, 2006; UNESCO, 2013) και ειδικότερα των Μαθηματικών (Attard & Curry, 2012; Attard & Orlando, 2014; Crompton & Burke's, 2015; Fabian, Topping & Barron, 2018) αλλά και σε συνδυασμό με το υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών (Kiger, Herro & Prunty, 2012).

## **6.2. Περιορισμοί της έρευνας και προτάσεις**

Υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί της έρευνας, οι οποίοι χρειάζεται να αναφερθούν. Η παρούσα έρευνα επιχείρησε να αξιοποιήσει πλήρως την τεχνολογία της Ε.Π., πράγμα που δυστυχώς δεν κατέστη εφικτό λόγω της αδυναμίας των ταμπλετών που είχαμε στη διάθεσή μας να υποστηρίξουν τόσο σύγχρονη τεχνολογία με αυξημένες απαιτήσεις, όπως είναι η Ε.Π.. Το πρόβλημα αυτό δεν μπορέσαμε να το υπερβούμε καθώς δεν υπήρχε δυνατότητα αντικατάστασής τους με πιο σύγχρονες ταμπλέτες. Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω περιορισμούς σχεδιάσαμε δραστηριότητες για τη διδακτική παρέμβαση με περιορισμένη επαύξηση. Για την υλοποίηση παρόμοιων ερευνών και την αξιοποίηση της Ε.Π. προτείνουμε τη χρήση ταμπλετών ή άλλων κινητών συσκευών, οι οποίες υποστηρίζουν λογισμικό ARK από την Apple ή ARCore από την Google και διαθέτουν κατάλληλους αισθητήρες, όπως είναι το γυροσκόπιο, το επιταχυνσιόμετρο κ.τ.λ..

Σχετικά με τη συνεισφορά της παρούσας έρευνας, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι τα αποτελέσματα δεν μπορούν να γενικευτούν καθώς αφορούν σε μικρό δείγμα. Για την εξασφάλιση της αντιπροσωπευτικότητας του δείγματος, ώστε να είναι δυνατή η γενίκευση των αποτελεσμάτων, είναι απαραίτητο να γίνει περαιτέρω έρευνα με μεγαλύτερο αριθμό συμμετεχόντων και τυχαία δειγματοληψία.

Λόγω του χρονικού περιορισμού της παρούσας έρευνας, η αξιολόγηση έγινε με μια γραπτή δοκιμασία (post-test) μια εβδομάδα μετά τη διδασκαλία. Θεωρούμε ότι θα ήταν

χρήσιμη και μια αργοπορημένη αξιολόγηση σε μεταγενέστερο χρόνο (delayedpost-test) ώστε να μετρηθεί η διατηρησιμότητα των γνώσεων των μαθητών στις δύο ομάδες.

Επιπλέον, η επίδραση των ΤΠΕ και της εφαρμογής Ε.Π. στη μαθησιακή διαδικασία μετρήθηκε σε μία μόνο ενότητα των Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού. Θεωρούμε ότι κρίνεται απαραίτητο να διερευνηθεί η επίδραση τέτοιων εφαρμογών και στις υπόλοιπες ενότητες των Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού αλλά και γενικά στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στο Δημοτικό Σχολείο. Επίσης, προτείνουμε τη διερεύνηση της επίδρασης της διδασκαλίας με ενσωματωμένη τη χρήση Ε.Π. και ΤΠΕ και στα υπόλοιπα μαθήματα όλων των βαθμίδων εκπαίδευσης, καθώς θεωρούμε ότι θα φωτίσει και θα προσδιορίσει τα χαρακτηριστικά, τις χρήσεις και τους περιορισμούς της εφαρμογής της Ε.Π. και των ΤΠΕ στην εκπαίδευση.

Παρότι, η τεχνολογία προχωρεί με τέτοια ταχύτητα ώστε η εκπαιδευτική έρευνα δεν μπορεί να συμβαδίσει, ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι καθοριστικής σημασίας για την χρήση της στην εκπαίδευση. Η ενσωμάτωση των ψηφιακών τεχνολογιών προϋποθέτει γνώση του διδακτικού αντικειμένου και των τεχνολογιών από τον εκπαιδευτικό, καλό σχεδιασμό της διδασκαλίας και ενσωμάτωση των κατάλληλων ψηφιακών τεχνολογιών σε προσεκτικά σχεδιασμένα διδακτικά σενάρια. Για αυτό το λόγο, θεωρούμε απαραίτητη τη συμμετοχή του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό των ψηφιακών δραστηριοτήτων ώστε ανάλογα με τη στοχοθεσία που έχει θέσει να δημιουργήσει τις κατάλληλες εκπαιδευτικές δραστηριότητες.

## Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Akçayır, M., & Akçayır, G. (2017). Advantages and challenges associated with augmented reality for education: A systematic review of the literature. *Educational Research Review, 20*, 1–11.
- Attard, C., & Curry, C. (2012). Exploring the use of iPads to engage young students with mathematics. In J. Dindyal, L. P. Cheng, & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: expanding horizons. Proceedings of the 35<sup>th</sup> Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. (MERGA-35)* (pp. 75-82). Singapore: MERGA.
- Attard, C., & Orlando, J. (2014). Early career teachers, mathematics and technology: device conflict and emerging mathematical knowledge. In J. Anderson, M. Cavanagh, & A. Prescott (Eds.), *Curriculum in focus: Research guided practice. Proceedings of the 37<sup>th</sup> Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. (MERGA-37)* (pp. 71-78). Sydney: MERGA.
- Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence, 6*(4), 355-385. Ανακτήθηκε 20 Ιανουαρίου, 2018  
από: [http://www.mitpressjournals.org/userimages/ContentEditor/1332945956500/PRES\\_6-4\\_Azuma\\_web.pdf](http://www.mitpressjournals.org/userimages/ContentEditor/1332945956500/PRES_6-4_Azuma_web.pdf)
- Azuma, R., Baillot, Y., Behringer, R., Feiner, S., Julier, S., & MacIntyre, B. (2001). Recent advances in augmented reality. *IEEE Computer Graphics and Applications, 21*(6), 34-47. Doi: [10.1109/38.963459](https://doi.org/10.1109/38.963459)
- Bacca, J., Baldiris, S., Fabregat, R., Graf, S., & Kinshuk. (2014). Augmented Reality Trends in Education: A Systematic Review of Research and Applications. *Educational Technology & Society, 17*(4), 133-149.
- Βαμβακούση, Ξ., Καργιωτάκης, Γ., Μπομποτινίου, Α. Δ., & Σαΐτης, Α. (2006α). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού. Βιβλίο Δασκάλου*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Βαμβακούση, Ξ., Καργιωτάκης, Γ., Μπομποτινίου, Α. Δ., & Σαΐτης, Α. (2006β). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού. Βιβλίο Μαθητή*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Βαμβακούση, Ξ., Καργιωτάκης, Γ., Μπομποτινίου, Α. Δ., & Σαΐτης, Α. (2006γ). *Μαθηματικά Δ' Δημοτικού. Τετράδιο Εργασιών, δ' τεύχος*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

- Barzel, B., Drijvers, P., Maschietto, M., & Trouche, L. (2005). Tools and technologies in mathematical didactics. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 927–938).
- Billinghurst, M., & Duenser, A. (2012). Augmented reality in the classroom. *Computer*, 45(7), 56–63. Doi: DOI: [10.1109/MC.2012.111](https://doi.org/10.1109/MC.2012.111)
- Bower, M., Howe, C., McCredie, N., Robinson, A. & Grover, D. (2014). Augmented Reality in education – cases, places and potentials. *Educational Media International*, 51(1), 1-15. Doi: [10.1080/09523987.2014.889400](https://doi.org/10.1080/09523987.2014.889400)
- Brown, G. T.L., Irving, S. E., & Keegan, P. J. (2008). An Introduction to educational assessment, measurement, and evaluation: Improving the quality of teacher-based assessment (2nd ed.). Auckland: Pearson Education.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31-48.
- Chang, J., & Bourguet, M.L. (2010). A usability framework for the design and evaluation of multimodal interaction: Application to a multimodal mobile phone. *Multimodality in Mobile Computing and Mobile Devices: Methods for Adaptable Usability*, 196-215. Doi: [10.4018/978-1-60566-978-6.ch008](https://doi.org/10.4018/978-1-60566-978-6.ch008)
- Chen, P., Liu, X., Cheng, W., & Huang, R. (2016). A review of using Augmented Reality in Education from 2011 to 2016. *Innovations in Smart Learning*, 13-18. Doi: [10.1007/978-981-10-2419-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-981-10-2419-1_2)
- Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of Geometry using the computer. *Journal of Educational Research*, 92(5), 301-311.
- Clarke, B., & Svanaes, S. (2014). An updated literature review on the use of tablets in education. *Family kids and youth*, 1-20. Ανακτήθηκε 28 Νοεμβρίου, 2018 από: <http://maneele.drealentejo.pt/site/images/Literature-Review-Use-of-Tablets-in-Education-9-4-14.pdf>
- Clements, D.H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. Grouws, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Co.
- Clements, D.H., & Samara, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136-163.

- Clements, D.H., Sarama, J., Yelland, N.J., & Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Volume 1, Research syntheses* (pp. 109–154). New York: Information Age Publishing
- Crompton, H., & Burke, D. (2015). Research Trends in the Use of Mobile Learning in Mathematics. *International Journal of Mobile and Blended Learning*, 7(4), 1–15. Doi: 10.4018/IJMBL.2015100101
- Dimakos, G., & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the Geometry Achievement of Greek School Students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 113-124. Ανακτήθηκε 10 Ιουνίου, 2019 από <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/25/tm1324.pdf>
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mammana and V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37–52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Estapa, A., & Nadolny, L. (2015). The Effect of an Augmented Reality Enhanced Mathematics Lesson on Student Achievement and Motivation. *Journal of STEM Education: Innovations & Research*, 16(3), 40-48.
- Fabian, K., Topping, K. J., & Barron, I. G. (2016). Mobile technology and mathematics: Effects on students' attitudes, engagement, and achievement. *Journal of Computers in Education*, 3(1), 77–104. Doi: 10.1007/s40692-015-0048-8
- Fuys, D., Geddes, D., Lovvet, C., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of Thinking in Geometry among Adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph*, 3, 1-196.
- Gawlick, T. (2005). Connecting arguments to actions –Dynamic geometry as means for the attainment of higher van Hiele levels. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(5), 361-370.
- Goodwin, K. (2012). *Use of Tablet Technology in the Classroom: NSW Curriculum and Learning Innovation Centre*. Strathfield NSW: NSW Curriculum and Learning Innovation Centre.
- Green, H & Hannon, C. (2006). *Their Space. Education for a Digital Foundation*. London: DEMOS Foundation.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11-18.

Jerry, T., & Aaron, C. (2010). The impact of augmented reality software with inquiry-based learning on students' learning of kinematics graph. In *2nd International Conference on Education Technology and Computer (ICETC)* (pp. V2-1–V2-5). Shanghai: IEEE. Doi:[10.1109/ICETC.2010.5529447](https://doi.org/10.1109/ICETC.2010.5529447)

Καλογιαννάκης, Μ., Παπαδάκης, Στ., Ζαράνης, Ν. (2014). Χρήση φορητών τεχνολογιών στην Προσχολική Εκπαίδευση. Οι ταμπλέτες ως εκπαιδευτικό εργαλείο. Στο Π. Αναστασιάδης, Ν. Ζαράνης, Β. Οικονομίδης, & Μ. Καλογιαννάκης (Επιμ.). *Πρακτικά 9ου Πανελληνίου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή «Τεχνολογίες της Πληροφορίας & Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση»*, 490-497, Πανεπιστήμιο Κρήτης, Ρέθυμνο, 3-5 Οκτωβρίου 2014.

