



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

«Οπτική & Όραση»

**ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ
ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ
ΣΤΙΣ ΕΠΕΜΒΑΣΕΙΣ
ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗΣ**

ΛΕΩΝΙΔΟΥ ΛΟΥΚΙΑ

Επιβλέποντες Καθηγητές:

1. Μιχάλης Ταρουδάκης
2. Χαρίλαος Γκίνης
3. Ιωάννης Παλλήκαρης

ΗΡΑΚΛΕΙΟ

ΜΑΡΤΙΟΣ 2006



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
«Οπτική & Όραση»

**ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΗΤΩΝ
ΝΕΥΡΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΟΥ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ
ΣΤΙΣ ΕΠΕΒΑΣΕΙΣ
ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗΣ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗΣ**

ΛΕΩΝΙΔΟΥ ΛΟΥΚΙΑ

Η παρούσα εργασία υπεβλήθη ως μέρος των υποχρεώσεων για την απονομή του μεταπτυχιακού διπλώματος ειδίκευσης του Διατμηματικού Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Οπτική και Όραση» και παρουσιάστηκε στην Τριμελή Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

1. Μιχάλης Ταρουδάκης
2. Χαρίλαος Γκίνης
3. Ιωάννης Παλλήκαρης

ΗΡΑΚΛΕΙΟ
ΜΑΡΤΙΟΣ 2006

Ευχαριστώ, όλους όσους βοήθησαν άμεσα ή έμμεσα στην προσπάθεια εκπλήρωσης της παρούσας μελέτης. Ευχαριστώ την οικογένειά μου που μου έδειξε τον δρόμο και με στήριξε στην πορεία. Ευχαριστώ ιδιαίτερα για την καθοδήγηση και την στήριξη τους υπεύθυνους καθηγητές μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το θέμα της παρούσης εργασίας αφορά την περιοχή της διαθλαστικής χειρουργικής και συγκεκριμένα τους παράγοντες και τους φυσικούς μηχανισμούς οι οποίοι συμβάλλουν στην ακρίβεια της έκβασης μιας τέτοιας επέμβασης. Παρά την προσεκτική σχεδίαση της κατανομής της φωτοαποδόμησης και της λήψης των απαραίτητων μετρήσεων προεγχειρητικά, παρατηρείται μετεγχειρητικά μια απόκλιση της διόρθωσης από την επιθυμητή. Το σφάλμα αυτό κειμένεται από 0,25D έως 1,25D και εικάζεται ότι οφείλεται σε ένα πλήθος παραμέτρων όπως είναι η ίδια η επιθυμητή διόρθωση, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του προς θεραπεία οφθαλμού καθώς επίσης και τα χαρακτηριστικά του ατόμου που χειρουργείται. Σημαντική φαίνεται να είναι η συμβολή της μηχανικής και εμβιομηχανικής απόκρισης του κερατοειδή μετεγχειρητικά ενώ τεχνολογικοί παράγοντες του χειρουργικού εξοπλισμού είναι επίσης πιθανόν να συνεισφέρουν σε αυτό το σφάλμα.

Στόχος ήταν ο καθορισμός αυτών των παραμέτρων, η ανάλυση και ο συνδυασμός τους με τρόπο τέτοιο ώστε να γίνεται δυνατή η πρόβλεψη του σφάλματος αποσκοπώντας στην βελτίωση της ακρίβειας των διαθλαστικών επεμβάσεων. Η πολύ-παραγοντική φύση του προβλήματός καθώς επίσης και η αλληλεξάρτηση και αλληλεπίδραση των παραμέτρων του οδήγησε στην χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων καθώς θεωρούνται ιδανικά συστήματα για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων. Η δυναμική τους στηρίζεται στην οργάνωση απλών λειτουργικών μονάδων σε πολύπλοκες διατάξεις για την διεκπεραίωση της εκάστοτε λειτουργίας. Εμπνευσμένα από τα βιολογικά νευρωνικά συστήματα προσομοιάζουν τα δομικά χαρακτηριστικά του ανθρώπινου εγκεφάλου ενώ ανάλογα αποθηκεύουν εμπειρικά δεδομένα μέσω της εκπαίδευσής τους και τα καθιστούν προσβάσιμα για χρήση.

Για την εφαρμογή και ειδικότερα για την εκπαίδευση του δικτύου που σχεδιάστηκε (feedforward backpropagation neural network for function approximation) χρησιμοποιήθηκαν ένα σύνολο από 167 δεδομένα από το

εργαστήριο του ΒΕΜΜΟ το οποίο περιλάμβανε μετρήσεις για το διαθλαστικό σφάλμα (σφαίρα, κύλινδρος, άξονας) προ-εγχειρητικά, μετεγχειρητικά καθώς και την επιθυμητή διόρθωση ενώ χρησιμοποιήθηκαν και μεταβλητές για το φύλο, την ηλικία, την ζώνη φωτοαποδόμησης, το πάχος του κερατοειδή και την ενδοφθάλμια πίεση. Αρχικά έγινε μια προ-επεξεργασία των δεδομένων για την εκτίμηση της καταλληλότητας του δείγματος ενώ έγιναν επίσης ορισμένες τροποποιήσεις στην αναπαράσταση της κάθε μεταβλητής και ειδικότερα του αστιγματισμού και εφαρμόστηκαν διάφορες μέθοδοι για την βελτιστοποίηση της απόδοσης του αλγορίθμου του νευρωνικού δικτύου κυρίως για την εξάλειψη του θορύβου στα δεδομένα. Αφού εξετάστηκαν αρκετές περιπτώσεις πιθανής δομής του δικτύου, μέθοδοι εκπαίδευσής του και τρόποι επεξεργασίας των δεδομένων επιλέχθηκε εν τέλει ένας αλγόριθμος ο οποίος υπολογίζει-προβλέπει το διαθλαστικό σφάλμα με σφάλμα 0,5D. Η προσέγγιση θεωρήθηκε αρκετά ικανοποιητική δεδομένου ότι πράγματι υπήρχε αρκετός θόρυβος στο δείγμα που χρησιμοποιήθηκε καθώς και ανεπάρκεια δεδομένων ενώ το σφάλμα στην προσέγγιση πιστεύεται ότι οφείλεται σε άλλες μεταβλητές που υπάρχουν οι οποίες δεν χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εφαρμογή. Με βάση τα αποτελέσματα προβλέπεται κατά περίπτωση υπό-διόρθωση ή υπέρ-διόρθωση ανάλογα με τον αναμενόμενο φυσικό μηχανισμό. Καθώς η κάθε διαφορετική ζώνη φωτοαποδόμησης προκύπτει με βάση διαφορετικό αλγόριθμο του laser φαίνεται να μην υπάρχει μονότονη εξάρτηση του σφάλματος από την διάμετρο της οπτικής ζώνης και ενδεχομένως απαιτείται διαφορετική ανάλυση για κάθε οπτική ζώνη ξεχωριστά. Ακόμα η προ-εγχειρητική ενδοφθάλμια πίεση φαίνεται να είναι ισχυρός παράγοντας πρόγνωσης του διαθλαστικού αποτελέσματος.

Γενικότερα τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα φαίνεται να είναι αποτελεσματικά για τον υπολογισμό της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος και θα μπορούσαν μελλοντικά να αντικαταστήσουν ή να συμπληρώσουν την εφαρμογή των νομογραμμάτων που χρησιμοποιούνται για τον ίδιο σκοπό.

ABSTRACT

The subject of present work concerns the area of refractive surgery and specifically the factors and the physical mechanisms which contribute in the precision of the result of such intervention. However the design of the distribution of the ablation is studied carefully and the reception of the essential measurements observed pre-operatively is done with coherence, there is a divergence of the correction by the desirable post-operatively. This error ranges from 0,25D to 1,25D and it is assumed that it is due to a wide set of parameters such as the desirable correction itself, the anatomical characteristics of the eye under treatment as well as the characteristics of the individual that is undergoing a refractive surgery. The contribution of mechanical and biomechanical response of the cornea appears to be important post-operatively while technological factors of surgical equipment are also likely to contribute in this outcome error.

The objective of the resent study was the determination of these parameters, the analysis and their combination in such a way so that it would become possible to predict the error, aiming in the improvement of precision of refractive surgery. The complex nature of problem as well as the interdependence and interaction of its parameters called for an approach based on artificial neural networks since they are considered ideal systems for the confrontation of such problems. Their dynamics is supported by the organization of simple functional units in complicated provisions for the transaction of each operation. Inspired from the biological neural systems simulate the structural characteristics of human brain while proportionally they store empiric data through their education and render them accessible for use.

For the application and for the education of network that was designed (feed-forward back-propagation neural network for function approximation)

was more specifically used a total of 167 data from the laboratory of IVO which included measurements for the refractive error (sphere, cylinder, axis) pre-operatively, post-operatively as well as the desirable correction while were used also variables for the sex, the age, the zone of ablation, the corneal thickness and the intraocular pressure. Initially the data were pre-processed so as to estimate the appropriateness of sample while also certain modifications were done for the representation of each variable and more specifically for the variables that concerned the astigmatism and furthermore various methods were applied for the optimization of the attribution of the algorithm of neural network mainly for the obliteration of noise in the data. Likewise many cases of likely structure of network were examined, and different methods of education and several ways of data-processing were applied. Finally a proper algorithm was selected which calculates-predicts the refractive error with 0,5D of prediction error. The existence of a high level of noise in the sample that was used as well as the fact that the range of the problem was not fully covered by the data (problem of missing data) the approach is considered enough satisfactory. The error in the prediction exists probably due to other variables that exists and were not used in the present study. Based on the results there was predicted an under-correction or an over-correction at any case accordingly to the expected natural mechanism. Also since each different zone of ablation results with different algorithm of the laser it appears that a monotonous dependence of error with the diameter of optical zone does not exist and potentially different analysis is required for each optical zone separately. Still the pre-operatively intraocular pressure appears to be a powerful factor for the prevision of the refractive result.

More generally the artificial neural networks appear to be effective for the calculation of the divergence of the refractive result and they could possibly, in future, replace or supplement the application of nomograms that are used for the same aim.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
ΟΡΑΣΗ - ΟΦΘΑΛΜΟΣ.....	18
1.1 Εισαγωγή.....	18
1.2 Ο Κερατοειδής	21
1.3 Ανατομία – Φυσιολογία του Κερατοειδή.....	21
1.4 Ο κερατοειδής σαν οπτικό σύστημα.....	24
1.5 Ο κερατοειδής και τα διάφορα διαθλαστικά σφάλματα.....	25
ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗ.....	27
2.1 Εισαγωγή.....	27
2.2 Ο μηχανισμός της φωτοαποδόμησης	28
2.3 Ρυθμός φωτοαποδόμησης.....	30
2.4 Φωτοδιαθλαστική κερατεκτομή	32
2.5 PRK (photorefractive keratectomy).....	34
2.6 LASIK (Lasern In Situ Keratomileusis).....	35
2.7 EPI-LASIK.....	35
2.8 Κατευθυνόμενες κερατεκτομές	36
2.9 Παράγοντες που επηρεάζουν το σφάλμα στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής	37
2.10 Ανάλυση των φυσικών μηχανισμών του σφάλματος στην διαθλαστική χειρουργική :	39

2.11 Η αντιμετώπιση του σφάλματος κατά της επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής	42
2.12 Μια εναλλακτική προσέγγιση για την πρόβλεψη του σφάλματος στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής.....	42
ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	45
3.1 Εισαγωγή.....	45
3.2 Ορισμός των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων	46
3.3 Τα πλεονεκτήματα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων	46
3.4 Σύντομη ιστορική αναδρομή	48
3.5 Βιολογικά Νευρωνικά Δίκτυα.....	49
3.6 Επίπεδα οργάνωσης στον ανθρώπινο εγκέφαλο.....	51
3.7 Μοντέλα Νευρώνων	55
<u>Απλός Νευρώνας</u>	<u>59</u>
<u>Συναρτήσεις μεταφοράς</u>	<u>60</u>
<u>Νευρώνας με είσοδο διάνυσμα</u>	<u>61</u>
3.8 Αναπαράσταση των Νευρωνικών Δικτύων με Γραφήματα.....	63
3.9 Ανάδραση	66
3.10 Αρχιτεκτονική των Νευρωνικών Δικτύων	71
<u>Single-Layer Feedforward Networks</u>	<u>71</u>
<u>Multilayer Feedforward Networks.....</u>	<u>72</u>
<u>Recurrent Networks Περιοδικά Νευρωνικά Δίκτυα</u>	<u>75</u>
<u>Lattice Structures – Δομές πλέγματος.....</u>	<u>77</u>
3.11 Αλγόριθμοι εκπαίδευσης νευρωνικών δικτύων	78
<u>Error-Correction Learning – Delta rule</u>	<u>82</u>
<u>Hebbian Learning.....</u>	<u>85</u>

<u>Competitive Learning</u>	89
<u>Boltzmann Learning</u>	94
3.12 Τρόποι Εκπαίδευσης των Νευρωνικών δικτύων	97
<u>Supervised Learning</u>	97
<u>Reinforcement Learning – Εκπαίδευση με ενίσχυση</u>	100
<u>Unsupervised Learning</u>	105
3.13 Ο στόχος της Εκπαίδευσης των Νευρωνικών Δικτύων	108
<u>1. Προσέγγιση</u>	108
<u>2. Συσχέτιση</u>	108
<u>3. Διαχωρισμός δειγμάτων σε κλάσεις</u>	109
<u>4. Πρόβλεψη</u>	110
<u>5. Έλεγχος</u>	111
ΕΙΔΙΚΟ ΜΕΡΟΣ	113
4.1 Εισαγωγή	113
4.2 Το περιβάλλον του προβλήματος	113
4.3 Ανάλυση των αρχικών δεδομένων	116
4.4 Επιλογή ενός υποσυνόλου από τα αρχικά δεδομένα	119
4.5 Μοντελοποίηση του αστιγματισμού	121
<u>Πρώτη προσέγγιση</u>	121
<u>Δεύτερη προσέγγιση</u>	124
4.6 Μοντελοποίηση του προβλήματος	125
<u>Πρώτη προσέγγιση</u>	126
<u>Δεύτερη προσέγγιση</u>	127
4.7 Προ-επεξεργασία της εισόδου και εξόδου του δικτύου	128
(Pre-processing and Post-processing)	128

4.8 Principal Component Analysis	133
4.9 Αρχιτεκτονική του δικτύου που σχεδιάστηκε	134
4.10 Επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου για την εκπαίδευση του δικτύου	138
4.11 Μέθοδος αποφυγής του προβλήματος της υπερχείλισης	140
4.12 Ανάλυση των αποτελεσμάτων μετά την εκπαίδευση του δικτύου.....	144
4.13 Ανάλυση της εξόδου του δικτύου	144
4.14 Βελτιστοποίηση της εφαρμογής	147
4.15 Επίπεδα του σφάλματος εκπαίδευσης	149
4.16 Συγκριση της πρόβλεψης του δικτύου με την πραγματική έκβαση των επεμβάσεων.....	151
4.17 Έλεγχος της εφαρμογής.....	154
4.18 Συμπεράσματα.....	158
4.19 Τρόποι βελτίωσης της μεθόδου που ακολουθήθηκε.	159
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	161

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στόχος αυτής της εργασίας ήταν η σχεδίαση ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου το οποίο θα προβλέπει το σφάλμα που προκύπτει στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής. Αρχικά αναλύονται οι παράγοντες και οι φυσικοί μηχανισμοί που επηρεάζουν στην απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό, ενώ στην συνέχεια εξηγούνται οι λόγοι για τους οποίους η εφαρμογή των νευρωνικών συστημάτων στο θέμα που μας απασχολεί μπορεί πράγματι να δώσει απαντήσεις οι οποίες θα ήταν χρήσιμες στην βελτίωση της ακρίβειας των διαθλαστικών επεμβάσεων. Ακολουθεί μια γενική περιγραφή αυτών των συστημάτων ενώ στο ειδικό μέρος παρατίθεται η σχεδίαση ενός συστήματος νευρωνικών δικτύων το οποίο χρησιμοποιεί κάποιες από τις παραμέτρους που επηρεάζουν στην δημιουργία του διαθλαστικού σφάλματος και προσεγγίζει το σφάλμα που προβλέπεται να προκύψει όταν το δίκτυο τροφοδοτείται με καινούρια δεδομένα.

Ποιότητα στην όραση σημαίνει ένα καλά εστιασμένο είδωλο πάνω στον αμφιβληστροειδή του οφθαλμού. Όταν υπάρχει κάποιο διαθλαστικό σφάλμα αναιρείται αυτή η ιδιότητα με αποτέλεσμα η όρασή μας να γίνεται προβληματική. Στις περιπτώσεις όπου υπάρχει ένα διαθλαστικό σφάλμα (μυωπία, υπερμετρωπία, αστιγματισμός) υπάρχει συνήθως η δυνατότητα εφαρμογής μίας διαθλαστικής επέμβασης η οποία θα επιφέρει μόνιμη διόρθωση στο σφάλμα. Οι επεμβάσεις αυτές εφαρμόζονται στον κερατοειδή του οφθαλμού με σκοπό την αλλαγή της γεωμετρίας του (της ακτίνας καμπυλότητάς του) ώστε να διορθωθεί η συνολικής διαθλαστική ισχύς του οφθαλμού. Στις περιπτώσεις μυωπίας ή υπερμετρωπίας το σημείο εστίασης των φωτεινών ακτίνων που εισέρχονται στον βολβό του οφθαλμού βρίσκεται αντίστοιχα μπροστά και πίσω από τον αμφιβληστροειδή με αποτέλεσμα την αντίληψη ενός θολού ειδώλου. Ο αστιγματισμός είναι μια ανωμαλία στο σχήμα του κερατοειδή το οποίο παρουσιάζει σε δύο κάθετους άξονες διαφορετική ακτίνα καμπυλότητας.

Ο κερατοειδής αποτελεί το πρόσθιο 1/6 τμήμα του βολβού του οφθαλμού και ιστολογικά αποτελείται από 5 στοιβάδες. Ξεκινώντας από την πρόσθια επιφάνεια και προχωρώντας προς το εσωτερικό του βολβού συναντάμε το επιθήλιο του κερατοειδούς, την μεμβράνη του Bowman, το στρώμα του κερατοειδή, την μεμβράνη του Descemet και τέλος το ενδοθήλιο του κερατοειδή. Τα κύτταρα του επιθηλίου του κερατοειδή αναπαράγονται με πολύ γρήγορους ρυθμούς και ολόκληρο το επιθήλιο αναπλάθεται σε διάστημα 7-10 ημερών και έτσι μια αλλαγή στο σχήμα του δεν θα ήταν μόνιμο αποτέλεσμα. Για τον λόγο αυτό θα πρέπει να επέμβουμε στο στρώμα του κερατοειδή ώστε να αλλάξουμε μόνιμα την καμπυλότητα του και γενικά την γεωμετρία του κερατοειδή.

Οι επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη ανήκουν οι επιφανειακές κερατεκτομές κατά τις οποίες το επιθήλιο αφαιρείται με απόξεση για να εφαρμοστεί στην συνέχεια η κατανομή των παλμών του laser στο στρώμα του κερατοειδή ώστε να έχουμε εκτομή κερατοειδικού ιστού από το στρώμα του κερατοειδή. Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι κερατεκτομές που εφαρμόζονται σε μεγαλύτερο βάθος στον κερατοειδή. Σε αυτές τις κερατεκτομές αφαιρείται μηχανικά το επιθήλιο του κερατοειδή μαζί με την μεμβράνη του Bowman και λίγο από το στρώμα του κερατοειδή (δημιουργία κερατοειδικού κρημνού) και στην συνέχεια εφαρμόζεται η κατανομή του laser στο στρώμα του κερατοειδή, ενώ στην συνέχεια επανατοποθετείται το flap πάνω στην ακτινοβολημένη επιφάνεια.

Προεχειρητικά γίνονται κάποιες μετρήσεις στον κάθε ασθενή που αφορούν το διαθλαστικό του σφάλμα και την τοπογραφία του κερατοειδή, του υποψήφιου προς επέμβαση οφθαλμού, παράγοντες οι οποίοι συνυπολογίζονται για στον σχεδιασμό της κατανομής των παλμών που θα εφαρμοστεί και γενικά της επέμβασης που θα ακολουθηθεί για την διόρθωση του διαθλαστικού του σφάλματος. Παραταύτα υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που δεν συνυπολογίζονται για διάφορους λόγους (για παράδειγμα δεν μπορούν να μετρηθούν) οι οποίοι φαίνεται να συμβάλλουν στην απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό. Αυτοί οι παράγοντες αφορούν την μηχανική και εμβιομηχανική απόκριση του

κερατοειδή κατά την επέμβαση και μετά την επέμβαση η οποία επηρεάζεται από την ίδια την κατανομή, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του οφθαλμού στον οποίο γίνεται η επέμβαση καθώς επίσης και από την έκβαση της επέμβασης.

Στην παρούσα εργασία αναλύονται οι παραπάνω παράγοντες και φυσικοί μηχανισμοί που συμβάλλουν σε αυτό το σφάλμα ενώ χρησιμοποιούνται τεχνητά νευρωνικά δίκτυα για την προσέγγιση του σφάλματος αυτού ενώ εξάγονται κάποια συμπεράσματα για τα επίπεδα συμβολής τους στην απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό.

Τα αποτελέσματά μας δείχνουν πράγματι την εξάρτηση του σφάλματος από τις παραμέτρους που χρησιμοποιήσαμε ενισχύοντας ενώ υπολογίζεται-προβλέπεται υπερδιόρθωση ή υποδιόρθωση κατά περίπτωση ανάλογα με τον φυσικό μηχανισμό. Το σφάλμα στην πρόβλεψη φτάνει μέχρι 0,5D κάτι που πιθανόν οφείλεται σε άλλους παράγοντες που δεν συνυπολογίστηκαν στην παρούσα μελέτη. Καθώς η κάθε διαφορετική ζώνη φωτοαποδόμησης προκύπτει με βάση διαφορετικό αλγόριθμο του laser, φαίνεται να μην υπάρχει μονότονη εξάρτηση του σφάλματος από την διάμετρο της οπτικής ζώνης και ενδεχομένως απαιτείται διαφορετική ανάλυση για κάθε οπτική ζώνη ξεχωριστά. Επίσης η προεγχειρητική ενδοφθάλμια πίεση φαίνεται να είναι ισχυρός παράγοντας πρόγνωσης του διαθλαστικού αποτελέσματος.

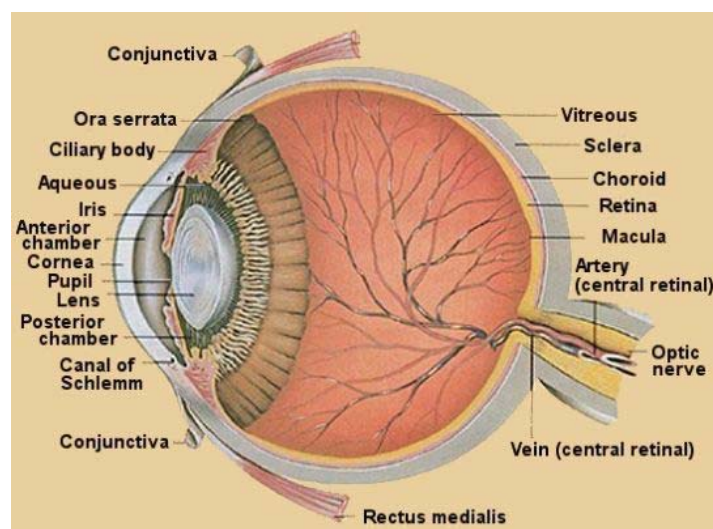
Συμπερασματικά τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα μπορούν να φανούν αποτελεσματικά για τον υπολογισμό της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό ενώ η βελτιστοποίηση της παρούσας προσέγγισης και η χρήση της θα βοηθούσε τελικά στην αύξηση της ακρίβειας των διαθλαστικών επεμβάσεων. Για την επίτευξη αυτού του στόχου θα απαιτείται ένα κατάλληλα ομοιόμορφα κατανεμημένο δείγμα δεδομένων στο πεδίο ορισμού του προβλήματος και ένα αυστηρότερο φιλτράρισμα του θορύβου στα δεδομένα ενώ ένας κατάλληλος συνδυασμός των αποτελεσμάτων διαφορετικών δικτύων για την περίπτωση του σφάλματος ίσως να βοηθούσε στην αύξηση της ακρίβειας της προσέγγισης.

ΟΡΑΣΗ - ΟΦΘΑΛΜΟΣ

1.1 Εισαγωγή

Ο οφθαλμός θεωρείται το πιο σύνθετο όργανο στο ανθρώπινο σώμα. Είναι εκπληκτικό το γεγονός ότι ένα τόσο μικρό όργανο αποτελείται από τόσα πολλά λειτουργικά μέρη. Ωστόσο αν λαμβάναμε υπ' όψη μας την πολυσύνθετη φύση της λειτουργίας της όρασης τότε αυτό δεν θα μας φαινόταν τόσο παράξενο [σχήμα 1.1].

ΑΝΑΤΟΜΙΑ ΟΦΘΑΛΜΟΥ



Σχήμα: 1.1: Ανατομία του οφθαλμού

Κερατοειδής: Διαφανής ανάγγειος ιστός ο οποίος επιτρέπει την είσοδο φωτεινών ακτινών στον οφθαλμό για την διεξαγωγή της λειτουργίας της όρασης.

Πρόσθιος θάλαμος: Βρίσκεται πίσω από τον κερατοειδή και μπροστά από την ίριδα και περιέχει το υδατοειδές υγρό.

Υδατοειδές υγρό: Διάφανο υγρό στον πρόσθιο θάλαμο που παρέχει στον κερατοειδή και στον φακό τα απαραίτητα θρεπτικά συστατικά. Το υγρό αυτό παράγεται από το ακτινωτό σώμα. Παρουσία γλαυκώματος δυσχαιρένει την παροχή αυτού του υγρού και ευνοεί την δημιουργία ενδοφθάλμιας πίεσης η οποία προκαλεί βλάβη στο οπτικό νεύρο με επακόλουθη απώλεια της όρασης.

Κόρη: Στρογγυλή σκοτεινή κηλίδα το κέντρο του ματιού η διάμετρος της οποίας αυξομειώνεται ρυθμίζοντας την ποσότητα του φωτός που φτάνει στον αμφιβληστροειδή.

Ίριδα: Έγχρωμη μεμβράνη μπροστά από τον φακό η οποία λειτουργεί σαν διάφραγμα που ρυθμίζει το άνοιγμα της κόρης.

Οπίσθιος θάλαμος: Βρίσκεται μεταξύ της ίριδας και του κρυσταλλοειδούς φακού.

Κρυσταλλοειδής φακός: Προσεγγιστικά σφαιρικό μέρος του οφθαλμού το οποίο εστιάζει τις ακτίνες πάνω στον αμφιβληστροειδή.

Ίνες της Ζηνείου ζώνης: Μembrάνη από ίνες υπεύθυνες για να κρατούν τον φακό στην θέση του ενώ συμβάλλουν στην λειτουργία της προσαρμογής.

Ακτινωτό σώμα: Βρίσκεται μεταξύ ίριδας και χοριοειδή. Κύριες λειτουργίες του είναι η προσαρμογή, η παραγωγή του υδατοειδούς υγρού και η στήριξη του φακού.

Υαλοειδές σώμα: Ζελατινώδες υλικό που βρίσκεται μεταξύ φακού και αμφιβληστροειδή. Το υαλοειδές υγρό.

Αμφιβληστροειδής: Επιφάνεια που επικαλύπτει το πίσω μέρος του βολβού μετά το υαλοειδές σώμα. Πάνω στον αμφιβληστροειδή εστιάζονται οι ακτίνες του φωτός απορροφούνται από τους φωτουποδοχείς και μετατρέπονται σε σήματα για να πάνε στη συνέχεια μέσω του οπτικού νεύρου στον εγκέφαλο όπου θα γίνει αντιληπτή η εικόνα μετά από περεταίρω επεξεργασία στον εγκέφαλο.

Ωχρά κηλίδα: Κεντρική περιοχή του αμφιβληστροειδή. Υπεύθυνη για την λεπτομέρεια στην εικόνα που βλέπουμε.

Βοθρίο: Κεντρική περιοχή του αμφιβληστροειδή που περιέχει μόνο κωνία και καθόλου ραβδία και είναι υπεύθυνη για την ακρίβεια στην όρασή μας.

Χοριοειδής: Επιφάνεια μεταξύ αμφιβληστροειδή και σκληρού που αποτελείται από στρώματα αγγείων τα οποία είναι υπεύθυνα για την τροφή του πίσω μέρους του βολβού.

Σκληρός: Το εξωτερικό άσπρο κάλυμμα του βολβού το οποίο περιβάλλει και το οπτικό νεύρο του βολβού.

Έξω πλευρικός μυς: Μυς υπεύθυνος για την κίνηση του ματιού προς τα έξω μακριά από την μύτη.

Έσω πλευρικός μυς: Μυς υπεύθυνος για την κίνηση του ματιού προς τα μέσα προς την μύτη.

Οπτικός δίσκος: Κυκλική περιοχή στο πίσω μέρος του βολβού εκεί όπου το οπτικό νεύρο συνδέεται με τον αμφιβληστροειδή.

Οπτικό νεύρο: Το μέρος του ματιού όπου συγκεντρώνονται τα ερεθίσματα από τους φωτουποδοχείς και μεταφέρονται στον εγκέφαλο.

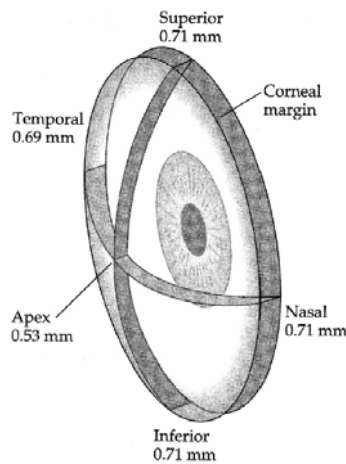
[1]

Για να επαναφέρουμε το οπτικό σύστημα του οφθαλμού στην ορθή του λειτουργία ώστε να επιτελείται με ακρίβεια η λειτουργία της όρασης σε περιπτώσεις διαθλαστικού σφάλματος εφαρμόζουμε διαθλαστική χειρουργική στον κερατοειδή του οφθαλμού.

Στην συνέχεια αναλύουμε τα χαρακτηριστικά του κερατοειδή για να αναφερθούμε μετά στις διαθλαστικές επεμβάσεις και να αναζητήσουμε τελικά τους παράγοντες που συμβάλλουν στο σφάλμα που παρατηρείται σε αυτές τις επεμβάσεις.

1.2 Ο Κερατοειδής

Ο κερατοειδής αποτελεί το κύριο διαθλαστικό μέσο του οφθαλμού. Η διαθλαστική του ισχύς ανέρχεται περίπου σε 45 διοπτρίες ($D = 1/F[m]$). Την ιδιότητά του αυτή την οφείλει στην καμπυλότητά του και στην θέση του στον βολβό του οφθαλμού. Η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδή αποτελεί την διεπιφάνεια με την μέγιστη διαφορά δεικτών διάθλασης εκατέρωθεν της. Για τον λόγο αυτό η συμμετρία της επιφάνειας του κερατοειδή καθώς και η διαφάνειά του είναι καθοριστικής σημασίας για την ποιότητα του ειδώλου που σχηματίζεται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του οφθαλμού και γενικότερα στην ποιότητα της όρασης [σχήμα 1.2].

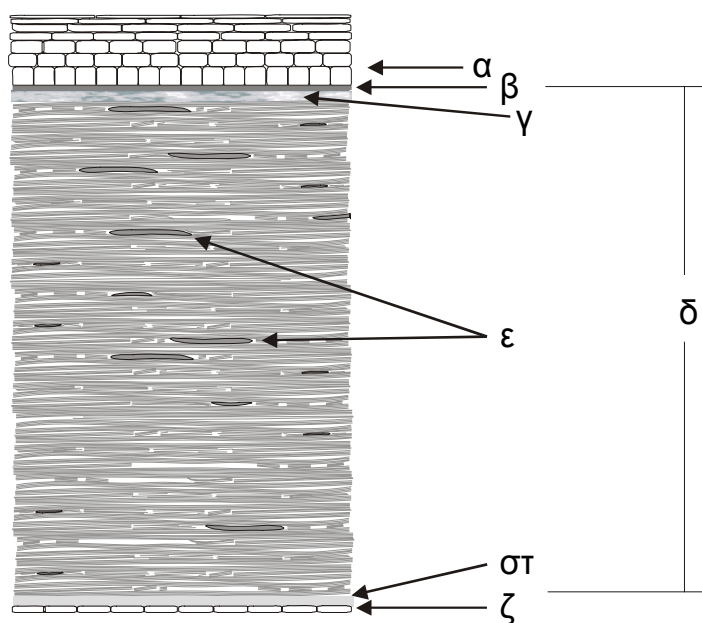


Σχήμα 1.2: Ο κερατοειδής

1.3 Ανατομία – Φυσιολογία του Κερατοειδή

Ο κερατοειδής αποτελεί το 1/6 τμήμα του βολβού του οφθαλμού. Παρουσιάζει δύο επιφάνειες. Η ακτίνα καμπυλότητας της πρόσθιας επιφάνειας του είναι κατά μέσο όρο 7,8mm και της οπίσθιας του επιφάνειας είναι περίπου 6,5mm. Το πάχος του κερατοειδούς in vivo είναι κατά μέσο όρο 0,54mm στο κέντρο ενώ στην περιφέρεια αυξάνεται και φτάνει μέχρι 0,65 έως 1,0mm περίπου. Η οριζόντια του διάμετρος είναι μεγαλύτερη από την κάθετη

διάμετρό του. Ο κερατοειδής είναι ένας διαφανής ιστός που φυσιολογικά δεν περιέχει καθόλου αγγεία. Αποτελείται από πέντε στιβάδες. Ξεκινώντας από την πρόσθια του επιφάνεια συναντάμε πρώτα το επιθήλιο του κερατοειδή, στην συνέχεια την μεμβράνη του Bowman, το στρώμα του κερατοειδή, την μεμβράνη του Descemet και στην εσωτερική πλευρά το ενδοθήλιο του κερατοειδή [σχήμα 1.3].



Σχήμα 1.3: Σχηματική αναπαράσταση των στοιβάδων του κερατοειδή χιτώνα. α: Επιθήλιο του κερατοειδή, β: βασική μεμβράνη, γ: στοιβάδα του Bowman, δ: στρώμα, ε: κερατοκύτταρα, στ: Δεσκεμέτειος μεμβράνη και ζ: ενδοθήλιο.

Το επιθήλιο του κερατοειδή αποτελείται από πέντε έως επτά στρώσεις κυττάρων. Τα κύτταρα στην βάση του επιθηλίου έχουν κυλινδρικό σχήμα ενώ αυτά που βρίσκονται στην επιφάνεια είναι πεπλατυσμένα. Τα κύτταρα του επιθηλίου αναγεννώνται περίπου κάθε επτά μέρες και ο πολλαπλασιασμός τους πραγματοποιείται κυρίως στην περιφέρεια του κερατοειδή και συγκεκριμένα στο σκληροκερατοειδικό όριο. Η πορεία τους από την μίτωση έως την απόπτωση γίνεται μαζί με την μετακίνησή τους από την περιφέρεια προς το κέντρο και από την βάση του επιθηλίου προς την επιφάνεια. Πάνω στο επιθήλιο βρίσκεται η δακρυϊκή στιβάδα η οποία μέσω της επιφανειακής

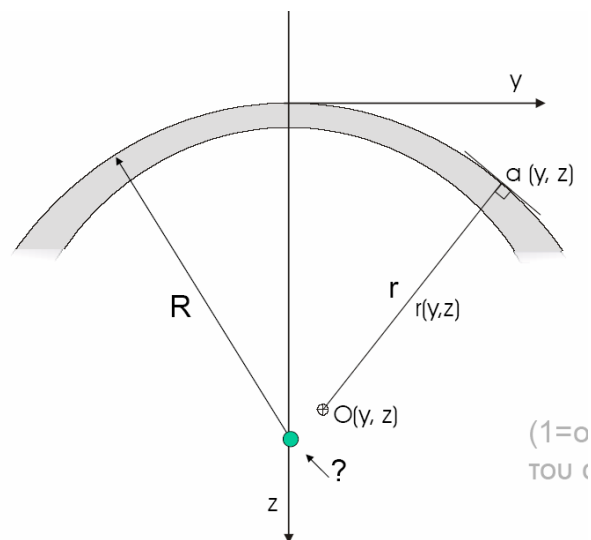
τάσης παίρνει λείο σχήμα και έτσι η διάθλαση του φωτός γίνεται χωρίς σημαντική σκέδαση. Κάτω από το επιθήλιο βρίσκεται η βασική μεμβράνη του επιθηλίου η οποία αποτελείται από ίνες κολλαγόνου. Κάτω από την βασική μεμβράνη υπάρχει η μεμβράνη του Bowman η οποία θεωρείται ένα από τα δομικά χαρακτηριστικά του κερατοειδή που του προσδίδουν μηχανική σταθερότητα. Παρακάτω συναντάμε το στρώμα του κερατοειδή το οποίο αποτελεί το 90% του συνολικού πάχους του κερατοειδή. Αποτελείται από ίνες κολλαγόνου διατεταγμένες σε στρώσεις οι οποίες έχουν διαφορετική κατεύθυνση η κάθε μια. Αυτή η διάταξη προσδίδει μηχανική ιστροπία στις κατευθύνσεις που είναι κάθετες στον οπτικό άξονα και επίσης εξασφαλίζει ότι η μέση απόσταση μεταξύ των δομικών στοιχείων του στρώματος είναι πολύ μικρότερη από το μήκος κύματος του ορατού φωτός του οποίου καλείται να στηρίξει την διάδοση. Ανάμεσα στις ίνες του κολλαγόνου υπάρχει εξωκυττάρια ουσία η οποία κυρίως αποτελείται από γλυκοσαμινογλυκάνες στις οποίες δεσμεύεται νερό μέσω δεσμών υδρογόνου. Στο στρώμα του κερατοειδή βρίσκονται επίσης διάσπαρτα κερατοκύτταρα. Αυτά τα κύτταρα είναι σχεδόν ανενεργά σε φυσιολογικές συνθήκες του οφθαλμού και αναλαμβάνουν την επουλωτική δραστηριότητα σε περίπτωση τραυματισμού του κερατοειδή ή εγκαύματος παράγοντας κολλαγόνο. Όπως θα δούμε στην συνέχεια η δραστηριοποίησή τους έχει σημαντικό ρόλο στην ακρίβεια μιας διαθλαστικής επέμβασης. Η συνολική περιεκτικότητα του κερατοειδή σε νερό είναι περίπου 80%. Στην εσωτερική πλευρά του κερατοειδή υπάρχει η μεμβράνη του Descemet η οποία είναι η βασική μεμβράνη του ενδοθηλίου του κερατοειδή. Το ενδοθήλιο αποτελείται από μια μονοκυτταρική στρώση εξαγωγικών κυττάρων τα οποία δεν αναγεννώνται και έχουν ζωτικό ρόλο στην διατήρηση της διαύγειας του κερατοειδή μέσω της άντλησης νερού από τον κερατοειδή προς τον πρόσθιο θάλαμο. Με αυτή την λειτουργία τους εξασφαλίζουν την πυκνή διάταξη των κολλαγόνων ινών του στρώματος. Σε περίπτωση που η λειτουργία αυτή γίνεται πλημμελώς διαταράσσεται η μέση απόσταση μεταξύ των ινών του κολλαγόνου και συγκεκριμένα αυξάνεται με αποτέλεσμα την δημιουργία οιδήματος το οποίο προκαλεί σκέδαση και απώλεια της διαύγειας του κερατοειδή.

1.4 Ο κερατοειδής σαν οπτικό σύστημα

Η εξωτερική επιφάνεια του κερατοειδή έχει σχήμα επιμήκους ελλειψοειδούς. Η ασφαιρικότητα αυτή έχει σαν αποτέλεσμα την μείωση της σφαιρικής εκτροπής που εισάγεται στο οπτικό σύστημα του οφθαλμού από τον κερατοειδή, σε επίπεδα που μπορεί να αντισταθμιστεί σε μεγάλο βαθμό από την αρνητική σφαιρική εκτροπή που εισάγει ο κρυσταλλοειδής φακός. Στο παρακάτω σχήμα 1.4 βλέπουμε μια αναπαράσταση του κερατοειδή σαν οπτικό στοιχείο του οφθαλμού. Οι συντεταγμένες y, z του σημείου α μπορούν να περιγραφούν από την ακόλουθη εξίσωση:

$$z = \frac{cy^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2y^2}}$$

όπου c και k είναι η βασική ακτίνα καμπυλότητας και η κωνική σταθερά αντίστοιχα. Οι τιμές που προκύπτουν για τις παραμέτρους αυτές για τον ανθρώπινο κερατοειδή με βάση τιμές μετρήσεων σε φυσιολογικό πληθυσμό είναι περίπου $1/c=7,72\text{mm}$ και $k=0,26$. Η διαθλαστική ισχύς του σημείου α



Σχήμα 1.4

εκπεφρασμένη σε διοπτρίες υπολογίζεται σαν συνάρτηση της τοπικής ακτίνας καμπυλότητας (r) και του δείκτη διάθλασης του κερατοειδή (n) από την εξίσωση:

$$D = \frac{n-1}{r}$$

Μεγάλη διακύμανση μεταξύ των φυσιολογικών οφθαλμών παρουσιάζει τόσο η βασική ακτίνα καμπυλότητας όσο και η κωνική σταθερά. Ακόμα, στην γενική περίπτωση, το σχήμα της εξωτερικής επιφάνειας του κερατοειδή δεν είναι εκ περιστροφής συμμετρικό με αποτέλεσμα το οπτικό σύστημα να παρουσιάζει ασύμμετρες εκτροπές όπως ο αστιγματισμός.

1.5 Ο κερατοειδής και τα διάφορα διαθλαστικά σφάλματα

Η ποιότητα της όρασης μεταφράζεται σαν καλή εστίαση του ειδώλου στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του οφθαλμού. Δηλαδή οι φωτεινές ακτίνες που εισέρχονται στον οφθαλμό διαθλώνται από τα διάφορα οπτικά μέσα του οφθαλμού και εστιάζονται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα από όπου ξεκινά μια πολυσύνθετη διαδικασία ανάλυσης και σύνθεσης της εικόνας στον εγκέφαλο όπου μεταφέρονται οι πληροφορίες μέσω της οπτικής οδού.

Στις περιπτώσεις όπου το οπτικό σύστημα του οφθαλμού παρουσιάζει ανατομικές διαφοροποιήσεις από το φυσιολογικό προκύπτουν τα διαθλαστικά σφάλματα και επιδεινώνεται η ποιότητα της όρασης. Στην περίπτωση μυωπίας οι φωτεινές ακτίνες εστιάζονται μπροστά από τον αμφιβληστροειδή, δηλαδή το οπτικό σύστημα έχει μεγαλύτερη από την κατάλληλη διοπτρική ισχύ ενώ στην αντίθετη περίπτωση, την περίπτωση της υπερμετρωπίας το οπτικό σύστημα έχει μικρότερη διοπτρική ισχύ από την κατάλληλη με αποτέλεσμα οι ακτίνες να εστιάζονται πίσω από τον αμφιβληστροειδή. Και στις δύο περιπτώσεις δημιουργείται ένα θολό είδωλο. Στην περίπτωση αστιγματισμού το είδωλο που δημιουργείται είναι παραμορφόμενο και αυτό οφείλεται στο ότι η επιφάνεια του κερατοειδή εμφανίζεται να είναι σαν

εγκάρσια κυλινδρική τομή κάτι που δημιουργεί επιμήκυνση στο είδωλο . Για παράδειγμα το είδωλο μιας σημειακής πηγής εμφανίζεται σαν ένα θολό ελλειψοειδές.

Για να διορθώσουμε αυτά τα προβλήματα μπορούμε να τοποθετήσουμε είτε γυαλιά είτε φακούς επαφής ώστε να αντισταθμιστεί το διαθλαστικό σφάλμα και να δημιουργούμε ένα καλά εστιασμένο είδωλο. Στις περιπτώσεις που είναι επιθυμητό ένα μόνιμο διαθλαστικό αποτέλεσμα μπορούμε να καταφύγουμε στην διαθλαστική επέμβαση κατά την οποία αλλάζουμε την γεωμετρία του κερατοειδή ώστε να έχουμε την επιθυμητή διάθλαση. Το στρώμα του κερατοειδή είναι η στοιβάδα στην οποία πρέπει να πραγματοποιηθούν αυτές οι αλλαγές ώστε το αποτέλεσμα να είναι μόνιμο.

ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΡΟΥΡΓΙΚΗ

2.1 Εισαγωγή

Με τον όρο «Διαθλαστική χειρουργική» αναφερόμαστε στην διορθωτική χειρουργική επέμβαση στον οφθαλμό κατά την οποία αφαιρείται-φωτοαποδομείται ιστός από τον κερατοειδή του οφθαλμού με την χρήση κατάλληλης δέσμης laser. Σκοπός της είναι η διαμόρφωση του σχήματος του κερατοειδή έτσι ώστε οι φωτεινές ακτίνες που εισέρχονται στον βολβό και διαθλώνται από τα διάφορα οπτικά μέσα του οφθαλμού να εστιάζονται πάνω στον αμφιβληστροειδή ώστε να δημιουργείται ένα ευκρινές είδωλο.

Η Διαθλαστική χειρουργική με την χρήση Excimer Laser έκανε την εμφάνισή της στις αρχές της δεκαετίας του 1980. Χρησιμοποιήθηκε ένα ArF Excimer Laser 193nm για την αφαίρεση-φωτοαποδόμηση κερατοειδικού ιστού για την αλλαγή της ακτίνας καμπυλότητας του κερατοειδή στις περιπτώσεις μυωπίας ή υπερμετρωπίας ώστε να αλλάξει η διαθλαστική του ισχύς ή την διόρθωση του σχήματός του στις περιπτώσεις ύπαρξης αστιγματισμού. Η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδή είναι το επιθήλιο του κερατοειδούς το οποίο έχει την ιδιότητα να αναγεννάται συνεχώς και να ανανεώνεται πλήρως σε διάστημα 7-10 ημερών. Συνεπώς η επέμβαση στο επιθήλιο του κερατοειδούς και συγκεκριμένα μέχρι 70μm από την επιφάνεια του που είναι

περίπου το πάχος που καταλαμβάνει το επιθήλιο, δεν θα μπορούσε να είναι μόνιμη αλλαγή. Προκειμένου να επιτευχθεί μόνιμη διόρθωση απαιτείται επέμβαση στο στρώμα του κερατοειδή.