Kiger, D., Herro, D. & Prunty, D. (2012). Examining the Influence of a Mobile Learning Intervention on Third Grade Math Achievement. *Journal of Research on Technology in Education*, 45(1), 61-82. Doi: [10.1080/15391523.2012.10782597](https://doi.org/10.1080/15391523.2012.10782597)

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Έννοιών*. Αθήνα: LeaderBooks.

Κοντογιάννης, Δ., & Ντζιαχρήστος, Β. (1997). *Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας*. Β' έκδοση. Αθήνα.

Λεμονίδης, Χ. (2015). Παρουσίαση, ανάλυση και σύγκριση του ισχύοντος και δύο σύγχρονων Προγραμμάτων Σπουδών της Γεωμετρίας. Προσκεκλημένη ομιλία στο 13ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Χώρος και Γεωμετρία στην προσχολική και σχολική εκπαίδευση. 8-9 Μαΐου, Θεσ/νικη. Ανακτήθηκε 17 Νοεμβρίου, 2018 από <https://www.researchgate.net/publication/291697495>  
[95 Lemonides CH 2015 Parousiase analyse kai synkrise tou ischyontos kai dyo synchronon Programmaton Spoudon tes Geometrias Proskeklemene omilia sto 13o Diemero Dialogou gia te Didaskalia ton Mathemati](https://www.researchgate.net/publication/291697495)

Lin, H.- C. K., Chen, M.- C., & Chang, C.- K. (2015). Assessing the effectiveness of learning solid geometry by using an augmented reality-assisted learning system. *Interactive Learning Environments*, 23(6), 799-810. Doi: <https://doi.org/10.1080/10494820.2013.817435>

Mason, M. (2002). The van Hiele Levels of Geometric Understanding. *Professional Handbook for Teacher, Geometry: Explorations and Applications*, MacDougal Litteil Inc.

- Noss, R., & Hoyles, C. (1992). Looking Back and Looking Forward. In Hoyles, C. & Noss, R. (Eds.), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 431 – 470). Cambridge: MIT Press
- Ντζιαχρήστος, Β., & Ζαράνης, Ν. (2001). Η αξιοποίηση της θεωρίας vanHiele στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών της Α΄ Γυμνασίου με την βοήθεια εκπαιδευτικού λογισμικού. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 56, 55-74.
- O'Malley, C., Vavoula, G., Glew, J., Taylor, J., Sharples, M., Lefrere P., Lonsdale, P., Naismith, L., & Waycott, J. (2005). Guidelines for Learning/Teaching/Tutoring in a Mobile Environment. Public deliverable from the MOBIlearn Project (D.4.1). Ανακτήθηκε 28 Νοεμβρίου, 2018 από: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00696244/document>
- Poslad, S. (2011). Ubiquitous computing: Smart devices, Environments and Interactions. John Wiley & Sons, Ltd. Ανακτήθηκε 30 Μαρτίου, 2019 από <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9780470779446>
- Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants Part 1, *On the Horizon*, 9(5), 1-6. Doi: [10.1108/10748120110424816](https://doi.org/10.1108/10748120110424816)
- Radu, I., Zheng, R., Golubski, G., & Guzdial, M. (2010). Augmented Reality in the Future of Education. *Personal and Ubiquitous Computing*, 18(6), 1533-1543.
- Rouillard, J. (2010). Multimodal and multichannel issues in pervasive and ubiquitous computing. In S. Kurkovsky (Ed.), *Multimodality in Mobile Computing and Mobile Devices: Methods for Adaptable Usability* (pp. 1-23). Hershey, PA: IGI Global. Doi: [10.4018/978-1-60566-978-6.ch001](https://doi.org/10.4018/978-1-60566-978-6.ch001)
- Sommerauer, E., & Müller, O. (2014). Augmented reality in informal learning environments: A field experiment in a mathematics exhibition. *Computers & Education*, 79, 59-68. Doi: [10.1016/j.compedu.2014.07.013](https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.07.013)
- Teppo, A. (1991). Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited. *The Mathematics Teacher*, 84(3), 210-221. Ανακτήθηκε 5 Νοεμβρίου, 2018 από <http://www.jstor.org/stable/27967094>
- Τουμάσης, Μ. (2002). Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- UNESCO 2013. Policy guidelines for mobile learning. UNESCO, Paris. Ανακτήθηκε στις 15 Μαρτίου, 2018 από <http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002196/219641e.pdf>
- ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2003). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.)



και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης. [ΦΕΚ 303B/13-03-2003](#), [ΦΕΚ 304B/13-03-2003](#).

- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project)*. Chicago: University of Chicago, Department of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 220 288).
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2008). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (7th ed. / John A. Van de Walle, Karen M. Karp, Jennifer M. Bay-William). Boston: Pearson/Allyn and Bacon Publishers. Ανακτήθηκε 14 Νοεμβρίου, 2018 από <https://epdf.tips/elementary-and-middle-school-mathematics-teaching-developmentally-7th-edition.html>
- VanHiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (Eds.), *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 243-252). Brooklyn: Brooklyn College. (Πρωτότυπο έγγραφο στα Γαλλικά. La pensee de l'enfant et la geometrie, Bulletin de l' Association des Professeurs de Mathematiques de l' Enseignement Public. 1959, 198, 199-205).
- (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching children Mathematics*, 5(6), 310-316.
- Vincent, J., & McCrae, B. (1999). *Cabri Geometry: A catalyst for growth in geometric understanding*. Paper presented at the 22<sup>nd</sup> annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia (Making a difference), Adelaide, Australia.
- Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. In J. Safrankova and J. Pavlu (Eds.) *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, Part I- Mathematics and Computer Sciences* (pp. 72-75). Prague: Matfyzpress.
- Yilmaz, R. M. (2016). Educational magic toys developed with augmented reality technology for early childhood education. *Computers in Human Behavior*, 54, 240-248.
- Zaranis, N. (2018). Comparing the Effectiveness of Using ICT for Teaching Geometrical Shapes in Kindergarten and the First Grade. *International Journal of Web-Based Learning and Teaching Technologies*, 13(1), 50-63. Doi: [10.4018/IJWLTT.2018010104](https://doi.org/10.4018/IJWLTT.2018010104)
- Zaranis, N., & Synodi, E. (2016). A comparative study on the effectiveness of the computer assisted method and the interactionist approach to teaching geometry shapes to young

children. *EducationandInformationTechnologies*, 22(4), 1377-1393.Doi:  
[10.1007/s10639-016-9500-2](https://doi.org/10.1007/s10639-016-9500-2)

Ζιώγα, Σ., Καραμάνη, Κ. Π. (2017). Εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες με φορητές συσκευές: μια βιβλιογραφική επισκόπηση. Στο Κ. Παπανικολάου, Α. Γόγουλου, Δ. Ζυμπίδης, Α. Λαδιάς, Ι. Τζωρτζάκης, Θ. Μπράτιτσης, & Χ. Παναγιωτακόπουλος (Επιμ.). *Πρακτικά Εργασιών 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»*(σσ. 15-26), Ανώτατη Σχολή Παιδαγωγικής & Τεχνολογικής Εκπαίδευσης, 21-23 Απριλίου 2017.

## **ΠαράρτημαΙ**

Παρακάτω παραθέτουμε τις βασικές δεξιότητες στη Γεωμετρία κατά τον A. Hoffer για κάθε επίπεδο vanHiele.

## Βασικές Ικανότητες στη Γεωμετρία

(Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1999)

ΕΠΙΛΟ ΛΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙΙ ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ
<b>ΟΠΤΙΚΕΣ</b>	Αναγνωρίζει διάφορα σχήματα από μια εικόνα. Αναγνωρίζει μια πληροφορία που δίνεται με ένα σχήμα.	Μπορεί να διακρίνει τις ιδιότητες ενός σχήματος. Εντοπίζει ένα σχήμα σαν μέρος ενός πιο σύνθετου σχήματος.	Αναγνωρίζει σχέσεις μεταξύ διαφόρων ειδών σχημάτων. Αναγνωρίζει κοινές ιδιότητες διαφόρων ειδών σχημάτων.	Χρησιμοποιεί πληροφορία σχετική με ένα σχήμα για να συμπεράνει νέα στοιχεία.	Αναγνωρίζει εσφαλμένες παραδοχές σε ένα πρόβλημα που χρησιμοποιήθηκαν σχήματα. Συλλαμβάνει σχέσεις σχημάτων σε διάφορα επαγωγικά συστήματα.
<b>ΛΕΚΤΙΚΕΣ</b>	Συσχετίζει το σχήμα με τη σωστή ονομασία. Ερμηνεύει προτάσεις που περιγράφουν σχήματα. Καταλαβαίνει από την περιγραφή για το σχήμα.	Περιγράφει με άνεση διάφορες ιδιότητες ενός σχήματος.	Μπορεί να δίνει τον ορισμό εννοιών άνετα και συνειδητά. Διατυπώνει προτάσεις που δείχνουν τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων.	Κατανοεί τις διαφορές μεταξύ ορισμών αξιωμάτων και θεωρημάτων. Διακρίνει τις υποθέσεις από τα συμπεράσματα στην εκφώνηση ενός προβλήματος.	Διατυπώνει προεκτάσεις γνωστών αποτελεσμάτων. Περιγράφει διάφορα επαγωγικά συστήματα.
<b>ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ</b>	Κατασκευάζει με άνεση σχήματα και μπορεί να ονομάζει τα διάφορα μέρη τους.	Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες ενός σχήματος για να κατασκευάσει το σχήμα.	Δεδομένων κάποιων σχημάτων, μπορεί να κατασκευάζει άλλα σχήματα που σχετίζονται με τα αρχικά.	Αναγνωρίζει πότε και πώς να χρησιμοποιήσει βοηθητικά στοιχεία σε ένα σχήμα. Από δοσμένη πληροφορία συμπεραίνει πώς να κατασκευάσει ένα συγκεκριμένο σχήμα.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες διαφόρων οργάνων μέτρησης. Αναπαριστά σχηματικά έννοιες διαφόρων επαγωγικών συστημάτων.
<b>ΛΟΓΙΚΕΣ</b>	Συνειδητοποιεί ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα. Κατανοεί τη διατήρηση του σχήματος σε διάφορες θέσεις.	Κατανοεί ότι τα σχήματα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες. Συνειδητοποιεί ότι οι ιδιότητες χρησιμεύουν για να ξεχωρίζουν τα σχήματα.	Κατανοεί τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες των σχημάτων, για να συμπεράνει αν μια ομάδα σχημάτων εμπεριέχεται σε μια άλλη ομάδα.	Χρησιμοποιεί κανόνες της λογικής για να κατασκευάσει αποδείξεις. Μπορεί να διατυπώνει συμπεράσματα από δοσμένη πληροφορία.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και προτάσεων. Γνωρίζει πότε ένα σύστημα αξιωμάτων είναι ανεξάρτητο.
<b>ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ</b>	Αναγνωρίζει γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής.	Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων. Αναπαριστά φυσικά φαινόμενα με σχέδιο ή με τη βοήθεια μοντέλου.	Κατανοεί την έννοια του μαθηματικού μοντέλου που αναπαριστά σχέσεις μεταξύ αντικειμένων του πραγματικού χώρου.	Είναι σε θέση να συμπεράνει ιδιότητες αντικειμένων από μια πληροφορία και να λύνει προβλήματα που παρουσιάζουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.	Χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα, για να αναπαριστήσει αφηρημένα συστήματα. Αναπτύσσει μαθηματικά μοντέλα για φυσικά και κοινωνικά φαινόμενα.