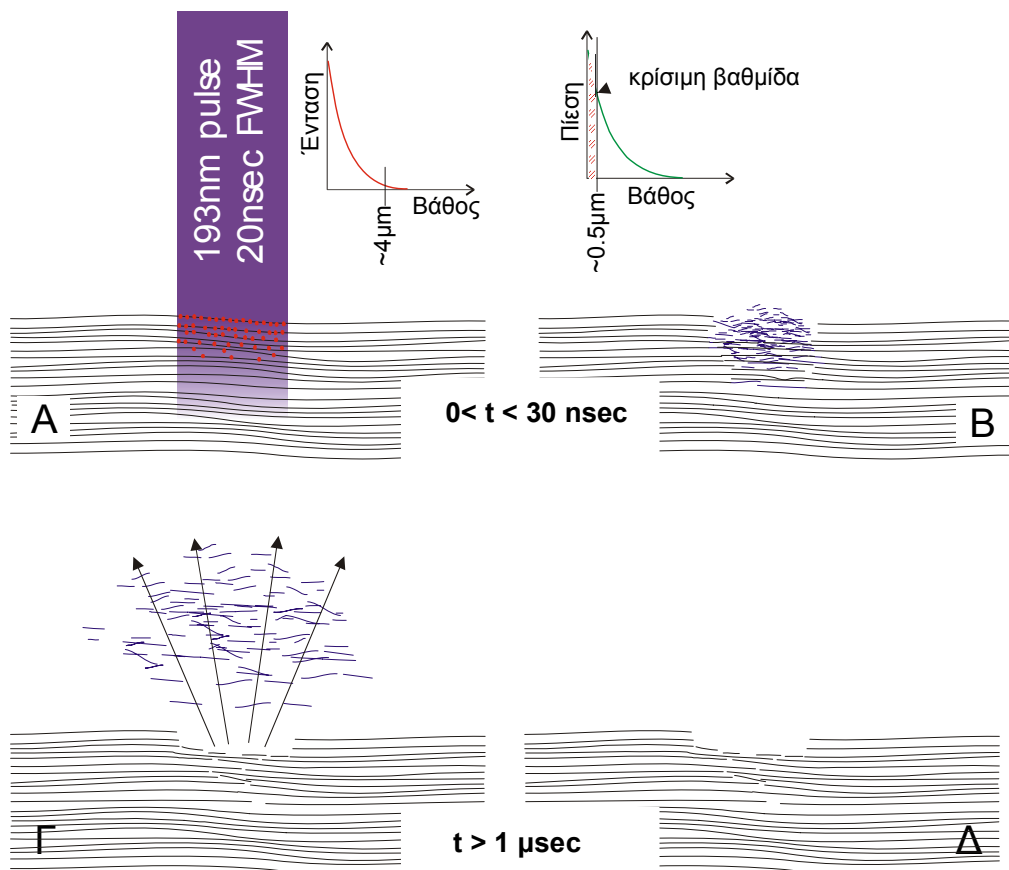
Από το 1980 μέχρι σήμερα έχουν αναπτυχθεί και συνεχίζουν να αναπτύσσονται διάφορες τεχνικές. Πρώτη μέθοδος που εφαρμόστηκε ήταν η PRK (photorefractive keratectomy). Μετά ακολούθησαν άλλες τεχνικές όπως η LASIK (laser in situ keratomileysis), η EPI-LASIK ενώ η υπάρχουσα τεχνολογία δίνει την δυνατότητα για εξατομικευμένες κερατεκτομές.

2.2 Ο μηχανισμός της φωτοαποδόμησης

Με τον όρο φωτοαποδόμηση αναφερόμαστε στην διαδικασία κατά την οποία το laser αλληλεπιδρά με τον κερατοειδή και έχει σαν αποτέλεσμα την καταστροφή κερατοειδικού ιστού και την εκρηκτική του απόσπαση από τον κερατοειδή.

Ο παλμός του Excimer laser (193nm) κατευθυνόμενος προς τον κερατοειδή απορροφάται από ένα επιφανειακό στρώμα του. Χωρίς να έχει καταστεί δυνατή η ακριβής πειραματική μέτρηση του συντελεστή απορρόφησης του κερατοειδή στα 193nm (σε πραγματικές συνθήκες), το βάθος διείσδυσης εκτιμάται σε μερικά μικρόμετρα. Κατά την απορρόφηση πραγματοποιούνται διασπάσεις των μοριακών δεσμών των δομικών στοιχείων του κερατοειδή [σχήμα 2.1 Α]. Η διάσπαση αυτή δεν αποδίδεται σε τοπική αύξηση της θερμοκρασίας ούτε σε πολυφωτονικές διεργασίες αλλά θεωρείται κατά βάση φωτοχημική. Σύμφωνα με μοντέλο που έχει περιγραφεί από τους Dougherty, Wellish και Maloney για την περιγραφή του ρόλου της ενυδάτωσης του κερατοειδή στην διαδικασία της φωτοαποδόμησης, η απορρόφηση της ακτινοβολίας των 193nm, κυρίως πραγματοποιείται στο πλέγμα των ινών του κολλαγόνου, ενώ το ενδιάμεσο νερό απορροφά μικρό σχετικά ποσοστό ακτινοβολίας. Ταυτόχρονα με την φωτοδιάσπαση (και την περεταίρω εναπόθεση ενέργειας στα θραύσματα), αναπτύσσεται μια βαθμίδα πίεσης η οποία τείνει να αποκολλήσει τα θραύσματα από την επιφάνεια

[σχήμα 2.1 Γ] Για συνήθεις πυκνότητες ενέργειας, η πίεση κοντά στην επιφάνεια μπορεί να φτάσει τα 100 bar. Τα προϊόντα της φωτοχημικής διάσπασης εκτονώνονται γρήγορα και υπό το καθεστώς αυτής της βαθμίδας πίεσης αποκτούν υπερηχητικές ταχύτητες κινούμενα περίπου κάθετα στην επιφάνεια. Η διαδικασία απομάκρυνσης ολοκληρώνεται σε χρόνους της τάξης των μερικών msec.



Σχήμα 2. 1

Όπως φαίνεται από την παραπάνω περιγραφή, όσο βαθύτερα βρίσκεται μια ίνα κολλαγόνου από την επιφάνεια του κερατοειδή, τόσο μειώνεται η ενέργεια η οποία έχει εναποτεθεί σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της, ενώ αντίστοιχα μειώνεται η βαθμίδα πίεσης στην οποία βρίσκεται. Αντίστοιχα οι επιφανειακές ίνες κολλαγόνου φαίνεται να είναι πιθανό να διασπαστούν σε μικρότερα τμήματα τα οποία είναι ευκολότερο να απομακρυνθούν από την επιφάνεια. Υπάρχει ένα κρίσιμο βάθος (το οποίο προφανώς εξαρτάται από

την ένταση της ακτινοβολίας) πάνω από το οποίο το ακτινοβολούμενο υλικό εξορύσσεται από το υπόστρωμα σύμφωνα με την προηγούμενη περιγραφή. Σε βάθη μικρότερα από το βάθος αυτό, αφενός ο τεμαχισμός των ινών του κολλαγόνου είναι εκτεταμένος και αφετέρου η βαθμίδα της πίεσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή που είναι ικανή να εκτινάξει τα θραύσματα. Σε περίπτωση που η πυκνότητα της ενέργειας είναι χαμηλότερη από ένα συγκεκριμένο κατώφλι (ablation threshold), η διαδικασία φωτοεκτομής δεν πραγματοποιείται. Το κατώφλι φωτοεκτομής που έχει προσδιοριστεί πειραματικά για τον ανθρώπινο κερατοειδή είναι περίπου 40mJ/cm².

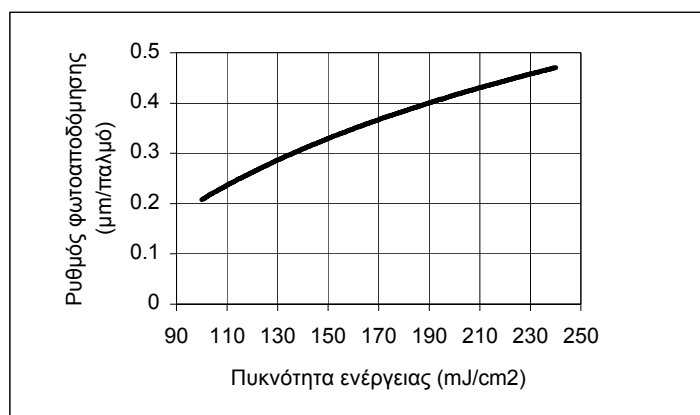
2.3 Ρυθμός φωτοαποδόμησης

Ο ρυθμός φωτοαποδόμησης (ablation rate) ισούται με το πάχος του ιστού που εκτέμνεται από έναν παλμό (μετράται σε μm/παλμό). Το βάθος του κρατήρα που μένει στο σημείο της ακτινοβολήσης [σχήμα 2.2], όπως προαναφέρθηκε, εξαρτάται από την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Δεδομένου ότι σε ένα συγκεκριμένο σύστημα laser η χρονική διάρκεια του παλμού είναι συγκεκριμένη, η ποσότητα η οποία χρησιμοποιείται εμπειρικά για να περιγραφεί ποσοτικά η ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι η επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας (fluence) η οποία ισούται με την συνολική ενέργεια που εναποτίθεται κατά τη διάρκεια ενός παλμού στη μονάδα της επιφάνειας του ακτινοβολούμενου μέσου και εκφράζεται σε mJ/cm². Η εμπειρική σχέση η οποία συνδέει το ρυθμό φωτοαποδόμησης με την επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας έχει λογαριθμική μορφή¹⁰:

$$A = m \cdot \ln\left(\frac{F}{F_{thr}}\right)$$

όπου A είναι ο ρυθμός φωτοαποδόμησης σε μm/παλμό, F είναι η πυκνότητα ενέργειας, F_{thr} το κατώφλι φωτοεκτομής (το οποίο στη συγκεκριμένη περίπτωση θεωρείται ίσο με 50mJ/cm²), και m είναι εμπειρική σταθερά η οποία ισούται με 0.3 μm/παλμό. Τυπικά στις εφαρμογές φωτοεκτομής του

κερατοειδή οι πυκνότητες ενέργειας που χρησιμοποιούνται κυμαίνονται¹¹ από 120 ως 225mJ/cm².



Σχήμα 2. 2: Εξάρτηση του ρυθμού φωτοαποδόμησης από την επιφανειακή πυκνότητα ενέργειας. Η εξίσωση 2.1 μπορεί να θεωρηθεί σχετικά ακριβής μόνο μεταξύ των απεικονιζόμενων ορίων.

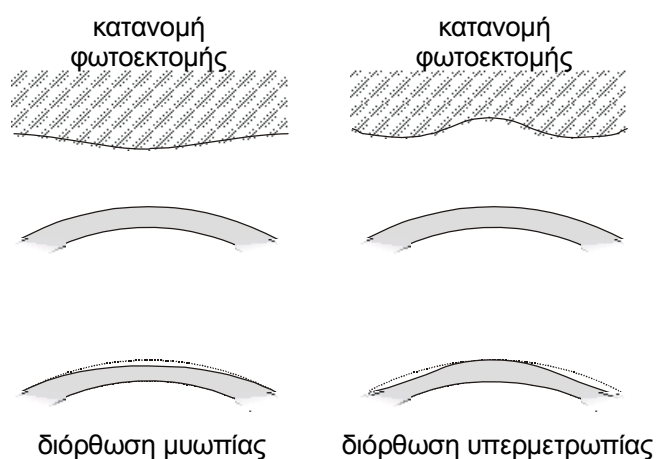
Πρακτικά η διαφοροποίηση άλλων παραμέτρων όπως η διάρκεια του παλμού, η κατανομή της έντασης κατά την εγκάρσια διατομή της κηλίδας, η παρουσία ροής αερίου η οποία απομακρύνει το νέφος των εκπεμπόμενων σωματιδίων και ο ρυθμός επαναληπτικότητα (repetition rate) του laser μπορούν να επιφέρουν αλλαγές στον παρατηρούμενο ρυθμό φωτοαποδόμησης (ο οποίος όπως προαναφέρθηκε είναι ένα εμπειρικό μακροσκοπικό μέγεθος). Η επακριβής γνώση του ρυθμού φωτοαποδόμησης σε κάθε περίπτωση ούτε έχει ιδιαίτερο ακαδημαϊκό ενδιαφέρον ούτε είναι τόσο σημαντική όσο μπορεί αρχικά να φαίνεται για το σχεδιασμό συστημάτων laser διαθλαστικής χειρουργικής. Οι κατανομές ακτινοβολίας που παράγονται από τα συστήματα αυτά, βαθμονομούνται από σειρά προ-κλινικών δοκιμών. Για την προεγχειρητική ρύθμιση της ενέργειας του παλμού προκειμένου να επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα πραγματοποιούνται κάθε φορά δοκιμαστικές φωτοεκτομές σε ειδικά δοκίμια. Ακόμη και με αυτή τη διαδικασία, προκειμένου να επιτευχθεί υψηλή ακρίβεια στις επεμβάσεις, χρησιμοποιούνται εξατομικευμένα νομογράμματα¹² όπου λαμβάνονται υπόψη και άλλες παράμετροι όπως η ηλικία του ασθενή, η επιδιωκόμενη διόρθωση, η διάμετρος της ζώνης ακτινοβολίας, η ακτίνα καμπυλότητας του κερατοειδή,

το πάχος του, ο χρόνος χρήσης των οπτικών στοιχείων του συστήματος μετάδοσης της δέσμης κ.α.

Ο βασικότερος παράγοντας που μπορεί να διαφοροποιήσει το ρυθμό φωτοαποδόμησης του κερατοειδή και δεν σχετίζεται με τις παραμέτρους του laser είναι η ενυδάτωση του κερατοειδή.

2.4 Φωτοδιαθλαστική κερατεκτομή

Κάθε παλμός του ArF Excimer laser δημιουργεί έναν κρατήρα στην επιφάνεια του κερατοειδή με βάθος της τάξης των 0,3μm και διατομή αντίστοιχη της διατομής της δέσμης που τον προκάλεσε. Η κατάλληλη υπέρθεση ενός αριθμού τέτοιων κρατήρων μπορεί να οδηγήσει σε μια κατανομή φωτοεκτομής η οποία να εκτείνεται σε μεγάλο τμήμα της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδή και να οδηγήσει σε αλλαγή της καμπυλότητας του [σχήμα 2.3].



Σχήμα 2. 3

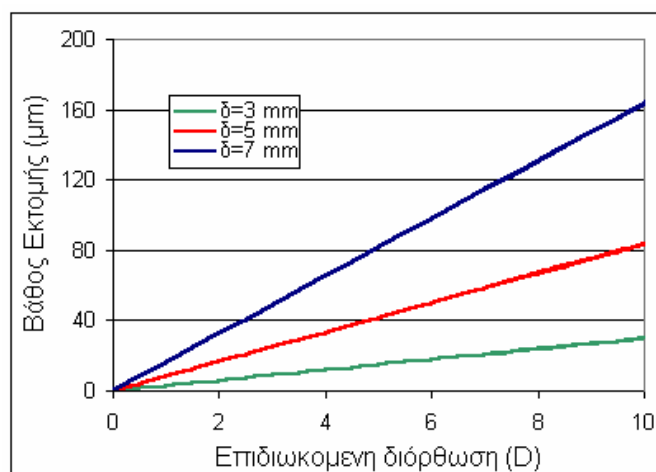
Η αλλαγή της καμπυλότητας πραγματοποιείται σε μια ζώνη η οποία είναι κατά το δυνατόν μέγιστη προκειμένου να είναι μεγαλύτερη από τη φαινόμενη διάμετρο της κόρης σε όλες τις συνθήκες φωτισμού. Για την

περίπτωση της μυωπίας το κεντρικό βάθος της εκτομής δίνεται προσεγγιστικά από τον τύπο του Munnerlin:

$$KB = \frac{\Delta\Phi}{3} \delta^2$$

όπου KB είναι το κεντρικό βάθος σε μm , $\Delta\Phi$ είναι η επιθυμητή αλλαγή της διαθλαστικής ισχύος του

κερατοειδή σε διοπτρίες και δ είναι η διάμετρος της ζώνης φωτοεκτομής στην οποία θα πραγματοποιηθεί η διόρθωση σε mm [σχήμα 2.4]. Η διάμετρος της ζώνης φωτοεκτομής είναι συνάρτηση της μέγιστης διαμέτρου της κόρης του οφθαλμού που διορθώνεται, της επιδιωκόμενης διόρθωσης και του πάχους του κερατοειδή. Κατά την φάση του σχεδιασμού της επέμβασης σταθμίζονται αυτοί οι παράγοντες ώστε να μην γίνεται άσκοπη εκτομή κερατοειδικού ιστού. Για παράδειγμα στην περίπτωση διόρθωσης υψηλής μυωπίας το απαιτούμενο πάχος του κερατοειδή που πρέπει να αφαιρεθεί από το κέντρο της οπτικής ζώνης είναι πολύ υψηλό σε περίπτωση που η διάμετρος της ζώνης εκτομής επιλεγεί να είναι μεγάλη. Αυτό είναι καλύτερα να αποφευχθεί εκτός κι αν η διάμετρος της κόρης του ασθενή σε σκοποπικές συνθήκες είναι αντίστοιχα μεγάλη.



Σχήμα 2. 4

Τα συστήματα laser διαθλαστικής χειρουργικής εκτός από την κοιλότητα Argf, περιλαμβάνουν κατάλληλο οπτικό σύστημα το οποίο κατευθύνει τη δέσμη στον κερατοειδή προκειμένου να γίνει η φωτοεκτομή. Επίσης περιλαμβάνουν ένα σύνολο από υποσυστήματα ελέγχου ευθυγράμμισης (eye

tracking), ελέγχου εστίασης, μέτρησης της αποδιδόμενης ενέργειας ανά παλμό και συστήματα αυτοελέγχου της λειτουργίας τους. Την λειτουργία του όλου συστήματος διαχειρίζεται ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής στον οποίο γίνεται προ-εγχειρητικά ο υπολογισμός της κατανομής των παλμών ώστε να έχουμε την επιθυμητή διόρθωση. Οι κατανομές αυτές μπορούν να είναι εκ περιστροφής συμμετρικές (τμήματα σφαίρας ή επιμήκους ελλειψοειδούς) για την διόρθωση της μυωπίας και υπερμετρωπίας, τορικού σχήματος για την ταυτόχρονη διόρθωση αστιγματισμού και αυθαίρετες για τη διόρθωση γεωμετρικών ανωμαλιών στην επιφάνεια του κερατοειδή. Όπως προαναφέραμε για να είναι μόνιμη η αλλαγή της καμπυλότητας του κερατοειδή πρέπει να πραγματοποιηθεί στο στρώμα του κερατοειδή.

Οι διαθλαστικές επεμβάσεις ή αλλιώς διαθλαστικές κερατεκτομές χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι επιφανειακές κερατεκτομές και στην δεύτερη οι κερατεκτομές που γίνονται κάτω από την επιφάνεια του κερατοειδή. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν η φωτοδιαθλαστικές κερατεκτομές PRK και EPI-LASIK ενώ στην δεύτερη κατηγορία ανήκει η τεχνική LASIK τις οποίες θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

2.5 PRK (photorefractive keratectomy)

Στην τεχνική αυτή αφαιρείται μηχανικά με απόξεση το επιθήλιο του κερατοειδή προκειμένου η στοιβάδα του Bowman και το στρώμα του κερατοειδή να υποβληθούν στην κατανομή της φωτοεκτομής για την επίτευξη της επιθυμητής διόρθωσης. Μετά την επέμβαση και το πέρας 3-5 ημερών το επιθήλιο του κερατοειδή αναπλάθεται και καλύπτει την ακτινοβολημένη περιοχή ακολουθώντας το νέο σχήμα της επιφάνειας. Μέχρι την ολοκλήρωση της επανεπιθηλιοποίησης του κερατοειδή τοποθετείται μαλακός φακός επαφής στην επιφάνεια του κερατοειδή. Η τεχνική αυτή θεωρείται ασφαλής και αποτελεσματική μέθοδος για την διόρθωση χαμηλών και μέσων διαθλαστικών σφαλμάτων. Σπάνιες επιπλοκές είναι η υποεπιθηλιακή θόλωση του κερατοειδή και η υποτροπή του διαθλαστικού σφάλματος. [2]

2.6 LASIK (Lasern In Situ Keratomileusis)

Η τεχνική LASIK συνίσταται στην δημιουργία ενός κερατοειδικού κρημνού πάχους περίπου 140μm με χρήση ενός ειδικού εργαλείου που ονομάζεται μικρό-κερατόμος ή με την χρήση της τεχνικής intralase, και στην έκθεση του υποκείμενου στρώματος του κερατοειδή στην κατανομή φωτοεκτομής. Ο κερατοειδικός κρημνός επανατοποθετείται στην επιφάνεια του ακτινοβολημένου στρώματος με αποτέλεσμα την ταχύτερη αποκατάσταση της όρασης, τη μείωση του μετεγχειρητικού πόνου και την ελαχιστοποίηση της επουλωτικής δραστηριότητας στον κερατοειδή. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται σαν μέθοδος επιλογής για τη διόρθωση μέσων και υψηλών διαθλαστικών σφαλμάτων. Οι πιθανές επιπλοκές προέρχονται κυρίως από δυσλειτουργίες του μικροκερατόμου με επακόλουθες ανωμαλίες του κρημνού, και από την κερατεκτασία η οποία σχετίζεται με την διαταραχή της μηχανικής σταθερότητας του κερατοειδή λόγω αφενός της δημιουργίας του κρημνού και αφετέρου της φωτοεκτομής σε περιπτώσεις διόρθωσης υψηλών διαθλαστικών σφαλμάτων [3].

2.7 EPI-LASIK

Η τεχνική έχει αναπτυχθεί προκειμένου να συνδυαστούν τα πλεονεκτήματα των δύο τεχνικών που προαναφέρθηκαν. Κατά την τεχνική αυτή η φωτοεκτομή πραγματοποιείται κάτω από έναν επιθηλιακό κρημνό ο οποίος έχει δημιουργηθεί με τη βοήθεια ειδικού εργαλείου το οποίο διαχωρίζει μηχανικά τη στοιβάδα των επιθηλιακών κυττάρων διατηρώντας τη συνέχειά της. Μετά τη φωτοεκτομή η επιφάνεια του κερατοειδή καλύπτεται από τα κύτταρα του επιθηλίου που αφαιρέθηκαν πριν την ακτινοβολήση. Εικάζεται ότι με αυτό τον τρόπο θα μείνει σε χαμηλά επίπεδα η επουλωτική δραστηριότητα στον κερατοειδή ενώ ταυτόχρονα ο κερατοειδής δεν θα υπόκειται στον κίνδυνο των πιθανών επιπλοκών που σχετίζονται με την τεχνική LASIK [4].

2.8 Κατευθυνόμενες κερατεκτομές

Τα σύγχρονα συστήματα laser διαθλαστικής χειρουργικής παράγουν την επιθυμητή κατανομή φωτοεκτομής μέσω σάρωσης της δέσμης του και της υπέρθεσης πολλών παλμών. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ύπαρξη συστημάτων που μετρούν τις γεωμετρικές ανωμαλίες της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδή, δημιουργεί τις προϋποθέσεις για τον σχεδιασμό εξατομικευμένων κατανομών φωτοεκτομής οι οποίες θα εξομαλύνουν τις γεωμετρικές ανωμαλίες του προς θεραπεία κερατοειδή. Οι δύο κυριότερες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται σήμερα για την αντιμετώπιση των οπτικών εκτροπών υψηλής τάξης βασίζονται στην δημιουργία κατανομών φωτοεκτομής μέσω πληροφοριών από σύστημα τοπογραφίας του κερατοειδή (Topography guided ablations) και μέσω πληροφοριών από σύστημα μέτρησης εκτροπών μετώπου κύματος (wavefront guided ablations). Η αρχή λειτουργίας των συστημάτων αυτών είναι φαινομενικά απλή, παρόλα αυτά οι αλγόριθμοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των κατανομών φωτοεκτομής δεν έχουν ανακοινωθεί ως πνευματική ιδιοκτησία των κατασκευαστών τέτοιων συστημάτων. Τα προβλήματα στην εφαρμογή αυτής της μεθόδου για τη διόρθωση εκτροπών υψηλής τάξης, συνδέονται αφενός με τη μέτρηση των εκτροπών (ή του σχήματος του κερατοειδή) και αφετέρου με την επικέντρωση της εξατομικευμένης φωτοεκτομής με τη ζώνη στην οποία πραγματοποιήθηκε η μέτρηση. Στις περιπτώσεις που ο κερατοειδής είναι ιδιαίτερα θολερός (όπως για παράδειγμα μετά από τραύματα ή εγκαύματα) δεν είναι πάντα δυνατή η λήψη μέτρησης με τα συστήματα τοπογραφίας ή ανίχνευσης του μετώπου κύματος. Το γεγονός αυτό καθιστά τη μέθοδο των καθοδηγούμενων κερατεκτομών να είναι πρακτικά μη εφαρμόσιμη σε κάποιες περιπτώσεις ασθενών με ασύμμετρο κερατοειδή. Σημειώνεται ότι σε κάποιες περιπτώσεις που η πρόσθια επιφάνεια του κερατοειδή είναι ιδιαίτερα ασύμμετρη, τα συστήματα μέτρησης των εκτροπών αδυνατούν να λάβουν μέτρηση λόγω υπέρβασης των ορίων της δυναμικής περιοχής τους ακόμα και στην περίπτωση που ο κερατοειδής είναι διαυγής. Ένα άλλο πρόβλημα που σχετίζεται με την εφαρμογή καθοδηγούμενων κερατεκτομών συνδέεται με την πιθανή στροφή της γραμμής της όρασης του υπό θεραπεία οφθαλμού μετά την αφαίρεση του επιθηλίου ή τη δημιουργία κερατοειδικού κρημνού κατά την

προπαρασκευαστική φάση της διόρθωσης. Σε τέτοια περίπτωση η εξατομικευμένη κερατεκτομή η οποία έχει προσχεδιαστεί με βάση τις μετρήσεις παρουσία του επιθηλίου ή πριν τη δημιουργία του κρημνού δεν θα επικεντρωθεί με τον άξονα ως προς τον οποίο έχει πραγματοποιηθεί η μέτρηση (και οι υπολογισμοί) αλλά γύρω από τον νέο άξονα (νέα γραμμή όρασης) που έχει προκύψει μετά την αφαίρεση του επιθηλίου ή τη δημιουργία του κρημνού.

2.9 Παράγοντες που επηρεάζουν το σφάλμα στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής

Κατά τις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής αρκετές φορές το διαθλαστικό αποτέλεσμα αποκλίνει από το επιθυμητό. Υπάρχουν αρκετοί παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν άλλοι περισσότερο και άλλοι λιγότερο την ακρίβεια της διόρθωσης και αφορούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του προς θεραπεία οφθαλμού, τα χαρακτηριστικά του ίδιου του ασθενή καθώς επίσης και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των συνθηκών που επικρατούν στο εκάστοτε χειρουργείο, τα χαρακτηριστικά των μηχανημάτων που χρησιμοποιούνται και - ενδεχομένως- την εμπειρία του χειρουργού. Οι παράγοντες αυτοί διαφοροποιούνται λίγο ανάλογα με το είδος της τεχνικής που θα εφαρμοστεί, αν πρόκειται δηλαδή για επιφανειακή κερατεκτομή ή για κερατεκτομή κάτω από την επιφάνεια του κερατοειδή η οποία εφαρμόζεται μετά από την δημιουργία κερατοειδικού κρημνού. Αυτοί οι παράγοντες αναφέρονται παρακάτω και αναλύονται στη συνέχεια:

1. Η ίδια η επιθυμητή διόρθωση. Είναι γεγονός ότι παρατηρείται διαφοροποίηση στο σφάλμα της διόρθωσης ανάλογα με τον βαθμό του διαθλαστικού σφάλματος που παρουσιάζεται σε κάθε περίπτωση και συγκεκριμένα στην επιθυμητή διόρθωση που θέλουμε να πετύχουμε.
2. Ατομικά χαρακτηριστικά του ασθενή. Αυτά αφορούν την κατάσταση της υγείας του ασθενή, κατά πόσο ακολουθεί ή όχι κάποια φαρμακευτική αγωγή καθώς επίσης το φύλο και την ηλικία του ασθενή.

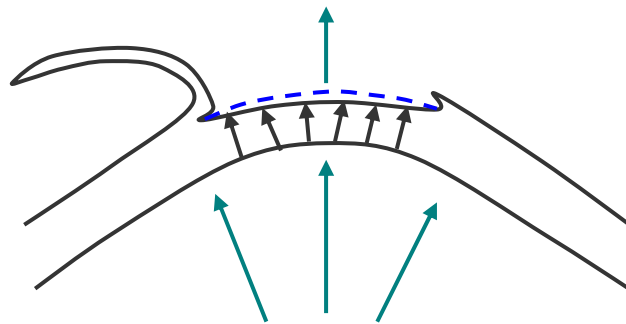
3. Ανατομικά χαρακτηριστικά του χειρουργούμενου οφθαλμού. Ανάλογα με το πάχος του κερατοειδή και την ενυδάτωσή του η επέμβαση μπορεί να παρουσιάσει διαφοροποιήσεις. Ένας άλλος παράγοντας είναι η φυσική κατάσταση του κερατοειδή (θολερότητα κτλ) η οποία επηρεάζει σημαντικά την σχεδίαση της κατανομής της φωτοαποδόμησης.
4. Τεχνολογικοί παράγοντες του χειρουργικού εξοπλισμού. Η κατάσταση του συστήματος laser (calibration, flounce, air mixt) είναι ένας σημαντικός παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει το διαθλαστικό αποτέλεσμα. Παρατηρείται ότι με τα πιο σύγχρονα συστήματα έχουμε πιο ακριβή αποτελέσματα. Είναι όμως σημαντικό να γίνουν οι σωστές ρυθμίσεις στο μηχάνημα και να χρησιμοποιηθεί κάτω από τις κατάλληλες συνθήκες. Αυτό αφορά ένα συνδυασμό διεγχειρητικών παραγόντων όπως το περιβάλλον της επέμβασης, τον χώρο δηλαδή στον οποίο θα γίνει η διορθωτική επέμβαση. Πρέπει να έχουμε την κατάλληλη θερμοκρασία και σχετική υγρασία. Αυτοί είναι παράγοντες που επηρεάζουν την απορρόφηση ακτινοβολίας. Ακόμα επηρεάζουν τα βοηθητικά συστήματα που χρησιμοποιούνται ακολουθώντας τις τεχνολογικές εξελίξεις όπως οι eye tracker και ο τρόπος που γίνεται η υπέρθεση των παλμών όπως για παράδειγμα τα συστήματα flying spot. Είναι σημαντικό να επιλεγεί η κατάλληλη ζώνη στην οποία θα γίνει η υπέρθεση των παλμών και γενικά να σχεδιαστεί μια κατάλληλη κατανομή των παλμών. Τέλος για τις περιπτώσεις που χρησιμοποιείται μια μέθοδος η οποία απαιτεί αφαίρεση του επιθηλίου με κάποιο μέσο (συνήθως μικροκερατόμος) είναι σημαντικό να χρησιμοποιηθεί προσεκτικά για τον λόγο ότι το παραμικρό σφάλμα στην χρήση του μπορεί να προκαλέσει επιπλοκές στο διαθλαστικό αποτέλεσμα.
5. Απρόβλεπτες αλλαγές στις οπτικές ιδιότητες του κερατοειδή που οφείλονται στις διαδικασίες επούλωσης. Κάτι που διαφοροποιεί σημαντικά το διαθλαστικό αποτέλεσμα είναι η ανάπτυξη επιθηλιακών κυττάρων κάτω από τον κρημνό μετά από την τοποθέτησή του

(Epithelial ingrowths) καθώς και οποιαδήποτε υποτροπή παρουσιαστεί μετά την επέμβαση.

2.10 Ανάλυση των φυσικών μηχανισμών του σφάλματος στην διαθλαστική χειρουργική :

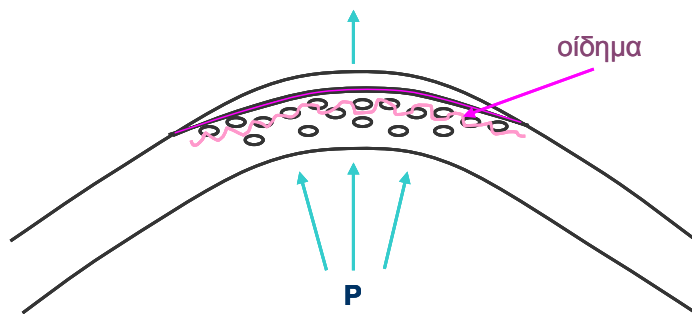
Οι κυριότεροι παράγοντες που συμβάλλουν στην παρουσία σφάλματος κατά τις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής αφορούν τον την μορφολογία του κερατοειδή και την φυσική του σύσταση καθώς επίσης και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του υποψηφίου προς επέμβαση οφθαλμού. Είναι αναμενόμενο εφ' όσον γίνεται αναφορά σε έναν ζωντανό οργανισμό να αντιδράσει τόσο μηχανικά όσο και εμβιομηχανικά σε μια επέμβαση όπως η διαθλαστική χειρουργική.

Άμεσα με την εκτομή του flap από την επιφάνεια του κερατοειδή (γίνεται αναφορά στην μέθοδο Lasik) η ενδοφθάλμια πίεση εφόσον λεπταίνει το στρώμα της επιφάνειας που καλύπτει τον βολβό του οφθαλμού προκαλεί την άυξηση της καμπυλότητας του κερατοειδή ενώ παράλληλα η χαλάρωση των ινών του κολλαγόνου στην περιφέρεια της ζώνης φωτοαποδόμησης προκαλεί μια επιπέδωση στην επιφάνεια του κερατοειδή [σχήμα 2.5]. Η δράση των δύο αυτών παραγόντων αλληλοεξουδετερώνεται περίπου αλλά παραμένουν δυο αποκρίσεις μη-μετρήσιμες οι οποίες ενδεχομένως επηρεάζουν το αποτέλεσμα της επέμβασης. Το πάχος του κερατοειδή καθώς και η ακτίνα καμπυλότητάς του είναι δυο παράγοντες που επηρεάζουν σημαντικά την αρίβεια της επέμβασης. Το πάχος του κερατοειδή επηρεάζει την άμεση μηχανική απόκριση αλλά και την (βραδύτερη) εμβιομηχανική απόκριση. Σε μεγάλες ακτίνες καμπυλότητας παρατηρείται γενικά υποδιόρθωση λόγω του ότι οι παλμοί του laser συναντούν τον κερατοειδή με μεγαλύτερη κλίση με αποτέλεσμα η δράση του παλμού του laser να έχει χαμηλότερη απόδοση. Αυτό επηρεάζει τόσο τον ρυθμό φωτοαποδόμησης όσο και το βάθος εκτομής. Ένας άλλος παράγοντας που σε συνδυασμό με τους υπόλοιπους μηχανισμούς φαίνεται να επηρεάζει είναι το πάχος του flap το οποίο δεν είναι σταθερό.



P
ενδοφθάλμια πίεση

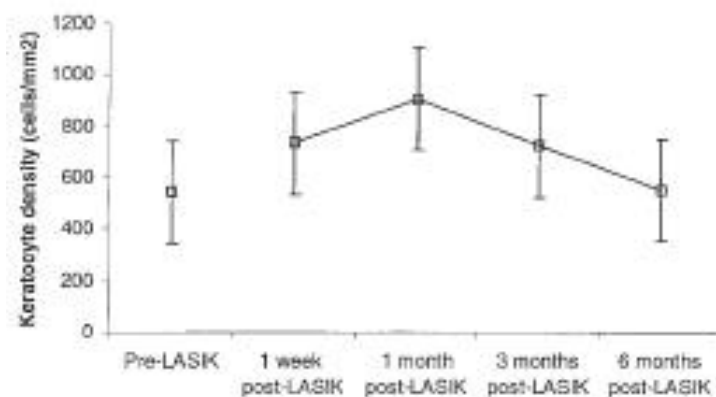
Σχήμα 2. 5



Σχήμα 2. 6

Επίσης η δράση του laser στον κερατοειδή προκαλεί άμεσα την δραστηριοποίηση των κερατοκυττάρων που βρίσκονται στο στρώμα του κερατοειδή [σχήμα 2.6]. Τα κύτταρα αυτά υφίστανται ένα θερμικό shock λόγω της ακτινοβολίας ενώ ταυτόχρονα επηρεάζονται από την δράση της δευτερογενούς ακτινοβολίας, από το ακουστικό shock και από growth factors. Μετά από την επέμβαση παρατηρείται συσσώρευση κερατοκυττάρων στο στρώμα του κερατοειδούς και έντονη δραστηριοποίησή τους σε μια προσπάθεια να επουλώσουν και να επαναφέρουν στον κερατοειδή την μηχανική του σταθερότητα. Στην φυσική τους κατάσταση τα κύτταρα αυτά είναι λεπτά και πεπλατυσμένα ενώ σε αντίθεση όταν ενεργοποιηθούν φουσκώνουν και καταλαμβάνουν μεγαλύτερο χώρο στο στρώμα. Όπως φαίνεται στο σχήμα

2.7 μέχρι τον πρώτο μήνα μετεγχειρητικά αυξάνεται η πυκνότητά τους στον κερατοειδή ενώ στη συνέχεια υποχωρούν για να φτάσουν στα φυσιολογικά τους επίπεδα όταν συμπληρωθούν έξι μήνες από την επέμβαση. Θεωρητικά δεν επηρεάζουν το διαθλαστικό αποτέλεσμα εφ' όσον αυτό σταθεροποιηθεί αλλά παραμένει ένας παράγοντας που ενδέχεται να επηρεάζει ειδικότερα αν υπάρξει σε συνδυασμό με άλλες παραμέτρους όπως είναι η ηλικία, η λήψη κάποιας φαρμακευτικής αγωγής και η ενδοφθάλμια πίεση. Ανάλογα με την ηλικία του ασθενή διαφοροποιείται και το επίπεδο δραστηριοποίησης των κυττάρων αυτών καθώς και ο ρυθμός που δρουν όταν ενεργοποιηθούν. Σε νεαρές ηλικίες τα κύτταρα αυτά φαίνεται να είναι πιο δραστήρια ενώ παρουσιάζουν και μια πιο άμεση και γρήγορη ενεργοποίηση κάτι που σημαίνει μεγαλύτερη αύξηση στο πάχος του κερατοειδή ενώ ταυτόχρονα δικαιολογεί το γεγονός ότι παρατηρείται υπό-διόρθωση του διαθλαστικού σφάλματος στα άτομα αυτά. Ένα άλλο στοιχείο που παρατηρείται είναι ότι ο ρυθμός φωτοαποδόμησης που εφαρμόζεται κατά την επέμβαση παρουσιάζει διαφορετικά αποτελέσματα σε νεαρά άτομα από ότι σε άτομα μεγαλύτερης ηλικίας. Όσο πιο ενυδατωμένος είναι ο κερατοειδής τόσο πιο πολλή ακτινοβολία απορροφάται με αποτέλεσμα να φωτοαποδομείται λιγότερος ιστός από αυτόν που υπολογίστηκε προ-εγχειρητικά. Το φύλο του ασθενή δεν φαίνεται να συμβάλλει στο διαθλαστικό αποτέλεσμα ενώ μόνο κάποιες εικασίες αναφέρουν πιθανή συμβολή των ορμονικών διαταραχών στις περιπτώσεις γυναικών ανάλογα με την ημέρα του εμμήνου κύκλου στην οποία βρίσκονται, ίσως και με την παράλληλη λήψη αντισυλληπτικών φαρμάκων.



Σχήμα 2. 7: Η δραστηριοποίηση των κερατοκυττάρων μετά από μια διαθλαστική επέμβαση. (INMA PEREZ-GOMEZ et al, OPTOM. VIS. SCI. (2003))

2.11 Η αντιμετώπιση του σφάλματος κατά της επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής

Για την πρόβλεψη και την αντιστάθμιση του σφάλματος αναπτύσσονται ειδικά νομογράμματα μέσω της καταχώρισης του σφάλματος σε συνδυασμό με τις παραμέτρους που προαναφέρθηκαν για μεγάλο αριθμό περιστατικών. Σκοπός της δημιουργίας ενός νομογράμματος είναι να μελετηθούν οι παράγοντες αυτοί και να μοντελοποιηθούν έτσι ώστε να γίνεται δυνατή η πρόβλεψη του σφάλματος κατά την χρήση του laser και να συνυπολογισθεί. Η ικανότητα πρόβλεψης του διαθλαστικού αποτελέσματος με την εφαρμογή μαθηματικών μοντέλων και η υλοποίηση της με λογισμικό είναι αναγκαία στην σύγχρονη διαθλαστική χειρουργική. Κάθε κέντρο και κάθε συσκευή laser έχουν τα δικά τους ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Η χρήση ενός νομογράμματος που έχει αναπτυχθεί σε άλλα κέντρα, όπως για παράδειγμα από τον κατασκευαστή κατά την διάρκεια των πρώτων κλινικών δοκιμών, αποτελεί σαφώς το πρώτο βήμα για την επίτευξη της ακρίβειας των επεμβάσεων αλλά δεν αποτελεί την βέλτιστη λύση. Ένας από τους λόγους είναι ότι απαιτείται μεγάλος αριθμός δειγμάτων για να εφαρμοστούν (>600)

2.12 Μια εναλλακτική προσέγγιση για την πρόβλεψη του σφάλματος στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής

Στην ιατρική επιστήμη, κατά την μελέτη προβλημάτων που αφορούν διάφορους κλάδους της, προκύπτουν προβλήματα στα οποία το αποτέλεσμα εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Η εξαγωγή ενός συμπεράσματος με βάση τους παράγοντες αυτούς βασίζεται στην εμπειρική κυρίως γνώση, παρά σε κάποιο αυστηρά διατυπωμένο αλγοριθμικό μοντέλο. Η εμπειρική γνώση είναι ένα στοιχείο που μας παραπέμπει στην χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων με στόχο να έχουμε έναν πιο αποτελεσματικό τρόπο για την πρόβλεψη των συνεπειών που προκύπτουν από ένα σύνολο πολλών παραγόντων. Η χρήση τους φαίνεται να είναι ένας τρόπος για να αντικαταστήσουμε την απλή εμπειρική παρατήρηση σε πολλούς τομείς του χώρου αυτού. Παραδείγματα χρήσης τεχνητών νευρωνικών δικτύων

χρησιμοποιηθήκαν σαν διαγνωστικό εργαλείο στην οφθαλμολογία, για την ταξινόμηση κλινικών δεδομένων [5], καθώς επίσης για την μελέτη και την ταξινόμηση τοπογραφικών χαρτών [6] και τις δύο φορές με εξαιρετικά αποτελέσματα. Σε μια έγκυρη εργασία των Maeda et al. [7] περιγράφεται ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο αφού εκπαιδεύτηκε με εισαγωγή τοπογραφικών δεδομένων από 108 οφθαλμούς είχε την δυνατότητα να κατηγοριοποιήσει νέες τοπογραφίες με ποσοστό επιτυχίας της τάξης του 80%.

Η διαθλαστική χειρουργική είναι ένα πεδίο στο οποίο μπορούμε να εφαρμόσουμε τεχνητά νευρωνικά δίκτυα και συγκεκριμένα στην πρόβλεψη του σφάλματος στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργική. Οι περισσότερες μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα βασίζονται σε στατιστικά μοντέλα πρόβλεψης σφάλματος, ενώ έχουμε και μια εργασία των Yang et al. [8] με χρήση νευρωνικού δικτύου οι οποία έδειξε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να φανεί ότι η κατασκευή και η εφαρμογή ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι πράγματι μια καινοφανής μέθοδος για την προσέγγιση της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από το εργαστήριό του Βεμμο που αφορούν επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής έχει πραγματοποιηθεί μια προσπάθεια να σχεδιάσει ενός νευρωνικού δικτύου που θα ανταποκρίνεται στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των δεδομένων μας με σκοπό να παίρνουμε μια καλή εκτίμηση του σφάλματος. Η επιτυχία αυτής της προσέγγισης θα ήταν μια απόδειξη του ότι το σφάλμα που παρουσιάζεται σε τέτοιες επεμβάσεις μπορεί πράγματι να προβλεφθεί με σχετική ακρίβεια ώστε να χρησιμοποιηθεί μελλοντικά στην διαμόρφωση των παραμέτρων των επεμβάσεων με σκοπό την εξάλειψη όσο το δυνατόν αυτού του σφάλματος. Αυτό είναι ένας στόχος που αποτελεί απαίτηση ιδιαίτερα στις σύγχρονες επεμβάσεις οι οποίες αποσκοπούν στην εξατομίκευση των επεμβάσεων.

Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν μεταβλητές που αφορούσαν το διαθλαστικό σφάλμα (στην μορφή σφαίρα, κύλινδρος, άξονας) προεγχειρητικά, μετέγχειρητικά καθώς και την επιθημιτή διόρθωση. Επίσης

μεταβλητές που αφορούσαν το φύλο του ασθενή, την ηλικία του, την ζώνη φωτοαποδόμησης, το πάχος του κερατοειδή και την ενδοφθάλμια πίεση.

Η υλοποίηση της εφαρμογής έγινε με την χρησιμοποίηση του μαθηματικού πακέτου MATLAB από το οποίο χρησιμοποιήθηκαν ανάμεσα σε άλλα και κάποιες από τις έτοιμες συναρτήσεις από την βιβλιοθήκη του λογισμικού αυτού.

Παρακάτω βλέπουμε τα βασικά στοιχεία και χαρακτηριστικά των τεχνητών νευρωνικών δικτύων καθώς επίσης και την πηγή έμπνευσης της δημιουργίας αυτών των συστημάτων η οποία δικαιολογεί κατά ένα μεγάλο μέρος την αρχιτεκτονική δομή τους και την λογική της χρήσης τους για την επίλυση και αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων. Στο ειδικό μέρος παρατίθεται η προσπάθεια χρήσης τεχνητών νευρωνικών δικτύων που πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Επίσης παρατίθενται τα αποτελέσματα της πρόβλεψης του διαθλαστικού σφάλματος στις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής.

ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ

3.1 Εισαγωγή

Στην προσπάθεια επίλυσης πολύπλοκων προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί διάφορα συστήματα. Κάποια ανήκουν στην κατηγορία των συμβατικών προσεγγίσεων και άλλα στην κατηγορία των 'έξυπνων' συστημάτων. Η έμπνευση των τελευταίων προήλθε από τα βιολογικά νευρωνικά συστήματα τα οποία προσπαθούν να προσομοιώσουν. Τα συστήματα αυτά έχουν σημειώσει μεγάλη ανάπτυξη και πρόοδο και εφαρμόζονται με επιτυχία σε πολλά προβλήματα. Ερευνητές από διάφορους τομείς σχεδιάζουν τεχνητά νευρωνικά δίκτυα για την επίλυση διάφορων προβλημάτων που αφορούν την αναγνώριση προτύπων, την πρόβλεψη, την βελτιστοποίηση, την βοηθητική μνήμη και τον έλεγχο.

Συμβατικές προσεγγίσεις έχουν προταθεί επίσης για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Ωστόσο παρά το ότι έχουν γίνει επιτυχημένες εφαρμογές σε κάποια καλά δομημένα περιβάλλοντα, καμία από αυτές δεν ήταν αρκετά ευέλικτη ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία στο ίδιο περιβάλλον μερικώς διαταραγμένο. Το πλεονέκτημα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι ότι γενικεύονται γύρω από την υπάρχουσα εφαρμογή και ως εκ τούτου μπορούν να δώσουν απαντήσεις στο πρόβλημα ακόμα και όταν τα αρχικά δεδομένα του αλλάξουν [16, 17, 18, 19].

3.2 Ορισμός των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων

Συνοπτικά τα νευρωνικά δίκτυα είναι μια παράλληλα κατανεμημένη δομή μαζικού επεξεργαστή ο οποίος έχει την ιδιότητα να αποθηκεύει εμπειρικά δεδομένα-γνώση και να τα καθιστά προσβάσιμα για χρήση. Προσομοιάζουν τον εγκέφαλο ως προς δύο ιδιότητες:

1. Οι πληροφορίες γίνονται γνώση για το δίκτυο μέσω μίας διαδικασίας εκμάθησης.
2. Ενδοδικτυακές συνδέσεις γνωστές σαν βάρη συνάψεων χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση της γνώσης.

3.3 Τα πλεονεκτήματα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα ανήκουν στην κατηγορία των 'έξυπνων' συστημάτων ή αλλιώς συστημάτων με 'νόηση' για τον λόγο ότι γίνεται μία προσπάθεια να μιμηθούν όσο το δυνατόν γίνεται τον ανθρώπινο εγκέφαλο ώστε να οικειοποιηθούν και να εκμεταλλευτούν όσο πιο πολλά από τα χαρακτηριστικά του τρόπου λειτουργίας του και να ξεφύγουν από τις απλές αριθμητικές πράξεις και τις απλοποιήσεις που τις διέπουν. Κάποια από τα επιθυμητά χαρακτηριστικά που προσπαθούν να επιτύχουν είναι τα εξής:

1. Μαζικός παραλληλισμός,
2. Κατανεμημένες παραστάσεις και υπολογισμοί,
3. Ικανότητα εκμάθησης,
4. Ικανότητα γενίκευσης,
5. Ικανότητα προσαρμογής,
6. Εγγενής ικανότητα επεξεργασίας των συμφραζομένων από τις πληροφορίες των δεδομένων,
7. Ανοχή σε σφάλματα,
8. Χαμηλή κατανάλωση ενέργειας-κόστος υπολογισμών.

Οι σύγχρονοι ψηφιακοί υπολογιστές υπερτερούν στις πράξεις υπολογισμών και την συνδεδεμένη με αυτές μεθόδευση συμβόλων. Ωστόσο ο άνθρωπος είναι ικανός να επιλύσει φυσιολογικά σύνθετα προβλήματα που αφορούν την αντίληψη, όπως την αναγνώριση ενός συγκεκριμένου ατόμου μέσα στο πλήθος. Αυτή η διαφορά στην απόδοση οφείλεται στο ότι η αρχιτεκτονική του βιολογικού νευρωνικού συστήματος είναι τελείως διαφορετική από αυτήν των ηλεκτρονικών υπολογιστών (von Neumann architecture ^[Σημείωση 1]) κάτι που άμεσα επηρεάζει τον τύπο των συναρτήσεων που το κάθε υπολογιστικό σύστημα μπορεί να εκτελέσει καλύτερα.

Κρατώντας σαν βάση την αρχιτεκτονική von Neumann έχουν γίνει πολλές προσπάθειες για την ανάπτυξη 'έξυπνων' προγραμμάτων, καμία όμως δεν απέδωσε ουσιαστικά. Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα με την ιδιαίτερη δομή τους, που αποτελείται από έναν μεγάλο αριθμό απλών μονάδων επεξεργασίας και πολλές διασυνδέσεις, αποσκοπούν στην χρήση της αρχής της οργάνωσης η οποία πιστεύεται ότι ακολουθείται στον ανθρώπινο εγκέφαλο.

Σημείωση 1: Η von Neumann αρχιτεκτονική υπολογιστών προτάθηκε από τον John von Neumann ο οποίος ήταν ο πρώτος που κατέγραψε τις απαιτήσεις στην δομή ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Πρόκειται για την βασική αρχιτεκτονική δομή των υπολογιστών που χρησιμοποιούμε σήμερα και η οποία συνίσταται από 4 βασικά μέρη. Την μονάδα αριθμητικής λογικής, την μονάδα ελέγχου, την μνήμη και τις μονάδες εισόδου- εξόδου. Οι ικανότητες ενός συστήματος που ακολουθεί αυτή την αρχιτεκτονική περιορίζονται στην αποθήκευση των δεδομένων και των αποτελεσμάτων που προκύπτουν μετά από υπολογισμούς και την αποθήκευση οδηγιών και εντολών για την εκτέλεση των υπολογισμών.

Για την μελέτη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων απαιτούνται γνώσεις από τις περιοχές της νεύρο-φυσιολογίας, της ψυχολογίας (τρόποι αναγνώρισης), της φυσικής (μηχανική στατιστικής), της επιστήμης των

υπολογιστών και λογισμικού, και των μαθηματικών (στατιστική), της τεχνητής νοημοσύνης, καθώς επίσης και στοιχεία από τις θεωρίες ελέγχου, αναγνώρισης προτύπων, υπολογισμού της όρασης και παράλληλης επεξεργασίας. Οποιαδήποτε ανάπτυξη και πρόοδος στους παραπάνω τομείς τροφοδοτεί και την ανάπτυξη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ενώ τα ίδια παρέχουν ώθηση στους παραπάνω τομείς με την μορφή καινούριων εργαλείων και τρόπων αναπαράστασης. Η άμεση συνεργασία των παραπάνω είναι καθοριστικής σημασίας για την έρευνα γύρω από τα νευρωνικά δίκτυα και η επικοινωνία αυτή θα πρέπει να ενθαρρύνεται. Η προσπάθεια μοντελοποίησης των βιολογικών νευρώνων με τεχνητά νευρωνικά δίκτυα θα βοηθούσε στην καλύτερη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας των ιδίων.

3.4 Σύντομη ιστορική αναδρομή

Η έρευνα γύρω από τα νευρωνικά δίκτυα πέρασε από τρεις περιόδους ανάπτυξης. Το πρώτο κύμα ενδιαφέροντος γύρω από αυτά, γνωστά τότε και σαν μοντέλα διασύνδεσης ή μοντέλα παράλληλα κατανεμημένης επεξεργασίας, προέκυψε το 1943 από τον νεύρο [9] οι -βιολόγο McCulloch και τον μαθηματικό με ειδικότητα στην στατιστική Pitts ο οποίοι έκαναν την εισαγωγή στους απλοποιημένους νευρώνες με την δημοσίευσή τους “A Logical Calculus of Ideas Immanent in nervous activity” . Αυτοί οι νευρώνες παρουσιάστηκαν σαν μοντέλα των βιολογικών νευρώνων και σαν θεμελιώδεις δομές σε μια αλυσίδα που θα εκτελούσε υπολογισμούς. Αυτή η δημοσίευση αποτέλεσε την έμπνευση για την ανάπτυξη ενός καινούριου ψηφιακού υπολογιστή ή αλλιώς ενός ηλεκτρονικού εγκεφάλου όπως τον αποκάλεσε ο John von Neumann.

Η δεύτερη περίοδος ήταν την δεκαετία του 1960 οπότε ο Frank Rosenblatt παρακινούμενος από την παραπάνω δουλειά ερεύνησε τους υπολογισμούς των παρατηρήσεων κάτι που οδήγησε στην πρώτη γένεση νευρωνικού δικτύου γνωστού σαν perceptron και το θεώρημα σύγκλισής του

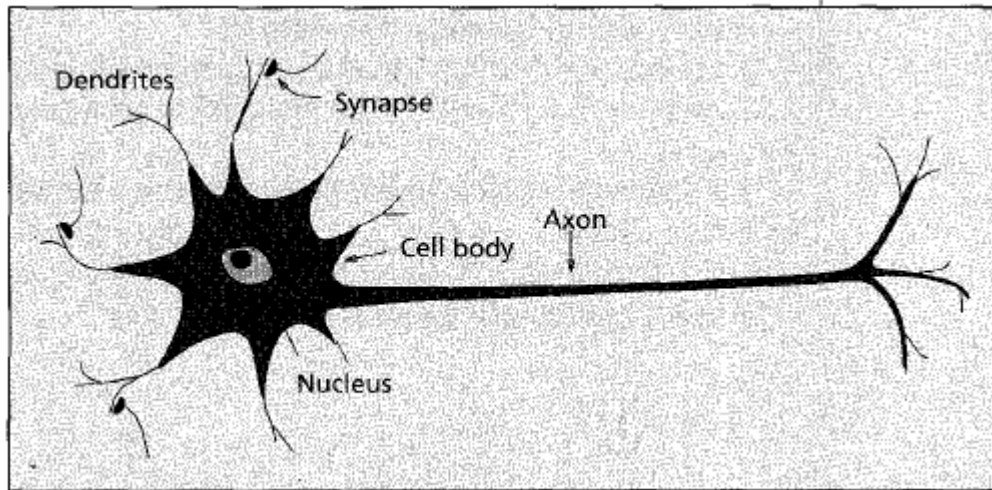
perceptron [10] το 1962. Ακολουθεί το βιβλίο των Minckey και Papert “Perceptrons: An introduction to computational Geometry” [11] το 1969 οι οποίοι δείχνουν τους περιορισμούς στις δυνατότητες του απλού perceptron. Τα αποτελέσματά τους ήταν κατευναστικά για τον ενθουσιασμό που υπήρχε από τους ερευνητές γύρω από το θέμα και ειδικά για την κοινωνία της επιστήμης των υπολογιστών. Η ύφεση αυτή κράτησε για περίπου 20 χρόνια.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1980 η έρευνα και το ενδιαφέρον για τα δίκτυα αυτά σημείωσαν μια σημαντική ανάκαμψη. Η κύρια ανάπτυξη πίσω από αυτή την εξέλιξη περιλαμβάνει μια καινούρια προσέγγιση από τον Hopfield το 1982 [12] και τον αλγόριθμό του “backpropagation algorithm for multilayer perceptrons (multilayer feed-forward networks)” που προτάθηκε πρώτα από τον Werbos [13], και επαναπροτάθηκε στη συνέχεια αρκετές φορές μέχρι που δημοσιεύτηκε από τους Rumelhart et al. [14] το 1986.

Οι Anderson και Rosenfeld ^[7] έχουν καταγράψει μια εκτενή ιστορική αναδρομή γύρω από την ανάπτυξη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων.

3.5 Βιολογικά Νευρωνικά Δίκτυα

Ένας νευρώνας (ή νευρικό κύτταρο) είναι ένα ειδικό βιολογικό κύτταρο το οποίο επεξεργάζεται πληροφορίες [σχήμα 3.1]. Αποτελείται από το κυτταρικό σώμα και δύο τύπων εξωτερικών απολήξεων. Τον άξονα και τους δενδρίτες. Κάθε απόληξη καταλήγει σε τρεις διακλαδώσεις-συνάψεις. Το σώμα του κυττάρου περιέχει έναν πυρήνα όπου υπάρχουν οι πληροφορίες που αφορούν την κληρονομική αλυσίδα και το πλάσμα το οποίο περιέχει τον μοριακό εξοπλισμό για την παράγωγή υλικού χρήσιμου για τον νευρώνα.



Σχήμα 3. 1: Βιολογικός νευρώνας.

Ο νευρώνας δέχεται σήματα (παλμούς) από άλλους νευρώνες μέσω των δενδριτών του (υποδοχείς) και μεταβιβάζει σήματα που παράγει στο σώμα του μέσω του άξονά του (μεταβιβαστής) ο οποίος καταλήγει σε άλλες διακλαδώσεις και υπό-διακλαδώσεις. Στις απολήξεις αυτών των διακλαδώσεων υπάρχουν οι συνάψεις. Μια σύναψη είναι μια στοιχειώδης δομή, η λειτουργική μονάδα μεταξύ δύο νευρώνων (της απόληξης του ενός νευρώνα και των δενδριτών του άλλου νευρώνα). Όταν ένας παλμός φτάσει στο άκρο μίας σύναψης τότε ελευθερώνονται κάποιες συγκεκριμένες χημικές ενώσεις που ονομάζονται νευροδιαβιβαστές (neurotransmitters) Αυτές οι ουσίες διαχέονται κατά μήκος του ανοίγματος της σύναψης για να προαχθούν ή να ανασταλούν ανάλογα με το είδος της σύναψης, ανάλογα δηλαδή με την τάση του υποδοχέα του νευρώνα να εκπέμπει ηλεκτρικούς παλμούς. Οι λειτουργία των των συνάψεων ρυθμίζεται από τα σήματα που τις διαπερνούν δηλαδή οι συνάψεις μαθαίνουν μέσω των δραστηριοποιήσεών τους, μέσω των λειτουργιών στις οποίες συμμετέχουν. Αυτή η εξάρτηση στην συμπεριφορά των συνάψεων, κάθε επόμενη φορά από τις προηγούμενες δραστηριότητές τους, πιθανολογείται ότι είναι υπεύθυνη για την ανθρώπινη μνήμη.

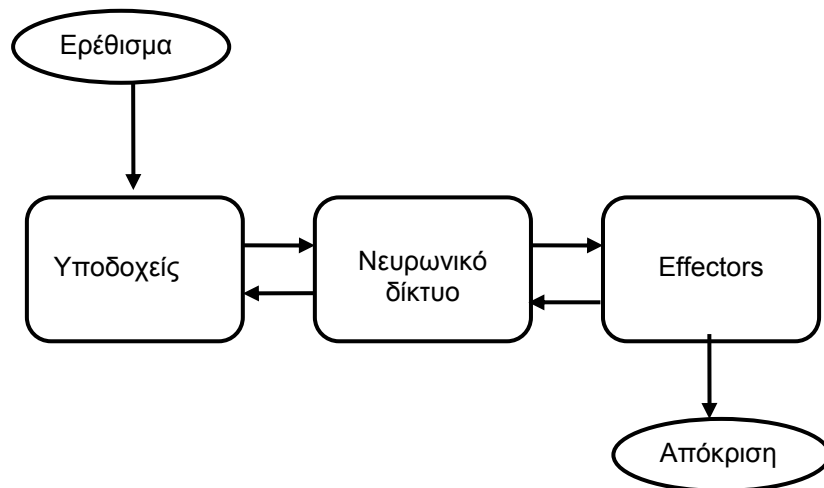
Ο εγκεφαλικός φλοιός στον άνθρωπο έχει συνολική επιφάνεια περίπου 2200cm^2 και πάχους 2 έως 3 χιλιοστά που αποτελείται από περίπου 10^{11} νευρώνες πολύπλοκα συνδεδεμένους μεταξύ τους. Κάθε νευρώνας συνδέεται με άλλους 10^3 έως 10^4 νευρώνες ενώ στο σύνολο τους οι διασυνδέσεις ανέρχονται προσεγγιστικά στις 10^{14} έως 10^{15} .

Οι νευρώνες επικοινωνούν με σήματα στην μορφή αλυσιδωτών παλμών διάρκειας μερικών χιλιοστών του δευτερολέπτου. Το κάθε σήμα συντονίζεται με την συχνότητα του παλμού-μεταβίβασης η οποία κυμαίνεται από μερικά έως αρκετές εκατοντάδες hertz δηλαδή είναι ένα εκατομμύριο φορές πιο αργό από το κλείσιμο του πιο γρήγορου ηλεκτρονικού κυκλώματος. Παραταύτα πολύπλοκες αποφάσεις αντίληψης, όπως η αναγνώριση εκτελούνται από τον άνθρωπο, μέσα σε μερικές εκατοντάδες χιλιοστών του δευτερολέπτου. Τέτοιες αποφάσεις παίρνονται από ένα δίκτυο νευρώνων του οποίου η ταχύτητα λειτουργίας είναι μόνο μερικά χιλιοστά του δευτερολέπτου. Από αυτό έπεται ότι οι υπολογισμοί δεν μπορούν να ξεπερνούν τα 100 κατά σειρά στάδια. Το συμπέρασμα είναι ότι για τέτοιες ενέργειες στον εγκέφαλο εργάζονται παράλληλα τμήματα τα οποία έχουν έκταση περίπου 100 βημάτων. Οι ίδιοι υπολογισμοί για τον χρόνο που απαιτείται δείχνουν ότι η ποσότητα της πληροφορίας που αποστέλλεται από έναν νευρώνα σε έναν άλλο πρέπει να είναι πολύ μικρή (της τάξης μερικών bits). Αυτό υποδηλώνει ότι πληροφορίες που αφορούν αποφάσεις δεν μεταβιβάζονται άμεσα αλλά συλλαμβάνονται και κατανέμονται στις διασυνδέσεις.

3.6 Επίπεδα οργάνωσης στον ανθρώπινο εγκέφαλο

Το νευρικό σύστημα στον άνθρωπο μπορεί να διαχωριστεί σε τρία επίπεδα όπως φαίνεται στο διάγραμμα [σχήμα 3.2] (Arbib, 1987). Κεντρικά στο σύστημα βρίσκεται ο εγκέφαλος που αντιπροσωπεύεται από το δίκτυο των νευρώνων το οποίο συνεχώς λαμβάνει πληροφορίες τις επεξεργάζεται-αντιλαμβάνεται και παίρνει τις κατάλληλες αποφάσεις. Το σύνολο με τα βέλη

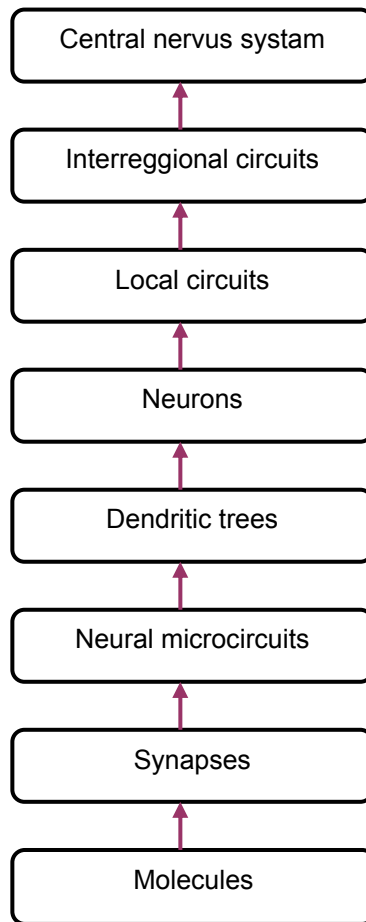
που δείχνουν από αριστερά προς τα δεξιά υποδεικνύουν την προς τα εμπρός πορεία μεταβίβασης-δράσης, δια μέσω του συστήματος, των σημάτων με τις πληροφορίες ενώ τα βέλη που δείχνουν από δεξιά προς τα αριστερά δηλώνουν την ύπαρξη ανάδρασης στο σύστημα. Οι υποδοχείς μετατρέπουν τα ερεθίσματα από το ανθρώπινο σώμα ή από το εξωτερικό περιβάλλον σε ηλεκτρικούς παλμούς οι οποίοι οδηγούν την πληροφορία προς το νευρικό σύστημα, δηλαδή τον εγκέφαλο. Σε αντίθεση οι effectors μετατρέπουν τους ηλεκτρικούς παλμούς που δημιουργούνται και εξέρχονται από το νευρικό δίκτυο σε διακριτές αντιδράσεις οι οποίες αποτελούν την έξοδο του συστήματος.



Σχήμα 3. 2: Διάγραμμα που απεικονίζει το νευρικό σύστημα.

Στον εγκέφαλο υπάρχει ανατομικά τόσο μικρής-κλίμακας όσο και μεγάλης-κλίμακας οργάνωση, και διαφορετικές λειτουργίες εκτελούνται στα χαμηλά απ' ότι στα ψηλά επίπεδα. Στο σχήμα 3.3 φαίνεται η ιεραρχία στα διαφορετικά επίπεδα της οργάνωσης-πολυπλοκότητας όπως προέκυψε μετά από εκτενή έρευνα σε περιοχές του εγκεφάλου (Churchland and Sejnowski, 1992; Shepherd and Koch, 1990). Ξεκινώντας από τις συνάψεις (synapses), οι οποίες θεωρούνται το βασικό επίπεδο η δραστηριότητα των οποίων βασίζεται στα μόρια (molecules) και τα ιόντα του προηγούμενου σταδίου, και

προχωρώντας προς τα πάνω συναντάμε το επίπεδο με τα νευρικά μικροκυκλώματα (neural microcircuits), το επίπεδο με τους δενδρίτες (dendritic trees) και μετά από αυτά βρίσκεται το επίπεδο με τους νευρώνες (neurons). Ένα νευρικό μικροκύκλωμα αποτελείται από ένα σύνολο συνάψεων οι οποίες είναι οργανωμένες σε συγκεκριμένες συνδέσεις ώστε να παράγουν την επιθυμητή ενέργεια. Τα συναντάμε ομαδοποιημένα ενώ καθεμία από τις ομάδες αποτελεί μια υποομάδα δενδριτών στο παραπάνω επίπεδο που με την σειρά τους ανήκουν σε έναν συγκεκριμένο νευρώνα. Ολόκληρος ο νευρώνας, το μήκος του οποίου φτάνει περίπου τα 100μm, περιέχει αρκετές υπό-μονάδες δενδριτών. Προχωρώντας στην κλίμακα πολυπλοκότητας ένα επίπεδο πιο πάνω συναντάμε τα τοπικά κυκλώματα (local circuits) που έχουν μέγεθος περίπου 1mm και αποτελούνται από νευρώνες με όμοιες ή διαφορετικές ιδιότητες. Αυτή η συναρμολόγηση των νευρώνων είναι υπεύθυνη για την δράση που αναλαμβάνουν χαρακτηριστικές περιοχές στον εγκέφαλο. Παραπάνω βρίσκεται το επίπεδο περιφερειακών κυκλωμάτων (interregional circuits) τα οποία αποτελούνται από οδούς (pathways), στήλες (columns) και τοπογραφικούς χάρτες (topographic maps) και αφορούν πολλαπλές περιοχές που βρίσκονται σε διαφορετικά μέρη του εγκεφάλου. Οι τοπογραφικοί χάρτες είναι οργανωμένοι έτσι ώστε να ανταποκρίνονται σε εισερχόμενες ώσεις, δηλαδή σήματα που περιέχουν πληροφορία. Αυτοί οι χάρτες είναι συχνά διευθετημένοι σε ομάδες-υποομάδες του παραπάνω επιπέδου ενώ οι αισθητήρες που αφορούν την όραση και την αφή είναι επίσης κατανομημένοι σε συναφή επίπεδα με τρόπο ώστε ένα ερέθισμα από το περιβάλλον να διανέμεται σε καθένα από αυτά ώστε να τυγχάνει ανάλογης επεξεργασίας. Εν τέλει οι αποκρίσεις των τοπογραφικών χαρτών μαζί με άλλων περιφερειακών κυκλωμάτων συμβάλλουν σε συγκεκριμένου τύπου συμπεριφορά στο ανώτερο επίπεδο πολυπλοκότητας, δηλαδή το κεντρικό νευρικό σύστημα (central nervous system).



Σχήμα 3. 3: Δομή οργάνωσης σε επίπεδα στον εγκέφαλο

Πρέπει να σημειώσουμε ότι τα παραπάνω δομικά επίπεδα της οργάνωσης είναι μοναδικό χαρακτηριστικό του εγκεφάλου και δεν τα συναντάμε σε κανέναν ψηφιακό υπολογιστή. Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα είναι το βήμα για να έρθουμε πιο κοντά σε αυτά και να τα κατανοήσουμε. Ωστόσο βρισκόμαστε αρκετά κοντά στην κατασκευή μιας υπολογιστικής δομής που πλησιάζει την παραπάνω ιεραρχία. Οι τεχνητοί νευρώνες που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των τεχνητών νευρωνικών δικτύων είναι αρκετά στοιχειώδεις μονάδες σε σύγκριση με αυτές που δομούν τον εγκέφαλο ενώ τα ίδια τα δίκτυα που μπορούμε μέχρι σήμερα να κατασκευάσουμε είναι επίσης συγκρίσιμα με τα τοπικά και περιφερειακά κυκλώματα του εγκεφάλου. Είναι σημαντική και αξιοσημείωτη η πρόοδος που έχει σημειωθεί τα τελευταία 10 χρόνια. Χρησιμοποιώντας τις αναλογίες αυτές από την περιοχή της νεύρο-

βιολογίας, η οποία ήταν και το περιβάλλον έμπνευσης αυτών των συστημάτων, και την αφθονία θεωρίας και τεχνολογικών εργαλείων είναι σχεδόν βέβαιο ότι οι εξηγήσεις που θα μπορούμε να δώσουμε γύρω από τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα θα είναι πολύ πιο εξελιγμένες στο άμεσο μέλλον.

3.7 Μοντέλα Νευρώνων

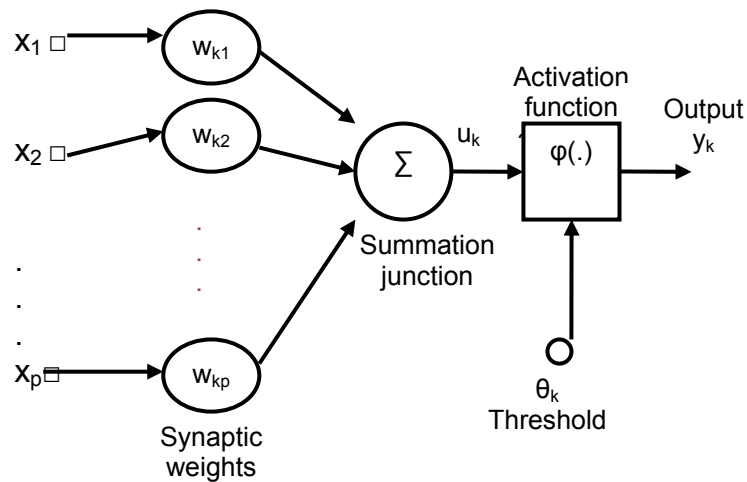
Γενικά

Ένας νευρώνας είναι μια μονάδα επεξεργασίας πληροφοριών η οποία είναι θεμελιώδης για την λειτουργία του νευρωνικού δικτύου. Στο σχήμα 3.4 βλέπουμε το μοντέλο ενός νευρώνα και μπορούμε να παρατηρήσουμε τρία από τα βασικά του στοιχεία:

1. Ένα σύνολο από συνάψεις-συνδέσεις καθεμία από τις οποίες χαρακτηρίζεται από ένα βάρος-ισχύ. Συγκεκριμένα μια μεταβλητή-σήμα x_j στην είσοδο της σύναψης j που είναι συνδεδεμένη με τον k -νευρώνα πολλαπλασιάζεται με το βάρος της σύναψης w_{kj} . Θα πρέπει εδώ να εξηγήσουμε ότι ο πρώτος από τους δείκτες του κάθε βάρους αναφέρεται στον νευρώνα στον οποίο ανήκει το βάρος και ο δεύτερος δείκτης αναφέρεται στον δείκτη της μεταβλητής από το διάνυσμα εισόδου στον νευρώνα. Το βάρος w_{kj} είναι θετικό αν η σύναψη είναι διεγερμένη και αρνητικό αν είναι ανασταλτική.
2. Μιαν αθροιστική σύνδεση η οποία προσθέτει τα εισερχόμενα σήματα αφότου αυτά έχουν σταθμιστεί από τα αντίστοιχα βάρη των συνάψεων του νευρώνα. Οι πράξεις που έχουν περιγραφεί μέχρι αυτό το σημείο συνθέτουν έναν γραμμικό συνδυασμό.
3. Μια συνάρτηση δράσης ή αλλιώς συνάρτηση συμπύκνωσης η οποία περιορίζει-κανονικοποιεί το πλάτος του πεδίου της

εξόδου του νευρώνα σε ένα πεπερασμένο πεδίο που είναι συνήθως το διάστημα $[0,1]$ ή το $[-1,1]$.

Οι νευρώνες περιλαμβάνουν συνήθως και ένα εξωτερικό κατώφλι (threshold) θ_k το οποίο έχει την ιδιότητα να μειώνει την είσοδο στην συνάρτηση δράσης. Επίσης η είσοδος στην συνάρτηση δράσης μπορεί να αυξηθεί εισάγοντας έναν όρο bias στην θέση που βρίσκεται το κατώφλι, δηλαδή το bias κάνει την αντίστροφη ενέργεια από αυτή του threshold.



Σχήμα 3. 4: Μη γραμμικό μοντέλο νευρώνα.

Με μαθηματικούς όρους μπορούμε να περιγράψουμε έναν νευρώνα k με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$u_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} x_j$$

$$y_k = \varphi(u_k - \theta_k)$$

όπου:

x_1, x_2, \dots, x_p είναι τα σήματα-μεταβλητές εισόδου,

$w_{k1}, w_{k2}, \dots, w_{kp}$ είναι τα βάρη των συνάψεων του νευρώνα k ,

u_k είναι ο γραμμικός συνδυασμός,

θ_k είναι το κατώφλι,

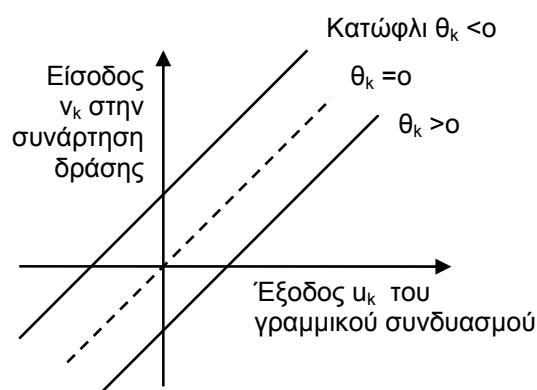
$\varphi(\cdot)$ είναι η συνάρτηση δράσης (γραμμική ή μη-γραμμική), και

y_k είναι η έξοδος του νευρώνα.

Το κατώφλι θ_k έχει την ιδιότητα να μετασχηματίζει την έξοδο u_k του γραμμικού συνδυασμού ως εξής:

$$v_k = u_k - \theta_k$$

Συγκεκριμένα ανάλογα με το πρόσημο του θ_k η σχέση των u_k και v_k διαμορφώνεται όπως φαίνεται στο διάγραμμα-σχήμα 3.5. Πρέπει να σημειώσουμε ότι η γραφική παράσταση του v_k συναρτήσει του u_k μετά από αυτόν τον μετασχηματισμό δεν περνά από την αρχή



Σχήμα 3. 5: : Ο μετασχηματισμός που παράγεται από την παρουσία threshold-κατώφλι

Το κατώφλι θ_k είναι μια εξωτερική παράμετρος για τον k νευρώνα και θα ήταν καλύτερο να το συμπεριλάβουμε στην εξίσωσή (1) ως εξής:

$$v_k = \sum_{j=0}^p w_{kj} x_j \quad (3)$$

$$y_k = \varphi(v_k)$$

Στην εξίσωση (3) έχει προστεθεί μία ακόμα σύναψη-μεταβλητή της οποίας η είσοδος είναι

$$x_0 = -1$$

και το βάρος της είναι

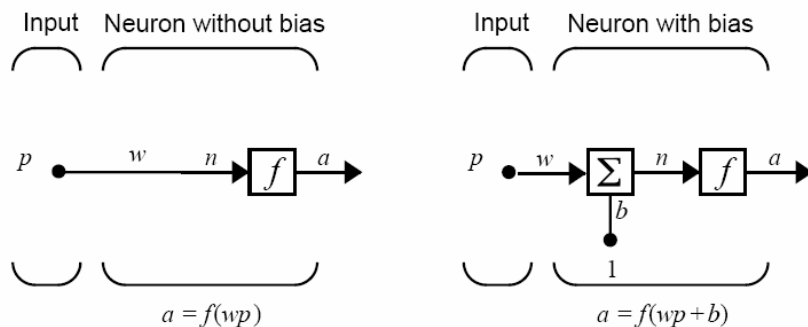
$$w_{k0} = \theta_k$$

Για τα μοντέλα νευρώνων έχουν προταθεί διάφορες συναρτήσεις δράσης οι οποίες συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα. Εκτός από τις ίδιες τις συναρτήσεις παρατίθενται και οι παράγωγοι τους εφ' όσον υπάρχουν. Στις περιπτώσεις σιγμοειδών και υπερβολικών εφαπτομενικών συναρτήσεων η παράγωγος μπορεί να υπολογιστεί άμεσα από την $f(u)$.

Activation Function	Formula $a = f(u)$	Derivatives $\frac{df(u)}{du}$	Comments
Sigmoid	$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u/T}}$	$f(u)[1 - f(u)]/T$	Commonly used; derivative can be computed from $f(u)$ directly.
Hyperbolic tangent	$f(u) \tanh\left(\frac{u}{T}\right)$	$(1 - [f(u)]^2)/T$	$T =$ temperature parameter
Inverse tangent	$f(u) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{u}{T}\right)$	$\frac{2}{\pi T} \cdot \frac{1}{1+(u/T)^2}$	Less frequently used
Threshold	$f(u) = \begin{cases} 1 & u > 0; \\ -1 & u < 0. \end{cases}$	Derivatives do not exist at $u = 0$	
Gaussian radial basis	$f(u) = \exp\left[-\ u - m\ ^2/\sigma^2\right]$	$-2(u - m) \cdot f(u)/\sigma^2$	Used for radial basis neural network; m and σ^2 are parameters to be specified
Linear	$f(u) = au + b$	a	

Απλός Νευρώνας

Ένας νευρώνας στην πιο απλή του μορφή παίρνει σαν είσοδο έναν αριθμό p και δεν έχει bias [σχήμα 3.6]. Ο αριθμός p περνάει στον νευρώνα μέσω μιας σύνδεσης και πολλαπλασιάζεται με ένα βάρος w και έτσι παράγεται ένας καινούριος αριθμός $n = wp$ που στην συνέχεια θα περάσει μέσα από την συνάρτηση μεταφοράς του νευρώνα f η οποία θα δώσει την έξοδο του νευρώνα $a = f(wp)$. Ο νευρώνας δεξιά στο [σχήμα 3.6] έχει επιπλέον ένα bias το οποίο προστίθεται στο wp όπως φαίνεται στην αθροιστική σύνδεση και μετακινεί την συνάρτηση f προς τα αριστερά κατά μία ποσότητα b . Το bias έχει περίπου τον ίδιο ρόλο με το βάρος με την διαφορά ότι αυτό πολλαπλασιάζει μια είσοδο που είναι σταθερή και ίση με 1. Σε αυτή την περίπτωση η έξοδος του νευρώνα είναι $a = f(wp + b)$.

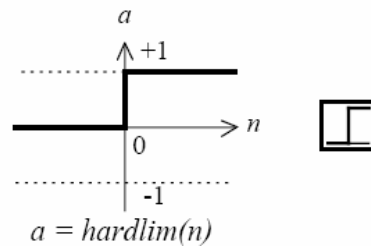


Σχήμα 3. 6: Μοντέλο απλού νευρώνα.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι τα w και b αποτελούν τις μεταβλητές του νευρώνα. Η κεντρική ιδέα των νευρωνικών δικτύων είναι ότι αυτές οι παράμετροι μπορούν να ρυθμιστούν με τρόπο ώστε το δίκτυο να δίνει το επιθυμητό αποτέλεσμα ή να έχει μια συμπεριφορά που μας ενδιαφέρει. Έτσι μπορούμε να εκπαιδύσουμε το δίκτυο ώστε να εκτελεί ένα συγκεκριμένο έργο κατευθύνοντας τις παραμέτρους του ή ακόμα το ίδιο το δίκτυο να διαρρυθμίζει τις παραμέτρους του ώστε να δίνει την έξοδο που θέλουμε.

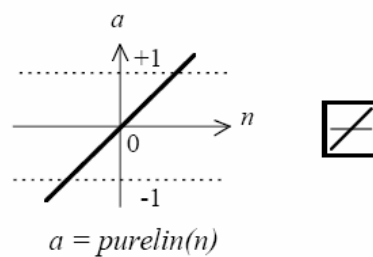
Συναρτήσεις μεταφοράς

Ανάμεσα στις συναρτήσεις μεταφοράς ή αλλιώς συναρτήσεις δράσης που χρησιμοποιούνται στα διάφορα προβλήματα αυτές που συναντάμε πιο συχνά είναι οι ακόλουθες τρεις συναρτήσεις.



Σχήμα 3. 7: *Hard-Limit Transfer function*

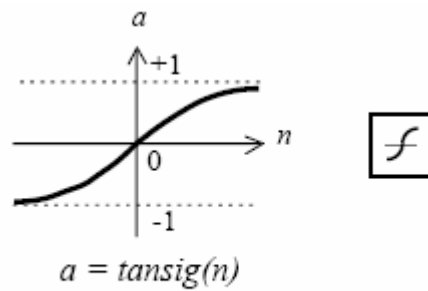
Η συνάρτηση του σχήματος 3.7 μετατρέπει την έξοδο του νευρώνα σε μηδέν εάν η είσοδος της είναι μικρότερη από μηδέν και σε 1 εάν η είσοδός της είναι μεγαλύτερη ή ίση με μηδέν. Είναι χρήσιμη σε προβλήματα που απαιτούν αποφάσεις ταξινόμησης.



Linear Transfer Function

Σχήμα 3. 8: *Linear Transfer function*

Η συνάρτηση του σχήματος 3.8 είναι η γραμμική συνάρτηση. Νευρώνες που χρησιμοποιούν αυτή την συνάρτηση συναντάμε σε προβλήματα γραμμικών προσεγγίσεων.



Tan-Sigmoid Transfer Function

Σχήμα 3. 9: Tan-Sigmoid Transfer function

Η σιγμοειδής συνάρτηση του σχήματος 3.9 παίρνει σαν είσοδο οποιαδήποτε τιμή μεταξύ $-\infty$ και $+\infty$ και την απεικονίζει στο διάστημα $(0,1)$. Αυτή η συνάρτηση χρησιμοποιείται σε backpropagation δίκτυα και ένας από τους λόγους είναι ότι είναι διαφορίσιμη.

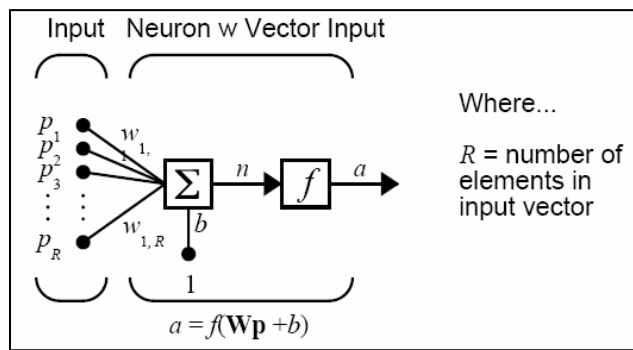
Νευρώνας με είσοδο διάνυσμα

Η πιο γενική περίπτωση νευρώνα [σχήμα 3.10] είναι αυτή των νευρώνων που παίρνουν σαν είσοδο ένα διάνυσμα \mathbf{p} διάστασης R :

$$\mathbf{p} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_R]$$

Ο νευρώνας αυτός έχει ένα διάνυσμα \mathbf{W} από βάρη:

$$\mathbf{W} = [W_{11} \ W_{12} \ \dots \ W_{1R}]$$



Σχήμα 3. 10: Μοντέλο νευρώνα με είσοδο διάνυσμα.

Κάθε βάρος του διανύσματος \mathbf{W} πολλαπλασιάζεται με το αντίστοιχο στοιχείο του διανύσματος εισόδου και έτσι παίρνουμε ένα καινούριο διάνυσμα:

$$\mathbf{W} \mathbf{p} = [w_{11} * p_1 \quad w_{12} * p_2 \quad \dots \quad w_{1R} * p_R]$$

Αυτό το διάνυσμα τώρα περνάει από την αθροιστική σύνδεση η οποία μας δίνει έναν γραμμικό συνδυασμό των στοιχείων του. Όταν ο νευρώνας έχει και bias τότε και αυτό συναθροίζεται στον γραμμικό συνδυασμό και έτσι παίρνουμε την είσοδο της συνάρτησης f :

$$n = w_{11} * p_1 + w_{12} * p_2 + \dots + w_{1R} * p_R + b$$

Η έξοδος του νευρώνα είναι τώρα η:

$$a = f(\mathbf{W} \mathbf{p} + b)$$

3.8 Αναπαράσταση των Νευρωνικών Δικτύων με Γραφήματα

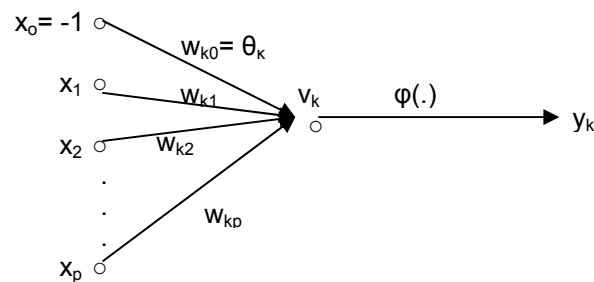
Μπορούμε να δούμε την δομή των νευρωνικών δικτύων αναπαριστώντας τα με απλά γραφήματα που δείχνουν μόνο την πορεία που ακολουθεί κάποια είσοδος μέσα στο δίκτυο (ροή του σήματος) και δεν περιέχουν πληροφορίες για τις συναρτήσεις υπάρχουν στους διάφορους νευρώνες (signal-flow graphs). Αυτά τα γραφήματα μαζί με ένα σύνολο από καλά ορισμένους κανόνες έχουν αναπτυχθεί αρχικά από τον Mason (1953, 1956) για τα γραμμικά δίκτυα. Η παρουσία μη-γραμμικότητας στο μοντέλο ενός νευρώνα, περιορίζει την εμβέλεια της εφαρμογής των γραφημάτων στα νευρωνικά δίκτυα. Παρά το γεγονός αυτό παραμένει μια ακριβής μέθοδος για την αναπαράσταση της ροής της πληροφορίας μέσα σε ένα τέτοιο δίκτυο.

Ένα γράφημα της ροής του σήματος είναι ένα δίκτυο κατευθυνόμενων ακμών οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους σε συγκεκριμένα σημεία τα οποία καλούνται κόμβοι του γραφήματος. Ένας τυπικός κόμβος j έχει ένα αντίστοιχο σήμα x_j . Μία τυπική κατευθυνόμενη ακμή αρχίζει από έναν κόμβο j και τελειώνει σε έναν κόμβο k και έχει μια συνάρτηση μεταφοράς η η οποία καθορίζει τον τρόπο κατά τον οποίο το σήμα y_k στον κόμβο k εξαρτάται από το σήμα x_j στον κόμβο j . Η ροή του σήματος μέσα στα διάφορα μέρη του γραφήματος ακολουθεί τρεις βασικούς κανόνες:

1. Ένα σήμα μεταφέρεται πάνω σε μια ακμή μονό κατά την κατεύθυνση που υποδεικνύει το βέλος πάνω στην ακμή. Υπάρχουν δύο είδη ακμών. (α) Οι ακμές σύναψης οι οποίες παρέχουν μια γραμμική σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου στην ακμή. Συγκεκριμένα το κομβικό σήμα x_j στο ένα άκρο της ακμής πολλαπλασιάζεται με το βάρος της σύναψης w_{kj} ώστε να παραχθεί το κομβικό σήμα y_k στο άλλο άκρο της ακμής. (β) Οι ακμές δραστηριοποίησης οι οποίες παρέχουν μια μη-γραμμική σχέση μεταξύ εισόδου και εξόδου στην ακμή. Εδώ επιπλέον το γινόμενο $x_j * w_{kj}$ γίνεται είσοδος σε μια μη γραμμική συνάρτηση $\phi(\cdot)$ για να παραχθεί το y_k .

2. Ένα κομβικό σήμα ισοδυναμεί με το αλγεβρικό άθροισμα όλων των σημάτων που καταλήγουν στον συγκεκριμένο κόμβο μέσω των αντίστοιχων ακμών τους. Αυτόν τον κανόνα τον βλέπουμε στις περιπτώσεις σύγκλισης των συνάψεων.
3. Το σήμα σε έναν κόμβο μεταφέρεται σε κάθε ακμή που ξεκινά από αυτό τον κόμβο και η μεταφορά αυτή είναι εντελώς ανεξάρτητη από τις συναρτήσεις μεταφοράς των συμβαλλόμενων ακμών. Αυτόν τον κανόνα τον βλέπουμε στις περιπτώσεις απόκλισης των συνάψεων.

Για παράδειγμα μπορούμε να δούμε το γράφημα στο σχήμα 3.11 το οποίο περιέχει όλες τις πληροφορίες που αφορούν το αντίστοιχο δίκτυο.



Σχήμα 3. 11: Γράφημα ροής σήματος ενός νευρώνα.

Βασιζόμενοι σε αυτό το γράφημα [σχήμα 3.11] σαν το μοντέλο ενός νευρώνα μπορούμε να δώσουμε τον ακόλουθο μαθηματικό ορισμό για το νευρωνικό δίκτυο.

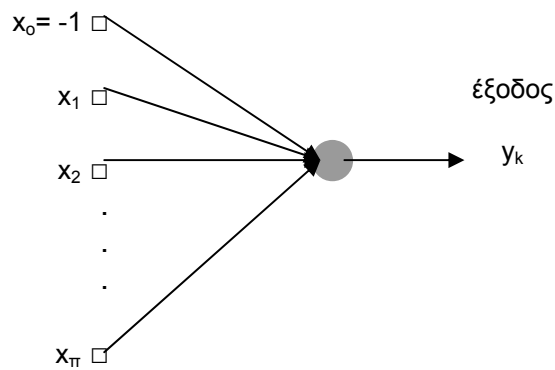
Ένα νευρωνικό δίκτυο είναι ένα κατευθυνόμενο γράφημα που αποτελείται από κόμβους οι οποίοι συνδέονται με ακμές σύναψης ή δραστηριοποίησης και χαρακτηρίζεται από τέσσερις ιδιότητες:

1. Κάθε νευρώνας αντιπροσωπεύεται από ένα σύνολο γραμμικών ακμών συνάψεων ένα εξωτερικό κατώφλι και μια μη γραμμική ακμή δραστηριοποίησης. Το κατώφλι αντιπροσωπεύεται από μια ακμή σύναψης με σήμα εισόδου μια σταθερή τιμή -1.
2. Οι ακμές συνάψεων του νευρώνα σταθμίζουν τα αντίστοιχα εισερχόμενα σήματα.
3. Το σταθμισμένο άθροισμα των εισερχόμενων σημάτων ορίζει το συνολικό επίπεδο δραστηριοποίησης του υπό συζήτηση νευρώνα.
4. Οι ακμές δραστηριοποίησης συμπιέζουν το επίπεδο δραστηριοποίησης του νευρώνα παράγοντας μια έξοδο η οποία αντιπροσωπεύει την επίσημη μεταβλητή του νευρώνα.