## **Παράρτημα II**

Παρακάτω παραθέτουμε τον Πίνακα 3.1, ο οποίο παρουσιάζει τους διδακτικούς στόχους της Γεωμετρίας σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. για τα Μαθηματικά και τον Πίνακα 3.2, ο οποίος περιλαμβάνει τους στόχους, τον διατιθέμενο χρόνο για κάθε θεματική ενότητα και ενδεικτικές δραστηριότητες.

Τάξη	Άξονες γνωστικού περιεχ/νου	Γενικοί στόχοι (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες)	Ενδεικτικές Θεμελιώδεις έννοιες Διαθεματικής προσέγγισης
Α	Μετρήσεις	Να έχουν μια πρώτη επαφή με τις έννοιες: μήκος, χρόνος, χρήμα, μάζα. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα-Διαφορά
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στον προσανατολισμό στο χώρο, στη σχεδίαση, αναπαραγωγή, αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση σχημάτων. Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα. Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα.	Μεταβολή Σύστημα Επικοινωνία Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα-Διαφορά
Β	Μετρήσεις	Να εφαρμόζουν τη διαδικασία μέτρησης μήκους και επιφανειών με συμβατικές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Να εξασκούνται στη μέτρηση χρόνου, χρήματος και μάζας. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Άτομο - Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στη σχεδίαση, αναπαραγωγή σχημάτων και να αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά των σχημάτων αυτών. Να καθορίζουν σημεία και να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες. Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες. Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα. Να παρατηρούν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας και να συμπληρώνουν το συμμετρικό ενός σχήματος.	Μεταβολή Σύστημα Χώρος - Χρόνος Άτομο - Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά
Γ	Μετρήσεις	Να γνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις μονάδες μέτρησης μήκους, χρόνου και μάζας. Να αναγνωρίζουν ένα μοτίβο και να διαπιστώνουν ότι η διαδικασία επανάληψης συνεχίζεται επ' άπειρον.	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Χώρος-Χρόνος
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στην περιγραφή, αναπαραγωγή και σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σωμάτων καθώς και στην εφαρμογή τεχνικών σχεδίασης κάθετων ευθειών με τη βοήθεια των γεωμετρικών οργάνων. Να γνωρίσουν τις έννοιες, κορυφή, ακμή, ορθή γωνία και έδρα. Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα.	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Συμμετρία Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα - Διαφορά Έδρα

Δ	Μετρήσεις	<p>Να εξασκούνται στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, χρόνου, χρήματος, μάζας και διαισθητικά της χωρητικότητας.</p> <p>Να εξασκηθούν σε απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης και να μπορούν να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις με συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Πολιτισμός</p> <p>Άτομο - Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p>
	Γεωμετρία	<p>Να εξασκούνται με τη βοήθεια οργάνων στην χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών και στο σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων. Επίσης στον υπολογισμό περιμέτρου απλών σχημάτων.</p> <p>Να κατανοήσουν διαισθητικά την έννοια του εμβαδού.</p> <p>Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p>	<p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p> <p>Συμμετρία</p>
Ε	Μετρήσεις	<p>Να σταθεροποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειωθούν με τη χρήση των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη, να περιγράψουν και να επεκτείνουν απλά αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Πολιτισμός</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p>
	Γεωμετρία	<p>Να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να υπολογίζουν τις περιμέτρους και τα εμβαδά βασικών γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και το μήκος ενός κύκλου.</p> <p>Να γνωρίζουν την ονομασία γωνιών και τριγώνων, να τα ταξινομούν και να τα κατασκευάζουν.</p> <p>Να εξασκούνται στη κατασκευή αναπτυσμάτων απλών στερεών.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p> <p>Ταξινόμηση</p>
ΣΤ	Μετρήσεις	<p>Να σταθεροποιούν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειώνονται με τις χρήσεις των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διατυπώνουν έναν κανόνα για κάποιο απλό αριθμητικό ή το γεωμετρικό μοτίβο.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Άτομο - Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p>
	Γεωμετρία	<p>Να εξασκούνται στον σχεδιασμό ευθύγραμμων σχημάτων και κύκλων με κανόνα (χάρακα) και διαβήτη.</p> <p>Να υπολογίζουν το μήκος κύκλου και εμβαδόν κυκλικού δίσκου, τα εμβαδά και τους όγκους βασικών στερεών σχημάτων.</p> <p>Να αναπαράγουν, να κατασκευάζουν και να συγκρίνουν γωνίες.</p> <p>Να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα και να διενεργούν μεταφορές, μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p> <p>Συμμετρία</p>

Πίνακας 3.1. Διδακτικοί στόχοι της Γεωμετρίας σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό.

Τάξη	Στόχοι	Θεματικές Ενότητες (διατιθέμενος χρόνος)	Ενδεικτικές δραστηριότητες
Α	<p>Να μετρούν διάφορα μεγέθη με γνωστές ή αυθαίρετες μονάδες μέτρησης.</p> <p>Να συγκρίνουν ως προς το μέγεθός τους ή ως προς τα μεγέθη των διαστάσεων δύο ή περισσότερα αντικείμενα, και να χρησιμοποιούν τις εκφράσεις: ψηλότερο από..., χαμηλότερο από..., πλατύτερο από..., στενότερο από... κτλ.</p> <p>Να διατάσσουν γεγονότα σύμφωνα με τη χρονική τέλεσή τους.</p> <p>Να διακρίνουν και να εκτιμούν τη διάρκεια χρονικών διαστημάτων.</p> <p>Να διακρίνουν εμπειρικά τα διάφορα νομίσματα, σε επίπεδο ανάλογο των αριθμητικών γνώσεών τους.</p> <p>Να διαπιστώνουν σχέσεις μεταξύ των νομισμάτων.</p> <p>Να συλλαμβάνουν διαισθητικά την αξία τους.</p> <p>Να κατανοούν τη λειτουργία της ζυγαριάς.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τις εκφράσεις: βαρύτερο από..., ελαφρύτερο από...</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μήκος, ύψος, πλάτος (εμπειρικές μετρήσεις στα μεγέθη αυτά).</p> <p>Χρόνος (ονομασία - η έννοια του χρονικού διαστήματος σε σχέση με ορισμένα γεγονότα)</p> <p>Χρήμα</p> <p>Βάρος (μάζα)</p> <p>Μοτίβα (22 ώρες)</p>	<p>Σύγκριση οικείων μεγεθών χρησιμοποιώντας αυθαίρετες και γνωστές μονάδες μέτρησης.</p> <p>Διάταξη αντικειμένων σύμφωνα με ένα μέγεθος: ύψος, μήκος, πλάτος.</p> <p>Εκφράσεις και γεγονότα που αφορούν το χθες, το σήμερα, το αύριο, το πριν, το μετά, το γρήγορο, το αργό κτλ.</p> <p>Παρουσίαση στους μαθητές των κερμάτων και ανταλλαγή αυτών σύμφωνα με την αξία τους.</p> <p>Αγορές με εφαρμογή της πράξης πρόσθεσης.</p> <p>Σύγκριση μάζας αντικειμένων με ίδιο όγκο, π.χ. χάρτινο και γυάλινο πιάτο.</p> <p>Παρατήρηση και εξοικείωση με την ισορροπία της ζυγαριάς.</p> <p>Σχηματισμός μοτίβων απλών γεωμετρικών σχημάτων.</p> <p>Σχηματισμός αριθμητικών μοτίβων ανεβαίνοντας ή κατεβαίνοντας 2-2 μέχρι το 20.</p> <p>Μετρήσεις με διάφορα μεγέθη της αίθουσας, της αυλής κλπ π.χ. παιχνίδι του αρχιτέκτονα. Άλλα παιχνίδια μετρήσεων (χρόνος- ημερήσια διαστήματα, χρήμα- συναλλαγές) (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>



	<p>Να διακρίνουν τα σχήματα των επιπέδων: του τριγώνου, του τετράγωνου, του ορθογώνιου, του κύκλου και των στερεών: τριγωνικής πυραμίδας, κύβου, ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, κυλίνδρου, σφαίρας. Να χαράζουν ευθύγραμμα τμήματα με το χάρακα, ενώνοντας τα άκρα τους (δύο σημεία). Να ανακατασκευάζουν απλά παζλ. Να τοποθετούν, να εντοπίζουν και να μετατοπίζουν αντικείμενα σε σχέση με τους ίδιους ή σε σχέση με σταθερά σημεία αναφοράς. Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i>  Επίπεδα σχήματα και στερεά σώματα. Αναγνώριση της μορφής. Χάραξη. Προσανατολισμός στο χώρο Προσέγγιση της συμμετρίας ως προς άξονα. (8 ώρες )</p>	<p>Ταξινόμηση σχημάτων ως προς τη μορφή τους, ως προς τον αριθμό των πλευρών ή γωνιών τους. Ένωση με το χάρακα σημείων 1, 2 ...,10 και σχηματισμός σκίτσου. Περιγραφή μιας διαδρομής σε τετραγωνισμένο χαρτί ή μέσα στο χώρο. Κάλυψη μιας επιφάνειας με μια άλλη μικρότερη. Χρησιμοποίηση των όρων: πάνω-κάτω, μπροστά-πίσω, αριστερά-δεξιά. Εύρεση στερεών στο Περιβάλλον (κτίρια, αντικείμενα). Παιχνίδια με παζλ, καλαμάκια και πλαστελίνες για εξοικείωση με τις έννοιες των στερεών και των σχημάτων (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος)</p>
<p><b>B</b></p>	<p>Να μπορούν να μετρούν μήκη και επιφάνειες. Να μπορούν να βρίσκουν και να συγκρίνουν αποτελέσματα μετρήσεων με το μέτρο και τις υποδιαίρεσεις του. Να μπορούν να χρησιμοποιούν τις μονάδες μάζας (κιλό ή χιλιόγραμμα, γραμμάρια). Να εξοικειωθούν με την έννοια του χρόνου και να μπορούν να συγκρίνουν χρονικές διάρκειες (μέρες της εβδομάδας, μήνες του έτους, ημερολόγιο).</p>	<p><i>Μετρήσεις</i>  Μετρήσεις (μήκος επιφάνεια, μάζα, χρόνος) (12 ώρες)</p>	<p>Μέτρηση επιφανειών χρησιμοποιώντας ως μονάδες μέτρησης άλλες μικρότερες επιφάνειες και γεωμετρικά σχήματα (π.χ. τριγωνάκια, τετραγωνάκια). Εξοικείωση με τη λειτουργία της ζυγαριάς. Τα παιδιά κάνουν μετρήσεις σε σχέση με τη θερμοκρασία, το ύψος, το βάρος του σώματος, το χρόνο, τις διαστάσεις τετραδίων, βιβλίων, θρανίων. Δραματοποιούν στιγμές από την καθημερινή ζωή (π.χ. επίσκεψη στο μανάβικο, ασχολίες που γίνονται σε ημερήσια ή εβδομαδιαία βάση στο σπίτι) (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>
	<p>Οι μαθητές πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i>  Μοτίβα (4 ώρες)</p>	<p>Κατασκευή μοτίβων με χάντρες ή άλλα υλικά. Σχηματισμός αριθμητικών μοτίβων ανεβαίνοντας ή κατεβαίνοντας 2-2, 3-3, 5-5 και 10-10 μέχρι το 100. Ζωγραφίζουν γεωμετρικά μοτίβα, χαρακτηριστικά διαφόρων πολιτισμών (Αισθητική Αγωγή).</p>

	<p>Να αναγνωρίζουν και να ορίζουν σημεία, να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες σε λευκό και τετραγωνισμένο χαρτί.                  Να μετρούν και να συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα με συμβατικές μονάδες μετρήσεων.                  Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες.                  Να αναγνωρίζουν τα γεωμετρικά σχήματα: τον κύκλο, το τετράγωνο, το ορθογώνιο, το τρίγωνο.                  Να εξετάζουν τα χαρακτηριστικά των γεωμετρικών σχημάτων με τη χρήση των οργάνων.                  Να διακρίνουν τα γεωμετρικά στερεά: την πυραμίδα, τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τη σφαίρα, τον κύλινδρο.                  Να σχεδιάζουν σχήματα με το χάρακα σε λευκό και σε τετραγωνισμένο χαρτί και να αναπαράγουν σχήματα.                  Να παρατηρούν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i>  (12 ώρες)</p>	<p>Προσδιορισμός κόμβων και τετραγώνων στο καρτεσιανό επίπεδο (τετραγωνισμένο χαρτί, σταυρόλεξο, χάρτες). Περιγραφή μιας διαδρομής μέσα στο χώρο ή σε τετραγωνισμένο χαρτί.                  Χρήση του γνώμονα, για να εξετάσουν αν δύο ευθείες είναι κάθετες.                  Σχηματισμός απλών σχημάτων με τα κομμάτια του πάζλ (τάγκραμ). Να καλύπτουν μια επιφάνεια με μια άλλη μικρότερη (πλακόστρωτο).                  Διασκέδαση με κομμάτια του πάζλ (τάγκραμ), πλακόστρωτα, μωσαϊκά, παζλ, αριθμητικά ή λογικά παιχνίδια, επαναληπτικές κανονικότητες.                  Διαπίστωση με το χάρακα της ισότητας των πλευρών και με το γνώμονα ότι γωνίες είναι ορθές.                  Διπλώνοντας το χαρτί να ελέγχουν και να συμπληρώνουν τη συμμετρία.                  Παίζουν μαθηματικά παιχνίδια π.χ. τρίλιζα (Αισθητική Αγωγή).</p>
<p>Γ</p>	<p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης.                  Να γνωρίζουν τις συνήθεις μονάδες μήκους και επιφάνειας.                  Να γνωρίζουν τις συνήθεις μονάδες μάζας.                  Να γνωρίζουν τις μονάδες χρόνου.                  Να μπορούν να διατάσσουν μεγέθη</p>	<p><i>Μετρήσεις</i> (μήκος, επιφάνεια, μάζα, χρόνος) (6 ώρες)</p>	<p>Αρχικά πειραματίζονται με τη χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης μηκών και επιφανειών. Εκτελούν απλούς υπολογισμούς (π.χ. περίμετρος ενός πολυγώνου με σπιρτόξυλα). Στη συνέχεια εισάγονται στις συμβατικές μονάδες μέτρησης και χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης (μέτρο μήκους, ζυγαριά, ρολόι).                  Μετρούν διαστάσεις: αίθουσας, σχολείου, παραθύρων, θρανίων, πόρτας κτλ., Χρονομετρούν γεγονότα και ζυγίζουν αντικείμενα (Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>

	<p>Να σχεδιάζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.                  Να αναπαράγουν, να περιγράφουν και να σχεδιάζουν ορισμένα συνήθη επίπεδα γεωμετρικά σχήματα (ορθογώνιο, τετράγωνο).                  Να περιγράφουν και να αναπαριστούν ορισμένα συνήθη γεωμετρικά στερεά (κύβος, σφαίρα).                  Να αναπαράγουν τα αναπτύγματα του κύβου, του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, της τετραγωνικής πυραμίδας.                  Να χαράζουν κάθετες με τη βοήθεια οργάνων. Να αντιληφθούν την έννοια της ορθής γωνίας.                  Να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i>  (9 ώρες)</p>	<p>Εργασία πάνω σε διάφορα στερεά (αναπαράγωγή, περιγραφή, αναπαράσταση), χρησιμοποιούν έννοιες όπως: έδρα, κορυφή, ακμή.                  Επίσης, εργασία πάνω σε διάφορα επίπεδα σχήματα, χρησιμοποιούν έννοιες, όπως: πλευρά, ευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, μέσο, γραμμή, κάθετος, γωνία, ορθή γωνία.                  Αναγνώριση σχημάτων μέσα σε ένα σύνθετο σχήμα και καταμέτρηση του αριθμού τους στο σύνθετο σχήμα.                  Παιχνίδια με κομμάτια πάζλ (τάγκραμ), πλακόστρωτα, μωσαϊκά, πάζλ, επαναληπτικές κανονικότητες, γρίφους, μαγικά τετράγωνα.                  Σχετικά με την αξονική συμμετρία οι μαθητές χρησιμοποιούν τη δίπλωση, για να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας. Επίσης, αναγνωρίζουν άξονες συμμετρίας ενός επίπεδου σχήματος και με τη βοήθεια πλαστικού καθρέφτη Σχεδιασμός της αίθουσας, του σχολείου κλπ. (Αισθητική Αγωγή).</p>
<p><b>Δ</b></p>	<p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν αυθαίρετες μονάδες για τις μετρήσεις.                  Να μπορούν να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης.                  Να γνωρίζουν τις συνήθεις μονάδες μήκους, μάζας, εμβαδού, όγκου και χρόνου.                  Να μπορούν να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες.                  Να γνωρίσουν διαισθητικά την έννοια του λίτρου (l) και του (ml), τη σχέση τους και να λύνουν πραγματικά προβλήματα.                  Να διενεργούν μετρήσεις μηκών ή μαζών χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες μονάδες με τις υποδιαίρεσεις τους για να κατανοήσουν τους</p>	<p><i>Μετρήσεις</i>  Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, χωρητικότητα) (10 ώρες)</p>	<p>Διαισθητική προσέγγιση των μεγεθών: μήκους, επιφάνειας και χωρητικότητας με χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης επιφανειών και χωρητικότητας, όπως για παράδειγμα τετραγωνάκια και κυβάκια.                  Σύγκριση της χωρητικότητας ενός μικρού-ατομικού κουτιού με φυσικό χυμό και ενός μεγάλου οικογενειακού. Διερεύνηση για τη συμφέρουσα τιμή αγοράς μεταξύ μεγάλου και μικρού κουτιού (Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>

<p>συμμιγείς αριθμούς. Να μπορούν να διενεργούν μετρήσεις μηκών και μαζών και να εκφράζουν τα αποτελέσματα με μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού. Να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις με συμμιγείς αριθμούς.</p>		
<p>Να μπορούν να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών γεωμετρικών μοτίβων. Να μπορούν να τριπλασιάζουν (τετραπλασιάζουν κ.λπ.) φυσικούς αριθμούς και να προβλέπουν τους επόμενους όρους μιας τέτοιας αριθμητικής ακολουθίας.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i>  <i>Μοτίβα</i> <i>(4 ώρες)</i></p>	<p>Αναγνωρίζουν το μοτίβο επανάληψης αριθμών σε ένα σχήμα (π.χ. τρίγωνο Pascal), να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον. Δίνονται στα παιδιά: ο κανόνας "πολλαπλασιάσε επί 3" και η σειρά των αριθμών 1, 3, 6, 9, 12...και ζητείται να συνεχίσουν τη σειρά των αριθμών αυτών και να βρουν τον 10ο όρο.</p>
<p>Να μπορούν να σχεδιάζουν γεωμετρικά σχήματα και στερεά με τη βοήθεια οργάνων. Να κατανοήσουν διαισθητικά την έννοια του εμβαδού. Να μπορούν να υπολογίζουν και να συγκρίνουν περιμέτρους επίπεδων σχημάτων. Να μπορούν να περιγράφουν και να αναπαριστάνουν συνήθη γεωμετρικά στερεά. Να μπορούν να αναπαράγουν τα αναπτύγματα ορισμένων στερεών. Να μπορούν να περιγράφουν και να σχεδιάζουν τα συνήθη επίπεδα γεωμετρικά σχήματα. Να μπορούν να σχεδιάζουν τεμνόμενες, παράλληλες και κάθετες ευθείες με τη βοήθεια οργάνων.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i>  <i>(10 ώρες)</i></p>	<p>Χρήση συνήθων οργάνων όπως: το μοιρογνωμόνιο, το βαθμολογημένο κανόνα, το ορθογώνιο τρίγωνο, καθώς και βοηθητικά μέσα όπως: το διαφανές χαρτί, το τετραγωνισμένο χαρτί. Επίσης χρησιμοποιούν το ακριβές γεωμετρικό λεξιλόγιο. Εξέταση των επίπεδων σχημάτων όπως: το τρίγωνο, το τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλογράμμου, ρόμβου και πολύγωνου. Γνωριμία και εργασία πάνω στα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και τη σφαίρα. Σχεδιασμός αναπτυγμάτων πιο σύνθετων στερεών απ' ότι στη Γ' τάξη και αντιστρόφως όταν δοθεί το σχέδιο αναπτύγματος ο μαθητής να είναι σε θέση να αναπαραστήσει το στερεό. Κατασκευή του συμμετρικού ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας. Αναγνώριση αξόνων συμμετρίας ενός επίπεδου σχήματος και συμπλήρωση ενός σχήματος με άξονα συμμετρίας. Χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών με τη βοήθεια οργάνων. Από ένα σημείο χαράζουν την κάθετο, την παράλληλο ή μια τέμνουσα προς μια</p>

	<p>Να μπορούν να σχεδιάζουν την απόσταση σημείου από ευθεία και την απόσταση δύο παράλληλων ευθειών.</p> <p>Να μπορούν να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας.</p> <p>Να μπορούν να διενεργούν μεταφορά ενός σχήματος στο τετραγωνισμένο χαρτί κατά δοθέν ευθύγραμμο τμήμα.</p>		<p>ευθεία.</p> <p>Αναγνώριση σχημάτων μέσα σε ένα σύνθετο σχήμα. Καταμέτρηση του αριθμού των σχημάτων που εντοπίζουν στο σύνθετο σχήμα.</p> <p>Παιγνίδια με αναπτύγματα στερεών.</p> <p>Η συμμετρία στη φύση (π.χ. φύλλα δένδρων) και στις τέχνες (π.χ. πίνακες, κτίρια). Γεωμετρικά χρόνια (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος, Ιστορία).</p>
Ε	<p>Να χρησιμοποιούν τα συνήθη εργαλεία μέτρησης (χάρακας, μοιρογνωμόνιο, ορθή γωνία, μέτρο, μετροταινία, ζυγαριά, ρολόι, χρονόμετρο).</p> <p>Να διενεργούν μετρήσεις γωνιών με μονάδα μέτρησης το <math>\frac{1}{2}</math> και το <math>\frac{1}{4}</math> της ορθής γωνίας.</p> <p>Να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες μήκους, επιφάνειας, χρόνου και μάζας. Να διενεργούν μια διάταξη μεγεθών και να χρησιμοποιούν την κατάλληλη μονάδα σε ορισμένες οικείες καταστάσεις.</p> <p>Να διενεργούν μετρήσεις μηκών, επιφανειών, μαζών και χρόνου και να εκφράζουν τα αποτελέσματα με τη μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού.</p> <p>Να εκτελούν απλές πράξεις με συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες τους σχετικά τα νομίσματα στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, γωνία, χωρητικότητα, νομίσματα) (5 ώρες)</p>	<p>Πειραματισμός στην αρχή με αυθαίρετες μονάδες μέτρησης.</p> <p>Εξάσκηση στις πράξεις με τους συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Χρήση των κλασμάτων και των δεκαδικών μέσα σε προβλήματα μέτρησης μήκους, μάζας, εμβαδού και χρόνου.</p> <p>Οι μετρήσεις από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Μονάδες μέτρησης στην αρχαιότητα – πρακτικές μονάδες μέτρησης. Ιστορική προσέγγιση της καθιέρωσης του μέτρου (Ιστορία, Γλώσσα).</p>