Ένα κατευθυνόμενο διάγραμμα που έχει τις παραπάνω ιδιότητες είναι πλήρες από την άποψη ότι δεν εκφράζει μόνο την ροή του σήματος από νευρώνα σε νευρώνα αλλά και την ροή του μέσα σε κάθε νευρώνα. Σε περίπτωση που μας ενδιαφέρει μόνο η ροή από νευρώνα σε νευρώνα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια απλοποιημένη μορφή του γραφήματος παραλείποντας τις λεπτομέρειες που αφορούν την εσωτερική ροή. Ένα τέτοιο μερικώς πλήρες γράφημα χαρακτηρίζεται από τα εξής:

1. Αρχικοί κόμβοι παρέχουν σήματα εισόδου στο γράφημα
2. Κάθε νευρώνας αντιπροσωπεύεται από έναν μοναδικό κόμβο που καλείται κόμβος υπολογισμού.
3. Οι ακμές που συνδέουν τους αρχικούς κόμβους με τους κόμβους υπολογισμών του γραφήματος δεν φέρουν κανένα βάρος και δείχνουν μόνο την ροή του σήματος.

Ένα μερικώς πλήρες γράφημα καλείται αρχιτεκτονικό γράφημα το οποίο περιγράφει την διάταξη του νευρωνικού δικτύου. Στο σχήμα 3.12 βλέπουμε την απλή περίπτωση ενός νευρώνα του νευρωνικού δικτύου με ρ αρχικούς κόμβους και έναν κόμβο που αντιπροσωπεύει το κατώφλι. Ο κόμβος υπολογισμού είναι ο σκιασμένος κόμβος.



Σχήμα 3. 12: Αρχιτεκτονική δομή ενός νευρώνα.

3.9 Ανάδραση

Σε ένα δυναμικό σύστημα η ανάδραση είναι ένα βασικό χαρακτηριστικό. Με τον όρο ανάδραση εννοούμε ότι ένα στοιχείο εξόδου επηρεάζει σε κάποιο βαθμό την είσοδο που παρέχεται στο συγκεκριμένο κόμβο δίνοντας έτσι ένα ή περισσότερα κλειστά κυκλώματα για την μεταφορά των σημάτων μέσα στο δίκτυο. Πρέπει να σημειώσουμε ότι η ανάδραση είναι ένα χαρακτηριστικό που συναντούμε σχεδόν σε κάθε μέρος του νευρικού συστήματος κάθε ζώου (Freeman, 1975). Επιπλέον η ανάδραση έχει τον κύριο λόγο στην μελέτη μιας συγκεκριμένης κλάσης νευρωνικών δικτύων τα οποία είναι γνωστά σαν Recurrent networks. Στο σχήμα 3.12 βλέπουμε την ροή του σήματος σε ένα απλό βρόγχο ενός συστήματος ανάδρασης όπου το σήμα εισόδου $x_j(t)$, το εσωτερικό σήμα $x'_j(t)$ και το σήμα εξόδου $y_k(t)$ είναι συναρτήσεις μιας μεταβλητής t που δίνει τον χρόνο. Υποθέτουμε ότι το σύστημα είναι γραμμικό και αποτελείται από ένα κανάλι που προχωρά προς τα εμπρός και ένα κανάλι ανάδρασης που προχωρά προς τα πίσω καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από έναν τελεστή A και B αντίστοιχα. Συγκεκριμένα η έξοδος του πρώτου καναλιού καθορίζει μερικώς την ίδια του την έξοδο μέσω του δεύτερου καναλιού. Από το σχήμα 3.12 σημειώνουμε τις εξής σχέσεις:

$$y_k(t) = A[x'_j(t)]$$

$$x'_j(t) = x_j(t) + B[y_k(t)]$$

Απαλείφοντας το $x_j'(t)$ από τις εξισώσεις παίρνουμε:

$$y_k(t) = \frac{A}{1-AB} [x_j(t)]$$

Αναφερόμαστε στο $A/(1-AB)$ σαν τελεστής κλειστού κυκλώματος και στο AB σαν τελεστής ανοιχτού κυκλώματος. Γενικά ο τελεστής ανοιχτού κυκλώματος δεν είναι αντιστρέψιμος, δηλαδή $BA \neq AB$. Μόνο όταν ο A ή ο B παίρνουν βαθμωτές τιμές τότε έχουμε $BA=AB$.

Υποθέτουμε για παράδειγμα το A είναι μια σταθερή τιμή (σταθερό βάρος) w και το B είναι ένας τελεστής μοναδιαίας καθυστέρησης z^{-1} , του οποίου η έξοδος καθυστερεί ως προς την είσοδο κατά μια χρονική μονάδα. Έτσι μπορούμε να εκφράσουμε τον τελεστή κλειστού κυκλώματος ως εξής:

$$\frac{A}{1-AB} = \frac{w}{1-wz^{-1}} = w(1-wz^{-1})^{-1}$$

Χρησιμοποιώντας το διονυμικό ανάπτυγμα για το $(1-wz^{-1})^{-1}$ μπορούμε να γράψουμε τον τελεστή ως εξής:

$$\frac{A}{1-AB} = w \sum_{l=0}^{\infty} w^l z^{-l}$$

Έτσι παίρνουμε:

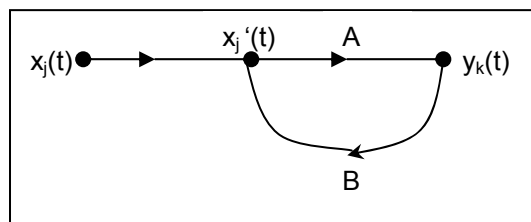
$$y_k(t) = w \sum_{l=0}^{\infty} w^l z^{-l} [x_j(t)]$$

Μπορούμε να εκφράσουμε τον τελεστή z^{-1} ως εξής:

$$z^{-1} [x_j(t)] = x_j(t-l)$$

όπου $x_j(t-l)$ είναι ένα δείγμα του σήματος εισόδου καθυστερημένο κατά l -μονάδες χρόνου. Ισοδύναμα μπορούμε να εκφράσουμε το σήμα εξόδου $y_k(t)$ σαν ένα άπειρο άθροισμα των παρόντων και των περασμένων δειγμάτων του σήματος εισόδου $x_j(t)$ ως εξής:

$$y_k(t) = \sum_{l=0}^{\infty} w^{l+1} x_j(t-l)$$



Σχήμα 3. 13: Ροή σήματος σε ένα σύστημα ανάδρασης με έναν βρόγχο.

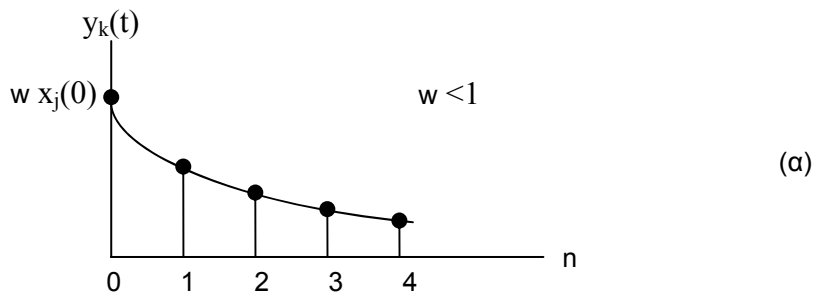
Έτσι βλέπουμε ότι η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος ελέγχεται από το βάρος w . Συγκεκριμένα ξεχωρίζουμε δύο ειδικές περιπτώσεις:

1. $|w| < 1$, για το οποίο το σήμα εξόδου $y_k(t)$ συγκλίνει εκθετικά. Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα είναι σταθερό. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 3.14 για θετικό w .
2. $|w| \geq 1$, για το οποίο το σήμα εξόδου $y_k(t)$ αποκλίνει. Σε αυτή την περίπτωση το σύστημα είναι ασταθές. Αν $|w| = 1$ τότε η απόκλιση είναι

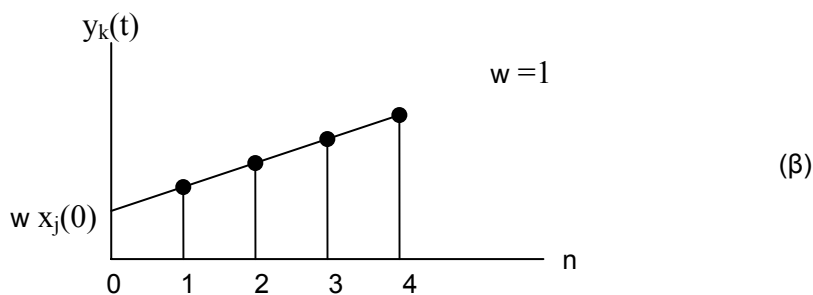
γραμμική. Αν $|w| > 1$ τότε η απόκριση είναι εκθετική. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 3.15 και στο σχήμα 3.16 αντίστοιχα.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση $|w| < 1$ για τον λόγο ότι αναφέρεται σε ένα σύστημα με απεριόριστη μνήμη από την άποψη ότι η έξοδος του συστήματος εξαρτάται από δείγματα της εισόδου τα οποία εκτείνονται απεριόριστα πριν δώσουν την έξοδο.

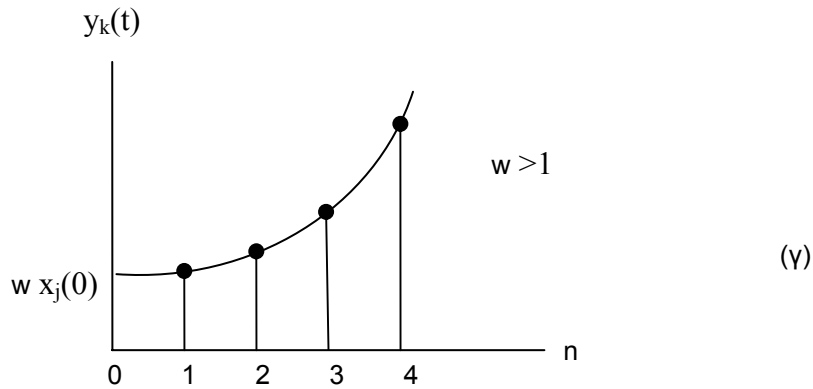
Η ανάλυση της συμπεριφοράς ενός νευρωνικού δικτύου το οποίο λειτουργεί με ανάδραση είναι περίπλοκη για τον λόγο ότι οι μονάδες επεξεργασίας που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του δικτύου είναι συνήθως μη γραμμικές.



Σχήμα 3. 14: Οι αποκρίσεις για $w < 1$.

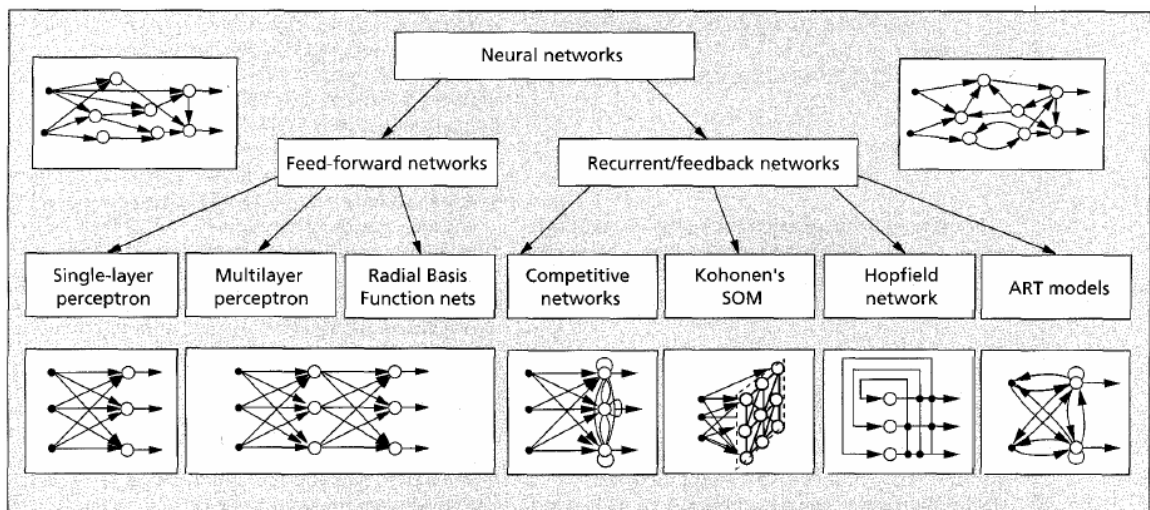


Σχήμα 3. 15: Οι αποκρίσεις για $w = 1$



Σχήμα 3. 16: Οι αποκρίσεις για τρεις διαφορετικές τιμές του w .

Γενικά ανάλογα με τα γραφήματα που δίνουν την ροή της πληροφορίας μέσα σε ένα νευρωνικό δίκτυο και αναπαριστούν με αυτό τον τρόπο τη δομή του δικτύου μπορούμε να κατατάξουμε τα νευρωνικά δίκτυα σε δύο κατηγορίες. Αυτά στα οποία η πληροφορία προχωρά προς μια κατεύθυνση και αυτά που παρουσιάζουν επιπλέον κυκλώματα ανάδρασης. Τα πρώτα είναι πιο στατικά δίκτυα και δεν έχουν μνήμη ενώ τα δεύτερα είναι πιο δυναμικά συστήματα. Στο σχήμα 3.17 μπορούμε να δούμε έναν κατάλογο με τα τυπικά δίκτυα από τις δύο κατηγορίες δικτύων.



Σχήμα 3. 17: Οι τυπικές κατηγορίες των νευρωνικών δικτύων.

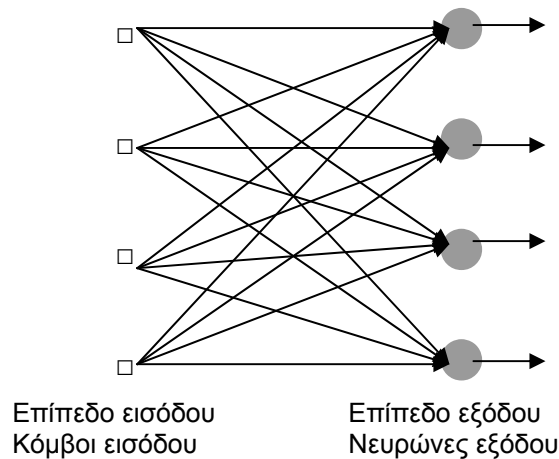
3.10 Αρχιτεκτονική των Νευρωνικών Δικτύων

Η δομή των νευρώνων σε ένα νευρωνικό δίκτυο είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τον αλγόριθμο που θα χρησιμοποιηθεί για την εκπαίδευση του δικτύου. Μπορούμε να πούμε δηλαδή ότι αυτοί οι αλγόριθμοι έχουν κάποια συγκεκριμένη δομή-αρχιτεκτονική. Γενικά υπάρχουν τέσσερις χαρακτηριστικές κλάσεις αρχιτεκτονικής δικτύου.

Single-Layer Feedforward Networks

Ένα νευρωνικό δίκτυο με επίπεδα είναι ένα δίκτυο οι νευρώνες του οποίου είναι οργανωμένοι σε επίπεδα. Στην απλούστερη μορφή αυτού του τύπου δικτύων έχουμε ένα επίπεδο το οποίο αποτελείται από τους κόμβους εισόδου οι οποίοι προβάλλονται σε ένα επίπεδο νευρώνων εξόδου (κόμβοι υπολογισμού). Δηλαδή έχουμε ένα αυστηρά feedforward δίκτυο όπως στο παράδειγμα του σχήματος 3.18 όπου υπάρχουν τέσσερις κόμβοι τόσο στο το επίπεδο εισόδου όσο και στο επίπεδο εξόδου. Ένα τέτοιο δίκτυο ονομάζεται δίκτυο ενός επιπέδου (ένα επίπεδο νευρώνων). Δεν συναθροίζουμε το επίπεδο εισόδου για τον λόγο ότι δεν εκτελείται κανένας υπολογισμός σε αυτό.

Η γραμμικά συνδεδεμένη μνήμη είναι ένα παράδειγμα που ανήκει σε αυτή την κατηγορία. Σε μια τέτοια εφαρμογή, το δίκτυο συνδέει ένα διάνυσμα εξόδου με ένα διάνυσμα εισόδου και έτσι η πληροφορία αποθηκεύεται στο δίκτυο με την μορφή αλλαγών που γίνονται στα βάρη των συνάψεων του δικτύου.

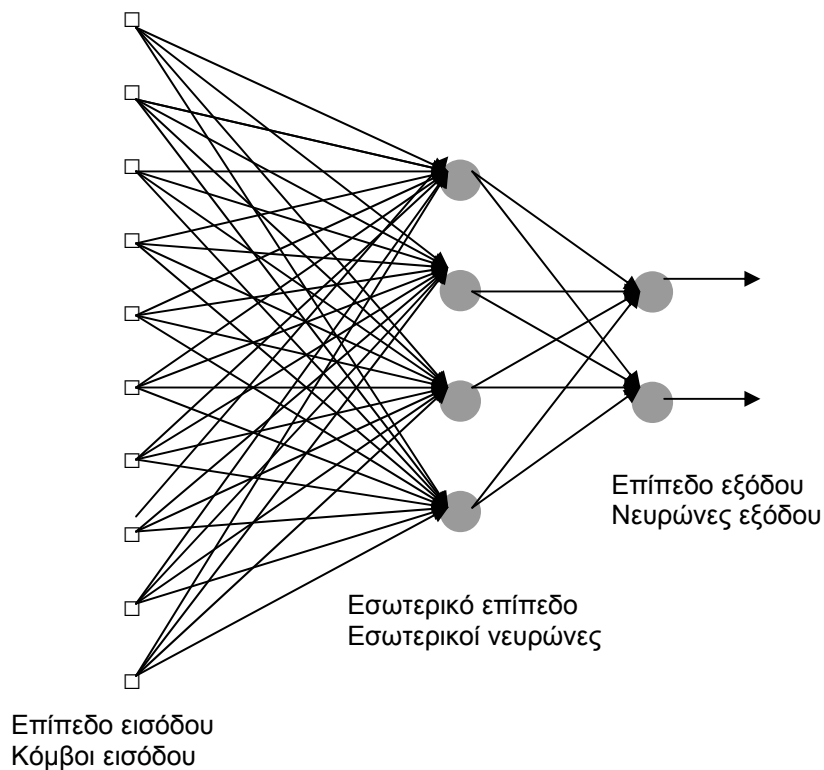


Σχήμα 3. 18: Feedforward δίκτυο με ένα μοναδικό επίπεδο νευρώνων.

Multilayer Feedforward Networks

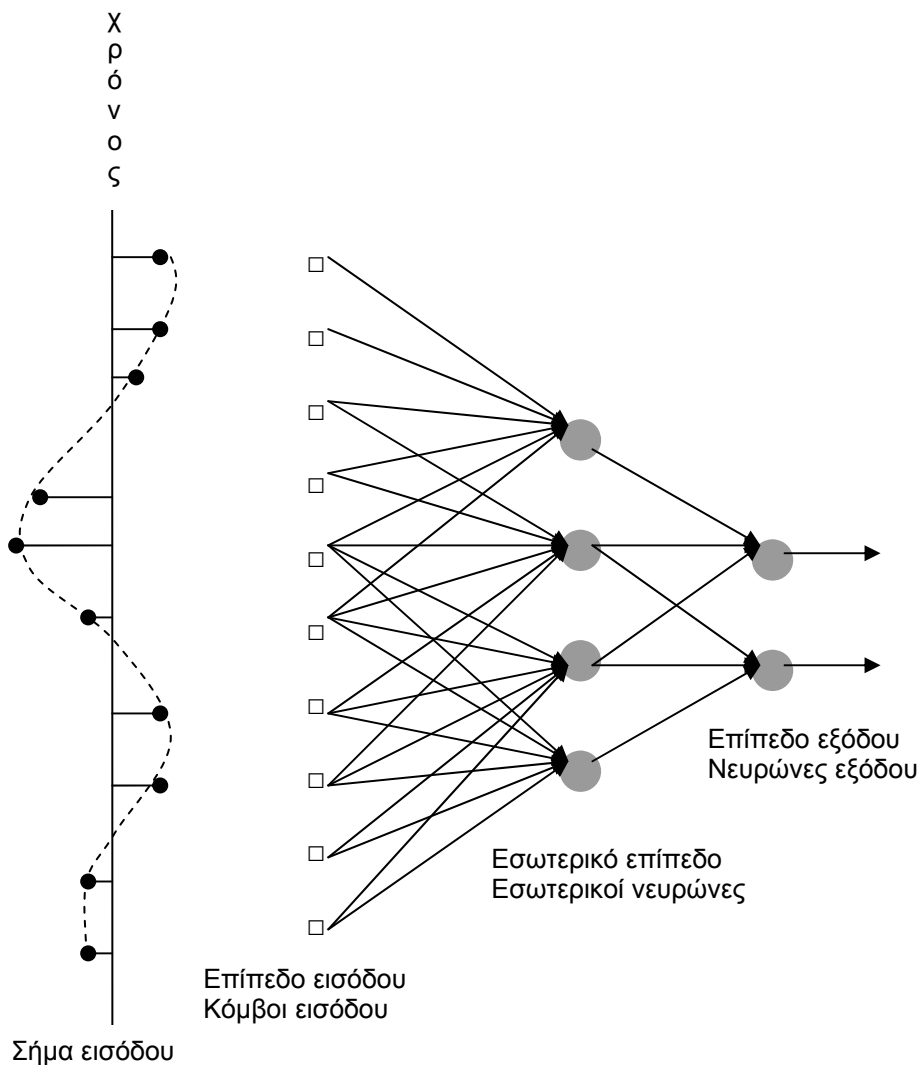
Η δεύτερη κλάση χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη τουλάχιστον ενός κρυφού-εσωτερικού επιπέδου του οποίου οι κόμβοι υπολογισμών, δηλαδή οι νευρώνες του, ονομάζονται αντίστοιχα κρυφοί-εσωτερικοί νευρώνες ή εσωτερικές μονάδες. Η θέση των εσωτερικών νευρώνων είναι να παρεμβάλλονται μεταξύ της εξωτερικής εισόδου και της εξόδου του δικτύου. Προσθέτοντας ένα ή περισσότερα εσωτερικά επίπεδα το δίκτυο καθίσταται ικανό να εκτελεί υψηλότερης τάξης υπολογισμούς και να εξαγει πιο σύνθετα στατιστικά αποτελέσματα, και έτσι το δίκτυο (κατά μια αόριστη έννοια) αποκτά μια γενική άποψη του προβλήματος ανεξάρτητα με τις τοπικές του συνδέσεις, λόγω των επιπλέων συνδέσεων-συνάψεων και την αύξηση της διάστασης των νευρωνικών αλληλεπιδράσεων που αποκτά (Churchland and Sejnowski, 1992). Η ικανότητα αυτή των εσωτερικών επιπέδων είναι ιδιαίτερα πολύτιμη όταν το μέγεθος του επιπέδου εισόδου είναι μεγάλο (πολυδιάστατο διάνυσμα εισόδου).

Οι κόμβοι εισόδου του επιπέδου εισόδου του δικτύου εφοδιάζουν το δεύτερο επίπεδο (πρώτο εσωτερικό επίπεδο) αντίστοιχα στοιχεία (μεταβλητές) από το διάνυσμα εισόδου (διάνυσμα δεδομένων) τα οποία αποτελούν τα ερεθίσματα εισόδου που απευθύνονται στους νευρώνες (κόμβοι υπολογισμών). Η έξοδος από το δεύτερο επίπεδο αποτελεί την είσοδο στο τρίτο επίπεδο ενώ με τον ίδιο τρόπο συνεχίζεται η μετάδοση του ερεθίσματος σε ολόκληρο το δίκτυο. Η έξοδος από το τελευταίο επίπεδο αποτελεί την συνολική απόκριση του δικτύου στο ερέθισμα που εισήλθε στο δίκτυο από το πρώτο επίπεδο (επίπεδο εισόδου). Στο γράφημα του σχήματος 3.19 φαίνεται η αρχιτεκτονική ενός τέτοιου δικτύου για την περίπτωση ενός εσωτερικού επιπέδου. Για συντομία αναφερόμαστε στο δίκτυο αυτό σαν 10-4-2 δίκτυο μια συντομογραφία που δείχνει ότι έχουμε ένα δίκτυο με 10 κόμβους εισόδου 4 εσωτερικούς νευρώνες και 2 νευρώνες εξόδου. Ένα άλλο παράδειγμα με p κόμβους εισόδου, h_1 νευρώνες στο πρώτο εσωτερικό επίπεδο, h_2 νευρώνες στο δεύτερο εσωτερικό επίπεδο και q νευρώνες στο επίπεδο εξόδου θα αναγραφόταν $p-h_1-h_2-q$ δίκτυο.



Σχήμα 3. 19: Feedforward δίκτυο πλήρως συνδεδεμένο με ένα εσωτερικό επίπεδο και ένα εξωτερικό επίπεδο.

Το δίκτυο του σχήματος 3.19 είναι πλήρως συνδεδεμένο από την άποψη ότι κάθε κόμβος σε κάθε επίπεδο του δικτύου είναι συνδεδεμένος με κάθε άλλο κόμβο του συνδεδεμένου επόμενου στη σειρά επιπέδου. Στην περίπτωση που κάποια από τις συνδέσεις λείπει τότε το δίκτυο ονομάζεται μερικώς συνδεδεμένο δίκτυο. Ένα τέτοιο δίκτυο που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ένα τοπικά μονό συνδεδεμένο δίκτυο. Ένα παράδειγμα τοπικά συνδεδεμένου δικτύου με ένα εσωτερικό επίπεδο βλέπουμε στο σχήμα 3.20. Κάθε νευρώνας στο εσωτερικό επίπεδο συνδέεται με κάποιους μόνο από τους κόμβους εισόδου, αυτούς που βρίσκονται πιο κοντά στην περιοχή του. Το σύνολο των κόμβων που βρίσκονται στην κοντινή περιοχή (γειτονιά) κάποιου νευρώνα συνιστούν το υποδεκτικό πεδίο του νευρώνα. Ομοίως κάθε νευρώνας στο επίπεδο εξόδου είναι συνδεδεμένος με ένα τοπικό σύνολο από νευρώνες του εσωτερικού επιπέδου. Το δίκτυο του σχήματος 3.20 και το δίκτυο του σχήματος 3.19 είναι ίδια ως προς το πλήθος των κόμβων που περιέχουν και διαφέρουν μόνο στο πλήθος των συνδέσεων. Το δίκτυο του σχήματος 3.20 είναι πιο εξειδικευμένο και αποτελεί μια ειδική περίπτωση του σχήματος 3.19. Η ειδική αυτή περίπτωση είναι αποτέλεσμα πληροφοριών που έχουμε για το περιβάλλον του προβλήματος εκ των προτέρων. Πρόκειται για πληροφορίες που κατατάσσουν σε κλάσεις τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των παραμέτρων του προβλήματος. Για να αναδείξουμε αυτό το σημείο προσθέσαμε στο σχήμα 3.20 ένα σήμα μπροστά από το δίκτυο το οποίο δείχνει τις τιμές σαν συνάρτηση του χρόνου (μια σειρά από μια ομοιόμορφη συλλογή δειγμάτων τιμών οι οποίες διαμορφώνονται συναρτήσει του χρόνου). Φαίνεται ότι κάθε εσωτερικός νευρώνας αποκρίνεται σε τοπικές μεταβολές του αρχικού σήματος.

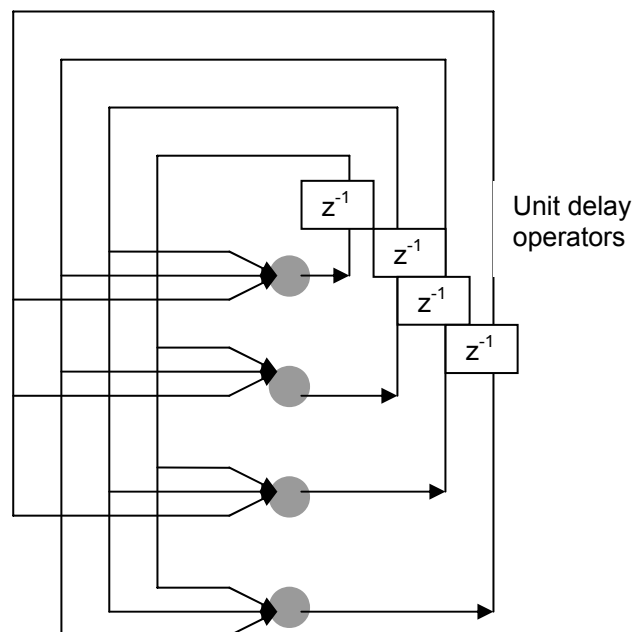


Σχήμα 3. 20: Feedforward δίκτυο τοπικά συνδεδεμένο.

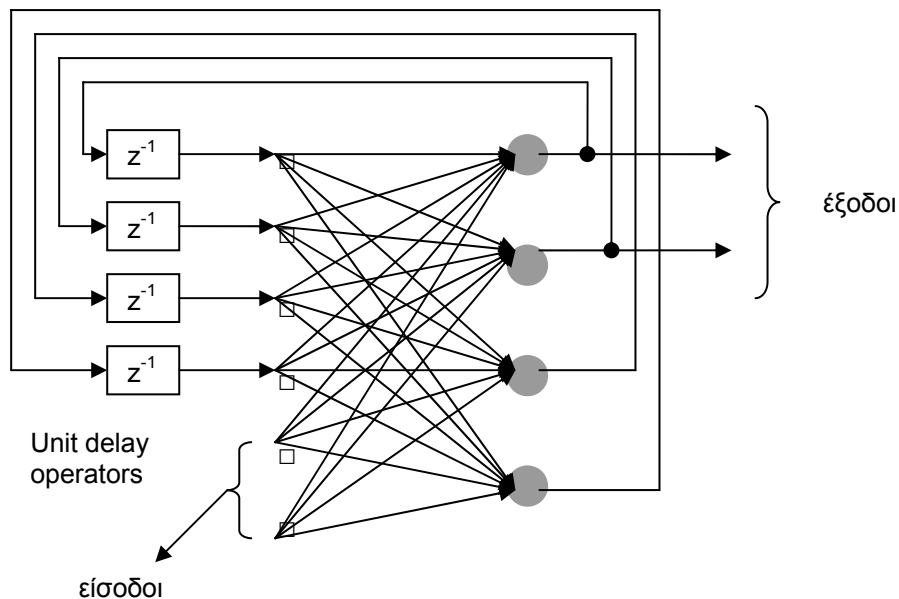
Recurrent Networks Περιοδικά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα περιοδικά νευρωνικά δίκτυα ξεχωρίζουν από τα feedforward νευρωνικά δίκτυα γιατί έχουν τουλάχιστον έναν feedback βρόγχο. Για παράδειγμα ένα τέτοιο δίκτυο μπορεί να αποτελείται από ένα επίπεδο νευρώνων η έξοδος καθενός από τους οποίους να τροφοδοτεί προς τα πίσω την είσοδο όλων των άλλων νευρώνων όπως φαίνεται στο γράφημα του

σχήματος 3.21, εκτός από την δική του είσοδο (no self-feedback). Το συγκεκριμένο παράδειγμα δεν περιέχει εσωτερικό επίπεδο νευρώνων. Στο σχήμα 3.22 βλέπουμε μία άλλη περίπτωση περιοδικού νευρωνικού δικτύου το οποίο έχει και εσωτερικό επίπεδο. Οι feedback συνδέσεις προκύπτουν από τους εσωτερικούς νευρώνες όπως επίσης και από τους νευρώνες εξόδου. Η παρουσία feedback συνδέσεων στις δύο αυτές περιπτώσεις επιδρούν στην ικανότητα εκμάθησης του δικτύου όπως επίσης και στην απόδοση του. Ακόμα οι feedback βρόχοι εμπλέκουν την χρήση συγκεκριμένων διακλαδώσεων που αποτελούνται από unit-delay στοιχεία (σημειώνονται με z^{-1}) και έχουν σαν αποτέλεσμα μια μη-γραμμική δυναμική συμπεριφορά (μη γραμμική φύση των νευρώνων). Αυτό το χαρακτηριστικό συμβάλλει στην λειτουργία της αποθήκευσης του δικτύου.



Σχήμα 3. 21: Recurrent δίκτυο χωρίς self- feedback βρόγχους και χωρίς εσωτερικό επίπεδο.

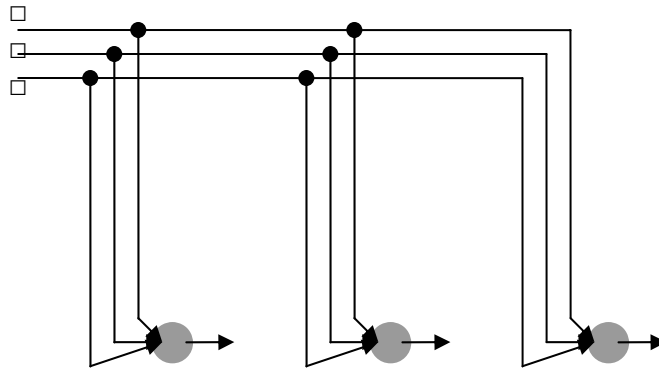


Σχήμα 3. 22: *Recurrent δίκτυο χωρίς με εσωτερικό επίπεδο.*

Lattice Structures – Δομές πλέγματος

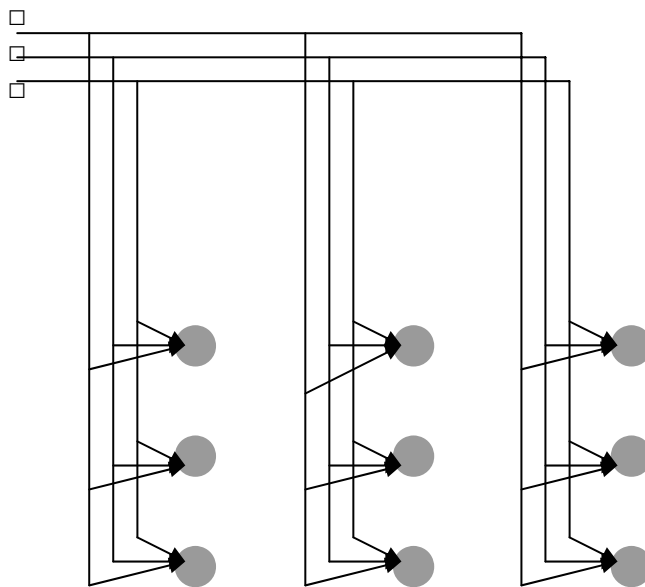
Η δομή αυτή αποτελείται από μιας διάστασης, δύο διαστάσεων ή υψηλότερης τάξης διάσταση παράταξης νευρώνων με αντίστοιχα σύνολα κόμβων εισόδου οι οποίοι εφοδιάζουν παράταξη αυτή με δεδομένα. Η διάσταση της δομής αναφέρεται στην τάξη της διάστασης του χώρου του γραφήματος. Στο σχήμα 3.23α φαίνεται το γράφημα στην περίπτωση της δομής μιας διάστασης με τρεις νευρώνες οι οποίοι εφοδιάζονται από ένα επίπεδο εισόδου με τρεις κόμβους. Στο σχήμα 3.23β φαίνεται το γράφημα στην περίπτωση της δομής δύο διαστάσεων 3 επί 3 νευρώνες οι οποίοι εφοδιάζονται από ένα επίπεδο εισόδου με τρεις κόμβους. Κάθε κόμβος εισόδου και στις δύο περιπτώσεις είναι συνδεδεμένος με κάθε νευρώνα της δομής. Μια δομή νευρώνων είναι στην πραγματικότητα ένα feedforward δίκτυο του οποίου οι νευρώνες εξόδου είναι διευθετημένοι σε γραμμές και στήλες.

Επίπεδο εισόδου
Κόμβοι εισόδου



(α)

Επίπεδο εισόδου
Κόμβοι εισόδου



(β)

Σχήμα 3. 23: (α) Δομή μίας διάστασης με 3 νευρώνες (β) Δομή δύο διαστάσεων με 3 επί 3 νευρώνες.

3.11 Αλγόριθμοι εκπαίδευσης νευρωνικών δικτύων

Η ικανότητα εκμάθησης είναι το θεμελιώδες γνώρισμα της νοημοσύνης και της ευφυΐας. Ανάμεσα στις πολλές και ενδιαφέρουσες ιδιότητες που παρουσιάζουν τα νευρωνικά δίκτυα μια ιδιότητά τους που είναι πρωτεύουσας

σημασίας είναι ότι μαθαίνουν από το περιβάλλον τους και βελτιώνουν την απόδοση τους μέσω της εκπαίδευσης. Η βελτίωση της απόδοσης τους χρειάζεται κάποιον χρόνο ανάλογα με το μέτρο που τίθεται στο δίκτυο σαν η προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιεί. Το δίκτυο μαθαίνει τα χαρακτηριστικά που διέπουν το περιβάλλον του μέσω μιας επαναληπτικής μεθόδου ρύθμισης η οποία εφαρμόζεται στις παραμέτρους του. Στην ιδανική περίπτωση το δίκτυο γίνεται πιο 'γνωστικό' ως προς το περιβάλλον του μετά από το πέρας κάθε επανάληψης κατά την διαδικασία εκμάθησης.

Παρά το γεγονός ότι είναι δύσκολο να δώσουμε έναν ακριβή ορισμό της εκπαίδευσης, μπορούμε να δούμε την διαδικασία εκμάθησης για το περιβάλλον των τεχνητών νευρωνικών δικτύων σαν το πρόβλημα αναβάθμισης της αρχιτεκτονικής του δικτύου και των βαρών των συνδέσεων το οποίο αποσκοπεί στην αποτελεσματική αποπεράτωση από το δίκτυο μιας συγκεκριμένης αποστολής – επίλυσης του αρχικού προβλήματος. Ο ορισμός αυτής της διαδικασίας περιλαμβάνει τα ακόλουθα τρία βήματα:

1. Το δίκτυο αντιδρά-αποκρίνεται στο περιβάλλον του.
2. Το δίκτυο υφίσταται αλλαγές σαν αποτέλεσμα της αντίδρασης.
3. Το δίκτυο αποκρίνεται με έναν καινούριο τρόπο στο περιβάλλον του λόγω των αλλαγών που προέκυψαν στην δομή του.

Συνήθως το δίκτυο καλείται να μάθει τα συνδετικά βάρη και το κατώφλι του κάθε νευρώνα, αν υπάρχει, από διαθέσιμα δεδομένα εκπαίδευσης. Η απόδοση του βελτιώνεται με επαναληπτικές αναβαθμίσεις. Η ικανότητα των τεχνητών νευρωνικών δικτύων να μαθαίνουν αυτόματα μέσα από παραδείγματα τα κάνει ιδιαίτερα εντυπωσιακά. Η ιδιότητα τους αυτή αντικατέστησε την μέθοδο που ακολουθούσαν οι επιστήμονες κατά την οποία υπήρχε ένα σύνολο από κανόνες τους οποίους έφτιαχναν οι ειδικοί και τους ακολουθούσαν για να πετύχουν τον στόχο τους. Η καινοτομία εδώ είναι ότι τα δίκτυα αυτά εμφανίζονται να μαθαίνουν υποκείμενους κανόνες (όπως σχέσεις εισόδου - εξόδου) που υπάρχουν σε μια συλλογή από αντιπροσωπευτικά

δείγματα που τους δίνονται. Αυτό είναι ένα από τα χαρακτηριστικά τους που τα καθιστά σε πλεονεκτική θέση σε σχέση με άλλα εξειδικευμένα συστήματα.

Για να κατανοήσουμε ή να σχεδιάσουμε μια διαδικασία εκμάθησης πρέπει να έχουμε ένα μοντέλο του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο το δίκτυο θα κατασκευαστεί, δηλαδή πρέπει να ξέρουμε τις πληροφορίες – δεδομένα που είναι διαθέσιμα για το δίκτυο. Επιπλέον πρέπει να μας είναι κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η αναβάθμιση των παραμέτρων του δικτύου. Δηλαδή να είμαστε γνώστες των κανόνων που διέπουν την διαδικασία εκμάθησης. Ένας αλγόριθμος εκμάθησης είναι μια διαδικασία η οποία χρησιμοποιεί κάποιους κανόνες για να προσαρμόζει τα βάρη.

Για να χρησιμοποιήσουμε έναν οποιονδήποτε τρόπο εκμάθησης πρέπει να λάβουμε υπ' όψη μας τρεις παράγοντες που απορρέουν από την θεωρία εκμάθησης μέσω δειγμάτων. Το πρώτο είναι ο όγκος που αναφέρεται στο πλήθος των δειγμάτων που μπορούν να αποθηκευτούν και στις συναρτήσεις και τα περιοριστικά όρια των αποφάσεων που μπορεί το δίκτυο να αναπτύξει. Το δεύτερο είναι η πολυπλοκότητα του δείγματος η οποία καθορίζει το πλήθος των δειγμάτων που θα χρησιμοποιηθούν για την εκμάθηση του δικτύου έτσι ώστε να έχουμε εγγυημένα μια έγκυρη γενίκευση. Πολύ λίγα δείγματα-δεδομένα υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να μην μπορέσει το δίκτυο να μάθει όλες της απαραίτητες πληροφορίες Αυτή είναι η περίπτωση που το δίκτυο έχει καλή απόδοση για κάποια δεδομένα και αρκετά κακή συμπεριφορά σε άλλα. Το τρίτο είναι η πολυπλοκότητα υπολογισμών η οποία αναφέρεται στον χρόνο που χρειάζεται ο αλγόριθμος εκμάθησης για να υπολογίσει μία λύση από τα δεδομένα εκμάθησης. Πολλοί αλγόριθμοι έχουν πολύ μεγάλη πολυπλοκότητα. Ο στόχος όμως είναι η σχεδίαση αποδοτικών αλγορίθμων με την χαμηλότερη δυνατή πολυπλοκότητα.

Για παράδειγμα υποθέτουμε ότι έχουμε δύο κόμβους x_j , v_k μεταξύ των οποίων υπάρχει ένα συνδετικό βάρος $w_{k,j}$. το x_j αντιπροσωπεύει την έξοδο που δίνει ο νευρώνας j και το v_k αντιπροσωπεύει την είσοδο στον νευρώνα k .

Έστω ότι $w_{k,j}(t)$ είναι η τιμή του βάρους της σύναψης την χρονική στιγμή t . Την στιγμή t γίνεται μια ρύθμιση $\Delta w_{k,j}(t)$ στο $w_{k,j}(t)$ η οποία δίνει την αναβαθμισμένη τιμή $w_{k,j}(t+1)$. Μπορούμε να γράψουμε ότι:

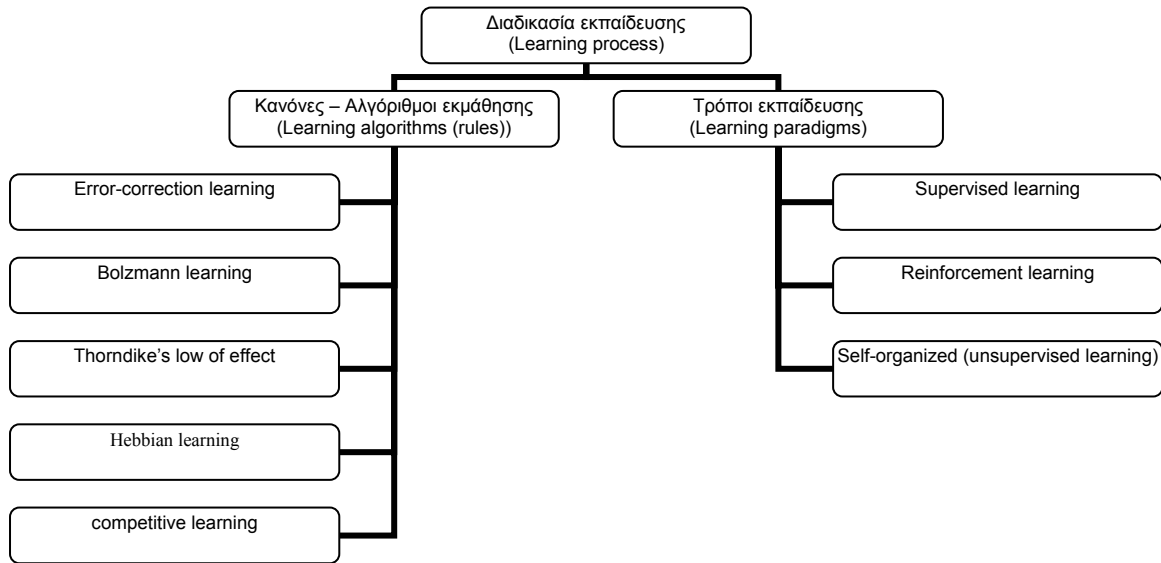
$$w_{k,j}(t+1) = w_{k,j}(t) + \Delta w_{k,j}(t)$$

όπου $w_{k,j}(t)$ και $w_{k,j}(t+1)$ είναι η παλιά και η νέα τιμή του συνδετικού βάρους αντίστοιχα. Σε μια επόμενη επανάληψη το δίκτυο θα αναβαθμίσει την καινούρια τιμή $w_{k,j}(t+1)$.

Οι κανόνες που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος εκπαίδευσης συνιστούν τους αλγόριθμους εκμάθησης. Υπάρχουν 4 βασικοί κανόνες- αλγόριθμοι εκμάθησης (learning algorithms (rules)). Ο error-correction learning, ο Hebbian learning, ο competitive learning και ο Boltzman learning.

Η αρχή του error-correction learning αλγορίθμου είναι το βέλτιστο φιλτράρισμα. Σε αντίθεση οι αλγόριθμοι Hebbian learning και competitive learning είναι εμπνευσμένοι από νεύρο-βιολογικές εκτιμήσεις ενώ ο αλγόριθμος Boltzman learning δανείζεται ιδέες από την θερμοδυναμική και από την θεωρία που αφορά την διαχείριση της πληροφορίας. Αναφέρουμε επίσης τον κανόνα του Thorndike low of effect στον οποίο χρησιμοποιείται η Reinforcement εκπαίδευση (εκπαίδευση με ενίσχυση).

Στο σχήμα 3.24 βλέπουμε έναν κατάλογο με τους τυπικούς κανόνες-αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για την εκμάθηση του περιβάλλοντος του προβλήματος από το δίκτυο καθώς επίσης και τρεις τυπικούς τρόπους εκπαίδευση των δικτύων τους οποίους θα αναλύσουμε στην συνέχεια. Όλα αυτά συνιστούν την διαδικασία εκπαίδευσης ενός νευρωνικού δικτύου.



Σχήμα 3. 24: Η διαδικασία εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων.

Error-Correction Learning – Delta rule

Έστω ότι $d_k(t)$ δηλώνει την επιθυμητή έξοδο του k -νευρώνα την χρονική στιγμή t και $y_k(t)$ είναι η ακριβής απόκριση-έξοδος του k -νευρώνα την ίδια χρονική στιγμή η οποία παράγεται από το διάνυσμα εισόδου-ερέθισμα $\mathbf{x}(t)$ που δίνεται στο δίκτυο που εμπεριέχει τον k -νευρώνα. Τα $\mathbf{x}(t)$ και $d_k(t)$ αποτελούν ένα συγκεκριμένο παράδειγμα που δίνεται στο δίκτυο την χρονική στιγμή t . Υποτίθεται ότι στο σύνολο των παραδειγμάτων που χρησιμοποιεί το δίκτυο υπάρχει ένα υποκείμενο πιθανοθεωρητικό μοντέλο του οποίου η κατανομή της πιθανότητας μας είναι άγνωστη.