<p>Να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να αναγνωρίζουν σχήματα που είναι μέρη ενός σύνθετου σχήματος .</p> <p>Να υπολογίζουν τα εμβαδά του τετραγώνου, του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και του ορθογώνιου τριγώνου.</p> <p>Να συγκρίνουν εμβαδά.</p> <p>Να κατανοήσουν ότι η έννοια του εμβαδού είναι διαφορετική από την έννοια της περιμέτρου επιλύοντας προβλήματα, στα οποία γνωρίζουν τη μία από τις δύο έννοιες και ζητάμε την άλλη.</p> <p>Να υπολογίζουν το μήκος ενός κύκλου.</p> <p>Να διακρίνουν τα είδη των γωνιών (ορθή, οξεία, αμβλεία). Να συγκρίνουν και να σχηματίζουν γωνίες.</p> <p>Να διακρίνουν τα είδη τριγώνων και τις ιδιότητές τους. Να εφαρμόζουν τις συνήθεις τεχνικές χάραξης των υψών ενός τριγώνου.</p> <p>Να διενεργούν μεγεθύνσεις και μικρύνσεις, σε χαρτί μιλιμετρέ απλών ευθύγραμμων σχημάτων.</p> <p>Να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(8 ώρες)</p>	<p>Εκμάθηση του λεξιλογίου που αφορά στα επίπεδα σχήματα, όπως στην ευθεία, στον κύκλο, στο κέντρο, στην ακτίνα, στην διάμετρο, στη γωνία.</p> <p>Ανάλυση ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος, διατύπωση υποθέσεων για τα επιμέρους στοιχεία του και επαλήθευση με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων.</p> <p>Μεγέθυνση και σμίκρυνση στο τετραγωνισμένο χαρτί, χωρίς υπολογιστικές διαδικασίες αναλογιών και κλιμάκων.</p> <p>Γίνονται μόνο μετρήσεις πάνω στο τετραγωνισμένο χαρτί.</p> <p>Κατασκευή συμμετρικού σχήματος με μορφή δραστηριότητας σχεδιασμού.</p> <p>Έρευνα των μαθηματικών εννοιών στο σχεδιασμό του τροχού ποδηλάτου και χρήση γεωμετρικών λογισμικών (SketchPad, Cabri) (Γλώσσα, Φυσικά, Νέες Τεχνολογίες )</p>
---	---	---

<p><b>ΣΤ</b></p>	<p>Να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης (μέτρο, ζυγαριά, ρολόι, χρονόμετρο κ.ά.). Να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες μήκους, επιφάνειας, χωρητικότητας, μάζας, χρόνου και γωνιών. Να διενεργούν διατάξεις μεγεθών και να χρησιμοποιούν την κατάλληλη μονάδα σε ορισμένες οικείες καταστάσεις. Να εκφράζουν τα αποτελέσματα μετρήσεων με τη μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού. Να εκτελούν πράξεις με συμμιγείς αριθμούς και να λύνουν πραγματικά προβλήματα. Να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες τους σχετικά με τα νομίσματα στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων κάνοντας χρήση των νομισμάτων.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, χωρητικότητα, γωνία, νομίσματα) (8 ώρες)</p>	<p>Χρήση των κλασμάτων και των δεκαδικών σε προβλήματα μετρήσεων μήκους, επιφάνειας, χωρητικότητας. Οι μαθητές μετρούν τα ύψη τους, τις διαστάσεις της αίθουσάς τους και τα εκφράζουν σε όλες τις υποδιαιρέσεις του μέτρου αλλά και με συμμιγείς αριθμούς. Ομοίως και για την επιφάνεια του δαπέδου, τις γωνίες και το βάρος διαφόρων αντικειμένων. Αποτυπώνουν εικαστικά και συζητούν για τις τυχόν διαφορές (Αισθητική Αγωγή, Φυσικά, Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή).</p>
	<p>Να μπορούν να αναγνωρίζουν να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα. Να μπορούν να διατυπώνουν έναν κανόνα για κάποιο απλό αριθμητικό ή το γεωμετρικό μοτίβο.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μοτίβα (4 ώρες)</p>	<p>Να βρεθεί και να διατυπωθεί ο κανόνας με τον οποίο συνεχίζεται η παρακάτω ακολουθία των αριθμών: 720, 360, 120, ..., Να βρεθεί ο 8ος όρος της.</p>

<p>Να αναγνωρίζουν σχήματα σε ένα σύνθετο περιβάλλον και να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τους τύπους που επιτρέπουν τον υπολογισμό των εμβαδών του τριγώνου, του παραλληλόγραμμου και του τραπεζίου.</p> <p>Να υπολογίζουν τα εμβαδά του τριγώνου, του παραλληλόγραμμου, του τραπεζίου και του κύκλου και να επιλύουν σχετικά προβλήματα.</p> <p>Να υπολογίζουν τους όγκους και τα εμβαδά παράπλευρης και ολικής επιφάνειας του κύβου, του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου και του κυλίνδρου και να λύνουν συνδυαστικά προβλήματα εμβαδών και όγκων.</p> <p>Να αξιοποιούν δεδομένα από όγκους και εμβαδά για να κατασκευάζουν τα αναπτύγματα του κύβου, του κυλίνδρου και του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.</p> <p>Να αναπαράγουν, να σχεδιάζουν και να συγκρίνουν γωνίες.</p> <p>Να διενεργούν μεταφορές, μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις σε μιλιμετρέ χαρτί απλών ευθύγραμμων σχημάτων.</p> <p>Να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(16 ώρες)</p>	<p>Σχεδιασμός και κατασκευή του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, του κύβου και του κυλίνδρου. Ανάλυση των αναπτυγμάτων, μετρήσεις και μελέτη των θέσεων των εδρών.</p> <p>Για την κατανόηση της έννοιας του όγκου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της «διαδοχικής πλακόστρωσης» με κυβάκια, που είναι ανάλογη της πλακόστρωσης με τετραγωνάκια στην περίπτωση του εμβαδού.</p> <p>Συγκρίνουν γωνίες με διάφορους τρόπους, με ολική αντίληψη, με εναπόθεση, με διαφανές χαρτί, με δίπλωση, με μοιρογνωμόνιο.</p> <p>Οι μαθητές έχοντας ένα κουτί με νιφάδες καλαμποκιού - το οποίο μερικοί χρησιμοποιούν για πρωινό – κατασκευάζουν διαφορετικά γεωμετρικά στερεά της ίδιας χωρητικότητας.</p> <p>Χρησιμοποιούν γεωμετρικά λογισμικά Sketch-Pad, Cabri, Logo, για εξάσκηση σε διαφορετική αναπαράσταση των γεωμετρικών εννοιών (Αισθητική Αγωγή, Νέες Τεχνολογίες).</p>
--	--	---

Πίνακας3.2. Στόχοι και ενδεικτικές δραστηριότητες για τη Γεωμετρία σύμφωνα με το Α.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό.



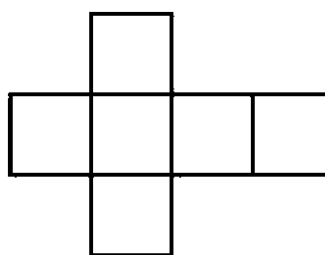
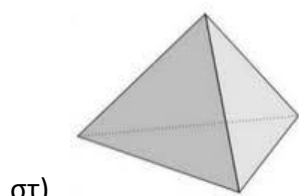
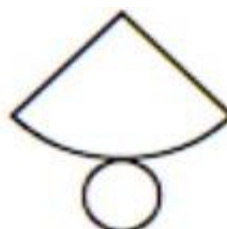
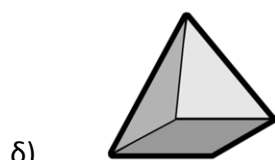
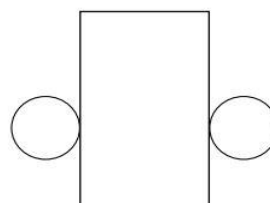
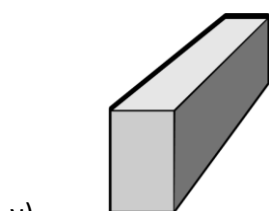
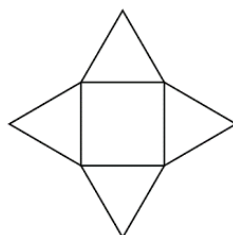
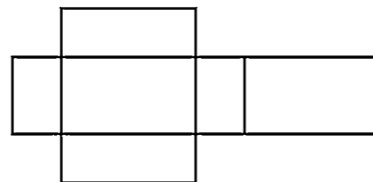
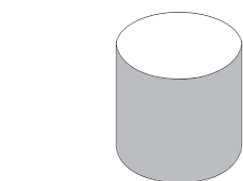
## **Παράρτημα ΙΙΙ**

Παρακάτω παραθέτουμε τη δοκιμασία αξιολόγησης που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα μελέτη.

Δοκιμασία για το επίπεδο των μαθητών στη Γεωμετρία

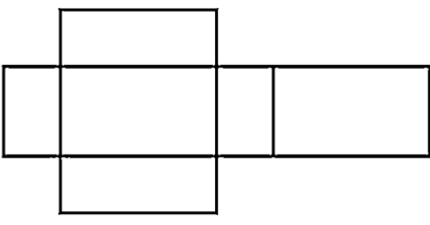
**Πρώτο Επίπεδο**

1.0. Πώς θα φαίνονται τα παρακάτω στερεά σώματα αν τα ξεδιπλώσουμε; Αντιστοιχίσε κάθε στερεό σώμα με το ανάπτυσμά του.