Τυπικά η ακριβής έξοδος $y_k(t)$ είναι διαφορετική από την επιθυμητή έξοδο $d_k(t)$. Συνεπώς μπορούμε να ορίσουμε ένα σήμα σφάλματος όπως είναι η διαφορά των δύο εξόδων:

$$e_k(t) = d_k(t) - y_k(t)$$

Ο απώτερος σκοπός του αλγορίθμου error-correction learning είναι να ελαχιστοποιήσει την συνάρτηση κόστους η οποία βασίζεται στο σφάλμα $e_k(t)$ έτσι ώστε η ακριβής απόκριση του κάθε νευρώνα εξόδου να προσεγγίζει στατιστικά την επιθυμητή απόκριση για τον νευρώνα αυτό. Αφότου επιλέξουμε την κατάλληλη συνάρτηση κόστους τότε το πρόβλημα της διόρθωσης του σφάλματος μετατρέπεται σε πρόβλημα βελτιστοποίησης. Το πιο συνηθισμένο κριτήριο που χρησιμοποιείται σαν συνάρτηση κόστους είναι το σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων:

$$J = E \left[\frac{1}{2} \sum_k e_k^2(t) \right]$$

όπου E είναι ο τελεστής 'statistical expectation operator' και το άθροισμα γίνεται για όλους τους νευρώνες του επιπέδου εξόδου. Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους J ως προς τις παραμέτρους του δικτύου είναι γνωστή σαν 'method of gradient descent'. Η δυσκολία που παρουσιάζει αυτή η μέθοδος βελτιστοποίησης είναι ότι απαιτεί γνώση των στατιστικών χαρακτηριστικών της υποκείμενης διαδικασίας. Μπορούμε να ξεπεράσουμε αυτή την δυσκολία ψάχνοντας για μια προσεγγιστική λύση στο πρόβλημα. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας σαν κριτήριο την πραγματική τιμή του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων.

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_k e_k^2(t)$$

Το δίκτυο σε αυτή την περίπτωση ελαχιστοποιώντας το $E(t)$ σε συνάρτηση με τα βάρη των συνάψεων. Δηλαδή σύμφωνα με τον παρόν κανόνα η ρύθμιση $\Delta w_{k,j}(t)$ που γίνεται στα βάρη $w_{k,j}$ την χρονική στιγμή t δίνεται από:

$$\Delta w_{k,j}(t) = n * e_k(t) * x_j(t)$$

όπου η είναι μια θετική σταθερά η οποία ορίζει τον ρυθμό εκμάθησης. Δηλαδή η ρύθμιση που γίνεται σε ένα βάρος είναι ανάλογη με το γινόμενο του σφάλματος και της εισόδου του νευρώνα που εξετάζουμε. Πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτή η είσοδος είναι η έξοδος του προηγούμενου νευρώνα.

Από όλα αυτά βλέπουμε ότι ο κανόνας αυτός συμπεριφέρεται σχεδόν όπως ένα feedback σύστημα. Για την επιλογή της σταθεράς η πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί ώστε να εξασφαλίζει την σταθερότητα του αλγορίθμου. Η τιμή της σταθεράς η είναι καθοριστική για την απόδοση του αλγορίθμου γιατί επηρεάζει όχι μόνο την σύγκλιση της μεθόδου αλλά και την ίδια την σύγκλιση. Αν το η είναι μικρό τότε η διαδικασία εκπαίδευσης προχωρά ομαλά αλλά είναι πιθανόν να κοστίσει αρκετό χρόνο στο σύστημα για να συγκλίνει σε μία σταθερή λύση. Σε αντίθεση αν το η είναι μεγάλο τότε το ο ρυθμός εκμάθησης επιταχύνεται αλλά υπάρχει κίνδυνος η διαδικασία να αποκλίνει με αποτέλεσμα το σύστημα να μην είναι σταθερό.

Το γράφημα της συνάρτησης κόστους J ως προς τα βάρη των συνάψεων που χαρακτηρίζουν το νευρωνικό δίκτυο είναι μια πολυδιάστατη επιφάνεια γνωστή ως επιφάνεια απόδοσης σφάλματος (error-performance surface) ή απλά επιφάνεια σφάλματος (error surface). Ανάλογα με τον τύπο των μονάδων που αποτελούν το δίκτυο μπορούμε να αναγνωρίσουμε δύο περιπτώσεις επιφανειών:

1. Το δίκτυο αποτελείται εξ ολοκλήρου από μονάδες που λειτουργούν γραμμικά οπότε η επιφάνεια σφάλματος είναι ακριβώς μια δευτέρου βαθμού (quadratic) συνάρτηση των παραμέτρων (βάρη) του δικτύου. Δηλαδή η επιφάνεια έχει ένα μοναδικό ελάχιστο σημείο (εκτός από την περίπτωση που υπάρχει τετριμμένη λύση).
2. Το δίκτυο αποτελείται από μονάδες που λειτουργούν μη-γραμμικά οπότε η επιφάνεια σφάλματος έχει ένα γενικό ελάχιστο (ίσως και

περισσότερα γενικά ελάχιστα) όπως επίσης και αρκετά τοπικά ελάχιστα.

Και στις δύο περιπτώσεις το αντικείμενο του αλγορίθμου error-correction learning είναι να ξεκινά από ένα τυχαίο, αυθαίρετο σημείο, στην επιφάνεια του σφάλματος (το οποίο καθορίζεται από τις αρχικές τιμές που προσδιορίζονται στα βάρη των συνάψεων) και να προχωρά στη συνέχεια, βήμα προς βήμα, μέχρι να φτάσει σε ένα γενικό ελάχιστο. Στην πρώτη περίπτωση αυτό είναι εύκολο για να επιτευχθεί. Απεναντίας στην δεύτερη περίπτωση δεν είναι πάντα κατορθωτό αυτό γιατί είναι πάντα πιθανό ο αλγόριθμος να εγκλωβιστεί σε ένα τοπικό ελάχιστο της επιφάνειας σφάλματος με αποτέλεσμα να μην μπορεί να φτάσει ποτέ σε ένα γενικό ελάχιστο.

Hebbian Learning

Ο κανόνας αυτός πήρε την ονομασία του από τον νεύρο-βιολόγο Hebb (1949) και είναι ο αρχαιότερος από όλους τους κανόνες-αλγορίθμους εκμάθησης. Όπως αναφέρει στο βιβλίο του “The organization of Behavior” (1949, p.62) :

“Όταν ο άξονας ενός κυττάρου A βρίσκεται αρκετά κοντά σε ένα κύτταρο B ώστε να το διεγείρει και επανειλημμένα η επίμονα προσπαθεί να το διεγείρει, τότε συντελούνται κάποιες διαδικασίες ανάπτυξης ή αλλαγές στον μεταβολισμό και των δύο ή του ενός κυττάρου έτσι ώστε η αποτελεσματικότητα του κυττάρου A ως το ένα από τα δύο κύτταρα το οποίο πυροδοτεί το B να αυξάνεται”

Ο Hebb παρέθεσε αυτή την αλλαγή σαν τη βάση για την εκμάθηση μέσω συσχέτισης η οποία θα είχε σαν αποτέλεσμα την τροποποίηση-μεταβολή της προηγούμενης δράσης στον χώρο των νευρικών κυττάρων.

Μπορούμε να διευρύνουμε και να αναπτύξουμε αυτή την πρόταση σαν ένα κανόνα ο οποίος αποτελείται από δύο βήματα (Ο Hebb δεν αναφέρεται στο δεύτερο βήμα) (Stent, 1973; Changeux and Danchin, 1976):

1. Αν δύο νευρώνες στα άκρα μιας σύναψης (σύνδεσης) ενεργοποιούνται ταυτόχρονα τότε η ισχύς της σύναψης αυτής αυξάνεται.
2. Αν δύο νευρώνες στα άκρα μιας σύναψης (σύνδεσης) ενεργοποιούνται ξεχωριστά τότε η ισχύς της σύναψης αυτής μειώνεται.

Μια τέτοια σύναψη ονομάζεται Hebbian σύναψη. Πιο συγκεκριμένα μια τέτοια σύναψη έχει έναν μηχανισμό ο οποίος εξαρτάται από τον χρόνο, είναι αυστηρά τοπικός και με ισχυρή αλληλεπίδραση για να αυξάνει την αποδοτικότητα της σύναψης η οποία θεωρείται μια συνάρτηση συσχετισμού των ενεργοποιήσεων των δύο συμβαλλόμενων νευρώνων.

Για να εκφράσουμε με μαθηματικούς όρους τον κανόνα του Hebb υποθέτουμε ότι $w_{k,j}$ είναι το βάρος της σύναψης και x_j , y_k είναι η προ-συναπτική και η μετά-συναπτική δραστηριοποίηση αντίστοιχα. Σύμφωνα με τον Hebb η τροποποίηση στο $w_{k,j}$ τη χρονική στιγμή t εκφράζεται ως εξής:

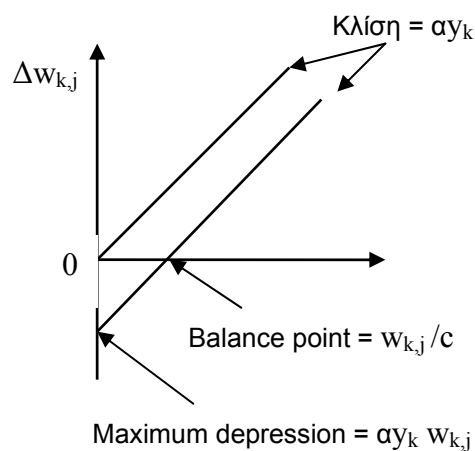
$$\Delta w_{k,j}(t) = F(y_k(t), x_j(t))$$

όπου $F(.,.)$ είναι μια συνάρτηση των δύο δραστηριοποιήσεων.

Σαν ειδική περίπτωση της παραπάνω συνάρτησης μπορούμε να πάρουμε την περίπτωση

$$\Delta w_{k,j}(t) = n * y_k(t) * x_j(t)$$

όπου n είναι μια θετική σταθερά η οποία ορίζει τον ρυθμό εκμάθησης. Αυτή είναι η πιο απλή περίπτωση αναβάθμισης του βάρους της σύναψης γνωστή σαν activity product rule. Στην πιο πάνω καμπύλη του γραφήματος [σχήμα 3.25] βλέπουμε την γραφική αναπαράσταση της εξίσωσης αυτής με την αλλαγή του $\Delta w_{k,j}(t)$ συναρτήσει του $x_j(t)$.



Σχήμα 3. 25: Η τροποποίηση του μηχανισμού του Hebb

Από αυτή την αναπαράσταση βλέπουμε ότι η επαναλαμβανόμενη εφαρμογή του σήματος εξόδου x_j οδηγεί σε εκθετική αύξηση του $w_{k,j}$ η οποία το οδηγεί τελικά σε κορεσμό. Για να αποφύγουμε μια τέτοια εξέλιξη θα πρέπει να εισάγουμε ένα όριο στην αύξηση της ισχύς των βαρών των συνάψεων. Μια μέθοδος για να το κάνουμε αυτό είναι να εισάγουμε έναν μη γραμμικό όρο καθυστέρησης (forgetting factor) στον τύπο της αναβάθμισης $\Delta w_{k,j}(t)$. Συγκεκριμένα να την τροποποιήσουμε ως εξής (Kohonen, 1988):

$$\Delta w_{k,j}(t) = n * y_k(t) * x_j(t) - \alpha * y_k(t) * w_{k,j}(t)$$

όπου α είναι μια καινούρια σταθερά. Ισοδύναμα μπορούμε να γράψουμε:

$$\Delta w_{k,j}(t) = \alpha * y_k(t) [c * x_j(t) - w_{k,j}(t)]$$

όπου $c = n/\alpha$. Αυτή η εξίσωση ονομάζεται *generalized activity product rule*.

Αν $x_j(t) < w_{k,j}(t)/c$ τότε το $w_{k,j}(t+1)$ την χρονική στιγμή $t+1$ θα ελαττωθεί κατά μια ποσότητα που είναι ανάλογη της $y_k(t)$ όπως φαίνεται στην κάτω καμπύλη του σχήματος 3.25. Αν απεναντίας $x_j(t) > w_{k,j}(t)/c$ τότε το $w_{k,j}(t+1)$ αυξάνεται ανάλογα με το $y_k(t)$. Συνεπώς βλέπουμε ότι το σημείο ισορροπίας το οποίο τροποποιεί το βάρος της σύναψης την χρονική στιγμή $t+1$ είναι μια μεταβλητή ίση με $w_{k,j}/c$, δηλαδή ανάλογη του βάρους $w_{k,j}$ της προ-συναπτικής δραστηριοποίησης. Αυτή η προσέγγιση εξομαλύνει το πρόβλημα της αστάθειας του βάρους της σύναψης και έχει σαν αποτέλεσμα μια αρνητικά αυξανόμενη συνάρτηση ρύθμισης.

Ένας άλλος τρόπος να δούμε τον κανόνα του Hebb είναι με όρους στατιστικής λόγω του ότι αλλαγές στα βάρη των συνάψεων γίνονται ανάλογα με την συσχέτιση μεταξύ της προ-συναπτικής και της μετά-συναπτικής δραστηριοποίησης (Seljnowski, 1977a, b). Συγκεκριμένα η αλλαγή στο $w_{k,j}$ την χρονική στιγμή t γράφεται:

$$\Delta w_{k,j}(t) = n * \text{cov}[y_k(t), x_j(t)] = n * E [(y_k(t) - \bar{y}_k) * (x_j(t) - \bar{x}_j)]$$

όπου n είναι μια σταθερά αναλογίας η οποία καθορίζει τον ρυθμό εκμάθησης, E είναι ο τελεστής της μαθηματικής ελπίδας (μέση τιμή) και \bar{y}_k , \bar{x}_j είναι οι μέσες τιμές της προ-συναπτικής και της μετά-συναπτικής δραστηριοποίησης. Οι τελευταίες σταθερές επιτρέπουν στο βάρος της σύναψης $w_{k,j}$ να αυξομειώνεται. Δρουν σαν κανόνας δύο κατευθύνσεων (*activity covariance rule*). Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, κατά μέσο όρο, η ισχύς της σύναψης

πρέπει να αυξάνεται αν οι x_j , y_k είναι θετικά συσχετισμένες, να μειώνεται αν είναι αρνητικά συσχετισμένες και να μην αλλάζει αν είναι ασυσχέτιστες. Αναπτύσσοντας τους όρους της εξίσωσης και γνωρίζοντας ότι η μαθηματική ελπίδα του αθροίσματος του συνόλου κάποιων όρων είναι ίδια με το άθροισμα των μαθηματικών ελπίδων του κάθε όρου ξεχωριστά, μπορούμε να αναδιατυπώσουμε τον κανόνα ως εξής:

$$\Delta w_{k,j}(t) = n \cdot E \{y_k(t) \cdot x_j(t) - y_k \cdot x_j\}$$

Ο πρώτος όρος εδώ μοιάζει με τον απλό κανόνα του Hebb αν αφαιρέσουμε την μαθηματική ελπίδα. Ο δεύτερος όρος μπορεί να θεωρηθεί σαν κατώφλι (threshold) ανάλογο του γινομένου των μέσων τιμών των y_k και x_j . Ο κανόνας (activity covariance rule) όπως περιγράφεται εδώ έχει μετασχηματιστεί με την χρήση του συνόλου των μέσων όρων. Μια αντίστοιχη τροποποίηση θα είχαμε να χρησιμοποιούσαμε τους μέσους όρους που αφορούν τον χρόνο.

Competitive Learning

Στην εκμάθηση μέσω συναγωνισμού-ανταγωνισμού όπως δηλώνει και η ονομασία του κανόνα αυτού οι νευρώνες εξόδου του νευρωνικού δικτύου συναγωνίζονται μεταξύ τους για το ποιος θα ενεργοποιηθεί, ποιος θα επικρατήσει. Σε αντίθεση με τον Hebbian learning όπου οι διάφοροι νευρώνες εξόδου μπορούσαν να ενεργοποιηθούν ταυτόχρονα, στο competitive learning μόνο ένας νευρώνας εξόδου μπορεί να ενεργοποιηθεί κάθε φορά. Αυτό το χαρακτηριστικό του competitive learning το καθιστά κατάλληλο για να ανακαλύπτει και να αναδεικνύει τα στατιστικά χαρακτηριστικά που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κατατάξουν σε κλάσεις ένα σύνολο από εισόδους στο νευρωνικό δίκτυο.

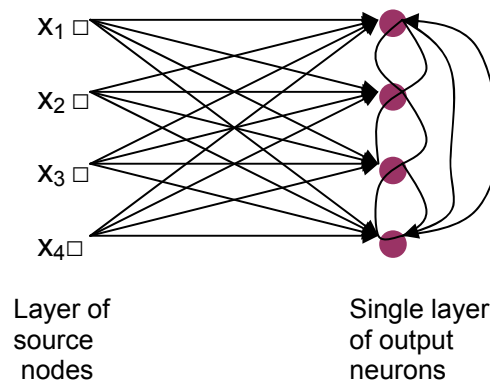
Η ιδέα του competitive learning μας παραπέμπει στην τοποθέτηση του Malsburg (1973) περί αυτό-οργάνωσης των ευαίσθητων κατευθυντικών νευρικών κυττάρων στον striate φλοιό, στην τοποθέτηση του Fukushima (1975) περί αυτό-οργάνωσης πολύπλοκων νευρωνικών δικτύων γνωστών ως cognitron, στην τοποθέτηση των Willshaw και von der Malsburg (1976) περί ανάπτυξης πρότυπων νευρωνικών συνδέσεων και στην τοποθέτηση του Grossberg (1972, 1976a, b) περί ταξινόμησης προτύπων μέσω προσαρμογής (adaptive pattern classification) υπάρχει έγκυρη απόδειξη ότι το competitive learning έχει έναν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη τοπογραφικών χαρτών στον εγκέφαλο (Durbin et al., 1989), ενώ πειράματα των Ambros-Ingerson et al. (1990) παρέχουν επιπλέον νεύρο-βιολογικές εξηγήσεις για το competitive learning.

Υπάρχουν τρία βασικά στοιχεία που συνιστούν τον κανόνα competitive learning (Rumelhart and Zipser, 1985):

1. Ένα σύνολο από όμοιους κατά τα άλλα νευρώνες εκτός από κάποια τυχαία κατανομημένα βάρη συνάψεων, οι οποίοι γι' αυτό τον λόγο αποκρίνονται διαφορετικά ο κάθε ένας σε ένα σύνολο εισόδων που τους δίνεται.
2. Ένα όριο που επιβάλλεται στην ισχύ του κάθε νευρώνα.
3. Έναν μηχανισμό ο οποίος επιτρέπει στους νευρώνες να συναγωνίζονται για το δικαίωμα να αποκρίνονται στο δεδομένο σύνολο εισόδων, τέτοιον ώστε μόνο ένας νευρώνας εξόδου ή μόνο ένας νευρώνας από κάθε μονάδα να είναι ενεργός κάθε φορά. Ο νευρώνας που το καταφέρνει αυτό ονομάζεται "winner-takes-all" νευρώνας.

Συνεπώς ο κάθε ξεχωριστός νευρώνας του δικτύου εξειδικεύεται σε ένα σύνολο από όμοιες εισόδους, δηλαδή γίνεται ένας ανιχνευτής χαρακτηριστικών.

Στην απλούστερη μορφή του competitive learning το δίκτυο έχει ένα μοναδικό επίπεδο νευρώνων, το εξωτερικό επίπεδο, όπου ο κάθε νευρώνας είναι πλήρως συνδεδεμένος με τους κόμβους εισόδου και επίσης μπορεί να περιλαμβάνει τοπικές συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων [σχήμα 3.26]. Στην συγκεκριμένη αρχιτεκτονική δικτύου οι πλευρικές συνδέσεις δρουν σαν πλευρικά εμπόδια. Κάθε νευρώνας τείνει να εμποδίσει τον συνδεδεμένο με αυτόν νευρώνα ενώ οι υπόλοιπες συνδέσεις παρακινούν τους νευρώνες να ενεργοποιηθούν.



Σχήμα 3. 26: Αρχιτεκτονική δικτύου για competitive learning με ένα επίπεδο.

Αν ο j -νευρώνας είναι αυτός που ‘κερδίζει’ – επικρατεί, τότε η εσωτερική του δραστηριοποίηση στο επίπεδο v_j για ένα συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου \mathbf{x} πρέπει να είναι μεγαλύτερη από αυτήν κάθε άλλου νευρώνα του δικτύου. Η έξοδος του τίθεται ίση με την μονάδα ενώ η έξοδος όλων των άλλων νευρώνων τίθεται ίση με μηδέν.

Έστω w_{ji} το βάρος της σύναψης που συνδέει τον κόμβο i του διανύσματος εισόδου με τον νευρώνα j . Σε κάθε νευρώνα δίνεται ένα σταθερό βάρος σύναψης (όλα τα βάρη είναι θετικά) το οποίο κατανέμεται ανάμεσα στους κόμβους εισόδου του. Δηλαδή έχουμε:

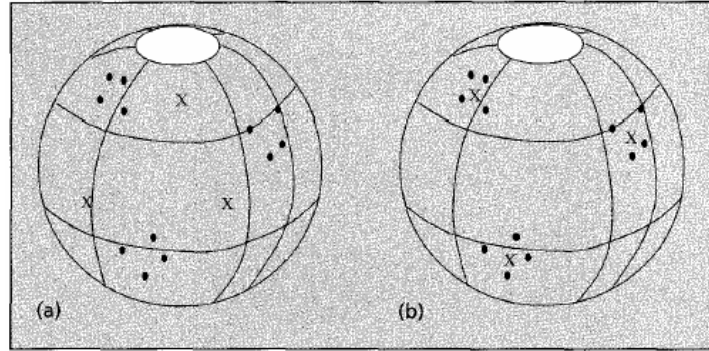
$$\sum_j w_{ji} = 1 \quad \text{για κάθε } j$$

Ο νευρώνας μαθαίνει μετατρέποντας τα βάρη των συνάψεων από τους μη-ενεργούς στους ενεργούς κόμβους εισόδου του. Αν ένας νευρώνας δεν αποκριθεί σε ένα συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου τότε παραμένει αμετάβλητος, δηλαδή δεν μαθαίνει κάτι καινούριο. Αν ένας νευρώνας επικρατήσει σε αυτόν τον συναγωνισμό τότε κάθε κόμβος εισόδου αυτού του νευρώνα αφήνει κάποιο ανάλογο του βάρους του και το βάρος αυτό κατανέμεται εξίσου μεταξύ των ενεργών κόμβων εισόδου του. Σύμφωνα με τον βασικό competitive learning κανόνα η αλλαγή Δw_{ji} που υφίσταται το βάρος της σύναψης w_{ji} ορίζεται ως εξής:

$$\Delta w_{ji} = \left\{ \begin{array}{ll} n(x_i - w_{ji}) & \text{αν ο νευρώνας } j \text{ επικρατήσει} \\ 0 & \text{αν ο νευρώνας } j \text{ δεν επικρατήσει} \end{array} \right\}$$

όπου n είναι η παράμετρος που εκφράζει τον ρυθμό εκμάθησης. Αυτός ο κανόνας έχει την ιδιότητα να μετακινεί το βάρος της σύναψης w_j του νευρώνα j που επικρατεί προς το διάνυσμα εισόδου \mathbf{x} .

Μπορούμε να δούμε γραφικά την συμπεριφορά του competitive learning κάνοντας μια γεωμετρική αναπαράσταση [σχήμα 3.27] (Rumelhart and Zipser, 1985). Υποθέτουμε ότι κάθε διάνυσμα εισόδου \mathbf{x} έχει ένα σταθερό μήκος, έτσι ώστε να μπορούμε να το δούμε σαν ένα σημείο στην N -διάστατη μοναδιαία σφαίρα, όπου N είναι το πλήθος των κόμβων εισόδου (διάσταση του διανύσματος \mathbf{x}) που είναι ίσο με την διάσταση του βάρους της σύναψης w_j .



Σχήμα 3. 27: Γεωμετρική αναπαράσταση της διαδικασίας *competitive learning*.

Επιπλέον υποθέτουμε ότι όλοι οι νευρώνες του δικτύου κανονικοποιούνται ώστε να έχουν την ίδια Ευκλείδεια νόρμα όπως φαίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sum_j w_{ji}^2 = 1 \quad \text{για κάθε } j$$

Έτσι τα βάρη αποτελούν ένα σύνολο διανυσμάτων τα οποία ανήκουν στην ίδια N-διάστατη μοναδιαία σφαίρα. Στο διάγραμμα [σχήμα 3.27α] φαίνεται ότι τα διανύσματα εισόδου τα οποία αντιπροσωπεύονται από κουκίδες χωρίζονται φυσικά σε τρία σύνολα (clusters) ενώ περιλαμβάνει επίσης και ένα πιθανό αρχικό στάδιο για το δίκτυο το οποίο αντιπροσωπεύεται από σταυρούς και είναι πιθανό να υπάρχει στα δεδομένα πριν επέμβει το δίκτυο. Στο διάγραμμα [σχήμα 3.27β] βλέπουμε ένα τυπικό τελικό στάδιο για το δίκτυο το οποίο προκύπτει από την χρήση του *competitive learning*. Συγκεκριμένα κάθε ένας από τους νευρώνες εξόδου έχει αναδείξει ένα υποσύνολο του συνόλου εισόδων το οποίο παρουσιάζει ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό, μετακινώντας το βάρος της σύναψης του στο κέντρο βάρους του συνόλου που ανέδειξε (Rumelart and Zipser, 1985; Hertz et al., 1991).

Boltzmann Learning

Ο κανόνας Boltzmann learning ονομάστηκε έτσι προς τιμή του L. Boltzmann. Πρόκειται για έναν στοχαστικό αλγόριθμο εκμάθησης ο οποίος είναι απόφθεγμα της θεωρίας που αφορά την πληροφορία και της περιοχής της θερμοδυναμικής (Hinton and Sejnowski, 1986; Ackley et al., 1985).

Στον μηχανισμό Boltzmann οι νευρώνες είναι τοποθετημένοι σε μια περιοδική δομή και οι νευρώνες λειτουργούν με δυαδικό τρόπο. Βρίσκονται σε φάση “on” η οποία σημειώνεται με +1 ή σε φάση “off” η οποία σημειώνεται με -1. Ο μηχανισμός χαρακτηρίζεται από μια συνάρτηση ενέργειας E η τιμή της οποίας ορίζεται από τα συγκεκριμένα στάδια από τα οποία περνά ο κάθε νευρώνας ξεχωριστά όπως φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_{\substack{j \\ i \neq j}} w_{ij} s_j s_i$$

όπου s_i είναι η φάση του i -νευρώνα και w_{ji} είναι το βάρος της σύναψης του i -νευρώνα με τον j -νευρώνα. Η συνθήκη $i \neq j$ αναφέρει το γεγονός ότι κανένας νευρώνας δεν παρουσιάζει self-feedback. Ο μηχανισμός λειτουργεί επιλέγοντας τυχαία έναν νευρώνα, έστω τον j -νευρώνα σε ένα δεδομένο βήμα της διαδικασίας και αλλάζει την φάση του από s_j σε $-s_j$ σε κάποια θερμοκρασία T με πιθανότητα:

$$w(s_j \rightarrow -s_j) = \frac{1}{1 + \exp(-\Delta E_j / T)}$$

όπου ΔE_j είναι η αλλαγή στην ενέργεια (αλλαγή στην συνάρτηση ενέργειας του μηχανισμού) που προκύπτει από μια τέτοια αλλαγή φάσης. Πρέπει να σημειώσουμε ότι το T δεν είναι η φυσική θερμοκρασία αλλά μια ψευδό-

θερμοκρασία. Αν αυτός ο κανόνας εφαρμοστεί επανειλημμένα, τότε ο μηχανισμός θα φτάσει στο στάδιο θερμικής ισορροπίας.

Οι νευρώνες του μηχανισμού Boltzmann χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Τους εσωτερικούς και τους εξωτερικούς νευρώνες. Οι εξωτερικοί νευρώνες αποτελούν την επιφάνεια που συνδέει το δίκτυο με το περιβάλλον του ενώ οι εσωτερικοί νευρώνες έχουν την δυνατότητα να ενεργούν ελεύθερα. Υπάρχουν δύο καταστάσεις λειτουργίας:

1. Η αυστηρή κατάσταση επιβάλλεται στους εξωτερικούς νευρώνες μια συγκεκριμένη φάση η οποία ορίζεται από το περιβάλλον.
2. Η ελεύθερη κατάσταση στην οποία όλοι οι νευρώνες (εσωτερικοί και εξωτερικοί) μπορούν να λειτουργούν ελεύθερα.

Έστω ρ_{ji}^+ αντιπροσωπεύει την συσχέτιση μεταξύ των φάσεων των νευρώνων i και j αν υποθέσουμε ότι το δίκτυο βρίσκεται στην αυστηρή κατάσταση λειτουργίας του. Έστω ρ_{ji}^- αντιπροσωπεύει την unconditional συσχέτιση μεταξύ των φάσεων των νευρώνων i και j αν υποθέσουμε ότι το δίκτυο βρίσκεται στην ελεύθερη κατάσταση λειτουργίας του. Και οι δύο συσχετίσεις στρογγυλοποιούνται για όλες τις πιθανές φάσεις του μηχανισμού όταν αυτός είναι στο στάδιο θερμικής ισορροπίας. Οι συσχετίσεις ρ_{ji}^+ και ρ_{ji}^- ορίζονται ως εξής:

$$\rho_{ji}^+ = \sum_a \sum_b P_{ab}^+ \frac{s_j}{ab} \frac{s_i}{ab}$$

$$\rho_{ji}^- = \sum_a \sum_b P_{ab}^- \frac{s_j}{ab} \frac{s_i}{ab}$$

όπου s_i/a_b ορίζει την φάση του i -νευρώνα, δεδομένου ότι οι εξωτερικοί νευρώνες του δικτύου βρίσκονται στην φάση a και οι εσωτερικοί νευρώνες βρίσκονται στην φάση b . Ο όρος P_{ab}^+ είναι η πιθανότητα οι εξωτερικοί νευρώνες να βρίσκονται στην φάση a δεδομένου ότι ο μηχανισμός λειτουργεί στην αυστηρή του κατάσταση. Ο όρος P_{ab}^- είναι η πιθανότητα οι εξωτερικοί νευρώνες να βρίσκονται στην φάση a δεδομένου ότι ο μηχανισμός λειτουργεί στην ελεύθερη του κατάσταση. Τότε σύμφωνα με τον κανόνα Boltzmann learning η ρύθμιση Δw_{ji} που γίνεται στο βάρος w_{ji} από τον i -νευρώνα στον j -νευρώνα ορίζεται από (Hinton and Sejnowski, 1986):

$$\Delta w_{ji} = n \left(\rho_{ji}^+ - \rho_{ji}^- \right) \quad , i \neq j$$

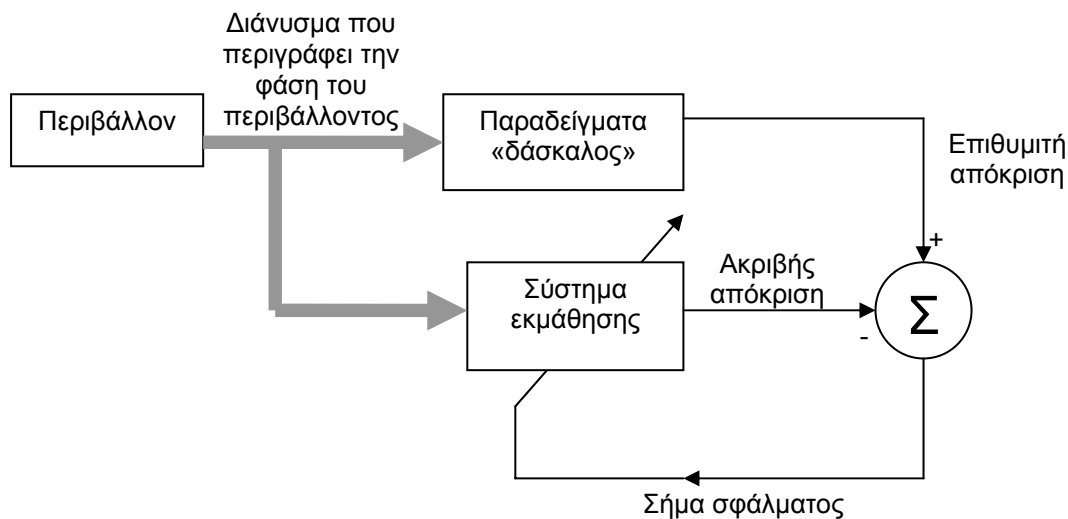
όπου n είναι η παράμετρος που δίνει τον ρυθμό εκμάθησης. Πρέπει να σημειώσουμε ότι τα ρ_{ji}^+ και ρ_{ji}^- ανήκουν στο διάστημα $[-1,+1]$.

Ένα χαρακτηριστικό του Boltzmann learning είναι ότι χρησιμοποιεί μόνο τις τοπικές παρατηρήσεις στις δύο δυνατές καταστάσεις.

3.12 Τρόποι Εκπαίδευσης των Νευρωνικών δικτύων

Supervised Learning

Το βασικό χαρακτηριστικό της εκπαίδευσης υπό επίβλεψη είναι ότι υπάρχει ένας εξωτερικός 'δάσκαλος' όπως φαίνεται στο διάγραμμα [σχήμα 3.28]. Υπάρχει δηλαδή ένα σύνολο από δεδομένα παραδείγματα εισόδων-εξόδων του τρόπου λειτουργίας του περιβάλλοντος.



Σχήμα 3. 28: Διάγραμμα της εκπαίδευσης υπό επίβλεψη .

Το περιβάλλον είναι γενικά άγνωστο στο δίκτυο. Υποθέτουμε ότι το σύνολο των παραδειγμάτων και το νευρωνικό δίκτυο μπαίνουν στην διαδικασία εκπαίδευσης. Όταν ένα συγκεκριμένο διάνυσμα από το σύνολο των παραδειγμάτων εισέρχεται στο δίκτυο τότε το σύνολο των παραδειγμάτων παρέχει ταυτόχρονα στο δίκτυο την επιθυμητή έξοδο για το συγκεκριμένο διάνυσμα. Αυτή αντιπροσωπεύει την βέλτιστη απόκριση του νευρωνικού δικτύου για αυτή την περίπτωση. Τότε οι παράμετροι του δικτύου ρυθμίζονται κάτω από την συνδυασμένη επίδραση του διανύσματος εισόδου και του σφάλματος που προκύπτει από την διαφορά μεταξύ της επιθυμητής εξόδου και της ακριβούς εξόδου του δικτύου. Αυτή η ρύθμιση γίνεται βήμα

προς βήμα μέχρι το δίκτυο να εξομοιώσει με τον στατιστικά βέλτιστο τρόπο τις πληροφορίες που πήρε από το σύνολο των παραδειγμάτων. Δηλαδή τα χαρακτηριστικά του προβλήματος μεταφέρονται στο δίκτυο κατά το μέγιστο δυνατό. Όταν αυτή η διαδικασία ολοκληρωθεί επιτυχώς το δίκτυο αποσπάται από το σύνολο των παραδειγμάτων και αλληλεπιδρά μόνο του με το περιβάλλον του προβλήματος.

Ο τύπος αυτός της εκπαίδευσης δεν είναι άλλος από τον error-correction learning. Είναι ένα κλειστό κύκλωμα συστήματος feedback που δεν περιλαμβάνει το περιβάλλον. Σαν μέτρο της απόδοσης μπορούμε να θεωρήσουμε το σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων (η τιμή του αθροίσματος των τετραγώνων των σφαλμάτων) που ορίζεται σαν συνάρτηση των ελεύθερων παραμέτρων του συστήματος. Αυτή η συνάρτηση μπορεί να θεωρηθεί σαν μια πολυδιάστατη επιφάνεια σφάλματος με συντεταγμένες τις ελεύθερες παραμέτρους. Η πραγματική επιφάνεια σφάλματος προσεγγίζεται από το σύνολο των παραδειγμάτων των εισόδων- εξόδων (Haykin, 1991). Κάθε ενεργοποίηση του συστήματος ως προς ένα παράδειγμα αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο πάνω στην επιφάνεια σφάλματος. Προκειμένου το σύστημα να βελτιώσει την απόδοση του, να μάθει δηλαδή από τα παραδείγματα το σημείο αυτό πρέπει να μετακινηθεί προς ένα τοπικό ή γενικό ελάχιστο πάνω στην επιφάνεια. το σύστημα μπορεί να το κάνει αυτό χρησιμοποιώντας κάποιες χρήσιμες πληροφορίες που έχει οι οποίες αφορούν την κλίση της επιφάνειας σφάλματος που αντιστοιχεί στην εκάστοτε συμπεριφορά του συστήματος. Η κλίση της επιφάνειας σφάλματος σε κάποιο σημείο είναι ένα διάνυσμα το οποίο έχει φορά προς την πιο απότομη κατεύθυνση. Για την ακρίβεια σύστημα χρησιμοποιεί στιγμιαίες εκτιμήσεις για το διάνυσμα της κλίσης με τους δείκτες του παραδείγματος να δείχνουν τον χρόνο. αυτή η εκτίμηση έχει σαν αποτέλεσμα κάθε σημείο της επιφάνειας να κινείται πάνω σε αυτήν τυχαία. Παρά όλα αυτά δεδομένου ενός αλγορίθμου που έχει σχεδιαστεί για να ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους που μας ενδιαφέρει και δεδομένου ενός κατάλληλου συνόλου παραδειγμάτων εισόδου-εξόδου και αρκετού χρόνου για να γίνει η εκπαίδευση ένα τέτοιο σύστημα είναι συνήθως

ικανό να λειτουργήσει με επιτυχία σαν σύστημα διαχωρισμού κάποιων παραμέτρων σε κλάσεις και σαν σύστημα προσέγγισης κάποιας συνάρτησης.

Παραδείγματα τέτοιων αλγορίθμων είναι ο ευρέως διαδεδομένος least-mean-square (LMS) αλγόριθμος (Widrow and Hoff, 1960) και η γενίκευση του γνωστή σαν back-propagation (BP) αλγόριθμος (Werbos, 1974). Ο αλγόριθμος LMS περιλαμβάνει έναν μοναδικό νευρώνα ενώ ο αλγόριθμος BP ένα σύνολο από συνδεδεμένους νευρώνες σε επίπεδα. Ο αλγόριθμος BP πήρε το όνομά του από το γεγονός ότι οι όροι που δίνουν το σφάλμα στον αλγόριθμο μεταφέρονται προς τα πίσω στη δομή του αλγορίθμου επίπεδο προς επίπεδο. Από την φύση του ο αλγόριθμος BP είναι πιο δυναμικός από τον LMS αλγόριθμο. Για την ακρίβεια ο LMS αλγόριθμος είναι μια συγκεκριμένη περίπτωση του αλγορίθμου BP.

Η εκπαίδευση υπό επίβλεψη μπορεί να λειτουργεί με δύο τρόπους, off-line και on-line. Στην off-line περίπτωση χρησιμοποιείται ένα ξεχωριστό κριτήριο για να σχεδιαστεί το σύστημα. Με την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης το κριτήριο αυτό παγώνει και το δίκτυο λειτουργεί στατικά στη συνέχεια. Απεναντίας στην περίπτωση on-line η διαδικασία αυτή εφαρμόζεται αποκλειστικά μέσα στο ίδιο το σύστημα και δεν χρειάζεται κάποιο ξεχωριστό κριτήριο έξω από αυτό. Με άλλα λόγια η εκπαίδευση on-line καθιστά το δίκτυο ένα δυναμικό σύστημα.

Ένα μειονέκτημα που παρουσιάζει η εκπαίδευση υπό επίβλεψη, ανεξάρτητα αν λειτουργεί off-line ή on-line, είναι ότι το δίκτυο απουσία επίβλεψης δεν μπορεί να μάθει καινούργιες στρατηγικές που αφορούν συγκεκριμένες καταστάσεις οι οποίες δεν καλύπτονται από το σύνολο των παραδειγμάτων που χρησιμοποιούνται για να εκπαιδεύσουν το δίκτυο. Αυτός ο περιορισμός ξεπερνιέται με την χρήση του reinforcement learning.

Reinforcement Learning – Εκπαίδευση με ενίσχυση

Το reinforcement learning είναι η on-line εκμάθηση ενός χάρτη εισόδων-εξόδων μέσω μιας διαδικασίας δοκιμών και σφαλμάτων που σχεδιάστηκε για να μεγιστοποιεί τον δείκτη απόδοσης γνωστού σαν reinforcement signal. Η προέλευση του reinforcement learning φαίνεται να βρίσκεται στις μελέτες του Minsky (1961) ο οποίος έκανε λόγο για τεχνητή νοημοσύνη και παράλληλα στην θεωρία ελέγχου των Waltz και Fu (1965). Παρά όλα αυτά η βασική ιδέα του reinforcement έχει τις ρίζες της στις στατιστικές μελέτες της ψυχολογίας που αφορούσαν την εκπαίδευση ζώων (Haμπσον, 1990). Είναι χρήσιμο σε αυτό το σημείο να ανατρέξουμε στο κανόνα του Thorndike law of effect (Thorndike, 1911):

«Μεταξύ των διάφορων αποκρίσεων που παρατηρήθηκαν για μία κατάσταση, αυτές που συνοδεύονταν ή ήταν αρκετά κοντά στην βούληση του ζώου συνδέονταν πιο άμεσα με την συγκεκριμένη κατάσταση έτσι ώστε σε μελλοντική επανεμφάνιση της ίδιας κατάστασης η απόκριση αυτή θα έχει περισσότερες πιθανότητες να προκύψει. Σε αντίθεση οι συνδέσεις των αποκρίσεων που ήταν αντίθετες με την βούληση του ζώου ή αρκετά μακριά από αυτήν με την συγκεκριμένη κατάσταση θα αποδυναμώνονταν έτσι ώστε σε μελλοντική επανεμφάνιση της ίδιας κατάστασης η απόκριση αυτή θα έχει λιγότερες πιθανότητες να προκύψει. Όσο πιο έντονη είναι αυτή η απόκριση είτε στο ένα άκρο είτε στο άλλο τόσο πιο έντονος ή τόσο πιο αδύναμος γίνεται ο δεσμός.»

Παρά το γεγονός ότι αυτή η αρχή δεν δίνει ένα πλήρες μοντέλο βιολογικής συμπεριφοράς η απλότητά της με την κοινή λογική την καθιστά έναν σημαντικό κανόνα εκμάθησης.

Μπορούμε να αναδιατυπώσουμε τον κανόνα του Thorndike ώστε να πάρουμε τον ακόλουθο λογικό ορισμό για το reinforcement learning (Sutton et al., 1991; Barto, 1992):

«Αν μια λειτουργία του συστήματος ακολουθείται από ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα τότε η τάση του συστήματος να παράγει αυτή την συγκεκριμένη λειτουργία ενδυναμώνεται ή ενισχύεται. Σε άλλη περίπτωση η τάση του συστήματος να παράγει αυτή την συγκεκριμένη λειτουργία αποδυναμώνεται.»

Το reinforcement learning μπορεί να είναι τύπου συσχέτισης ή τύπου μη-συσχέτισης (Sutton, 1984) :

1. Τύπος μη-συσχέτισης. Σύμφωνα με αυτόν τον τύπο της εκπαίδευσής το σύστημα επιλέγει μια μοναδική βέλτιστη απόδοση, την πιο ισχυρή, αντί να κάνει συνδυασμούς περισσότερων αποδόσεων από διαφορετικά ερεθίσματα. Η είσοδος που αντιστοιχεί σε αυτή την περίπτωση είναι και η μοναδική που το σύστημα παίρνει από το περιβάλλον του προβλήματος.
2. Τύπος συσχέτισης. Σε αυτό τον τύπο το περιβάλλον παρέχει στο σύστημα επιπλέον στοιχεία από τον συνδυασμό διαφορετικών αποδόσεων με αποτέλεσμα να δημιουργεί έναν χάρτη από εισόδους-εξόδους. Αυτή η προσέγγιση είναι πιο συναφής με τον κανόνα του Thorndike και χρησιμοποιείται πιο πολύ στα νευρωνικά δίκτυα.

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σύστημα το οποίο αλληλεπιδρά με το περιβάλλον ενός προβλήματος. Έστω ότι το πρόβλημα παρέχει ένα σύνολο X από διακριτά δεδομένα-διανύσματα $\mathbf{x}(t)$, όπου t είναι η παράμετρος του χρόνου (η διακριτή μεταβλητή). Την χρονική στιγμή $t=0,1,2,\dots$ το περιβάλλον βρίσκεται στο στάδιο $\mathbf{x}(t)$ όπου $\mathbf{x}(t) \in X$. Όταν περάσει στο δίκτυο το διάνυσμα $\mathbf{x}(t)$ της χρονικής στιγμής t τότε αυτό σημειώνει μια δράση $\mathbf{a}(t)$ η οποία επιλέγεται από ένα πεπερασμένο σύνολο πιθανών δράσεων A οι οποίες

μπορεί να εξαρτώνται από το $\mathbf{x}(t)$. Η δράση $\mathbf{a}(t)$ επηρεάζει το περιβάλλον που την προκάλεσε ώστε να κάνει μια μετατροπή από την φάση $\mathbf{x}(t)$ σε μια καινούρια φάση \mathbf{y} με έναν ανεξάρτητο από τις προηγούμενες δραστηριοποιήσεις τρόπο. Έστω $p_{xy}(\mathbf{a})$ η πιθανότητα να συμβεί η συγκεκριμένη μετατροπή η οποία εξαρτάται από την δράση $\mathbf{a}(t)$. Αφού παρουσιαστεί η δράση $\mathbf{a}(t)$ το σύστημα εκμάθησης λαμβάνει μια ενίσχυση $r(t+1)$ η οποία ορίζεται τυχαία και εξαρτάται από την φάση $\mathbf{x}(t)$ και την δράση $\mathbf{a}(t)$. Υποθέτουμε ότι η αλυσίδα των παραπάνω γεγονότων μπορεί να συνεχιστεί για έναν απεριόριστο αριθμό χρονικών βημάτων.