1.Α. Ποια στερεά σώματα σχηματίζονται από τα παρακάτω αναπτύγματα;

α)  \_\_\_\_\_

β)  \_\_\_\_\_

γ)  \_\_\_\_\_

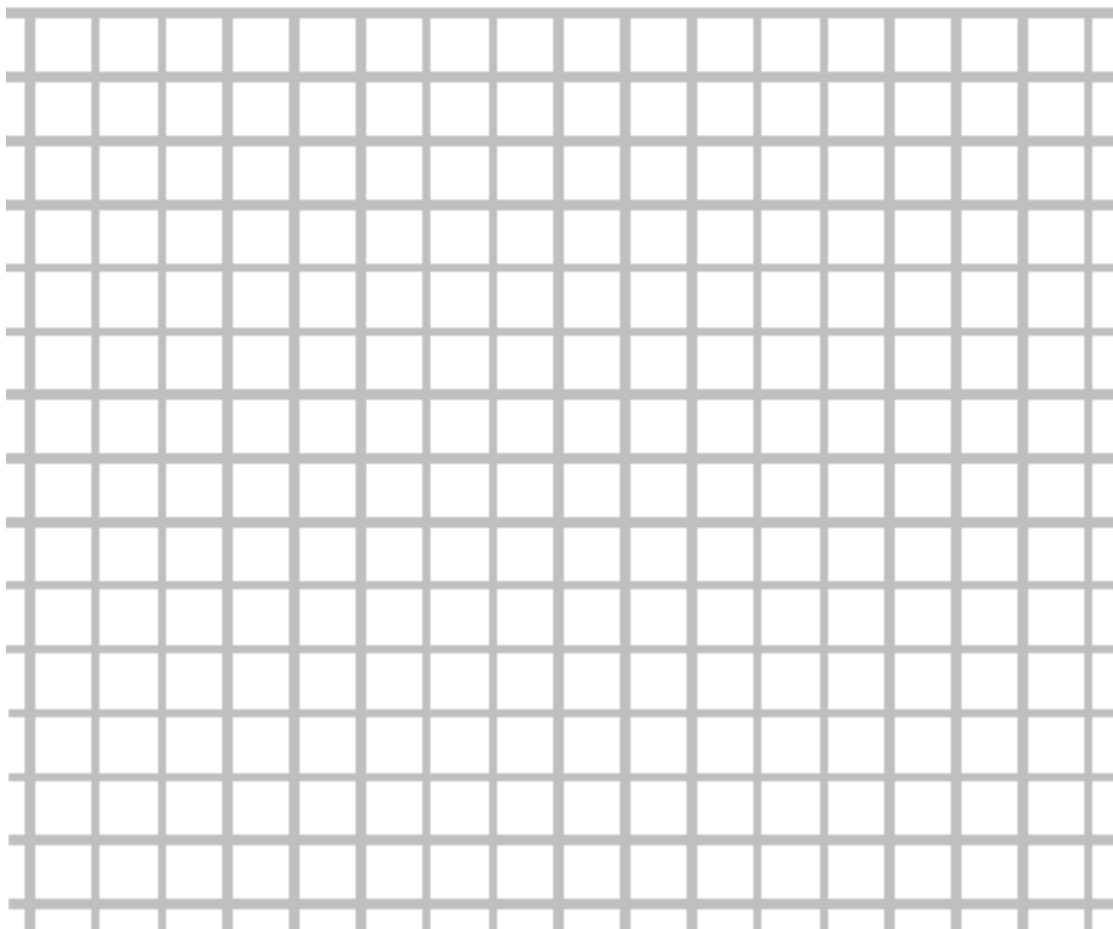
δ)  \_\_\_\_\_

ε)  \_\_\_\_\_

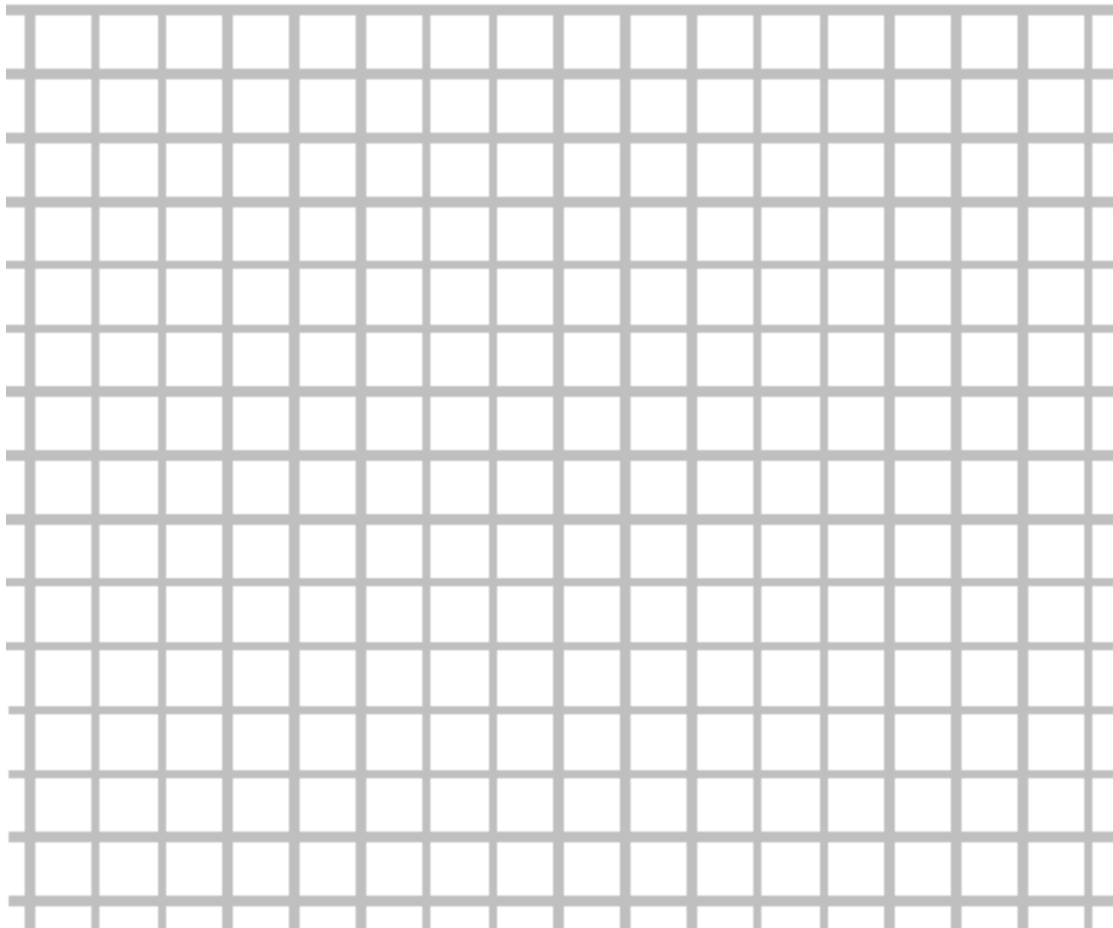
στ)  \_\_\_\_\_

1.Σ. Σχεδιάσε τα αναπτύγματα:

α) του κύβου

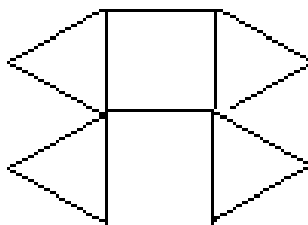
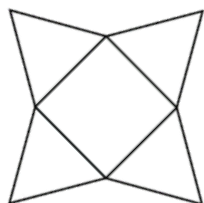


β) του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου

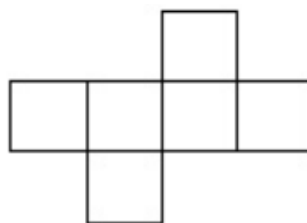
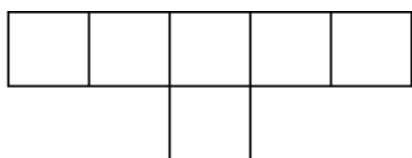


1.ΛΟ. Κύκλωσε 1 σωστό ανάπτυγμα για κάθε στερεό σώμα.

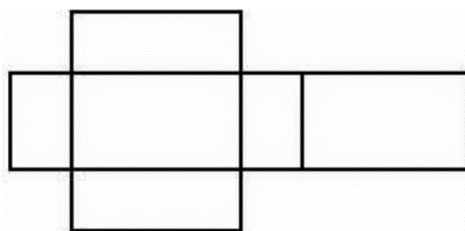
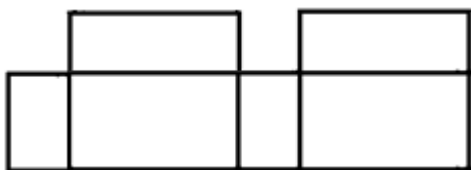
α) τετραγωνική πυραμίδα



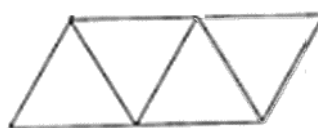
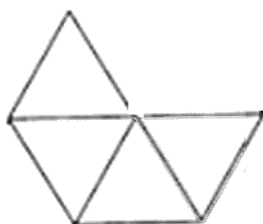
β) κύβος



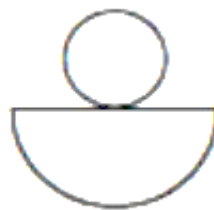
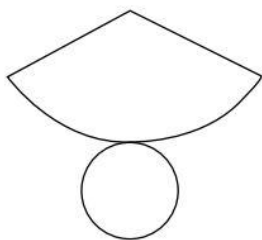
γ) ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



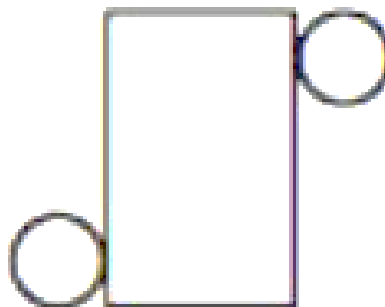
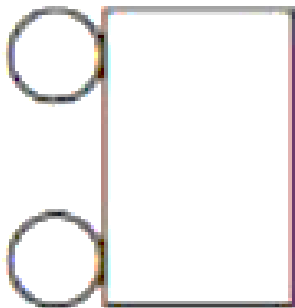
δ) τριγωνική πυραμίδα



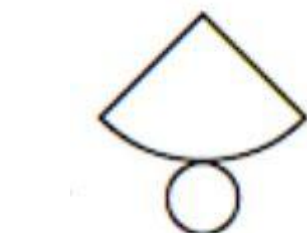
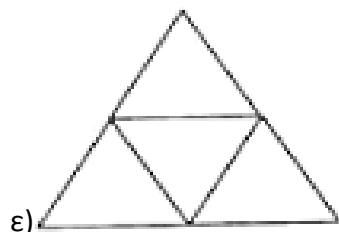
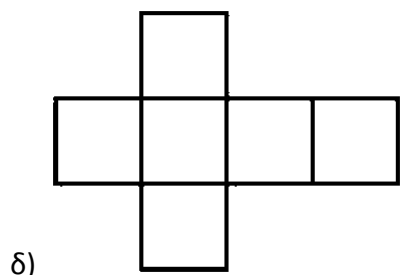
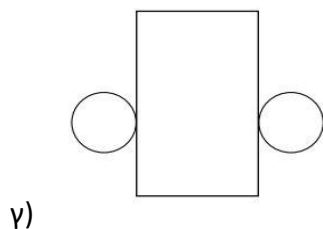
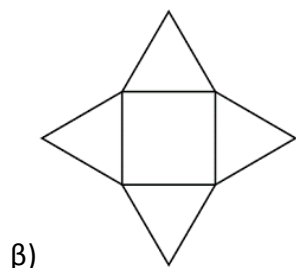
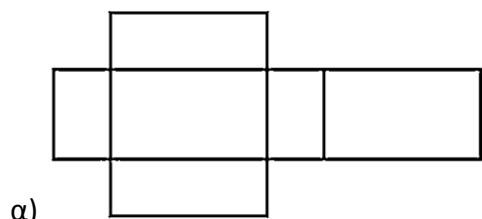
ε) κώνος