Το ζητούμενο του reinforcement learning είναι να βρει μια τακτική σύμφωνα με την οποία θα επιλέγει την αλυσίδα των δράσεων η οποία θα είναι στατιστικά η βέλτιστη. Περιοριζόμαστε σε μια σταθερή τακτική η οποία ορίζει τις δράσεις βασιζόμενη μόνο στην εκάστοτε φάση του περιβάλλοντος. Συγκεκριμένα υποθέτουμε ότι η πιθανότητα το περιβάλλον να κάνει μια μετατροπή από την φάση $\mathbf{x}(t)$ στην φάση \mathbf{y} την χρονική στιγμή $t+1$, δεδομένου ότι έχει περάσει προηγουμένως από τις φάσεις $\mathbf{x}(0)$, $\mathbf{x}(1)$, ..., και ότι έχουν γίνει οι αντίστοιχες δράσεις $\mathbf{a}(0)$, $\mathbf{a}(1)$, ..., εξαρτάται από την τρέχουσα φάση $\mathbf{x}(t)$ και την αντίστοιχη δράση $\mathbf{a}(t)$ όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned} & \text{Pr ob} \{ \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{y} / \mathbf{x}(0), \mathbf{a}(0); \mathbf{x}(1), \mathbf{a}(1); \dots; \mathbf{x}(t), \mathbf{a}(t); \} \\ & = \text{Pr ob} \{ \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{y} / \mathbf{x}(t), \mathbf{a}(t); \} \end{aligned}$$

Η σειρά με τα βήματα που παράγεται συνιστά την πρώτης τάξης αλυσίδα του Markov (Bertsekas, 1987) με τις πιθανότητες μετατροπής $p_{xy}(\mathbf{a})$. Υποθέτοντας ότι το δίκτυο βρίσκεται αρχικά στην φάση $\mathbf{x}(0)=\mathbf{x}$, ένα φυσικό μέτρο της απόδοσης του δικτύου είναι η συνάρτηση εκτίμησης που ορίζεται παρακάτω (Barto et al., 1990):

$$J(\mathbf{x}) = E \left[\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r(k+1) / \mathbf{x}(0) = \mathbf{x} \right]$$

όπου ο τελεστής E χρησιμοποιείται σύμφωνα με την τακτική που χρησιμοποιήθηκε από το σύστημα για την επιλογή των δράσεων. Το άθροισμα καλείται *cumulative discounted reinforcement*. Ο όρος $r(k+1)$ είναι η ενίσχυση που προέρχεται από το περιβάλλον μετά από την δράση $a(k)$ του συστήματος. Αυτή μπορεί να είναι είτε θετική, είτε αρνητική, είτε μηδενική. Ο όρος γ ονομάζεται *discount-rate parameter* και η τιμή του κειμένεται στο διάστημα $0 \leq \gamma < 1$. Ρυθμίζοντας το γ μπορούμε να ελέγξουμε τον βαθμό στον οποίο το σύστημα ευθύνεται για τις δράσεις του. Συγκεκριμένα όταν $\gamma=0$ το άθροισμα της παραπάνω εξίσωσης ελαττώνεται απότομα στο $r(1)$ χάρη στην πρώτη δράση $a(0)$. Αν απεναντίας $\gamma=1$ το άθροισμα γενικά μπορεί να μην είναι πεπερασμένο, γι' αυτό η χρήση του $\gamma=1$ αποφεύγεται.

Η βασική ιδέα του *reinforcement learning* είναι η εκτίμηση της συνάρτησης $J(\mathbf{x})$ έτσι ώστε να προβλέψει το άθροισμα της που θα έχει σε επόμενα στάδια.

Σύγκριση της εκπαίδευσης υπό επίβλεψη με την εκπαίδευση με ενίσχυση (Supervised versus Reinforcement Learning)

Το μέτρο της απόδοσης που χρησιμοποιείται στην εκπαίδευση υπό επίβλεψη ορίζεται σαν ένα σύνολο από στόχους (επιθυμητή απόκριση) το οποίο καθορίζει ένα κριτήριο σφάλματος (μέσο τετραγωνικό σφάλμα). Μπορούμε να πούμε δηλαδή ότι ένα σύστημα που έχει αυτό το μέτρο είναι ένα διδακτικό σύστημα που λειτουργεί με ανάδραση. Σε αντίθεση στην εκπαίδευση με ενίσχυση προβάλλεται το πρόβλημα βελτίωσης της απόδοσης και κατά συνέπεια η εκπαίδευση στην βάση οποιουδήποτε μέτρου του οποίου οι τιμές μπορούν να εφοδιάσουν το σύστημα. Μπορούμε να πούμε δηλαδή ότι το σύστημα εκπαίδευσης με ενίσχυση είναι ένα σύστημα εκτίμησης που επίσης λειτουργεί με ανάδραση.

Για να γίνουμε πιο ακριβείς σε ένα επιβλεπόμενο σύστημα το σύνολο των παραδειγμάτων καθοδηγεί το δίκτυο με άμεσες πληροφορίες για το πώς πρέπει να αλλάξει τις παραμέτρους του ώστε να βελτιώσει την απόδοση του. Αυτές οι πληροφορίες είναι από την φύση τους τοπικές (συγκεκριμένες για κάθε διάνυσμα εισόδου), δίνουν δηλαδή μια στιγμιαία εκτίμηση της κλίσης της επιφάνειας σφάλματος η οποία απαντά στο καθοριστικό ερώτημα: Ποια είναι η κατάλληλη κατεύθυνση ως προς την οποία το σύστημα πρέπει να αλλάξει τις ελεύθερες του παραμέτρους ώστε να βελτιώσει την απόδοση του; Σε αντίθεση σε ένα σύστημα ενίσχυσης δεν υπάρχει κάποιο σύνολο με παραδείγματα το οποίο θα δίνει πληροφορίες για την κλίση κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Οι μόνες διαθέσιμες πληροφορίες είναι αυτές που αντιπροσωπεύονται από την ενίσχυση που παίρνουμε από το περιβάλλον. Παρά το γεγονός ότι η ενίσχυση είναι βαθμωτό μέγεθος ενώ η κλίση είναι διάνυσμα, αυτό που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι η πληροφορία που εμπειρεύεται στην ενίσχυση είναι μια εκτίμηση της συμπεριφοράς αλλά η ίδια δεν δείχνει αν μπορεί να υπάρξει βελτίωση ή με ποιο τρόπο θα μπορούσε να αλλάξει η απόδοση του συστήματος (Barto, 1992).

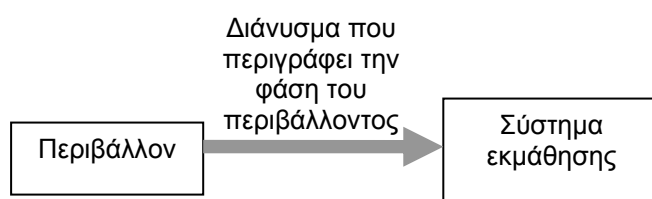
Προκειμένου να εξασφαλίσει άμεσες πληροφορίες ένα σύστημα που λειτουργεί με ενίσχυση διενεργεί μια έρευνα μέσα στο περιβάλλον επιστρατεύοντας την συνδυασμένη χρήση δοκιμών, σφάλματος και εκ των υστέρων αξιοποίησης. Με αυτή του την προσπάθεια το σύστημα καθυστερεί στην εφαρμογή του για τον λόγο ότι η αλλαγή στην συμπεριφορά του ώστε να εξασφαλίσει τις άμεσες πληροφορίες που χρειάζεται είναι σε αντιπαράθεση με τον τρόπο με τον οποίο οι πληροφορίες αυτές διατίθενται ώστε να αλλάξει η συμπεριφορά του συστήματος και να βελτιωθεί η απόδοση του. Αυτό το φαινόμενο καλείται σύγκρουση μεταξύ αναγνώρισης και ελέγχου (Barto, 1992), ή αλλιώς αντιπαράθεση μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης πληροφοριών (Thrun, 1992; Holland, 1975). Εκφράζοντας λίγο διαφορετικά το παραπάνω φαινόμενο μπορούμε να δούμε ότι υπάρχει πάντα μια αντιπαράθεση μεταξύ των εξής δύο παραγόντων (Barto, 1992):

1. Η πρόθεση να γίνει χρήση της ήδη υπάρχουσας γνώσης που αφορά τις παραλείψεις και τα λάθη που προέκυψαν από την δράση του συστήματος.
2. Η πρόθεση να αποκτήσουμε επιπλέον γνώση από τις συνέπειες της δράσης του συστήματος έτσι ώστε να γίνονται πιο ορθές επιλογές σε επόμενες εφαρμογές.

Η καλύτερη απόφαση που αφορά τον ένα παράγοντα δεν είναι πάντα και η καλύτερη για τον άλλο παράγοντα. Αυτή η συγκρουόμενη συμπεριφορά απουσιάζει από τα συστήματα που λειτουργούν υπό επίβλεψη.

Unsupervised Learning

Στην εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη ή αλλιώς εκπαίδευση η οποία οργανώνεται από μόνη της, δεν υπάρχει εξωτερική βοήθεια ή κάποιο κριτήριο το οποίο θα επιβλέπει την διαδικασία [σχήμα 3.29]. Δηλαδή δεν υπάρχουν συγκεκριμένα παραδείγματα που να δίνουν στοιχεία για την υποκείμενη συνάρτηση τα οποία θα αφομοιώνονταν στο δίκτυο. Αντί για κάτι τέτοιο παρέχεται στο δίκτυο ένα ανεξάρτητο από το πρόβλημα μέτρο το οποίο αφορά την ποιότητα της αναπαράστασης την οποία υποτίθεται ότι το δίκτυο θα αφομοιώσει, ενώ οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου βελτιστοποιούνται σύμφωνα με αυτό το μέτρο. Αφότου το δίκτυο εναρμονιστεί με τις στατιστικές κανονικότητες των δεδομένων-εισόδων, καθίσταται ικανό να δημιουργεί εσωτερικές απεικονίσεις των κωδικοποιημένων χαρακτηριστικών της εισόδου και συνεπώς να δημιουργεί αυτόματα νέες κλάσεις (Becker, 1991).



Σχήμα 3. 29: Διάγραμμα της εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη .

Για να πετύχουμε εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα competitive learning. Για παράδειγμα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο αποτελείται από δυο επίπεδα νευρώνων. Το πρώτο θα είναι το επίπεδο εισόδου και το δεύτερο θα είναι το competitive επίπεδο. Το επίπεδο εισόδου παίρνει τα δεδομένα εισόδου. Το competitive επίπεδο αποτελείται από νευρώνες οι οποίοι συναγωνίζονται μεταξύ τους για την ευκαιρία να ενεργοποιηθούν-αποκριθούν σε χαρακτηριστικά που υπάρχουν στα δεδομένα εισόδου. Στην απλούστερη του μορφή το δίκτυο λειτουργεί σύμφωνα με την στρατηγική “winner-takes-all” κατά την οποία επικρατεί ο νευρώνας με την μεγαλύτερη συνολική είσοδο και η έξοδος του αλλάζει στην φάση “on” ενώ όλοι οι υπόλοιποι νευρώνες τρέπονται στην φάση “off”.

Σύγκριση της εκπαίδευσης υπό επίβλεψη με την εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη (Supervised versus Unsupervised Learning)

Ανάμεσα στους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται για την υπό επίβλεψη εκπαίδευση ενός δικτύου ο αλγόριθμος back-propagation εμφανίζεται ως ο πιο ευρέως διαδεδομένος αλγόριθμος για την σχεδίαση ενός πολυεπίπεδου feed-forward δικτύου. Η δράση του αλγορίθμου εμφανίζει δύο φάσεις: την φάση της δράσης και την φάση της ανάδρασης. Στην πρώτη φάση η εκάστοτε είσοδος διαδίδεται μέσα στο δίκτυο από επίπεδο σε επίπεδο για να παραχθεί στο τέλος μια απόκριση, η έξοδος του δικτύου. Η έξοδος αυτή συγκρίνεται με την επιθυμητή έξοδο-στόχο με αποτέλεσμα να παραχθεί ένα σφάλμα το οποίο στην συνέχεια θα χρησιμοποιήσει η δεύτερη φάση προς την αντίθετη κατεύθυνση μέσα στο δίκτυο. Στην δεύτερη φάση οι ελεύθερες παράμετροι του δικτύου τροποποιούνται με τρόπο τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων. Ο αλγόριθμος αυτός έχει προταθεί και εφαρμοστεί με επιτυχία για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων όπως το πρόβλημα της μετατροπής προφορικού λόγου σε γραπτό κείμενο (Sejnowski and Rosenberg, 1987), και το πρόβλημα

της μετατροπής χειρόγραφου κειμένου σε ψηφιακό κείμενο (LeCun et al., 1990a). Δυστυχώς οι δυνατότητες του ο back-propagation αλγόριθμου όπως και των άλλων υπό επίβλεψη αλγόριθμων εκπαίδευσης μπορεί να περιορίζονται από την ελλιπή σε έλεγχο συμπεριφορά τους. Για να κατανοήσουμε αυτόν τον περιορισμό θεωρούμε ότι έχουμε ένα παράδειγμα πολυεπίπεδου feed-forward δικτύου το οποίο αποτελείται από L επίπεδα υπολογισμών. Η επίδραση του βάρους μίας σύναψης που βρίσκεται στο πρώτο επίπεδο στην έξοδο του δικτύου εξαρτάται από τις αλληλεπιδράσεις του με περίπου F_i^L άλλα βάρη συνάψεων, όπου F_i^L είναι ο μέσος όρος των συνδέσεων των νευρώνων μέσα στο δίκτυο. Έτσι όσο το μέγεθος του δικτύου αυξάνει, δηλαδή όσο αυξάνει το F_i^L ή το L ή και τα δύο, τόσο το δίκτυο γίνεται πιο πολύπλοκο υπολογιστικά και ο χρόνος που απαιτείται για την εκπαίδευσή του αυξάνει εκθετικά, ενώ η ίδια η διαδικασία γίνεται πολύ αργή.

Μια πιθανή λύση στο πρόβλημα αυτό είναι η χρήση της διαδικασίας χωρίς επίβλεψη. Συγκεκριμένα αν μπορέσουμε να εφαρμόσουμε μια διαδικασία η οποία θα οργανώνεται χωρίς καθοδήγηση σειριακά ένα επίπεδο κάθε φορά είναι δυνατόν να εκπαιδεύσουμε πιο ουσιαστικά ένα δίκτυο εφαρμόζοντας την διαδικασία αυτή σε χρόνο που είναι γραμμικός ως προς τον αριθμό των επιπέδων. Επίσης εκμεταλλευόμενοι την ικανότητα της αυτό-οργάνωσης του δικτύου να δημιουργεί εσωτερικές απεικονίσεις οι οποίες μοντελοποιούν την υποκείμενη δομή των δεδομένων της εισόδου πιο απλά και αναλυτικά, ευελπιστούμε ότι θα ήταν πιο εύκολο να εξηγηθεί η τροποποιημένη έκδοση των σημάτων της εισόδου κι έτσι οι ορθές αποκρίσεις-έξοδοι του δικτύου θα μπορούσαν να συσχετιστούν με τις εσωτερικές απεικονίσεις του περιβάλλοντος πιο γρήγορα (Becker, 1991). Το συμπέρασμα είναι ότι ο συνδυασμός της διαδικασίας εκπαίδευσης υπό επίβλεψη και της διαδικασίας εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη μπορεί να δώσει μια πιο καλά αποδεκτή λύση από όσο μπορεί μόνη της να δώσει η εκπαίδευση υπό επίβλεψη ειδικά στην περίπτωση που το μέγεθος του δικτύου είναι αρκετά μεγάλο (Jacobs and Jordan, 1991; Nowlan and Hinton, 1991; deSa and Ballard, 1992).

3.13 Ο στόχος της Εκπαίδευσης των Νευρωνικών Δικτύων

Η επιλογή ενός συγκεκριμένου τρόπου εκπαίδευσης συνδέεται άμεσα με τον στόχο που θέλουμε να πετύχουμε, δηλαδή με τον τρόπο που θέλουμε το δίκτυο να λειτουργήσει. Εδώ θα δούμε τους βασικούς στόχους που μπορεί ένα νευρωνικό δίκτυο να πετύχει και οι οποίοι δικαιολογούν και την επιλογή της εφαρμογής τους.

1. Προσέγγιση

Υποθέτουμε ότι μας δίνεται μια μη γραμμική χαρτογράφηση των εισόδων και εξόδων ενός προβλήματος. Δηλαδή ένα σύνολο από δεδομένα ενός προβλήματος τα οποία περιγράφονται από μια συνάρτηση:

$$d = g(x)$$

όπου x είναι η είσοδος και d είναι η έξοδος. Η συνάρτηση $g(x)$ μας είναι άγνωστη. Η απαίτησή είναι να σχεδιαστεί ένα νευρωνικό δίκτυο το οποίο θα προσεγγίζει την μη γραμμική εξίσωση $g(\cdot)$ με δεδομένα ένα σύνολο από παραδείγματα ζεύγη εισόδων εξόδων (x_1, d_1) , (x_2, d_2) , ... , (x_N, d_N) . Οι προδιαγραφές αυτού του προβλήματος το καθιστούν κατάλληλο υποψήφιο για εκπαίδευση με ένα υπο επίβλεψη σύστημα όπου x_i θα είναι το διάνυσμα εισόδου και d_i θα είναι η επιθυμητή απόκριση όπου $i=1,2, \dots, N$. Μπορούμε να δούμε δηλαδή την υπό επίβλεψη εκπαίδευση σαν ένα πρόβλημα προσέγγισης.

2. Συσχέτιση

Ο στόχος σε αυτή την περίπτωση μπορεί να πάρει μια από τις δύο μορφές, αυτό-συσχέτιση ή εταίρο-συσχέτιση. Στην περίπτωση αυτό-συσχέτισης απαιτείται από το νευρωνικό δίκτυο να υποθηκεύσει ένα σύνολο

από δείγματα-διανύσματα τα οποία του παρέχονται επανειλημμένα. Κατά συνέπεια το δίκτυο λαμβάνει μια μερική περιγραφή ή αλλιώς μια θορυβώδη έκδοση του αρχικού δείγματος και ο στόχος του είναι να ανακαλέσει την συγκεκριμένη αρχική μορφή του δείγματος. Η περίπτωση της εταίρο-συσχέτισης διαφέρει από την αυτό-συσχέτιση είναι ότι ένα καθορισμένο σύνολο από δείγματα εισόδου συσχετίζονται με ένα δεύτερο σύνολο από δείγματα εξόδου. Η αυτό-συσχέτιση ανταποκρίνεται στο σύστημα εκπαίδευσης χωρίς επίβλεψη ενώ ο τύπος της εκπαίδευσης για την περίπτωση της εταίρο-συσχέτισης είναι αυτός της επιβλεπόμενης εκπαίδευσης.

3. Διαχωρισμός δειγμάτων σε κλάσεις

Όταν ο στόχος του δικτύου είναι να κατατάξει σε κλάσεις ένα σύνολο από δείγματα τότε υπάρχει δεδομένο ένα σύνολο από κλάσεις στις οποίες θα καταταγούν τα δεδομένα δείγματα. Το νευρωνικό δίκτυο πρώτα υποβάλλεται στην διαδικασία της εκπαίδευσης κατά την οποία λαμβάνει επανειλημμένα ένα σύνολο από δείγματα μαζί με την αντίστοιχη τους κλάση στην οποία ανήκουν. Στη συνέχεια λαμβάνει μια καινούρια είσοδο, ένα καινούριο δείγμα από τον ίδιο πληθυσμό το οποίο όμως δεν του έχει παρουσιαστεί προηγουμένως κατά την φάση της εκπαίδευσης. ο στόχος του δικτύου είναι να κατατάξει ορθά την καινούρια είσοδο. Το πρόβλημα όπως περιγράφεται εδώ είναι ένα πρόβλημα στο οποίο η εκπαίδευση γίνεται με επιτήρηση. Το πλεονέκτημα που έχει ένα νευρωνικό δίκτυο στην επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος είναι ότι μπορεί να πάρει αποφάσεις που αφορούν διάφορες κλάσεις οι οποίες δεν περιορίζονται από γραμμικά όρια με έναν μη παραμετρικό τρόπο και κατά συνέπεια παρέχει μια πρακτική μέθοδο για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων που αφορούν κατάταξη σε κλάσεις ειδικά στην περίπτωση που δεν υπάρχει γνώση εκ των προτέρων (a priori) για τις κατηγορίες στις οποίες τα δείγματα καλούνται να καταταχθούν. Στην τελευταία αυτή περίπτωση συνηθίζεται η εκπαίδευση χωρίς επίβλεψη στον ρόλο του adaptive feature extraction or clustering πριν την κατάταξη των δειγμάτων σε κλάσεις.

4. Πρόβλεψη

Η πρόβλεψη είναι μια από τις σημαντικές ιδιότητες της εκμάθησης και κατανόησης του περιβάλλοντος στο οποίο αναφερόμαστε. Πρόκειται για το πρόβλημα της επεξεργασίας σήματος στο οποίο έχουμε στην διάθεσή μας ένα σύνολο από M παραδείγματα που έχουν καταγραφεί $x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-M)$ τα οποία είναι συνήθως ομοιόμορφα κατανεμημένα στον χρόνο και το ζητούμενο είναι να προβλέψουμε το επόμενο δείγμα $x(t)$. Το πρόβλημα της πρόβλεψης μπορεί να επιλυθεί με την χρήση είτε του αλγορίθμου διόρθωσης σφάλματος (error-correction learning) είτε με κάποιον αλγόριθμο χωρίς επίβλεψη από την άποψη ότι τα δείγματα που θα χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτύου λαμβάνονται με την πάροδο του ίδιου του χρόνου. Συγκεκριμένα το δείγμα $x(t)$ αντιπροσωπεύει την επιθυμητή απόκριση και δεδομένης της ακριβούς απόκρισης $x^\wedge(t)$ του δικτύου η οποία παράγεται από το σύνολο των προηγούμενων δειγμάτων $x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-M)$, μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα της πρόβλεψης

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t | t-1, \dots, t-M)$$

και έτσι να χρησιμοποιήσουμε την εκπαίδευση διόρθωσης σφάλματος για να τροποποιήσουμε τις ελεύθερες παραμέτρους του δικτύου. Μπορούμε να δούμε την πρόβλεψη σαν έναν τρόπο σχεδίασης μοντέλων από την άποψη ότι όσο πιο μικρό καταφέρουμε να κάνουμε το σφάλμα από στατιστική άποψη, τόσο καλύτερα το δίκτυο θα αντιπροσωπεύει το πραγματικό μοντέλο της υποκείμενης διαδικασίας η οποία παράγει κατά το πέρασ του χρόνου τα συγκεκριμένα δείγματα. Όταν αυτή η διαδικασία είναι μη γραμμική η χρήση ενός νευρωνικού δικτύου αποτελεί μια δυναμική μέθοδο για την επίλυση του προβλήματος της πρόβλεψης χάριν στην ιδιότητα των δομικών του μονάδων να λειτουργούν μη-γραμμικά. Η μοναδική εξαίρεση στην χρήση μονάδων που λειτουργούν μη-γραμμικά αποτελεί η μονάδα εξόδου του δικτύου η οποία λειτουργεί στην γραμμική της περιοχή. Με αυτή την διάταξη το δυναμικό εύρος της εξόδου να ταιριάζει με αυτό της εισόδου. Επιπλέον συμφωνεί με την

υπόθεση ότι το σφάλμα προέρχεται από την καθαρά Γκαουσιανή κατανομή του θορύβου. Η επιπλοκή που μπορεί να παρουσιάσει ένα τέτοιο μοντέλο είναι ότι όλη η πληροφορία που υπάρχει στην σειρά των δεδομένων τα οποία αποτελούν την είσοδο είναι αποτέλεσμα της διαδικασίας της πρόβλεψης με αποτέλεσμα τα δείγματα που χρησιμοποιούνται στην διαδικασία της πρόβλεψης του σφάλματος να είναι στατιστικά ανεξάρτητα, μια συνθήκη η οποία ικανοποιείται από δείγματα που αποτελούν μια καθαρά Γκαουσιανή κατανομή του θορύβου.

5. Έλεγχος

Ο έλεγχος μιας διαδικασίας είναι ένας άλλος στόχος ο οποίος θέτει σε πλεονεκτική θέση την χρήση ενός νευρωνικού δικτύου. Αυτό δεν πρέπει να μας εκπλήσσει γιατί τελικά και ο ανθρώπινος εγκέφαλος είναι ένας υπολογιστής (επεξεργαστής πληροφορίας) η έξοδος του οποίου σαν ολοκληρωμένο σύστημα είναι οι αντιδράσεις. πραγματικά στην περίπτωση που στόχος μας είναι ο έλεγχος, ο εγκέφαλος είναι το ζωντανό παράδειγμα που δείχνει ότι είναι δυνατή η κατασκευή ενός γενικού ελεγκτή ο οποίος θα επωφελείται πλήρως από την παράλληλα κατανεμημένη δομή των μονάδων του και θα μπορεί να καθοδηγεί χιλιάδες μηχανισμούς παράλληλα και οι οποίοι θα μπορούν να ανταποκριθούν σε μη γραμμικά προβλήματα και στον θόρυβο και επίσης θα μπορούν να βελτιστοποιηθούν μακροπρόθεσμα (Werbos, 1992). Ο όρος neurocontrol εισήχθητε από τον Werbos για να αναφερθεί με αυτόν στην κλάση των ελεγκτών που χρησιμοποιούσαν νευρωνικά δίκτυα. Για να διαφωτίσουμε μια συγκεκριμένη μορφή ελέγχου νευρώνων υποθέτουμε ότι έχουμε ένα άγνωστο μη γραμμικό σύστημα που ορίζεται ως εξής:

$$Plant : \{u(t), y(t)\}$$

όπου $u(t)$ είναι η ελεγχόμενη είσοδος και $y(t)$ είναι η απόκριση που προκύπτει. Υποθέτουμε ακόμα ότι έχουμε επιλέξει ένα μοντέλο αναφοράς το οποίο ορίζεται από:

Μοντέλο αναφοράς: $\{r(t), d(t)\}$

όπου $r(t)$ είναι η είσοδος αναφοράς και $d(t)$ είναι η επιθυμητή απόκριση. Στο model reference adaptive control (MRAC) το ζητούμενο είναι να ορίσουμε μια οριοθετημένη ελεγχόμενη είσοδο $u(t)$ για κάθε χρόνο $t \geq 0$ όπως (Narendra and Annaswamy, 1989)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |d(t) - y(t)| = 0$$

Σε αυτή την περίπτωση το plant ακολουθεί μια επιθυμητή τροχιά η οποία ορίζεται από το μοντέλο αναφοράς. Οι Parthasarathy και Narendra έδειξαν ότι μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα προσαρμόσιμο μοντέλο ελέγχου χρησιμοποιώντας υπό επίβλεψη νευρωνικά δίκτυα έτσι ώστε ολόκληρο το σύστημα να είναι ασυμπτωτικά σταθερό. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το adaptive heuristic critic, ένα είδος εκπαίδευσης με ενίσχυση το οποίο είναι ένα μέσο που λειτουργεί σαν ελεγκτής νευρώνων.

ΕΙΔΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται η υλοποίηση της εφαρμογής. Παρατίθενται τα αρχικά δεδομένα, καθορίζονται οι παράμετροι που τελικά επιλέχθηκαν για χρήση και ακολουθεί ανάλυση και συνδυασμός τους για την χρήση τους από το δίκτυο που σχεδιάστηκε. Έμφαση δίνεται στην μοντελοποίηση του αστιγματισμού ο οποία ήταν καθοριστική για την απόδοση του δικτύου. Αναλύεται ακόμα το σφάλμα που προέκυψε στις περιπτώσεις που έχουμε διαθέσιμες και παρατίθενται στατιστικά στοιχεία για αυτό. Ακολουθεί η σχεδίαση του δικτύου καθώς και οι δοκιμές που έγιναν για την επιλογή ενός κατάλληλου δικτύου με ικανοποιητική απόδοση για την εφαρμογή.

4.2 Το περιβάλλον του προβλήματος

Για την εφαρμογή υπήρχαν διαθέσιμα τα αρχεία του ΒΕΜΜΟ όπου καταχωρούνται τα στοιχεία της κάθε περίπτωσης διαθλαστικής επέμβασης μέσα από τα οποία επιλέχθηκε ένας αριθμός από περιπτώσεις οι οποίες αποτέλεσαν τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν στην προσπάθεια αυτή. Η

επιλογή των συγκεκριμένων δειγμάτων έγινε τυχαία με μόνο ίσως κριτήριο την πληρότητα των φακέλων ως προς τις παραμέτρους που αναζητήθηκαν.

Επιλέχθηκαν για χρήση συγκεκριμένες μεταβλητές-παραμέτρους οι οποίες εικάζεται ότι επηρεάζουν το διαθλαστικό αποτέλεσμα και υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να συνεισφέρουν και στην απόκλισή του από το επιθυμητό.

Συγκεντρώθηκε ένα σύνολο από 292 περιπτώσεις με 17 παραμέτρους. Οι παράμετροι-μεταβλητές για το κάθε περιστατικό φαίνονται στον πίνακα 4.1. Για τέσσερις διαφορετικές μεθόδους διαθλαστικής επέμβασης (Lasik, Prk, Epi-Lasik, Prk-mpc) υπήρχαν δεδομένα για το φύλο την ηλικία την ζώνη φωτοαποδόμησης, το πάχος του κερατοειδή προ-εγχειρητικά, την ενδοφθάλμια πίεση και πληροφορίες για το ενδεχόμενο να ακολουθούσε ο ασθενής κάποια φαρμακευτική αγωγή ενώ για κάποιες από τις περιπτώσεις που εφαρμόστηκε η τεχνική Lasik υπήρχαν δεδομένα και για το πάχος του flap που αποκόπηκε κατά την επέμβαση. Για κάθε περίπτωση υπήρχαν επίσης και οι μετρήσεις για το διαθλαστικό σφάλμα προ-εγχειρητικά, μετεγχειρητικά καθώς επίσης και η επιθυμητή διόρθωση. Για το διαθλαστικό σφάλμα μετεγχειρητικά επιλέχθηκαν μετρήσεις που έγιναν τρεις μήνες μετά την επέμβαση, χρονικό διάστημα μετά από το οποίο θεωρητικά σταθεροποιείται το διαθλαστικό αποτέλεσμα. Σημειώνεται ότι το διαθλαστικό σφάλμα δίνεται στην μορφή ενός τρισδιάστατου διανύσματος, όπου η πρώτη μεταβλητή είναι το σφαιρικό σφάλμα, σε διοπτρίες, και οι άλλες δύο είναι ο αστιγματισμός-κύλινδρος ο οποίος δίνεται σαν διδιάστατο διάνυσμα στην μορφή μέτρο σε διοπτρίες με κάποια κατεύθυνση σε μοίρες. Στα δεδομένα υπήρχαν περιπτώσεις μυωπίας (αρνητικό σφαιρικό σφάλμα) και υπερμετρωπίας (θετικό σφαιρικό σφάλμα). Για τον αστιγματισμό υπήρχαν περιπτώσεις αστιγματισμού κατά τον κανόνα (μεγαλύτερη καμπυλότητα του κερατοειδή στον οριζόντιο άξονα) και περιπτώσεις αστιγματισμού παρά τον κανόνα (μεγαλύτερη καμπυλότητα του κερατοειδή στον κάθετο άξονα).

Το σύνολο αυτό των δεδομένων αποτέλεσε το περιβάλλον του προβλήματός. Αυτά τα δεδομένα μελετήθηκαν τόσο στατιστικά όσο και ποιοτικά και τα αποτελέσματα και συμπεράσματα που εξάχθηκαν οδήγησαν

σε ένα κατάλληλο φιλτράρισμα από το οποίο προέκυψε το κατάλληλο δείγμα που χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή.

Τα αρχικά δεδομένα		
	Μεταβλητή	Σχόλια - Μοντελοποίηση
1	Τεχνική	Τύπος της διαθλαστικής επέμβασης 1=LASIK 2=PRK 3=EPI-LASIK 4=PRK-MMC
2	Φύλο	0=Αντρας 1=Γυναίκα
3	Ηλικία	
4	Ζώνη	Η διάμετρος της ζώνης πάνω στον κερατοειδή όπου έγινε η διόρθωση.
5	Πάχος του κερατοειδή	Πριν από την επέμβαση
6	Ενδοφθάλμια πίεση	Μετρημένη με το τονόμετρο Goldman
7	Πάχος του Flap	Το πάχος του flap στην περίπτωση που αφαιρείται ή ανασηκώνεται για τις περιπτώσεις LASIK. (Για κάποιες από τις περιπτώσεις δεν έχουμε τιμές του flap. Δεν έχει καταγραφεί για όλες τις περιπτώσεις LASIK.)
8	Φάρμακα	0=Δεν παίρνει κανένα φάρμακο ή αν παίρνει τότε αυτό σίγουρα δεν επηρεάζει. 1=Παίρνει κάποιο φάρμακο το οποίο υπάρχει πιθανότητα να επηρεάζει το αποτέλεσμα. Κάτι τέτοιο όμως δεν έχει παρατηρηθεί ούτε εμπειρικά.
9	s-pre c-pre a-pre	Το διαθλαστικό σφάλμα πριν την επέμβαση.
10	s-att c-att a-att	Η επιθυμητή διαθλαστική διόρθωση.
11	s-post c-post a-post	Διαθλαστικό σφάλμα 3 μήνες μετά από την επέμβαση

Πίνακας 4. 1

4.3 Ανάλυση των αρχικών δεδομένων

Όπως αναφέρεται και στην θεωρία των νευρωνικών δικτύων η δομή-αρχιτεκτονική του τεχνητού νευρωνικού δικτύου είναι άμεσα συνδεδεμένη με το εκάστοτε πρόβλημα, τα χαρακτηριστικά του οποίου συμβάλλουν στην σχεδίαση του συστήματος. Εκ των προτέρων γνώσεις και πληροφορίες που υπάρχουν για το περιβάλλον του προβλήματός είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται για να γίνεται πιο ακριβής η σχεδίαση του δικτύου που θα απευθύνεται στο πρόβλημα ώστε να αποφεύγεται η δημιουργία ενός γενικού δικτύου για το οποίο αυξάνονται οι πιθανότητες να παρουσιάζει μεγάλα σφάλματα και να αποκλίνει σημαντικά από την απόδοση που επιθυμούμε να έχει.

Το σύνολο των δεδομένων που περιγράφουν το περιβάλλον του προβλήματος πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικό της όλης συμπεριφοράς του προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές μας θα πρέπει να είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο πεδίο ορισμού του προβλήματος. Δηλαδή να υπάρχουν παραδείγματα περιπτώσεων τα οποία καλύπτουν ομοιόμορφα όσο το δυνατόν πιο πολλές από τις περιπτώσεις που είναι δυνατόν να υπάρξουν στο φυσικό πρόβλημα.

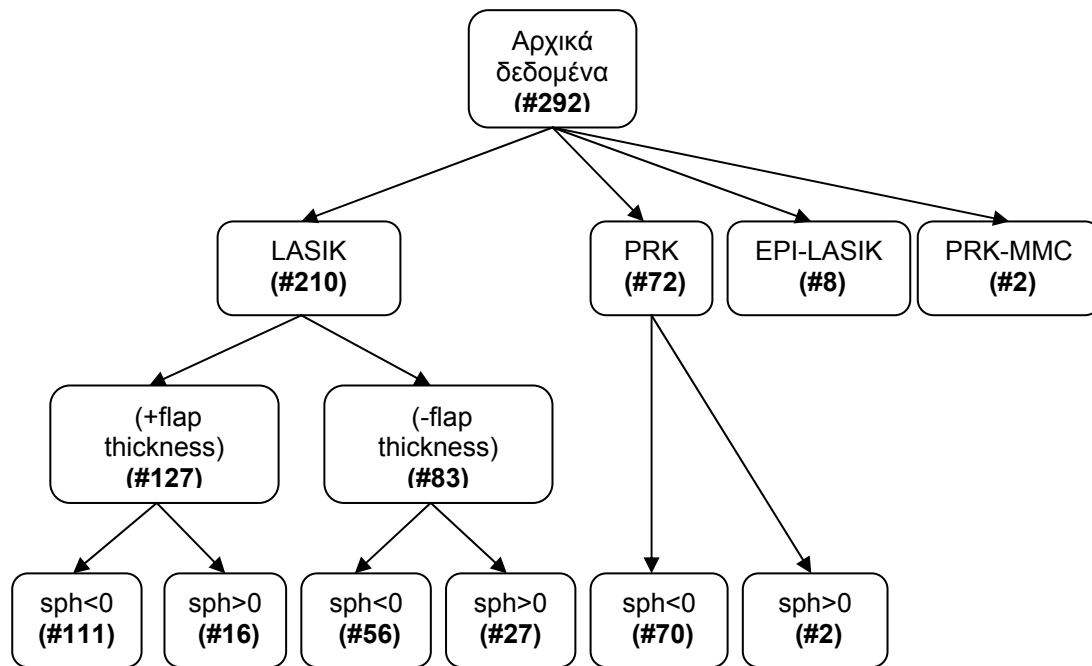
Στην συγκεκριμένη περίπτωση τα δεδομένα που ήταν διαθέσιμα έχουν επιλεγεί τυχαία και αυτό αυξάνει την πιθανότητα να μην υπάρχει το κατάλληλο σύνολο δεδομένων-παραδειγμάτων για να εκπαιδεύσουμε το δίκτυό που θα σχεδιάσουμε. Για τον λόγο αυτό σαν πρώτο στάδιο έγινε μια προσπάθεια διαχωρισμού των δεδομένων σε διάφορες κατηγορίες κάθε μια από τις οποίες αποτελεί μια ξεχωριστή περίπτωση-κλάση του προβλήματος. Πρώτα ξεχωρίστηκαν οι διαφορετικές περιπτώσεις τεχνικής που ακολουθήθηκε κατά την επέμβαση για τον λόγο ότι έχουν έντονες διαφοροποιήσεις μεταξύ τους ως προς την διαδικασία που ακολουθείται κάτι που πιθανότατα έχει σαν αποτέλεσμα και διαφορετική απόδοση ως προς το διαθλαστικό αποτέλεσμα. Συγκεκριμένα χωρίστηκαν οι περιπτώσεις σε τέσσερα υποσύνολα. Στο πρώτο είναι οι περιπτώσεις επέμβασης με χρήση της τεχνικής LASIK (laser in situ keratomileusis), στο δεύτερο είναι οι περιπτώσεις της τεχνικής PRK

(photorefractive keratectomy), στο τρίτο οι περιπτώσεις της τεχνικής EPI-LASIK και στο τέταρτο οι περιπτώσεις της τεχνικής PRK-MMC (photorefractive keratectomy με την χορήγηση του φαρμάκου μυτομικίνη). Από αυτό τον διαχωρισμό διαπιστώθηκε ότι στο δείγμα τα πιο πολλά δεδομένα ήταν περιπτώσεις της τεχνικής LASIK (210 παραδείγματα), λιγότερα δεδομένα για την τεχνική PRK (72 παραδείγματα) και ελάχιστα δεδομένα από τις άλλες μεθόδους. Αυτή η ανομοιομορφία στα παραδείγματα απέτρεψε την χρήση του είδους της μεθόδου επέμβασης σαν μεταβλητή καθότι θα μπερδεύε το δίκτυο (ελλιπή δεδομένα για την εφαρμογή για όλες τις μεθόδους). Ενδεχομένως να ενδυναμώνονταν πιο πολύ τα βάρη που αφορούσαν τις περιπτώσεις LASIK λόγω μεγαλύτερου πλήθους δεδομένων ή ακόμα να βλέπαμε το φαινόμενο της υπερχειλίσης (το δίκτυο δεν αμύνεται στον θόρυβο που υπάρχει στα δεδομένα) ειδικά στην περίπτωση που υπάρχει αρκετός θόρυβος σε αυτά τα δεδομένα. Επίσης παρατηρήθηκε ότι για τα δεδομένα της τεχνικής LASIK για τα 127 υπάρχει η μεταβλητή για το πάχος του flap ενώ για τα υπόλοιπα 83 δεδομένα δεν υπάρχει. Το πάχος του flap εικάζεται να είναι μία σημαντική παράμετρος που συμβάλλει στο υπό μελέτη σφάλμα και η απουσία του από μέρος των περιπτώσεων αποτέλεσε σημαντικό πρόβλημα (ελλιπή δεδομένα για την εφαρμογή). Παρακάτω αναφέρεται η εφαρμογή σε όλα τα δεδομένα Lasik (με και χωρίς την μεταβλητή αυτή) αλλά κατά κύριο λόγο διαχωρίστηκαν οι δύο περιπτώσεις.

Ένα άλλο στοιχείο που διαφοροποιεί τις περιπτώσεις είναι η τιμή του σφαιρικού σφάλματος. Η κατανομή της φωτοαποδόμησης είναι διαφορετική στις περιπτώσεις που το συγκεκριμένο σφάλμα είναι αρνητικό (μυωπία) από ότι στις περιπτώσεις που το σφάλμα είναι θετικό (υπερμετρωπία). Στις περιπτώσεις μυωπίας η διοπτρική δύναμη του οφθαλμού είναι μεγαλύτερη από αυτήν που πρέπει ώστε να σχηματίζεται ένα ευκρινές είδωλο πάνω στον αμφιβληστροειδή με αποτέλεσμα οι φωτεινές ακτίνες που εισέρχονται στον οφθαλμό να εστιάζουν μπροστά από τον αμφιβληστροειδή και να δημιουργείται ένα θολό είδωλο. Στην περίπτωση επιθυμείται η μείωση της διοπτρική δύναμη του οφθαλμού και ειδικότερα η μείωση της καμπυλότητας του κερατοειδή, δηλαδή η επιπέδωση του. Έτσι η κατανομή της φωτοεκτομής εστιάζει στην κεντρική περιοχή του κερατοειδή από όπου και αφαιρεί

κερατοειδικό ιστό. Σε αντίθεση στις περιπτώσεις υπερμετρωπίας η διοπτρική δύναμη του οφθαλμού είναι μικρότερη από αυτήν που πρέπει με αποτέλεσμα οι φωτεινές ακτίνες να εστιάζουν στο πίσω μέρος του αμφιβληστροειδή. Σε αυτή την περίπτωση επιθυμείται η αύξηση της διοπτρικής δύναμης του οφθαλμού, δηλαδή η αύξηση της καμπυλότητας του κερατοειδή. Αυτό μπορεί να το επιτευχθεί με αφαίρεση κερατοειδικού ιστού από την περιφέρεια του κερατοειδή ώστε να αυξηθεί η καμπυλότητά του. Αυτές οι διαφοροποιήσεις χωρίζουν το πρόβλημά μας σε δύο κατηγορίες για τον λόγο ότι συνιστούν δύο διαφορετικά προβλήματα. Η επέμβαση γίνεται σε δύο διαφορετικές περιοχές του κερατοειδή και για αυτό πιθανότατα να υπάρχουν διαφοροποιήσεις στην απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό.

Στον πίνακα 4.2 φαίνεται αναλυτικά ο διαχωρισμός των αρχικών δεδομένων σε κλάσεις σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις καθώς και το πλήθος των δεδομένων για κάθε περίπτωση. Στην βέλτιστη περίπτωση όπου θα ήταν διαθέσιμο το ιδανικό σύνολο δεδομένων (πληρότητα δεδομένων ως προς το πεδίο ορισμού του προβλήματος) θα υπήρχε η δυνατότητα σχεδίασης ενός νευρωνικού δικτύου στο οποίο θα παρέρχονταν όλα μαζί τα αρχικά δεδομένα και θα έκανε σαν πρώτο βήμα να τον διαχωρισμό σε κλάσεις που φαίνεται στο σχήμα ώστε να μάθει να κατατάσσει καινούρια δεδομένα στις κλάσεις αυτές. Αυτό θα ήταν και μια απόδειξη του ότι πράγματι αυτές οι κλάσεις αποτελούν ξεχωριστές περιπτώσεις του προβλήματός και επίσης ότι τα χαρακτηριστικά τους πράγματι επηρεάζουν το αποτέλεσμα στην απόκλιση της διόρθωσης του διαθλαστικού σφάλματος από την επιθυμητή. Παρατηρείται όμως ότι υπάρχει έλλειψη δεδομένων από κάποιες κατηγορίες (τα δεδομένα δεν είναι αρκετά) και για αυτό θεωρήθηκαν σαν δεδομένες αυτές τις κλάσεις.



Πίνακας 4. 2: Διαχωρισμός των αρχικών δεδομένων.

4.4 Επιλογή ενός υποσυνόλου από τα αρχικά δεδομένα

Από το σύνολο των δεδομένων επιλέχθηκε μια συγκεκριμένη περίπτωση-κλάση για την εξέταση και την μελέτη της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό καθώς και για την εφαρμογή τεχνητών νευρωνικών δικτύων για την πρόβλεψη του. Συγκεκριμένα επιλέχθηκε το σύνολο των παραδειγμάτων της τεχνικής Lasik τις περιπτώσεις εκείνες όπου το σφαιρικό σφάλμα είναι αρνητικό (μυωπία) και αφαιρέθηκε από τις περιπτώσεις που υπήρχαν δεδομένα για το πάχος του flap η συγκεκριμένη μεταβλητή ώστε να δημιουργηθεί ένα σύνολο δεδομένων ικανοποιητικά μεγάλο. Δεν διαχωρίστηκαν οι δυο περιπτώσεις, με flap και χωρίς flap για τον λόγο ότι θα προέκυπταν μικρά σύνολα και θα ήταν δύσκολη η εκπαίδευση του δικτύου. Έτσι τελικά χρησιμοποιήθηκε το σύνολο των δεδομένων περιορίστηκε σε 167 περιπτώσεις. Σημειώνεται ότι από αυτά τα δεδομένα αφαιρέθηκε επίσης και την μεταβλητή που έδειχνε κατά πόσο κάποιος ασθενής έπαιρνε κάποιο φάρμακο ή όχι γιατί στα 167 δεδομένα υπήρχαν μόνο μερικές περιπτώσεις λήψης φαρμάκων και έτσι η παρουσία

αυτής της μεταβλητής δεν θα είχε καμία συνεισφορά στην συμπεριφορά του δικτύου. Η εξαίρεση της μεταβλητής αυτής επιβεβαιώθηκε και μετά από εφαρμογή της συνάρτησης “prerca” (principal component analysis) στα δεδομένα η οποία έδωσε έναν μη-σημαντικό συντελεστή σε αυτή την μεταβλητή. Παρακάτω εξηγείται αναλυτικότερα η εφαρμογή αυτής της συνάρτησης.

Στον πίνακα 4.3 φαίνονται τα δεδομένα που τελικά χρησιμοποιήθηκαν για την εφαρμογή καθώς επίσης και κάποια στατιστικά στοιχεία για αυτά. Ακολουθεί η μοντελοποίηση του προβλήματος με βάση αυτά τα δεδομένα και η χρήση τους από τεχνητά νευρωνικά δίκτυα για την υλοποίηση της εφαρμογής.