στ) κύλινδρος



1.Ε. Σε ποιο ανάπτυγμα αντιστοιχεί καθεμία από τις παρακάτω εικόνες;

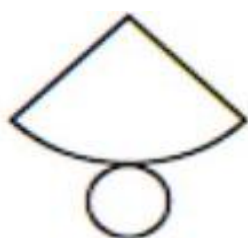
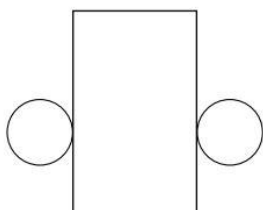
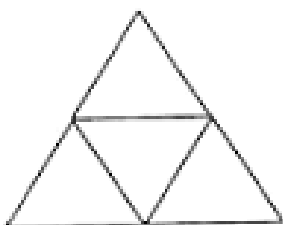
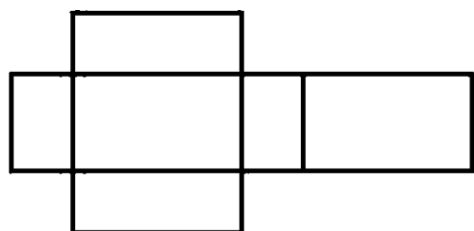
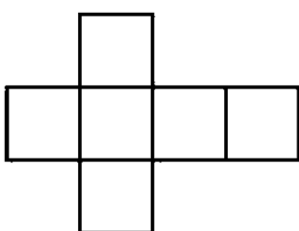
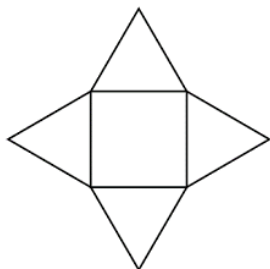




Δοκιμασία για το επίπεδο των μαθητών στη Γεωμετρία

**Δεύτερο Επίπεδο**

2.0. Ποια σχήματα διακρίνεις στα παρακάτω αναπτύγματα; Γράψε μέσα στα κουτάκια.

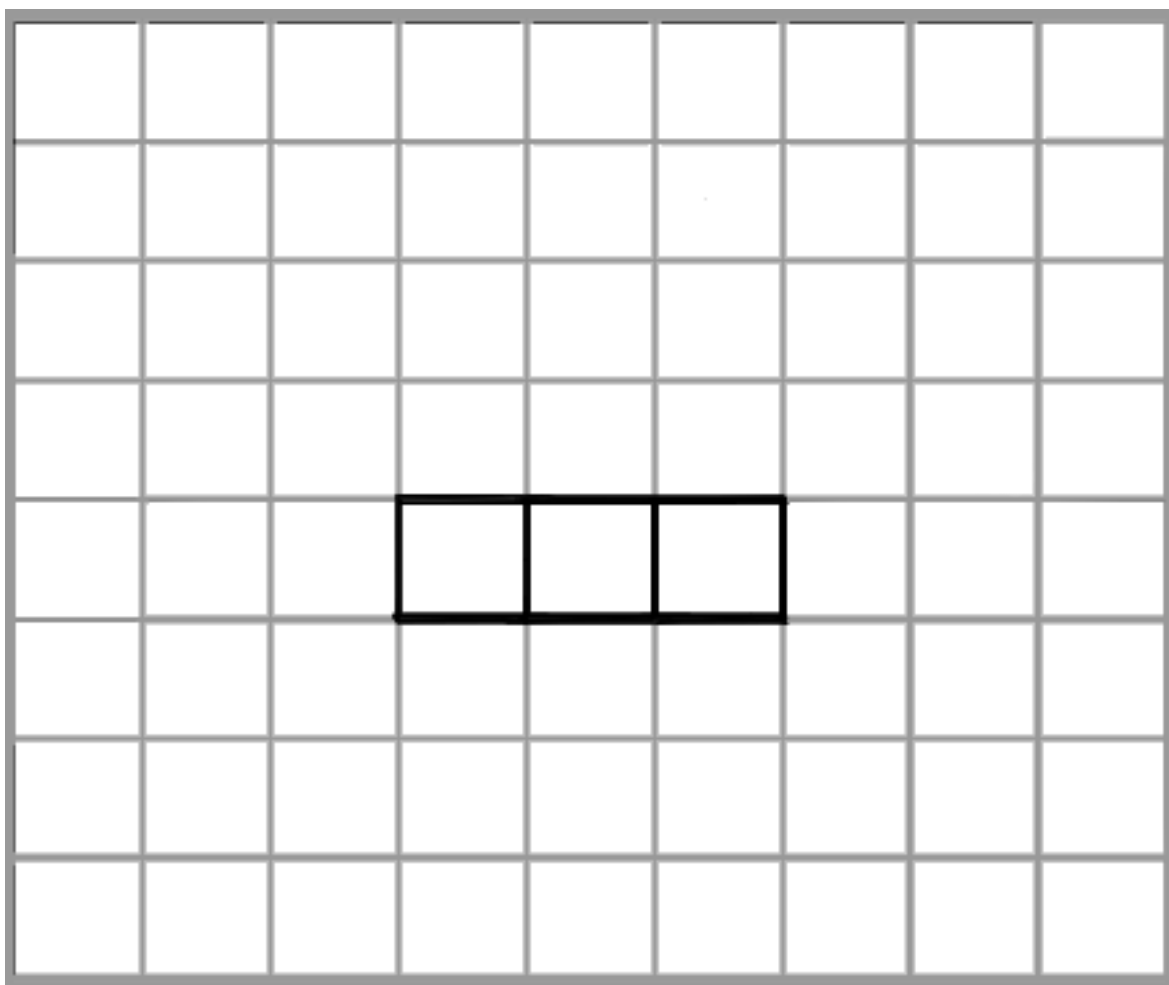


2.Λ. Συμπλήρωσε τα κενά με τις κατάλληλες λέξεις:

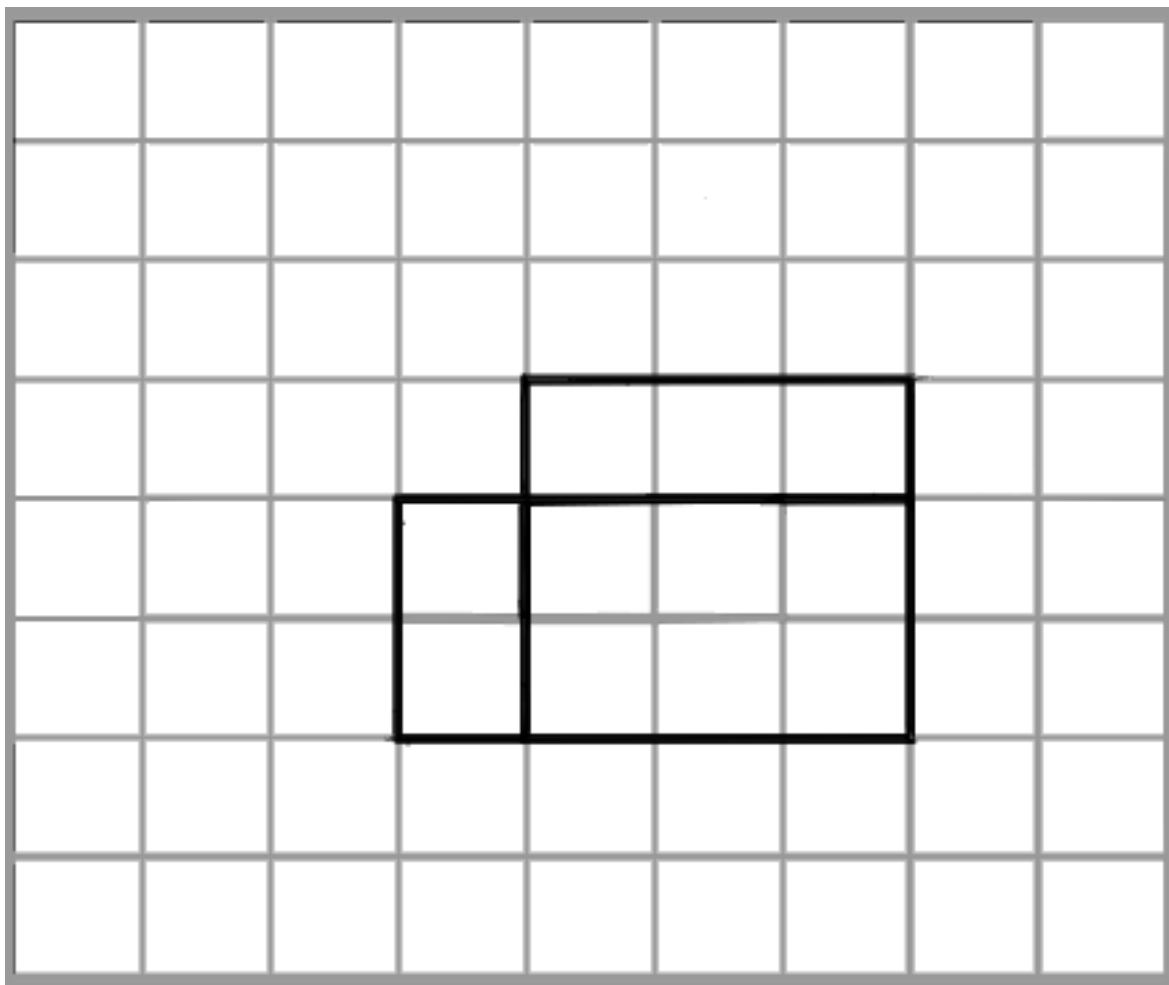
- Ο κύβος έχει 6 ίσες \_\_\_\_\_ και 8 \_\_\_\_\_.
- Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει 6 ορθογώνιες \_\_\_\_\_ και 8 \_\_\_\_\_.
- Η τετραγωνική πυραμίδα έχει 4 \_\_\_\_\_ σε σχήμα τριγώνου και 1 \_\_\_\_\_ σε σχήμα τετραγώνου.
- Η τριγωνική πυραμίδα έχει 4 \_\_\_\_\_ και 4 \_\_\_\_\_.
- Ο κώνος έχει 1 \_\_\_\_\_ σε σχήμα κύκλου και 1 \_\_\_\_\_.
- Ο κύλινδρος έχει 2 \_\_\_\_\_ σε σχήμα κύκλου.

1.Σ. Συμπλήρωσε τα αναπτύγματα:

α) του κύβου



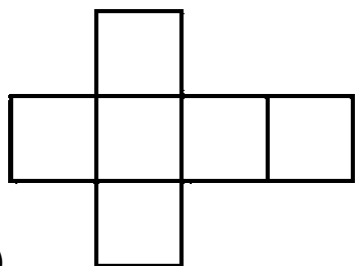
γ) του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου



2.ΛΟ. Τα παρακάτω στερεά σώματα περιλαμβάνουν έστω μια τετράγωνη έδρα; Γράψε δίπλα σε κάθε στερεό σώμα τη λέξη ΝΑΙ αν έχει έστω μία τετραγωνική έδρα και ΟΧΙ αν δεν έχει.