Τα δεδομένα της εφαρμογής					
Μεταβλητή	Τιμές	Ελάχιστο	Μέγιστο	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση
Φύλο	Boolean (0,1)				
Ηλικία	φυσικός (N)	17	56	29	8
Ζώνη	φυσικός (N)	5,5	8	6,64	0,37
Πάχος του κερατοειδή	φυσικός (N)	498	615	552,99	27,21
Πίεση	φυσικός (N)	7	22	14,17	3,15
s-pre <0	διοπτρίες (D)	-10.7	-0.5	-5.62	2.04
c-pre <0	διοπτρίες(D)	-4.25	0	-1.11	0.91
a-pre	μοίρες (°)	0	180	94.47	73.16
s-att <0	διοπτρίες (D)	-10.7	0	-5.43	1.98
c-att <0	διοπτρίες(D)	-4.25	0	-0.95	0.90
a-att	μοίρες (°)	0	180	82.43	76.10
s-post	διοπτρίες (D)	-2	1	-0.17	0.55
c-post <0	διοπτρίες(D)	-3.5	0	-0.36	0.40
a-post	μοίρες (°)	0	180	62.70	64.46

Πίνακας 4. 3

4.5 Μοντελοποίηση του αστιγματισμού

Όπως προαναφέρθηκε το διαθλαστικό σφάλμα δίνεται σαν ένα τρισδιάστατο διάνυσμα:

$$[s \ c \ a] = [\text{σφαίρα κύλινδρος άξονας}]$$

Στα δεδομένα υπάρχουν τρία τέτοια διανύσματα όπου το πρώτο αντιστοιχεί στο διαθλαστικό σφάλμα πριν από την επέμβαση, το δεύτερο αντιστοιχεί στην επιθυμητή διόρθωση και το τρίτο στο διαθλαστικό σφάλμα μετά από την επέμβαση. Για να διακρίνονται μεταξύ τους χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικοί συμβολισμοί όπως φαίνεται παρακάτω:

$[s\text{-pre } c\text{-pre } a\text{-pre}] = [\text{σφαίρα κύλινδρος άξονας}]$ πριν την επέμβαση

$[s\text{-att } c\text{-att } a\text{-att}] = [\text{σφαίρα κύλινδρος άξονας}]$ επιθυμητή διόρθωση

$[s\text{-post } c\text{-post } a\text{-post}] = [\text{σφαίρα κύλινδρος άξονας}]$ μετά την επέμβαση

Ανάμεσα στις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν για την σχεδίαση του δικτύου ήταν και ένα πλήθος δοκιμών όπου εξετάστηκαν διαφορετικοί τρόποι παρουσίασης των δεδομένων στο δίκτυο για έλεγχο της απόδοσης του. Όπως αναφέρεται στην θεωρία των νευρωνικών δικτύων τα συστήματα επηρεάζονται αρκετά από την μορφή με την οποία θα πάρουν την πληροφορία για το περιβάλλον του προβλήματος. Συγκεκριμένα για την παρουσίαση του αστιγματισμού ακολουθήθηκαν δύο προσεγγίσεις οι οποίες αναλύονται παρακάτω.

Πρώτη προσέγγιση

Το μηχάνημα του laser για να εφαρμόσει την επιλεχθείσα κατανομή διαθέτει δύο υποσυστήματα. Το ένα από αυτά σαρώνει την επιφάνεια οριζόντια και το άλλο κάθετα. Για την εξέταση της περίπτωσης το μηχάνημα του να παρουσιάζει μία προτιμητέα κατεύθυνση διόρθωσης (να διορθώνει

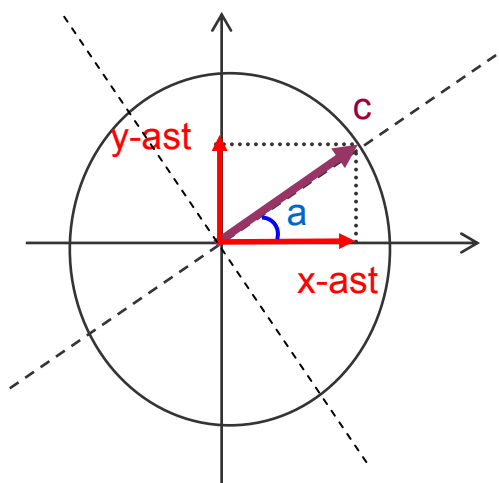
στην μία κατεύθυνση περισσότερο ή λιγότερο από ότι στην κάθετη σε αυτήν κατεύθυνση) και δεδομένου ότι η φύση του αστιγματισμού είναι η παρουσία μεγαλύτερης καμπυλότητας κερατοειδή σε έναν άξονα από ότι στον κάθετό του έγινε μια ανάλυση του αστιγματισμού στους δύο κάθετους άξονες της επιφάνειας του κερατοειδή του οφθαλμού προκειμένου να μελετηθεί το ενδεχόμενο αυτό. Στο σχήμα 4.1 φαίνεται αυτή η ανάλυση ενώ με μαθηματικούς όρους εκφράζεται ως εξής:

$$[c \ a] \rightarrow [x\text{-ast} \ y\text{-ast}]$$

$$x\text{-ast} = c \cos \left(\frac{\pi a}{180} \right)$$

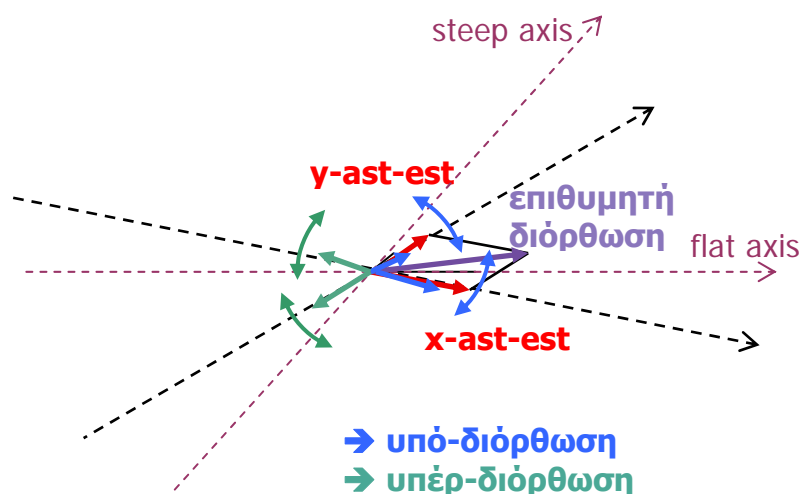
$$y\text{-ast} = c \sin \left(\frac{\pi a}{180} \right)$$

Αυτή η μετατροπή έγινε για κάθε μια από τις περιπτώσεις δεδομένων, για τις μεταβλητές πριν την επέμβαση, για την επιθυμητή διόρθωση και για μετά την επέμβαση.



Σχήμα 4. 1: Ανάλυση αστιγματισμού (πρώτη προσέγγιση)

Στο σχήμα 4.2 φαίνονται όλες οι πιθανές εκβάσεις στην διόρθωση του αστιγματισμού. Με μοβ χρώμα φαίνεται το διάνυσμα της επιθυμητής διόρθωσης. Με βάση τις προ-εγχειρητικές μετρήσεις και εκτιμήσεις η επέμβαση στοχεύει στην εξομάλυνση του συγκεκριμένου άξονα, ο οποίος έχει μεγαλύτερη καμπυλότητα από τον κάθετό του, κατά ένα ποσό που είναι ίσο με το μέτρο αυτού του διανύσματος ώστε η καμπυλότητά του να εξισωθεί με την καμπυλότητα του κάθετου σε αυτόν άξονα. Με κόκκινο χρώμα φαίνεται η ανάλυση του διανύσματος αυτού στους δύο κάθετους άξονες της πρόσθιας επιφάνειας του κερατοειδή όπως υποδεικνύει η παρούσα προσέγγιση. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση υπό-διόρθωσης ο συγκεκριμένος άξονας εξακολουθεί να παρουσιάζει μετεγχειρητικά μεγαλύτερη καμπυλότητα από ότι ο κάθετός του με την διαφορά ότι η διαφορά στην καμπυλότητα των δύο αξόνων μειώνεται, ενώ στην περίπτωση υπέρ-διόρθωσης αντιστρέφεται η προ-υπάρχουσα φύση του αστιγματισμού με αποτέλεσμα ο άξονας που προ-εγχειρητικά παρουσίαζε μικρότερη καμπυλότητα από τον κάθετό του, μετεγχειρητικά παρουσιάζει μεγαλύτερη καμπυλότητα από τον κάθετό του. Με μπλε χρώμα φαίνεται στο ίδιο σχήμα αναλυμένος ο αστιγματισμός μετεγχειρητικά στην περίπτωση υπό-διόρθωσης και με πράσινο χρώμα ο αστιγματισμός μετεγχειρητικά στην περίπτωση υπέρ-διόρθωσης.



Σχήμα 4. 2: Πιθανές εκβάσεις στην διόρθωση του αστιγματισμού

Το αποτέλεσμα της διόρθωσης εκτός από το σφάλμα που παρουσιάζει στο μέτρο της διόρθωσης παρουσιάζει ταυτόχρονα και σφάλμα στον άξονα της διόρθωσης. Δηλαδή το διάνυσμα του αστιγματισμού μετεγχειρητικά βρίσκεται σε έναν άξονα ο οποίος κειμαίνεται $\pm\mu^\circ$ (μοίρες) από τον προ-εγχειρητικό άξονα στην περίπτωση υπό-διόρθωσης και $\pm\mu^\circ$ (μοίρες) από τον κάθετο στον προ-εγχειρητικό άξονα στην περίπτωση υπέρ-διόρθωσης. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 4.2 με τα μπλε και πράσινα βέλη πάνω στο μέτρο του αστιγματισμού μετεγχειρητικά όπως έχει αναλυθεί στους κάθετους στον οφθαλμό άξονες. Αυτή η απόκλιση του άξονα ίσως είναι τυχαία ειδικά στις περιπτώσεις χαμηλού αστιγματισμού αλλά στις περιπτώσεις υψηλού αστιγματισμού ενδεχομένως να συμβάλλουν τεχνολογικοί παράγοντες που αφορούν τον χειρουργικό εξοπλισμό και ειδικότερα το μηχάνημα και τον αλγόριθμο του laser.

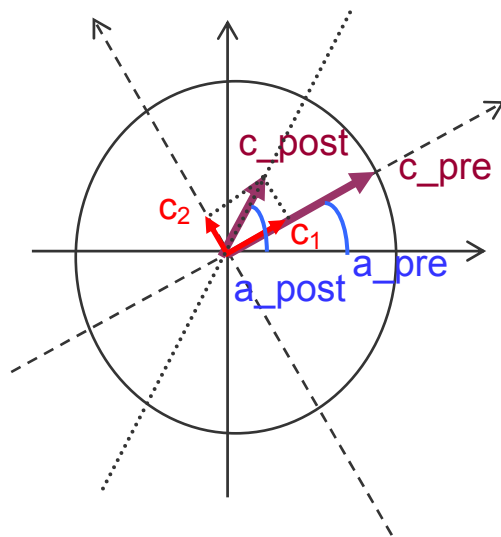
Δεύτερη προσέγγιση

Για απλοποίηση των μεταβλητών του προβλήματος και ενδεχομένως την διευκόλυνση της σύγκλισης του δικτύου αναλύθηκε το μέτρο του αστιγματισμού μετεγχειρητικά στον αρχικό άξονα του αστιγματισμού προ-εγχειρητικά και στον κάθετό του ενώ στη συνέχεια αθροίστηκαν τα τρία διανύσματα ώστε να γίνει μια εκτίμηση του τελικού αστιγματισμού παραβλέποντας ουσιαστικά τον άξονα του αστιγματισμού σε κάθε περίπτωση. Αυτό έγινε για τον λόγο ότι υπήρχαν ενδείξεις για το ότι εισάγει θόρυβο στο σύνολο των δεδομένων ενώ ήταν εμφανές το γεγονός ότι επηρέαζε για τον ίδιο λόγο την σύγκλιση του δικτύου. Η ανάλυση αυτή δίνεται ξεχωριστά για την περίπτωση υπό-διόρθωσης και υπέρ-διόρθωσης στα σχήματα 4.3 και 4.4 αντίστοιχα ενώ η μαθηματική έκφραση της ανάλυσης περιγράφεται ως εξής (ισχύει και για τις δύο περιπτώσεις):

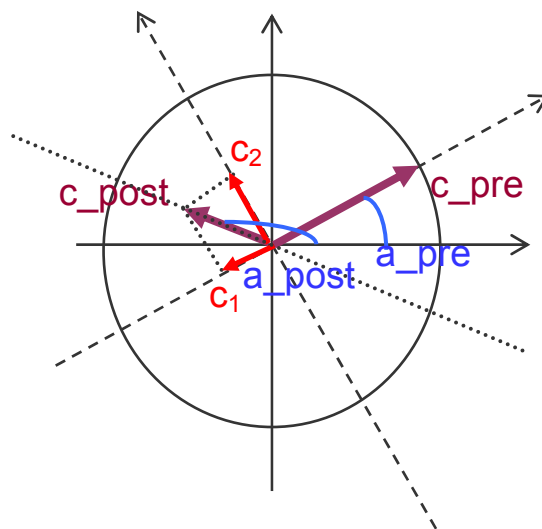
$$c_{est} = (c_{pre}) + c_1 + c_2$$

$$c_1 = (c_{post}) * \cos | (a_{pre}) - (a_{post}) |$$

$$c_2 = (c_{post}) * \sin | (a_{pre}) - (a_{post}) |$$



Σχήμα 4. 3: Ανάλυση του αστιγματισμού στην περίπτωση υπό-διόρθωσης



Σχήμα 4. 4: Ανάλυση του αστιγματισμού στην περίπτωση υπό-διόρθωσης

4.6 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Το ζητούμενο της εφαρμογής ήταν γενικά, όπως επανειλημμένα αναφέρθηκε, η προσέγγιση της συνάρτησης η οποία εικάζεται ότι υπάρχει ανάμεσα στα δεδομένα που ήταν διαθέσιμα με στόχο την μελλοντική χρήση

της για τον υπολογισμό της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό. Μετά την ανάλυση των δεδομένων, την επιλογή ενός κατάλληλου υποσυνόλου και την μοντελοποίηση του αστιγματισμού ακολούθησε ένας ακριβής καθορισμός του προβλήματος ο οποίος έγινε με δύο τρόπους ανάλογα προς τον τρόπο που προσεγγίστηκε ο αστιγματισμός.

Για την εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων απαιτείται ένα σύνολο από παραδείγματα εισόδου τα οποία αντιστοιχούν στις μεταβλητές του προβλήματος και το αντίστοιχο σύνολο από παραδείγματα εξόδου που αποτελούν την επιθυμητή έξοδο από το δίκτυο. Πραγματοποιήθηκαν δύο προσεγγίσεις του προβλήματος οι οποίες πέραν από το γεγονός ότι έγιναν σαν διαφορετικές δοκιμές για την επιλογή ενός κατάλληλου δικτύου έδωσαν την ευκαιρία ανάλυσης και σύγκρισης των σφαλμάτων του δικτύου καθώς επίσης και εκτίμησης των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν ως προς την συμβολή τους στο υπό συζήτηση σφάλμα. Παρακάτω δίνονται αναλυτικά οι δύο αυτές προσεγγίσεις όπου διαφαίνεται ο ακριβής καθορισμός της εισόδου και εξόδου στο δίκτυο.

Πρώτη προσέγγιση

Οι μεταβλητές εισόδου για την πρώτη προσέγγιση ήταν η επιθυμητή διόρθωση για το σφαιρικό σφάλμα και για το σφάλμα του αστιγματισμού όπως αναλύθηκε σύμφωνα με τον πρώτο μετασχηματισμό στον οριζόντιο και τον κάθετο άξονα του κερατοειδή, το φύλο του ασθενούς, η ηλικία του, η ζώνη φωτοεκτομής, το πάχος του κερατοειδή και η ενδοφθάλμια πίεση. Για κάθε είσοδο υπολογίστηκε ένα τρισδιάστατο διάνυσμα όπου η πρώτη παράμετρος αφορούσε το σφάλμα στην διόρθωση της σφαίρας και τα άλλα δύο αντιστοιχούσαν στο σφάλμα στην διόρθωση του αστιγματισμού όπως αναλύθηκε στον οριζόντιο άξονα. Το σφάλμα σε κάθε μία από αυτές τις περιπτώσεις ήταν η απόλυτη τιμή της διαφοράς του διαθλαστικού σφάλματος πριν και μετά από την επέμβαση και η διαφορά της από την απόλυτη τιμή της εκάστοτε επιθυμητής διόρθωσης. Η μαθηματική έκφραση της εξόδου δίνεται

παρακάτω (στα ονόματα των μεταβλητών για να φαίνεται ότι αντιστοιχούν στην έξοδο προστέθηκε η επέκταση -est):

$$s_est = |(s_pre) - (s_post)| - |(s_att)|$$

$$x_ast_est = |(x_ast_pre) - (x_ast_post)| - |(x_ast_att)|$$

$$y_ast_est = |(y_ast_pre) - (y_ast_post)| - |(y_ast_att)|$$

Συγκεντρωτικά φαίνεται στον πίνακα 4.4 το σύνολο των δεδομένων εισόδου-εξόδου του νευρωνικού δικτύου για την πρώτη προσέγγιση. Γενικά καθορίστηκε ένα σύνολο X από παραδείγματα της μορφής $(\mathbf{x}_i, \mathbf{d}_i)$ όπου \mathbf{x}_i είναι τα διανύσματα εισόδου και \mathbf{d}_i είναι το επιθυμητό διάνυσμα εξόδου, όπου $i=1,2, \dots, N$ όπου N είναι το πλήθος των διαθέσιμων παραδειγμάτων που στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ίσο με 167.

Δεδομένα εισόδου		Δεδομένα εξόδου	
x1	s-att	d1	s-est
x2	x-ast-att	d2	x-ast-est
x3	y-ast-att	d3	y-ast-est
x4	φύλο		
x5	ηλικία		
x6	ζώνη φωτοαποδόμησης		
x7	πάχος κερατοειδή		
x8	ενδοφθάλμια πίεση		

Πίνακας 4. 4

Δεύτερη προσέγγιση

Η διαφοροποίηση της δεύτερης προσέγγισης σε σχέση με την πρώτη έγκειται στο γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκε ο δεύτερος μετασχηματισμός που έγινε για τον αστιγματισμό όπως έχει περιγραφεί στην παράγραφο 4.5.

Συγκεκριμένα αντικαταστάθηκαν από τα διανύσματα εισόδου οι μεταβλητές για τον αστιγματισμό με την επιθυμητή τιμή του μέτρου της διόρθωσης του αστιγματισμού προ-εγχειρητικά, ενώ από τα διανύσματα εξόδου αντικαταστάθηκε ο αστιγματισμός με το μέτρο του αστιγματισμού μετεγχειρητικά όπως αναλύθηκε στον προ-εγχειρητικό άξονα και στον κάθετο του άξονα.

Συγκεντρωτικά φαίνεται στον πίνακα 4.5 το σύνολο των δεδομένων εισόδου-εξόδου του νευρωνικού δικτύου για την δεύτερη προσέγγιση.

Δεδομένα εισόδου		Δεδομένα εξόδου	
x1	s-att	d1	s-est
x2	c-att	d2	c-est
x3	φύλο		
x4	ηλικία		
x5	ζώνη φωτοαποδόμησης		
x6	πάχος κερατοειδή		
x7	ενδοφθάλμια πίεση		

Πίνακας 4. 5

4.7 Προ-επεξεργασία της εισόδου και εξόδου του δικτύου (Pre-processing and Post-processing)

Για τις περισσότερες εφαρμογές είναι αναγκαία η μετατροπή της απεικόνισης των δεδομένων σε μία καινούργια αναπαράσταση πριν αυτά χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτύου. Γενικά μια προσεκτική προ-επεξεργασία των δεδομένων είναι καθοριστικής σημασίας για την απόδοση του δικτύου.

Στην πιο απλή περίπτωση η προ-επεξεργασία των δεδομένων είναι ένας απλός γραμμικός μετασχηματισμός, ενώ μια πιο πολύπλοκη διαδικασία

θα απαιτούσε και ελαχιστοποίηση της διάστασης των δεδομένων. Πρόκειται για την περίπτωση που προαναφέρθηκε σύμφωνα με την οποία δίνεται βάρος μόνο στις μεταβλητές που συνεισφέρουν μέχρι κάποιο βαθμό στην δόμηση του δικτύου. Στην συγκεκριμένη περίπτωση μια τέτοια διαδικασία έδειξε ότι η μεταβλητή που έδειχνε κατά πόσον ο ασθενής ακολουθούσε ή όχι κάποια φαρμακευτική αγωγή δεν ήταν αρκετά σημαντική για το δίκτυο. Ίσως φαίνεται παράδοξο το γεγονός αυτό και προφανές ότι χάνονται πληροφορίες με την ελάττωση της διάστασης των δεδομένων αλλά αυτό είναι μια μέθοδος που βοηθά στην αύξηση της απόδοσης του δικτύου. Συμβάλλει στην ανάπτυξη της προσέγγισης και έχει σημαντική επίδραση στο στάδιο της γενίκευσης. Ένας άλλος τρόπος προ-επεξεργασίας των δεδομένων πριν την εισαγωγή τους στο δίκτυο είναι η πραγματοποίηση γραμμικών ή μη γραμμικών συνδυασμών των δεδομένων ώστε να προκύψουν καινούργιες μεταβλητές για το δίκτυο ελαττώνοντας με αυτό τον τρόπο την διάσταση του διανύσματος εισόδου. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο σε περιπτώσεις που το πλήθος των μεταβλητών είναι αρκετά μεγάλο. Λιγότερες μεταβλητές σημαίνει λιγότερες παράμετροι για το δίκτυο και κατά συνέπεια ελάττωση της πολυπλοκότητας του δικτύου.

Ένας από τους πιο συνηθισμένους μετασχηματισμούς για την προ-επεξεργασία των δεδομένων είναι η απλή γραμμική αλλαγή της κλίμακας των δεδομένων-εισόδων. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στις περιπτώσεις όπου οι διαφορετικές μεταβλητές έχουν τυπικές τιμές οι οποίες διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Το πρόβλημα το οποίο διαπραγματεύεται και η παρούσα μελέτη εμπίπτει σε αυτές τις περιπτώσεις. Άλλες μεταβλητές είναι εκπεφρασμένες σε διοπτρίες, άλλες είναι φυσικοί αριθμοί ενώ κάποιες άλλες λαμβάνουν λογικές τιμές 0 και 1. Το πιο σημαντικό όμως είναι ότι ανάλογα με τις μονάδες που είναι εκπεφρασμένες έχουν διαφορετικό εύρος πεδίου. Επιπλέον το τυπικό τους μέγεθος δεν δείχνει την σχετική τους σημασία η οποία ορίζει την απαιτούμενη έξοδο.

Με την εφαρμογή ενός γραμμικού μετασχηματισμού αναιρείται αυτή η ανομοιομορφία και όλες οι μεταβλητές των διανυσμάτων εισόδου και εξόδου έχουν ισότιμες τιμές.

Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι η απλή γραμμική απεικόνιση των τιμών των παραδειγμάτων της κάθε μεταβλητής στο διάστημα [-1,1].

Ένας άλλος τρόπος να γίνει αυτό είναι να υπολογίζεται για κάθε μια από τις μεταβλητές ξεχωριστά, χρησιμοποιώντας ολόκληρο το σύνολο των δεδομένων, η μέση τιμή της \bar{x}_i και η τυπική της απόκλιση σ_i^2 .

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_i^n$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_i^n - \bar{x}_i)^2$$

όπου $n=1,2, \dots, N$ και N είναι το πλήθος των μεταβλητών. Χρησιμοποιώντας αυτές τις εκτιμήσεις υπολογίζονται οι νέες μετασχηματισμένες-κανονικοποιημένες τιμές για τις μεταβλητές:

$$\bar{x}_i^n = \frac{x_i^n - \bar{x}_i}{\sigma_i}$$

Μετά από αυτή την τροποποίηση είναι φανερό ότι οι μετασχηματισμένες μεταβλητές που ορίζονται από το \bar{x}_i^n έχουν ενδιάμεσο όρο το μηδέν και τυπική απόκλιση ίση με την μονάδα. Αυτός ο μετασχηματισμός γίνεται και για το σύνολο των επιθυμητών εξόδων που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί από το δίκτυο.

Μετά την εφαρμογή του συστήματος του νευρωνικού δικτύου και το πέρας της προσέγγισης είναι αναγκαία η εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού ώστε να δίνεται η έξοδος του δικτύου στην πραγματική της μορφή.

Από την βιβλιοθήκη του MATLAB επιλέχθηκαν δύο ειδών μετασχηματισμοί που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν οι οποίοι παρουσιάζονται παρακάτω:

1. Ο συνδυασμός των συναρτήσεων `premnmx`, `postmnmx` και `tramnmx`. Η πρώτη συνάρτηση εφαρμόζεται στα δεδομένα πριν την χρησιμοποίηση τους από το δίκτυο με σκοπό να δώσει την δυνατότητα στο δίκτυο να κάνει μία πιο αποτελεσματική εκπαίδευση. Η συνάρτηση αυτή μετασχηματίζει τις εισόδους και τις επιθυμητές εξόδους με τέτοιο τρόπο ώστε οι τιμές τους να βρίσκονται σε ένα προκαθορισμένο πεδίο τιμών. Στην συγκεκριμένη περίπτωση το πεδίο αυτό είναι το $[-1,1]$. Παίρνει σαν είσοδο τους αρχικούς πίνακες με τα δεδομένα και επιστρέφει δύο καινούργιους πίνακες με τα μετασχηματισμένα δεδομένα καθώς επίσης και τέσσερις πίνακες οι οποίοι περιέχουν τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές για κάθε μεταβλητή και για κάθε επιθυμητό αποτέλεσμα πριν από τον μετασχηματισμό τους. Το δίκτυο μετά από την εφαρμογή αυτής της συνάρτησης εκπαιδεύεται να παράγει εξόδους οι οποίες ανήκουν στο ίδιο πεδίο τιμών, το $[-1,1]$. Η δεύτερη συνάρτηση μετατρέπει τις εξόδους του δικτύου πίσω στην αρχική μορφή των αντίστοιχων δεδομένων. Παίρνει σαν είσοδο την έξοδο του δικτύου, και τους πίνακες με τα μέγιστα και ελάχιστα που αντιστοιχούν στην επιθυμητή έξοδο και επιστρέφει την μορφοποιημένη έξοδο. Τα νέα δεδομένα που θα εισαχθούν στο δίκτυο θα πρέπει να μετασχηματιστούν με τον ίδιο τρόπο με την διαφορά ότι θα πρέπει να επεξεργαστούν συναρτήσει των ελάχιστων και των μέγιστων τιμών των δεδομένων που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση του δικτύου. Η τρίτη συνάρτηση χρησιμοποιείται σε αντιστοιχία με την πρώτη συνάρτηση για να μετασχηματίσει κατά αυτό τον τρόπο τα καινούργια δεδομένα που δίνονται στο δίκτυο. Μετά την απόκριση του δικτύου σε αυτά τα δεδομένα η έξοδος θα πρέπει να περάσει από την δεύτερη συνάρτηση για να μετασχηματιστεί πίσω στις κανονικές-πραγματικές τιμές της.

2. Ο συνδυασμός των συναρτήσεων `prestd`, `poststd` και `trastd`. Ο συνδυασμός αυτών των συναρτήσεων μετασχηματίζει τα δεδομένα κανονικοποιώντας την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτύου. Η πρώτη συνάρτηση κανονικοποιεί τους πίνακες των δεδομένων ώστε να έχουν μέση τιμή ίση με μηδέν και τυπική απόκλιση ίση με την μονάδα. Παίρνει σαν είσοδο τον πίνακα με τα δεδομένα εισόδου και τον πίνακα με τις αντίστοιχες επιθυμητές εξόδους και επιστρέφει τους πίνακες με τα μετασχηματισμένα δεδομένα καθώς επίσης και τους πίνακες που περιέχουν τους μέσους όρους κάθε μεταβλητής και κάθε εξόδου και τις τυπικές τους αποκλίσεις. Το δίκτυο μετά την εφαρμογή αυτής της συνάρτησης εκπαιδεύεται ώστε να παράγει εξόδους οι οποίες έχουν μηδενικό μέσο όρο και τυπική απόκλιση ίση με την μονάδα. Η δεύτερη συνάρτηση μετατρέπει τις εξόδους πίσω στις ίδιες μονάδες που ήταν εκπεφρασμένες οι επιθυμητές έξοδοι. Παίρνει σαν είσοδο την έξοδο του δικτύου, τον πίνακα με τους μέσους όρους των επιθυμητών εξόδων πριν τον μετασχηματισμό τους και τον πίνακα με τις τυπικές αποκλίσεις και επιστρέφει την έξοδο στις κανονικές μονάδες. Η τρίτη συνάρτηση χρησιμοποιείται για να προ-επεξεργάζεται τα καινούρια δεδομένα που δίνονται στο δίκτυο. Παίρνει σαν είσοδο τα καινούρια δεδομένα τον πίνακα με τους μέσους όρους των διανυσμάτων εισόδων που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση του δικτύου και τον αντίστοιχο πίνακα με τις τυπικές αποκλίσεις και επιστρέφει τα νέα μετασχηματισμένα δεδομένα τα οποία θα προσομοιωθούν στην συνέχεια στο δίκτυο για από το οποίο θα ζητηθεί να παράγει μια έξοδο. Μετά την απόκριση του δικτύου η νέα έξοδος θα πρέπει να περάσει από την δεύτερη συνάρτηση για να δοθεί η απόκριση του δικτύου στις κανονικές τιμές.

Για τον λόγο ότι το δεύτερο σύνολο συναρτήσεων απαιτεί τα δεδομένα να ακολουθούν την Gaussian κατανομή, δεν ήταν εφικτή η χρήση του γιατί έτσι θα υπήρχε κίνδυνος να απώλειας πληροφορίας και επιπλέον δεν ήταν γνωστή η κατανομή των δεδομένων η οποία πιθανότατα δεν ακολουθούσε την συγκεκριμένη κατανομή.

4.8 Principal Component Analysis

Σε κάποια προβλήματα η διάσταση των διανυσμάτων εισόδου είναι αρκετά μεγάλη ενώ κάποιες από τις μεταβλητές των διανυσμάτων είναι ισχυρά συσχετισμένες μεταξύ τους. Είναι χρήσιμη στις περισσότερες περιπτώσεις η ελάττωση της διάστασης τους για την αποφυγή πιθανού θορύβου και για να μείωση της πολυπλοκότητας των υπολογισμών και τα επακόλουθα προβλήματα. Η principal component analysis επιτυγχάνει τα εξής: (α) Ορθογωνιοποίηση των μεταβλητών στα διανύσματα εισόδου έτσι ώστε να γίνουν ασυσχέιστα μεταξύ τους. (β) Ταξινομεί τις ορθογωνιοποιημένες παραμέτρους –μεταβλητές έτσι ώστε αυτές με τις μεγαλύτερες αποκλίσεις να είναι πρώτες. (γ) Αποκλείει τις μεταβλητές που συνεισφέρουν λιγότερο σε αλλαγές ως προς το σύνολο των δεδομένων.

Στο περιβάλλον της MATLAB αυτή η ανάλυση υλοποιείται με την συνάρτηση της βιβλιοθήκης 'prerca'. Πριν από την εφαρμογή αυτής της συνάρτησης εφαρμόζεται στα δεδομένα η συνάρτηση 'prestd' ώστε να κανονικοποιηθούν πρώτα τα δεδομένα. Στην συνέχεια ο πίνακας που περιέχει τις κανονικοποιημένες εισόδους που θα χρησιμοποιηθούν για την εκπαίδευση του δικτύου περνάει σε αυτή την συνάρτηση μαζί με ένα μέτρο που δίνει το ποσοστό κάτω από το οποίο αν μια μεταβλητή συνεισφέρει απορρίπτεται. Η έξοδος από την συνάρτηση είναι ένας πίνακας που περιέχει τις τροποποιημένες τιμές των διανυσμάτων εισόδου και ένας πίνακας μετατροπής ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί στην συνέχεια για να μετατρέψει καινούργια δεδομένα που θα εισέρχονται στο δίκτυο. Νέα δεδομένα που εισέρχονται στο δίκτυο θα πρέπει πρώτα να περνούν από την συνάρτηση 'trastd' ώστε να κανονικοποιούνται και στην συνέχεια από μια νέα συνάρτηση, την 'trapca' η οποία παίρνει σαν είσοδο τον πίνακα μετατροπής που δίνει η συνάρτηση 'prerca' μαζί με τον πίνακα με τα κανονικοποιημένα δεδομένα και επιστρέφει τα δεδομένα αναλυμένα όπως πρέπει να δοθούν στο δίκτυο σαν είσοδος για να παράγει μια έξοδο.

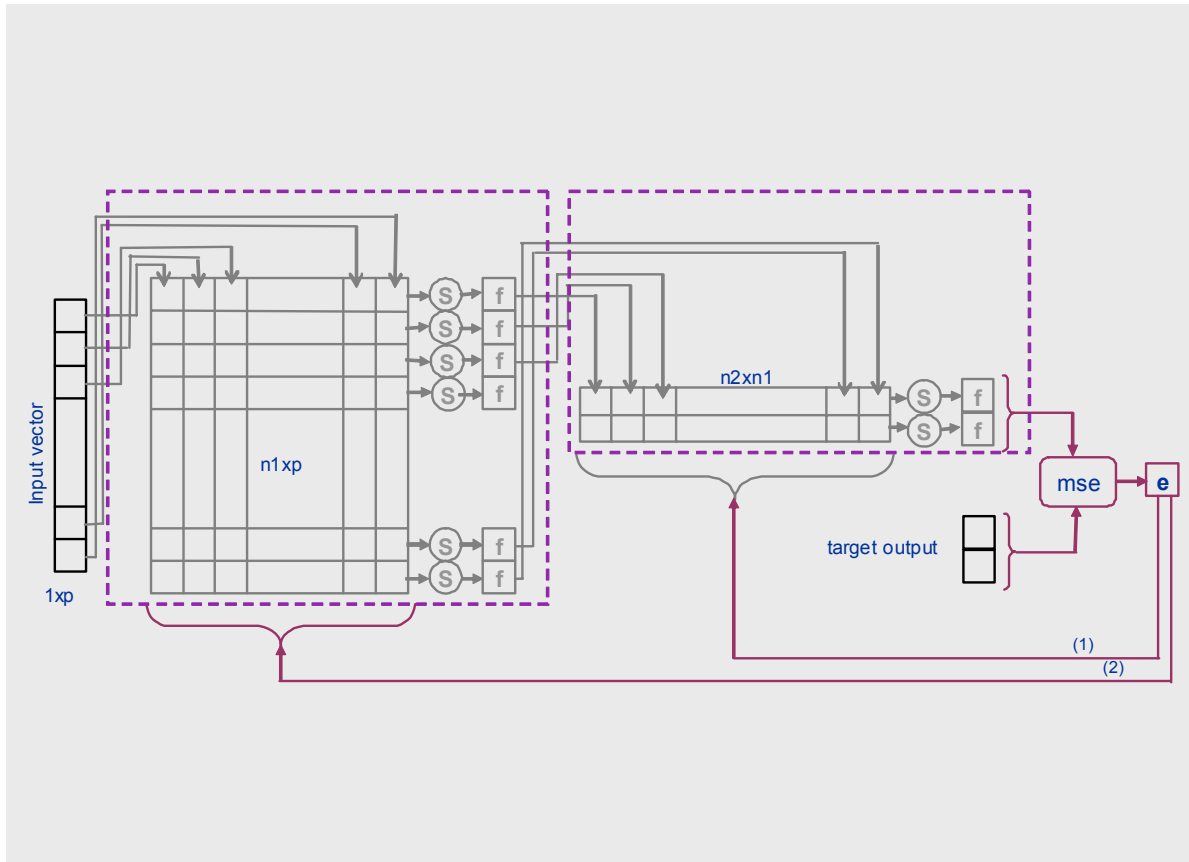
Αυτή η ανάλυση κάνει ουσιαστικά μια στατιστική ανάλυση της συνδιακύμανσης των δεδομένων και για αυτό απαιτεί ένα μεγάλο πλήθος

δεδομένων για να έχει μικρό σφάλμα η προσέγγιση που κάνει. Επειδή το σύνολο των δεδομένων που διαπραγματεύεται η μελέτη αυτή σχετικά δεν είναι αρκετά μεγάλο, ίσως δεν είναι κατάλληλη αυτή η μέθοδος ανάλυσης. Το σημείο που θα δούμε στην συνέχεια όπου κάνουμε αύξηση των δεδομένων παραδειγμάτων με βάση τα πρώτα αποτελέσματα είναι καταλληλότερο για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου.

4.9 Αρχιτεκτονική του δικτύου που σχεδιάστηκε

Η σχεδίαση ενός νευρωνικού δικτύου είναι πιο πολύ «τέχνη» παρά εφαρμογή της θεωρίας. Διαφαίνεται στις επόμενες παραγράφους το γεγονός ότι η σχεδίαση ενός τέτοιου δικτύου εξαρτάται από ένα μεγάλο πλήθος παραγόντων οι οποίες επηρεάζουν και καθορίζουν τόσο τη δομή όσο και την απόδοση του. Συνεπώς το ζητούμενο είναι η εύρεση ενός κατάλληλου συνδυασμού των παραμέτρων του προβλήματος και των παραμέτρων των τεχνητών νευρωνικών δικτύων για την υλοποίηση της εφαρμογής.

Η παρούσα εφαρμογή είναι όπως προαναφέρθηκε μια προσέγγιση της συνάρτησης που θεωρητικά υπάρχει στα δεδομένα ώστε να γίνει δυνατός ο ακριβής υπολογισμός της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος που παρατηρείται κατά τις επεμβάσεις διαθλαστικής χειρουργικής. Στο σχήμα 4.5 φαίνεται η γενική δομή του δικτύου που χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή. Πρόκειται για ένα σύστημα νευρώνων που αποτελείται από δύο επίπεδα νευρώνων (μοβ τετράγωνα στο σχήμα 4.5). Το πρώτο επίπεδο αποτελείται από η1-νευρώνες με συνάρτηση δράσης την σιγμοειδή 'tansig' συνάρτηση και το δεύτερο επίπεδο αποτελείται από η2-νευρώνες με συνάρτηση δράσης την γραμμική 'purelin' συνάρτηση (από την βιβλιοθήκη της MATLAB). Η είσοδος στο πρώτο επίπεδο νευρώνων είναι τα διανύσματα εισόδου του δικτύου ενώ η είσοδος στο δεύτερο επίπεδο είναι η έξοδος του πρώτου επιπέδου. Σε γενικές γραμμές αφότου καθοριστεί η δομή του δικτύου ξεκινά η εκπαίδευσή του. Σημειώνεται ότι το δίκτυο ξεκινά με τυχαία βάρη τα οποία αναβαθμίζονται στην συνέχεια ανάλογα με την πληροφορία που ρέει διαμέσου των νευρώνων.



Σχήμα 4. 5

Σε κάθε επανάληψη κατά την διαδικασία της εκπαίδευσης η έξοδος από το δίκτυο μαζί με την επιθυμητή έξοδο περνάνε μέσα από μία συνάρτηση (στο σχήμα 4.5 φαίνεται η συνάρτηση του αθροίσματος ελαχίστων τετραγώνων) η οποία τις συγκρίνει και δίνει ένα σφάλμα (e). Στην συνέχεια ανάλογα με την τιμή του σφάλματος ο αλγόριθμος εκπαίδευσης ξεκινώντας από το τελευταίο επίπεδο νευρώνων και προχωρώντας προς τα πίσω μέχρι να φτάσει το πρώτο επίπεδο, αναβαθμίζει τα βάρη του εκάστοτε επιπέδου. Η διαδικασία αυτή συνεχίζει μέχρι το σφάλμα της εκπαίδευσης (e) να φτάσει μια προκαθορισμένη τιμή. Παρακάτω αναλύεται περαιτέρω η δομή του δικτύου καθώς επίσης και οι δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν για τον καθορισμό των παραμέτρων του δικτύου, όπως για παράδειγμα το πλήθος των νευρώνων σε κάθε επίπεδο, η συνάρτηση σφάλματος, ο αλγόριθμος εκπαίδευσης και άλλες.

Η προσέγγιση συναρτήσεως με χρήση τεχνητών νευρωνικών δικτύων γίνεται συνήθως με feed-forward back-propagation αλγόριθμους ή με radial basis function αλγόριθμους. Για την συγκεκριμένη εφαρμογή επιλέχθηκε η χρήση ενός feed-forward back-propagation αλγόριθμο κυρίως για τον λόγο ότι μπορεί να συγκλίνει με λιγότερα δεδομένα από ότι ο άλλος αλγόριθμος. Στο περιβάλλον του λογισμικού MATLAB ένα τέτοιο δίκτυο μπορεί να αρχικοποιηθεί με μία συνάρτηση από την βιβλιοθήκη του λογισμικού, την 'newff'. Με βάση αυτό τον τύπο δικτύου ξεκίνησε η οργάνωση της δομής του δικτύου και στην συνέχεια ακολούθησαν διάφορες δοκιμές και έλεγχοι προκειμένου να δημιουργηθεί ένα δίκτυο στα μέτρα του προβλήματος και συγκεκριμένα συμβατό στο σύνολο των δεδομένων διαθέσιμων δειγμάτων.

Ο αλγόριθμος back-propagation αποτελεί μια γενίκευση του κανόνα Widrow-Hoff learning (LMS - Least Mean Square) για πολύ-επίπεδα δίκτυα και μη-γραμμικές διαφορίσιμες συναρτήσεις μεταφοράς. Ο αλγόριθμος αυτός προσπαθεί να βρει τον κατάλληλο πίνακα με τα βάρη και τα bias ο οποίος ελαχιστοποιεί το σφάλμα στην προσέγγιση της υποκείμενης συνάρτησης.

Τα δεδομένα διανύσματα εισόδου μαζί με τα αντίστοιχα δεδομένα εξόδου χρησιμοποιήθηκαν για την εκπαίδευση του δικτύου μέχρι να προσεγγιστεί ικανοποιητικά η ζητούμενη συνάρτηση. Η εκπαίδευση γίνεται με κατάλληλους συνδυασμούς των δεδομένων διανυσμάτων που προκύπτουν μετά από ένα πλήθος δοκιμών. Γενικά, δίκτυα με ένα σιγμοειδές επίπεδο και ένα γραμμικό επίπεδο εξόδου έχουν τις δυνατότητες να προσεγγίσουν οποιαδήποτε συνάρτηση με πεπερασμένο πλήθος ασυνεχειών. Αυτή η συγκεκριμένη δομή επιλέχθηκε και για την παρούσα εφαρμογή. Στο πρώτο επίπεδο (εσωτερικό επίπεδο) εφαρμόστηκε σε κάθε νευρώνα η συνάρτηση 'tansig' η οποία είναι μια σιγμοειδής συνάρτηση που απεικονίζει τις τιμές της κάθε αθροιστικής σύνδεσης στο διάστημα $[-1,1]$. Πρέπει να αναφέρουμε ότι η χρήση μη-γραμμικών συναρτήσεων κατευθύνουν το δίκτυο ώστε να μαθαίνει τόσο μη-γραμμικές σχέσεις όσο και γραμμικές σχέσεις. Στο δεύτερο επίπεδο (εξωτερικό επίπεδο) εφαρμόστηκε σε κάθε νευρώνα η συνάρτηση 'purelin' η οποία είναι μια γραμμική συνάρτηση με πεδίο τιμών ολόκληρο το σύνολο των πραγματικών αριθμών.

Ο αλγόριθμος αυτός είναι ένας gradient descent αλγόριθμος στον οποίο τα βάρη του δικτύου μετακινούνται προς τα αρνητικά της κλίσης της συνάρτησης απόδοσης. Ο όρος back-propagation αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται η κλίση για τα μη γραμμικά πολύ-επίπεδα δίκτυα. Κατάλληλα εκπαιδευμένα δίκτυα αυτής της μορφής δίνουν λογικές απαντήσεις όταν τους δίνονται καινούρια δεδομένα που δεν έχουν ξανασυναντήσει. Τυπικά για ένα καινούριο δεδομένο η απόκριση του δικτύου είναι παρόμοια με την απόκριση που είχε το δίκτυο όταν εκπαιδεύτηκε ως προς ένα δεδομένο παρόμοιο με το νέο δεδομένο. Αυτή η συμπεριφορά βέβαια παρουσιάζεται όταν το σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης είναι κατάλληλο και αντιπροσωπευτικό του περιβάλλοντος του προβλήματος. Στην περίπτωση που διαπραγματευόμαστε το σύνολο των δεδομένων δεν ήταν όπως φάνηκε το ιδανικότερο και για αυτό τον λόγο προέκυψαν τα σφάλματα που θα αναλυθούν στη συνέχεια.

Ο back-propagation αλγόριθμος αναβαθμίζει τα βάρη και τα biases στην κατεύθυνση όπου η συνάρτηση της απόδοσης μειώνεται πιο γρήγορα, δηλαδή στα αρνητικά της κλίσης της. Αν x_{k+1} είναι ένα διάνυσμα που περιέχει τα βάρη ενός νευρώνα σε μία επόμενη αναβάθμιση τότε:

$$x_{k+1} = x_k - a_k * g_k$$

όπου x_k το διάνυσμα που περιέχει τα εκάστοτε βάρη και biases, g_k η εκάστοτε κλίση και a_k ο ρυθμός της εκπαίδευσης. Υπάρχουν δύο τρόποι για να υλοποιήσουμε αυτό τον αλγόριθμο και να εκπαιδεύσουμε το δίκτυο. Σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο παρουσιάζουμε ένα-ένα τα δεδομένα στο δίκτυο και υπολογίζουμε κάθε φορά την κλίση της συνάρτησης (incremental mode training) και να αναβαθμίζουμε τα βάρη ενώ κατά τον δεύτερο τρόπο εισάγουμε όλα τα δεδομένα μαζί στο δίκτυο και υπολογίζουμε στο τέλος τα βάρη (batch mode training).

4.10 Επιλογή του κατάλληλου αλγορίθμου για την εκπαίδευση του δικτύου

Μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους του δικτύου είναι η επιλογή ενός κατάλληλου αλγορίθμου για την εκπαίδευση του δικτύου. Το ζητούμενο είναι να ελαχιστοποιεί όσο το δυνατόν το σφάλμα εκπαίδευσης, να μπορεί να συγκλίνει με το δεδομένο πλήθος δεδομένων και το σημαντικότερο είναι η ικανότητά του να αποτρέπει το πρόβλημα της υπερχειλίσης. δηλαδή κατά την εκτίμηση της κλίσης της επιφάνειας σφάλματος να αποφεύγει τα τοπικά ελάχιστα και να προχωρά την εκπαίδευση έως την εύρεση του ολικού ελαχίστου. Αυτά βέβαια τα χαρακτηριστικά επηρεάζουν και την ταχύτητα του αλγορίθμου η οποία ενδιαφέρει στην περίπτωση που το λογισμικό που χρησιμοποιείται έχει περιορισμένες δυνατότητες αλλά περισσότερο στην περίπτωση που η πολυπλοκότητα του προβλήματος είναι αναγκαστικά μεγάλη οπότε είναι προτιμητέα ούτως ή άλλως η χρήση ενός γρήγορου αλγορίθμου. Οι παράγοντες που επηρεάζουν την ταχύτητα του αλγορίθμου εκπαίδευσης απαριθμούνται αναλυτικότερα παρακάτω:

1. Η πολυπλοκότητα του προβλήματός (πλήθος μεταβλητών).
2. Το πλήθος των δεδομένων που έχουμε και συνιστούν το σύνολο εκπαίδευσης.
3. Το πλήθος των βαρών των συνάψεων του δικτύου και το πλήθος των biases. Δηλαδή το πλήθος των ελεύθερων παραμέτρων του δικτύου.
4. Η τιμή του μέτρου του σφάλματος που θα ορίσουμε για την εκπαίδευση.
5. Το αν το δίκτυο θα χρησιμοποιηθεί για ταξινόμηση (pattern recognition) οπότε θα πραγματοποιεί διακριτή ανάλυση (discernment analysis) ή αν θα χρησιμοποιηθεί για προσέγγιση συναρτήσεως οπότε θα πραγματοποιεί regression ανάλυση.