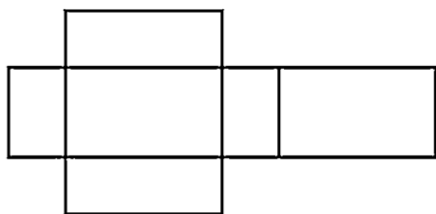
<b>τετραγωνική πυραμίδα</b>	<input type="checkbox"/>
<b>κύβος</b>	<input type="checkbox"/>
<b>κώνος</b>	<input type="checkbox"/>
<b>τριγωνική πυραμίδα</b>	<input type="checkbox"/>
<b>κύλινδρος</b>	<input type="checkbox"/>
<b>ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο</b>	<input type="checkbox"/>

2.Ε.Γράψε δίπλα από κάθε ανάπτυγμα ένα πραγματικό αντικείμενο, στο οποίο



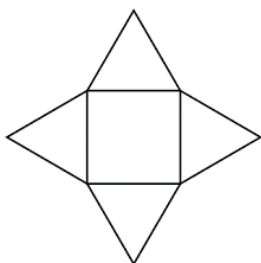
αντιστοιχεί.α)

\_\_\_\_\_



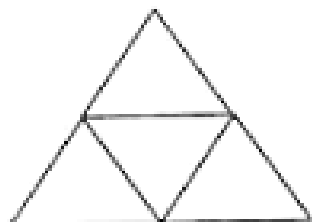
β)

\_\_\_\_\_



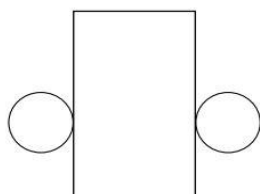
γ)

\_\_\_\_\_



δ)

\_\_\_\_\_



ε)

\_\_\_\_\_



στ)

\_\_\_\_\_

## **ΠαράρτημαΙV**

Παρακάτω παραθέτουμε το φύλλο εργασιών που χρησιμοποιήθηκε στη διδακτική παρέμβαση.

## Φύλλο εργασιών- Επίπεδο Ι

### 1η Δραστηριότητα - Αφόρμηση

- Σκάνανε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.



## **2η Δραστηριότητα**

- Συμπλήρωσε την άσκηση 3 στη σελίδα 34 του Τετραδίου Εργασιών.
- Σκάναρε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.
- Συμπλήρωσε την άσκηση 1 στη σελίδα 132 του Βιβλίου Μαθητή.



### **3η Δραστηριότητα**

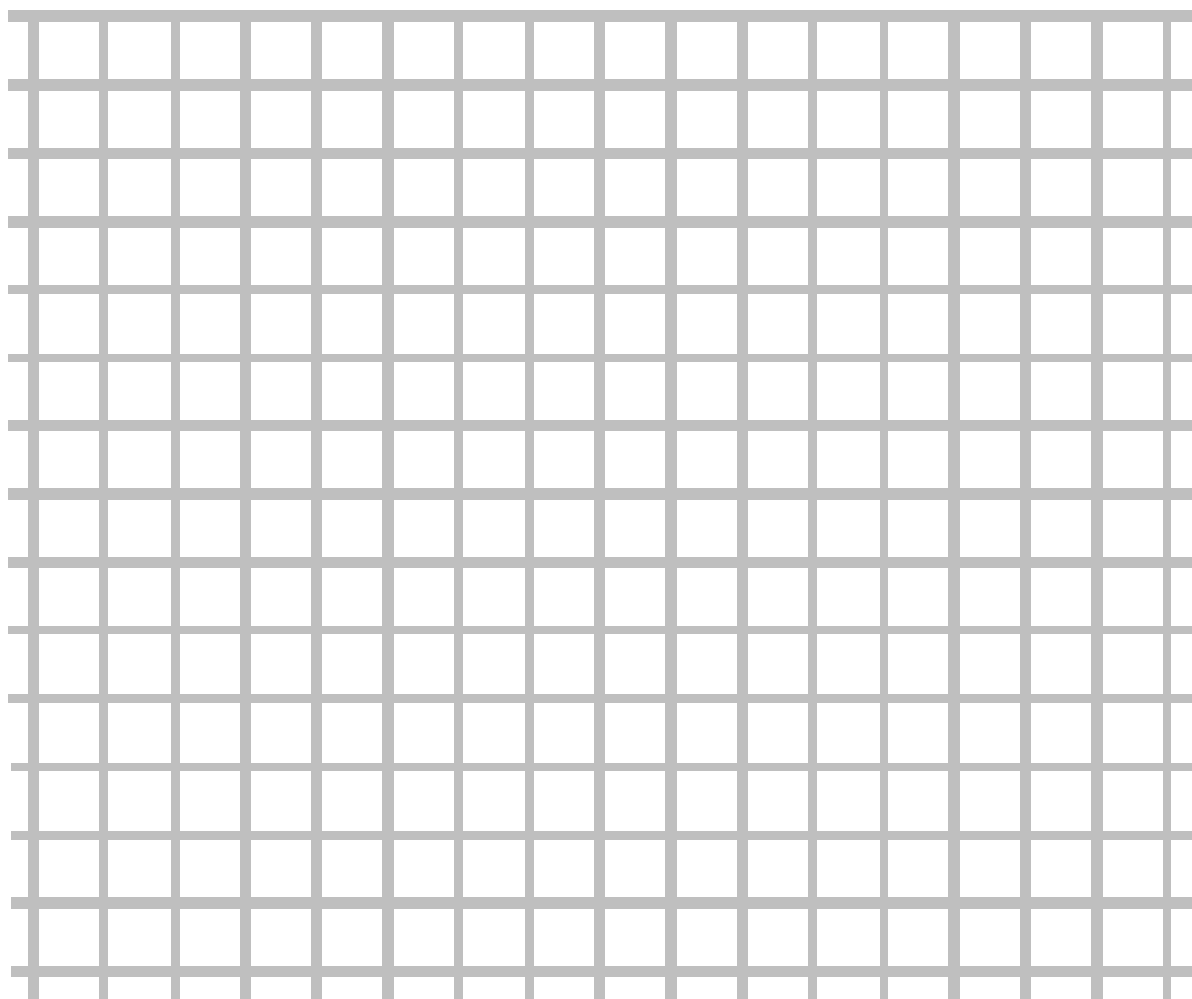
- Συμπλήρωσε την άσκηση 2 στη σελίδα 34 του Τετραδίου Εργασιών.
- Σκάνανε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.





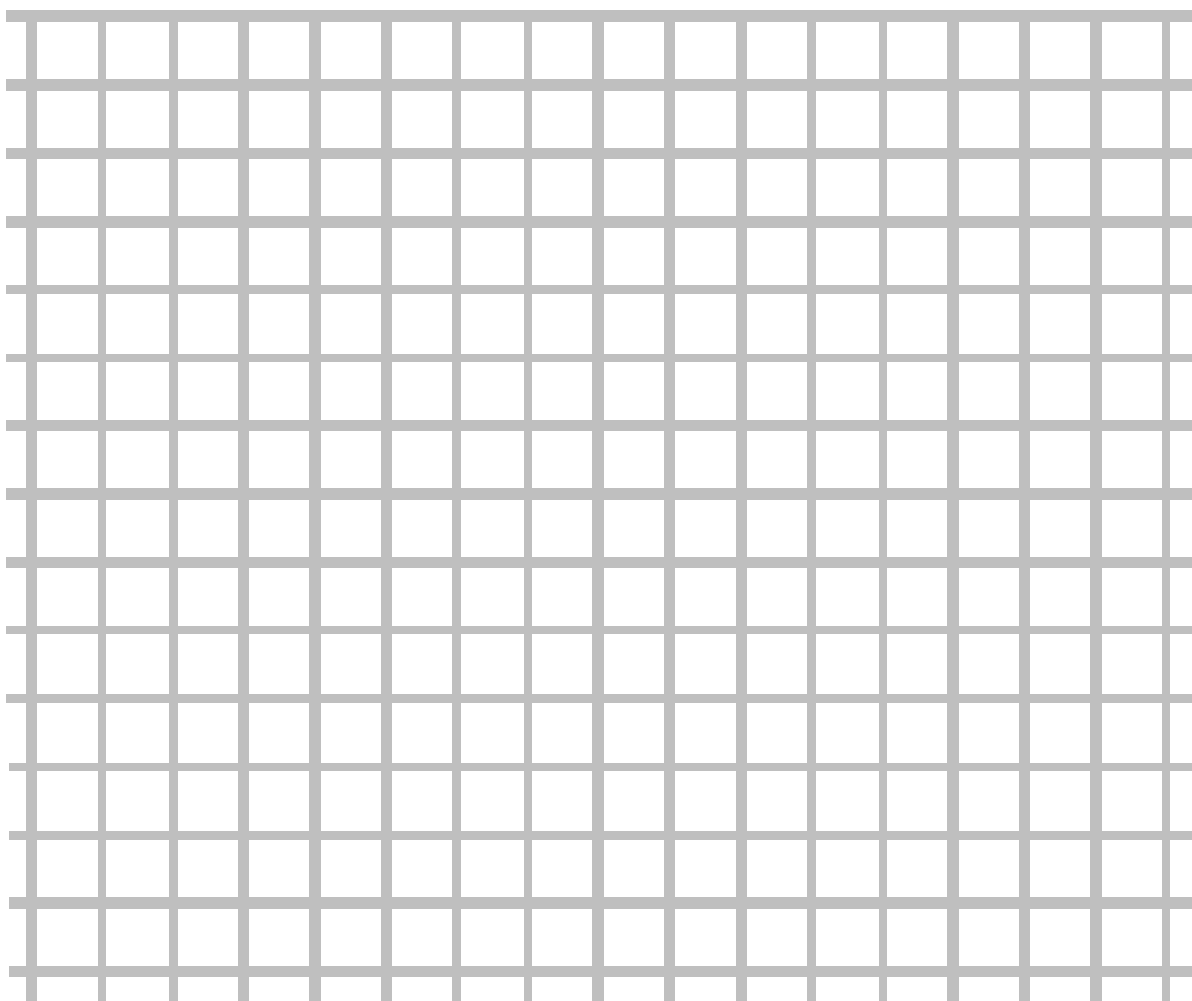
**4η Δραστηριότητα**

- α) Σκάνναρε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.
- β) Σχεδιάσε το ανάπτυγμα του κύβου που επέλεξες στον ειδικό χώρο με τα τετραγωνάκια:



γ) Σκάνανε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.

δ) Σχεδίασε το ανάπτυγμα του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου  
που επέλεξες στον ειδικό χώρο με τα τετραγωνάκια:



## Φύλλο εργασιών- Επίπεδο II

### 1η Δραστηριότητα

α) Σκάνανε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.



### 2η Δραστηριότητα

α) Παρατήρησε τον πίνακα. Μπορείς να τον συμπληρώσεις;

Ανάπτυγμα στερεού	Βάσεις	Έδρες	Κορυφές	Ακμές	Σχήματα	Πραγματικό αντικείμενο

### 3η Δραστηριότητα

- α) Συμπλήρωσε την άσκηση 4 στη σελίδα 35 του Τετραδίου Εργασιών.
- β) Σκάναρε με την ταμπλέτα το εικονίδιο.



### 4η Δραστηριότητα

Συνεργαστείτε με τον διπλανό σου ώστε να κόψετεόσα αναπτύγματα χρειάζεστε από αυτά που βρίσκονται στο τέλος του φύλλου εργασιών, να κατασκευάσετε τα στερεά και να συνδυάσετετα ώστε να αναπαραστήσετε ένα πραγματικό αντικείμενο, όπως για παράδειγμα ένα σπίτι ή ένα έπιπλο.

Μπορείτε αν θέλετε να ζητήσετε και περισσότερα αναπτύγματα για την κατασκευή σας.