Η πολυπλοκότητα του προβλήματός αυτού είναι τάξης 8 για την πρώτη προσέγγιση και 7 για την δεύτερη προσέγγιση, όσες δηλαδή και οι μεταβλητές σε κάθε περίπτωση. Το πλήθος των συνδέσεων του δικτύου καθορίζει και την

πολυπλοκότητά του. Ένας εμπειρικός κανόνας που αφορά την σχεδίαση νευρωνικών δικτύων αναφέρει ότι το πλήθος των συνδέσεων που θα τοποθετήσουμε στο δίκτυο μας θα πρέπει να είναι περίπου δέκα φορές όσο είναι το πλήθος των δεδομένων μας για να έχουμε ένα αποτελεσματικό δίκτυο. Στην έξοδο του δικτύου και γενικότερα του προβλήματος η ακρίβεια που ικανοποιεί τις απαιτήσεις της εφαρμογής είναι 0.25D.

Πρακτικά για την επιλογή του κατάλληλου αλγόριθμου για την εκπαίδευση του δικτύου είναι απαραίτητη η πραγματοποίηση πολλαπλών δοκιμών για διάφορους αλγόριθμους εκπαίδευσης. Σημειώνεται ότι κάθε αλγόριθμος θα πρέπει να εφαρμοστεί αρκετές φορές ώστε να υπολογιστεί η μέση απόδοσή του για τον λόγο ότι η αρχικοποίηση των βαρών του δικτύου είναι τυχαία. Επίσης η απόδοση ενός αλγόριθμου επηρεάζεται από τον βαθμό της ακρίβειας που απαιτείται για την προσέγγιση. Για το συγκεκριμένο δίκτυο έγιναν δοκιμές με την χρήση των συναρτήσεων εκπαίδευσης που φαίνονται στον πίνακα 4.6 :

Συνάρτηση	Περιγραφή
trainrp	Resilient backpropagation. Simple batch mode training algorithm. Συγκλίνει γρήγορα και έχει χαμηλές απαιτήσεις ως προς την αποθήκευση.
trainscg	Scaledconjugategradient algorithm. Συγκλίνει γρήγορα και ως προς την αποθήκευση έχει λίγο ψηλότερες απαιτήσεις.
trainlm	Levenberg-Marguard algorithm. Συγκλίνει πολύ γρήγορα για δίκτυα μέτριας πολυπλοκότητας και παρέχει την δυνατότητα ελάττωσης της απαιτούμενης μνήμης όταν χρησιμοποιεί μεγάλα σύνολα εκπαίδευσης.
trainbr	Beyesian regularization. Παραλλαγή του Levenberg-Marguard training algorithm ο οποίος δομεί δίκτυα τα οποία έχουν καλή γενίκευση. Ελαττώνει το δύσκολο πρόβλημα καθορισμού της βέλτιστης αρχιτεκτονικής δικτύου.

Πίνακας 4. 6

Ανάμεσα στους διάφορους αλγορίθμους επιλέχθηκε ο αλγόριθμος 'trainlm'. Στο πρόβλημα που αντιμετωπίσαμε είχε καλύτερη απόδοση ως προς την σύγκλιση αλλά και ως προς την γενίκευση ενώ η απόδοση του αυξήθηκε στην συνέχεια όταν εφαρμόστηκε μία μέθοδος για την τεχνητή αύξηση των δεδομένων του προβλήματος με κάποια κριτήρια που καθορίστηκαν τα οποία θα αναφερθούν στην συνέχεια.

4.11 Μέθοδος αποφυγής του προβλήματος της υπερχείλισης

Ένα από τα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την εκπαίδευση είναι η υπερχείλιση. Το σφάλμα στο σύνολο των δεδομένων της εκπαίδευσης παίρνει μια αρκετά χαμηλή τιμή αλλά όταν νέα δεδομένα εισαχθούν στο δίκτυο το σφάλμα γίνεται πολύ μεγάλο. Αυτό σημαίνει ότι το δίκτυο έμαθε καλά τα παραδείγματα που του δώσαμε αλλά δεν έμαθε να γενικεύεται σε καινούριες καταστάσεις. Μία τέτοια περίπτωση θα εμφανιζόταν αν στα δεδομένα της εκπαίδευσης υπήρχε πολλή θόρυβος και το δίκτυο μάθαινε να προσεγγίζει την συνάρτησή τους με μεγάλη ακρίβεια. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι και η παρούσα εφαρμογή όπου υπάρχει αρκετός θόρυβος στα δεδομένα. Το δίκτυο μαθαίνει και τα σφάλματα δηλαδή με αποτέλεσμα να αποκρίνεται λανθασμένα σε καινούρια δεδομένα.

Μια μέθοδος για να βελτιώσουμε την γενίκευση του δικτύου, την απόδοσή του δηλαδή σε νέα δεδομένα είναι να σχεδιάσουμε ένα δίκτυο το οποίο θα είναι κατάλληλα μεγάλο ώστε να κάνει την κατάλληλη προσέγγιση. Όσο πιο μεγάλο είναι το δίκτυο τόσο πιο πολύπλοκες συναρτήσεις μπορεί να δημιουργήσει. Αν κατασκευάσουμε ένα αρκετά μικρό δίκτυο τότε δεν θα έχει την κατάλληλη δύναμη ώστε να παρουσιάσει το φαινόμενο της υπερχείλισης. Δυστυχώς όμως δεν μπορούμε να ξέρουμε εκ των προτέρων πόσο μεγάλο πρέπει να γίνει το δίκτυο και μόνο μετά από πολλές δοκιμές ίσως καταλήγαμε στο κατάλληλο.

Υπάρχουν άλλες δύο μέθοδοι για να γίνει αυτό. Η Μία είναι η μέθοδος της κανονικοποίησης και η δεύτερη η μέθοδος early stopping. Πρέπει να

σημειώσουμε ότι αν το πλήθος των παραμέτρων του δικτύου είναι πολύ μικρότερο από το πλήθος των διαθέσιμων δεδομένων τότε υπάρχει πολύ μικρή πιθανότητα ή και καμία ακόμα πιθανότητα να παρουσιαστεί το πρόβλημα της υπερχειλίσης. Οπότε ένας άλλος τρόπος για να το αποφύγουμε θα ήταν να συλλέξουμε πιο πολλά δεδομένα. Στην εφαρμογή αυτή αυτό δεν ήταν δυνατό και γι' αυτό ήταν αναγκαία η χρήση μίας μεθόδου που θα βελτίωνε την γενίκευση του δικτύου δεδομένου ότι υπάρχει το πρόβλημα της υπερχειλίσης και το οποίο έγινε εμφανές μετά τις πρώτες δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν απουσία οποιασδήποτε μεθόδου άμυνας ως προς τον θόρυβο.

Η αρχή της μεθόδου κανονικοποίησης είναι η τροποποίηση της συνάρτησης της απόδοσης η οποία συνήθως επιλέγεται να είναι το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων του δικτύου στο σύνολο των παραδειγμάτων εκπαίδευσης. Έστω:

$$F = mse = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - a_i)^2$$

η συνάρτηση της απόδοσης. Μπορούμε να βελτιώσουμε την γενίκευση του δικτύου προσθέτοντας έναν όρο ο οποίος περιέχει τον μέσο όρο του αθροίσματος των τετραγώνων των βαρών και των biases του δικτύου:

$$msereg = \gamma mse + (1 - \gamma) msw$$

όπου γ είναι ο ρυθμός απόδοσης και

$$msw = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n w_j^2$$

Χρησιμοποιώντας τώρα αυτή την συνάρτηση απόδοσης το δίκτυο θα αποδίδει μικρότερες τιμές στα βάρη και τα biases και αυτό θα υποχρεώσει την

απόκριση του δικτύου να γίνει ομαλότερη ώστε να έχει λιγότερες πιθανότητες να παρουσιάσει το φαινόμενο της υπερχειλίσης. Το πρόβλημα αυτής της μεθόδου είναι ότι είναι δύσκολο να καθορίσουμε μια βέλτιστη τιμή για την παράμετρο που δίνει τον ρυθμό απόδοσης. Αν αυτή η παράμετρος γίνει πολύ μεγάλη υπάρχει πάλι κίνδυνος να έχουμε υπερχειλίση ενώ αν είναι πολύ μικρή τότε το δίκτυο δεν θα προσομοιώσει κατάλληλα τα δεδομένα της εκπαίδευσης.

Η δεύτερη μέθοδος ονομάζεται *early stopping*. Με αυτή την τεχνική τα διαθέσιμα δεδομένα χωρίζονται σε τρία υποσύνολα. Το πρώτο υποσύνολο είναι το *training set* το οποίο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της κλίσης και την αναβάθμιση των βαρών και των *biases* του δικτύου. Το δεύτερο υποσύνολο είναι το *validation set* το οποίο. Το σφάλμα σε αυτό το σύνολο παρακολουθείται-ελέγχεται κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Το σφάλμα ελέγχου (*validation error*) κανονικά ελαττώνεται κατά την διάρκεια της αρχικής φάσης της εκπαίδευσης κατά τον ίδιο τρόπο που ελαττώνεται το σφάλμα του πρώτου υποσυνόλου. Στην περίπτωση που το δίκτυο αρχίζει να υπερχειλίζει τα δεδομένα τότε το σφάλμα στο υποσύνολο αυτό αρχίζει να αυξάνεται. όταν αυτό αυξηθεί για ένα καθορισμένο πλήθος επαναλήψεων τότε η εκπαίδευση σταματά και οι τιμές των βαρών και των *biases* που επιστρέφονται είναι αυτές που προέκυψαν στο σημείο που το σφάλμα του *validation set* είναι ελάχιστο. Το τρίτο υποσύνολο δεν χρησιμοποιείται κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης. Χρησιμοποιείται για την σύγκριση διαφορετικών μοντέλων. Είναι χρήσιμο κατά την διάρκεια της εκπαίδευσης να αναπαριστούμε γραφικά μαζί με τα σφάλματα των δύο άλλων υποσυνόλων και το σφάλμα του υποσυνόλου αυτού. Αν το συγκεκριμένο σφάλμα πάρει μια ελάχιστη τιμή σε ένα τελείως διαφορετικό πλήθος επαναλήψεων από ότι αυτό του *validation set*, τότε αυτό θα σημαίνει ότι δεν έγινε καλός διαχωρισμός του συνόλου των διαθέσιμων δεδομένων. Επιπλέον για την επιλογή του *validation set* έχει εφαρμοστεί η μέθοδος *cross validation* σύμφωνα με την οποία δοκιμάζονται διαδοχικά όλα τα πιθανά υποσύνολα του αρχικού συνόλου στον ρόλο του *validation set* μέχρι να επιλεγεί το κατάλληλο για αυτό τον ρόλο.

Και οι δύο μέθοδοι μπορούν να εγγυηθούν γενίκευση του δικτύου όταν χρησιμοποιηθούν κατάλληλα. Με την μέθοδο της κανονικοποίησης πρέπει να

προσέξουμε να εκπαιδεύσουμε το δίκτυο μέχρι το σημείο που θα συγκλίνει. Το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων, το άθροισμα των τετραγώνων των βαρών και το πλήθος των αποτελεσματικών παραμέτρων πρέπει να έχουν σταθερές τιμές όταν το δίκτυο έχει φτάσει να συγκλίνει. Για την μέθοδο *early stopping* πρέπει να είμαστε προσεκτικοί ώστε να χρησιμοποιήσουμε έναν αλγόριθμο ο οποίος δεν συγκλίνει πολύ γρήγορα. Σε περίπτωση που χρησιμοποιούμε έναν γρήγορο αλγόριθμο (για παράδειγμα τον 'trainlm') θα πρέπει να τροποποιήσουμε τις παραμέτρους του ώστε η σύγκλιση να γίνεται σχετικά αργά. Οι πιο κατάλληλοι αλγόριθμοι για αυτή την μέθοδο είναι οι 'trainrp' και 'trainscg' από την βιβλιοθήκη της MATLAB.

Για την παρούσα εφαρμογή επιλέχθηκε η μέθοδος *early stopping*. Επειδή όμως χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση 'trainlm' έγινε μετατροπή της παραμέτρου 'mu' έτσι ώστε να είναι ίση με την μονάδα και για τις 'mu_dec' και 'mu_inc' ίσες με 0,8 και 1,5 αντίστοιχα. Για την συγκεκριμένη μέθοδο είναι σημαντικό επίσης να κάνουμε την κατάλληλη επιλογή του *validation set*. Πρέπει να είναι αντιπροσωπευτικό όλων των σημείων στο *training set*. Για τον λόγο αυτό δημιουργήθηκε μια συνάρτηση η οποία ταξινομεί τα διανύσματα εισόδου με βάση την αλγεβρική τους απόσταση από τα υπόλοιπα διανύσματα του συνόλου δεδομένων. Στη συνέχεια επιλέγονταν ομοιόμορφα με σειρά τα διανύσματα που θα αποτελούσαν στη συνέχεια καθένα από τα σύνολα εκπαίδευσης κι έτσι με τον τρόπο αυτό ικανοποιούταν η απαίτηση ότι τα δεδομένα του *validation set* θα έπρεπε να ήταν αντιπροσωπευτικά του συνόλου εκπαίδευσης.

Οποιασδήποτε μέθοδο κι αν χρησιμοποιήθει είναι καλό να γίνεται η εκπαίδευση ξεκινώντας από διάφορες διαφορετικές αρχικές συνθήκες για τον λόγο ότι και οι δύο περιπτώσεις είναι πιθανόν να αποτύχουν σε συγκεκριμένες συνθήκες.

4.12 Ανάλυση των αποτελεσμάτων μετά την εκπαίδευση του δικτύου

Η απόδοση ενός εκπαιδευμένου δικτύου μπορεί να εκτιμηθεί από τα σφάλματα που παρουσιάζονται στα τρία σύνολα που συνέβαλαν στην εκπαίδευση. Δηλαδή στο training set, στο validation set και στο test set. Μια πιο λεπτομερής εξέταση της απόκρισης του δικτύου μπορεί να γίνει με την χρήση της συνάρτησης 'postreg' πάλι από την βιβλιοθήκη της MATLAB. Η συνάρτηση αυτή πραγματοποιεί μια ανάλυση παλινδρόμησης (regression analysis) μεταξύ της απόκρισης του δικτύου και τις αντίστοιχες επιθυμητές εξόδους. Εφαρμόζεται σε δίκτυα που έχουν εκπαιδευτεί με την μέθοδο 'early stopping' η οποία περιγράφεται παρακάτω. Παίρνει σαν είσοδο τον πίνακα της απόκρισης του δικτύου και των πίνακα της επιθυμητής απόκρισης και επιστρέφει τρεις τιμές (m,b,r) που εκφράζουν την εξίσωση της προσέγγισης και τον συντελεστή συσχέτισης. Δηλαδή:

$$y = m*x+b$$

Είναι η κατά προσέγγιση συνάρτηση που προκύπτει από την παράθεση των τιμών της απόκρισης ως προς τις τιμές της επιθυμητής απόκρισης. Αν $m=1$ και $b=0$ τότε έχουμε απόλυτο ταίριασμα των δύο εξόδων. Επίσης αν $r=1$ έχουμε απόλυτη συσχέτιση μεταξύ των δύο εξόδων.

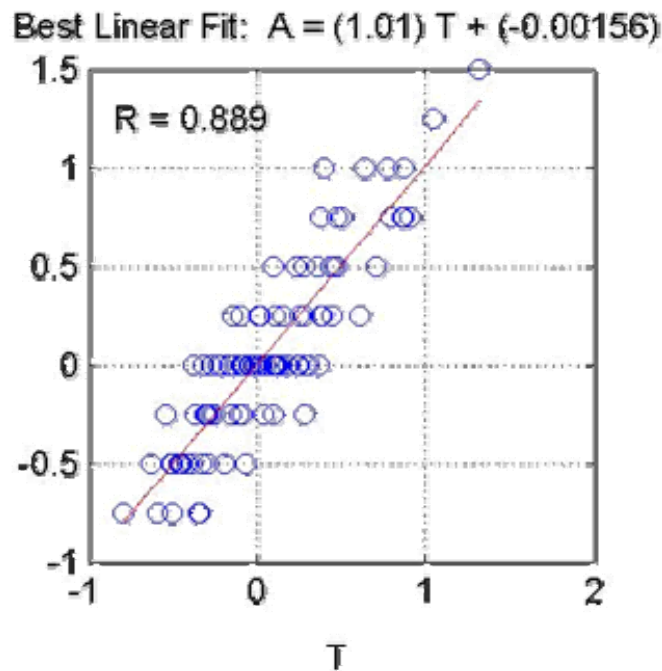
4.13 Ανάλυση της εξόδου του δικτύου

Ακολουθώντας την πρώτη προσέγγιση του προβλήματος το δίκτυο είχε στο δεύτερο επίπεδο τρεις νευρώνες η έξοδος καθενός από τους οποίους αντιστοιχούσε στο σφάλμα στην διόρθωση της σφαίρας, στο σφάλμα στην διόρθωση του αστιγματισμού στον οριζόντιο άξονα της πρόσοψης του οφθαλμού και στην διόρθωση του αστιγματισμού στον κάθετο άξονα της πρόσοψης του οφθαλμού αντίστοιχα. Το πρόσημο της εκάστοτε τιμής έδειχνε αν η έκβαση της επέμβασης θα οδηγούσε σε υπό-διόρθωση (αρνητικό πρόσημο) ή αν θα οδηγούσε σε υπέρ-διόρθωση (θετικό πρόσημο), ενώ το μέτρο του αποτελέσματος έδειχνε το μέτρο της απόκλισης του διαθλαστικού

αποτελέσματος από το επιθυμητό. Υπενθυμίζεται ότι η περίπτωση υπέρ-διόρθωσης του αστιγματισμού ερμηνεύεται με στροφή του αρχικού άξονα του αστιγματισμού. Στην περίπτωση που η διόρθωση του διαθλαστικού σφάλματος έγινε με ακρίβεια το αποτέλεσμα του δικτύου είναι μηδέν για κάθε μεταβλητή εξόδο. Αναλυτικότερα τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 4.7 ενώ ένα παράδειγμα των αποτελεσμάτων των δοκιμών φαίνεται στον πίνακα 4.8. Στις γραφικές παραστάσεις ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στην επιθυμητή έξοδο του δικτύου και ο κατακόρυφος άξονας αντιστοιχεί στην έξοδο αντίστοιχη έξοδο του δικτύου. Σημειώνεται ότι η απόδοση του δικτύου είναι καλύτερη όσο λιγότερα είναι τα σημεία που βρίσκονται στο δεύτερο και τέταρτο τεταρτημόριο και όσο τα σημεία που βρίσκονται στο πρώτο και τέταρτο τεταρτημόριο βρίσκονται κοντά στην ένα προς ένα απεικόνιση.

Έξοδος	Ερμηνεία εξόδου
$s\text{-est} < 0$	υπό-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $s\text{-est}$
$s\text{-est} = 0$	ακριβής-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $s\text{-est}$
$s\text{-est} > 0$	υπέρ-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $s\text{-est}$
$x\text{-ast-est} < 0$	υπό-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} \pm e$ όπου $e < 90^\circ$
$x\text{-ast-est} = 0$	ακριβής-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} \pm e$ όπου $e < 90^\circ$
$x\text{-ast-est} > 0$	υπέρ-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} + 90^\circ \pm e$ όπου $e < 90^\circ$
$y\text{-ast-est} < 0$	υπό-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} \pm e$ όπου $e < 90^\circ$
$y\text{-ast-est} = 0$	ακριβής-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} \pm e$ όπου $e < 90^\circ$
$y\text{-ast-est} > 0$	υπέρ-διόρθωση ίση με την απόλυτη τιμή του $x\text{-ast-est}$ στον άξονα $a\text{-att} + 90^\circ \pm e$ όπου $e < 90^\circ$

Πίνακας 4. 7



Πίνακας 4. 8

Ακολουθώντας την δεύτερη προσέγγιση του προβλήματος το δίκτυο είχε στο δεύτερο επίπεδο δύο νευρώνες εξόδου καθένας από τους οποίους αντιστοιχούσε στο σφάλμα στην διόρθωση της σφαίρας, και στο σφάλμα στο μέτρο του αστιγματισμού μετεγχειρητικά . Το πρόσημο της τιμής για την σφαίρα έδειχνε αν η έκβαση της επέμβασης θα οδηγούσε σε υπό-διόρθωση (αρνητικό πρόσημο) ή αν θα οδηγούσε σε υπέρ-διόρθωση (θετικό πρόσημο), ενώ το μέτρο του αποτελέσματος έδειχνε το μέτρο της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό.

Γενικά οι δύο προσεγγίσεις δεν είχαν μεγάλες διαφορές ως προς την σύγκλιση του δικτύου. Με την δεύτερη μέθοδο ίσως για τον λόγο ότι ελαττώθηκε η πολυπλοκότητα των υπολογισμών παρατηρήθηκε μια πιο ομαλή σύγκλιση του δικτύου και πιο γρήγορη ενώ μειώθηκαν τα σφάλματα ειδικά στην γενίκευση του δικτύου, δηλαδή στην προσέγγιση του σφάλματος όταν το δίκτυο τροφοδοτείται με καινούρια δεδομένα.

4.14 Βελτιστοποίηση της εφαρμογής

Οι δοκιμές που αναφέρθηκαν στις παραπάνω παραγράφους έγιναν για διάφορα πλήθη νευρώνων στο πρώτο επίπεδο και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η βέλτιστη πολυπλοκότητα του δικτύου είναι αυτή που έχει 8 νευρώνες στο πρώτο επίπεδο. Περισσότεροι νευρώνες αύξαναν υπερβολικά την πολυπλοκότητα του δικτύου με αποτέλεσμα το φαινόμενο της υπερχειλίσης να γίνεται πιο έντονο ενώ λιγότεροι νευρώνες δεν ήταν αρκετοί για την σύγκλιση του δικτύου.

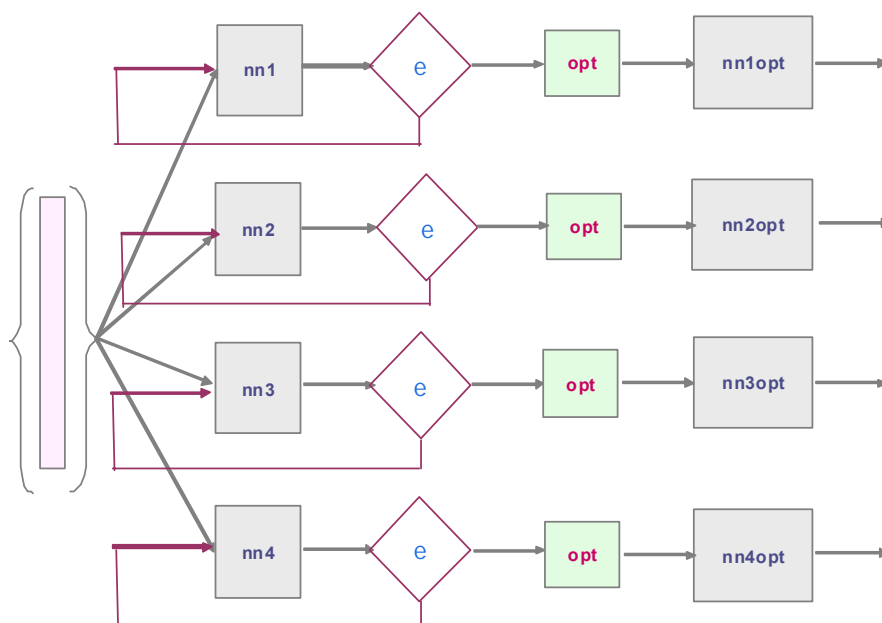
Για τον λόγο ότι ακόμα και μετά από την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων για την βελτιστοποίηση της απόδοσης του δικτύου, η προσέγγιση δεν είχε φτάσει σε ικανοποιητικά επίπεδα εφαρμόστηκαν περαιτέρω τροποποιήσεις. Πρόκειται για μια επιπλέον σειρά δοκιμών σε κάθε μια από τις παραπάνω που είχε σαν στόχο την εξάλειψη του θορύβου κυρίως από το δείγμα και την ελάττωση του σφάλματος της προσέγγισης. Η δομή των δοκιμών φαίνεται στο σχήμα 4.7.

Το κύριο πρόβλημα που ενδεχομένως προκαλούσε αυτά τα σφάλματα ήταν η μοντελοποίηση του αστιγματισμού και ειδικότερα με την πρώτη μέθοδο που εφαρμόστηκε. Μελετώντας και αναλύοντας τα δεδομένα φάνηκε ότι για μικρές τιμές του αστιγματισμού ο άξονας πάνω στον οποίο βρισκόταν είτε προ-εγχειρητικά είτε μετεγχειρητικά δεν ακολουθούσε κάποια νομοτέλεια. για τον λόγο αυτό ακολουθήθηκε μια καινούρια προσέγγιση κατά την οποία δημιουργήθηκαν άλλα τρία δίκτυα με την ίδια δομή τα οποία χρησιμοποιούσαν για την εκπαίδευσή τους διαφορετικά σύνολα (υποσύνολα από το αρχικό σύνολο δεδομένων). Τα τέσσερα δίκτυα εφαρμόζονταν παράλληλα και τελικά παίρναμε τα αποτελέσματα από το καθένα και τα συγκρίναμε.

Ειδικότερα το πρώτο δίκτυο έπαιρνε όλα τα δεδομένα μαζί όπως έχει περιγραφεί μέχρι αυτό το σημείο. Για το δεύτερο δίκτυο και το τρίτο χωρίστηκε το σύνολο των δεδομένων σε δύο υποσύνολα όπου στο πρώτο υπήρχαν μόνο τα δεδομένα στα οποία η τιμή του αστιγματισμού ήταν χαμηλή και στο δεύτερο υπήρχαν τα δεδομένα στα οποία η τιμή του αστιγματισμού ήταν

ψηλή. Για το τέταρτο δίκτυο αφαιρέσαμε από το σύνολο των δεδομένων την μεταβλητή του αστιγματισμού.

Επιπλέον μετά το πέρας της εκπαίδευσης του κάθε δικτύου δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος επεξεργαζόταν την απόδοση κάθε δικτύου και επέλεγε με βάση κάποια προκαθορισμένα κριτήρια από το σύνολο εκπαίδευσης τα διανύσματα εκείνα για τα οποία δεν είχε υπολογιστεί ορθά η έξοδος ή παρουσίαζαν μεγάλο σφάλμα και τα πρόσθετε άλλες δύο με τρεις φορές ανάλογα στο σύνολο εκπαίδευσης του δικτύου. Με τον τρόπο αυτό το δίκτυο είχε περισσότερες ευκαιρίες να προσαρμοστεί στο πεδίο των δεδομένων αυτών, ενώ παράλληλα αυξανόταν το σύνολο εισόδου στο κάθε δίκτυο κι έτσι μειωνόταν το πρόβλημα που υπήρχε με το πλήθος των δεδομένων (το σύνολο των δεδομένων ήταν μικρό εξ αρχής για την υλοποίηση της εφαρμογής). Στη συνέχεια το κάθε δίκτυο εκπαιδεύονταν από την αρχή με το καινούριο διευρυμένο σύνολο δεδομένων και τα αποτελέσματα συγκρίνονταν και πάλι στην έξοδο.



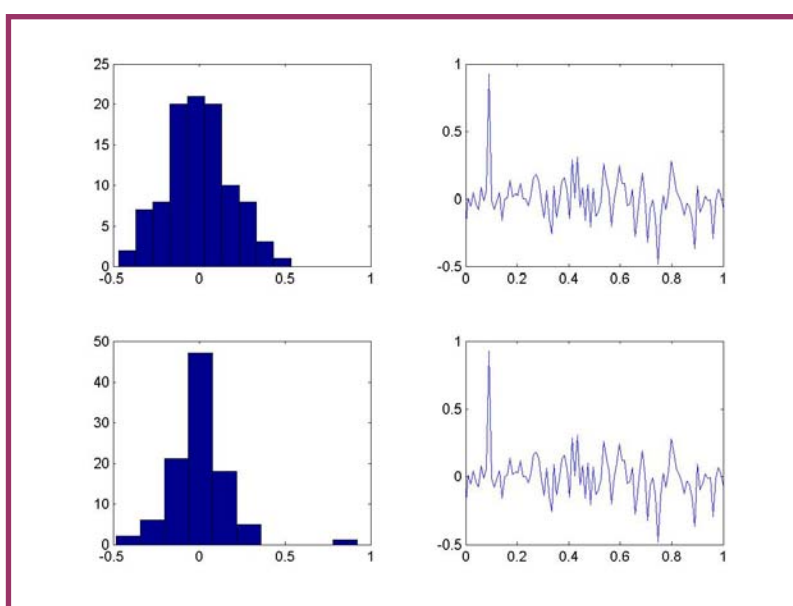
41

Σχήμα 4. 7

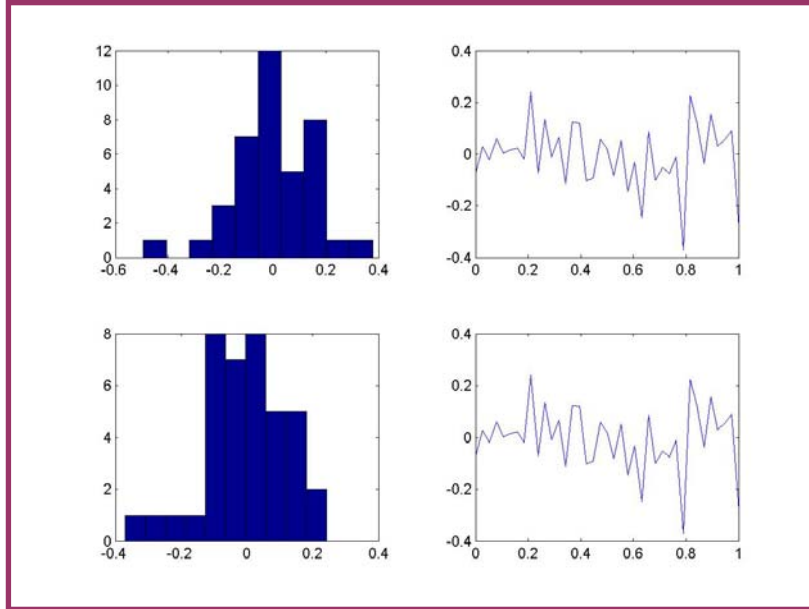
Πράγματι με την μέθοδο αυτή αυξήθηκε η απόδοση και των τεσσάρων δικτύων ενώ βελτιώθηκε παράλληλα και η γενίκευση τους που ήταν το σημείο όπου παρατηρούνταν τα περισσότερα σφάλματα. Τα αποτελέσματα έδειξαν καλύτερη συμπεριφορά για τα δίκτυα τα οποία χρησιμοποίησαν ξεχωριστά τις χαμηλές τιμές του αστιγματισμού από τις ψηλές τιμές του αστιγματισμού ενώ η απόδοση του δικτύου από το οποίο αφαιρέθηκε η μεταβλητή για τον αστιγματισμό από τις μεταβλητές εισόδου είχε ελαττωθεί πολύ. Αυτό είναι μια απόδειξη ότι η τιμή του αστιγματισμού επηρεάζει την απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος χωρίς μέχρι αυτό το σημείο να είναι γνωστό το ποσοστό στο οποίο το επηρεάζει.

4.15 Επίπεδα του σφάλματος εκπαίδευσης

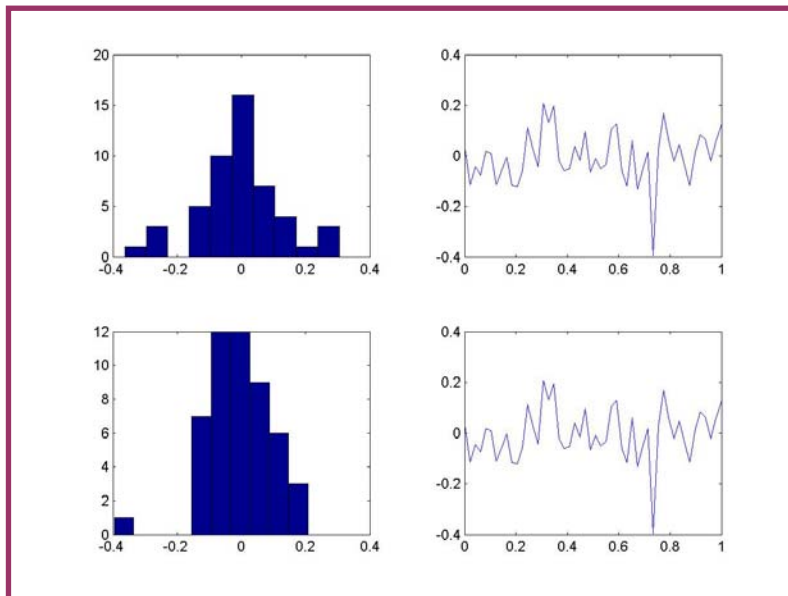
Για τα τέσσερα δίκτυα αφότου πέρασαν μέσα από όλους τους παραπάνω ελέγχους και επιλέχθηκε η κατάλληλη δομή και καθορίστηκαν οι παράμετροί τους, δηλαδή τα βάρη των δικτύων πήραμε τις εκτιμήσεις των σφαλμάτων εκπαίδευσης για καθένα από αυτά. Τα γραφήματα των σφαλμάτων φαίνονται στα σχήματα 4.6 ,4.7, 4.8 και 4.9 αντίστοιχα για το κάθε δίκτυο.



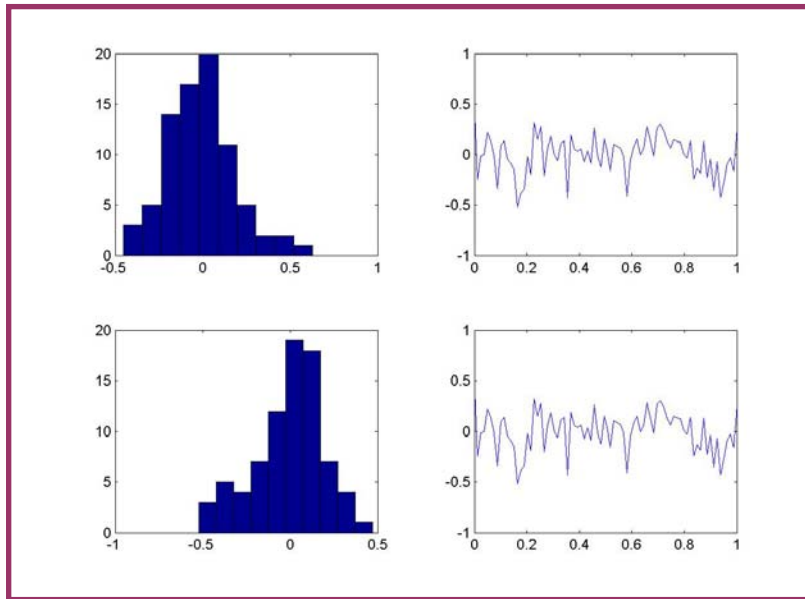
Σχήμα 4. 6



Σχήμα 4. 7



Σχήμα 4. 8

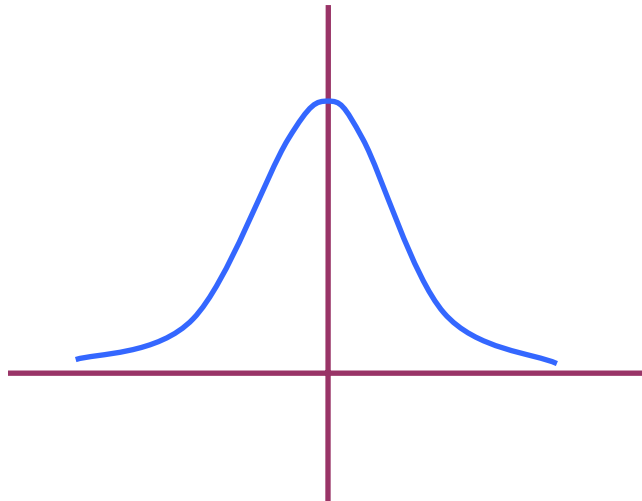


Σχήμα 4. 9

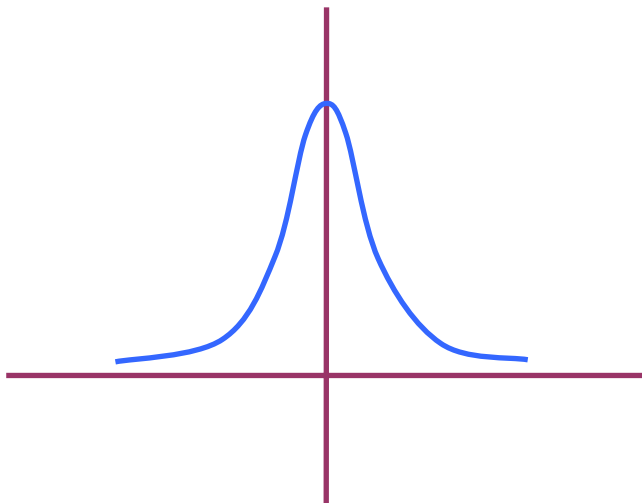
Από αυτά τα ιστογράμματα είναι φανερό ότι τα δεύτερο και τρίτο δίκτυο παρουσιάζουν μικρότερα σφάλματα στην προσέγγιση ενώ το πρώτο και το τέταρτο έχουν λίγο πιο κακή απόδοση (ειδικότερα το τέταρτο).

4.16 Συγκριση της πρόβλεψης του δικτύου με την πραγματική έκβαση των επεμβάσεων.

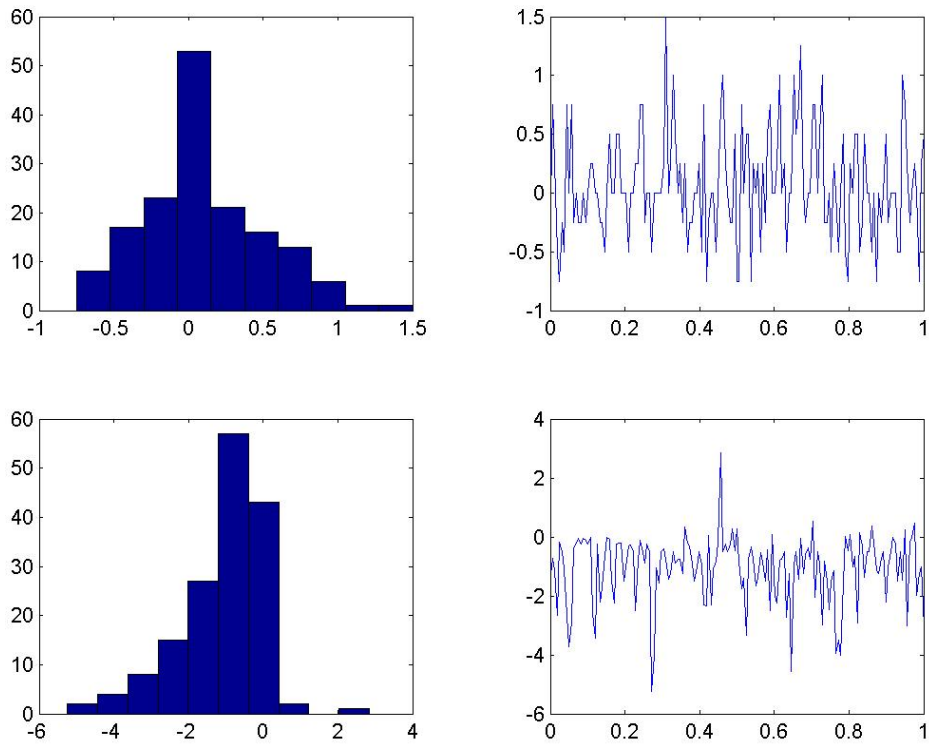
Στα σχήματα 4.11 και 4.12 παρουσιάζονται οι κατανομές του σφάλματος διόρθωσης και του σφάλματος πρόβλεψης. Είναι φανερό ότι ακολουθούν την ίδια κατανομή με την διαφορά ότι η δεύτερη παρουσιάζει μικρότερο εύρος. Αυτό σημαίνει ότι εάν εμπιστευτούμε την πρόβλεψη του δικτύου και τροποποιήσουμε ανάλογα τις μεταβλητές της επίμβασης τότε η απόκλιση του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό θα είναι μικρότερη. Στα σχήματα 4.13 και 4.14 που ακολουθούν βλέπουμε τα πραγματικά αποτελέσματα του δικτύου που αφορούν τις πραγματικές τιμές του σφάλματος διόρθωσης και το σφάλμα της πρόβλεψης του δικτύου οι οποίες συμφωνούν με τα γενικά αποτελέσματα.



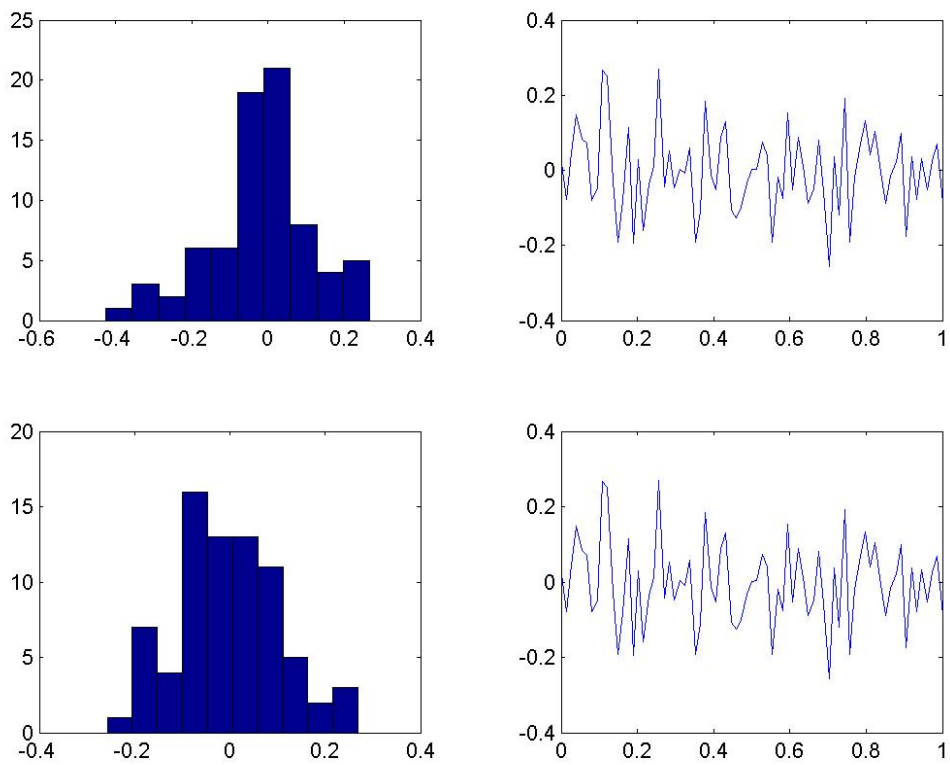
Σχήμα 4. 10: Κατανομή του σφάλματος διόρθωσης
(Επιθυμητή διόρθωση – Πραγματική διόρθωση)



Σχήμα 4. 11: Κατανομή του σφάλματος πρόβλεψης



Σχήμα 4. 12



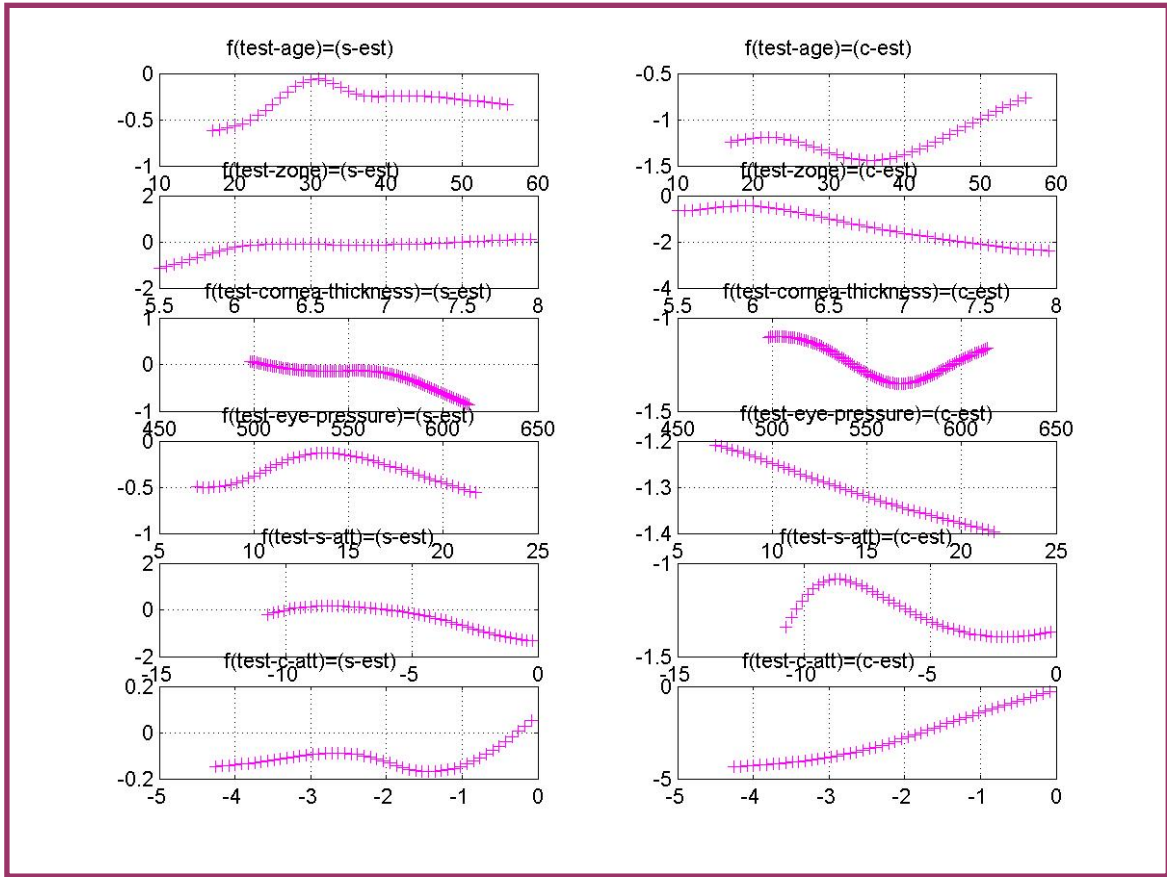
Σχήμα 4. 13

Τα γραφήματα του σχήματος 4,13 αντιστοιχούν στο σφάλμα της διόρθωσης όπως αυτό υπολογίζεται μέσα από τα διαθέσιμα δεδομένα, φαίνεται ότι η απόκλιση της διόρθωσης είναι περίπου ομοιόμορφα κατανομημένο γύρω από το μηδέν με εύρος από -0,6 έως 1,25 διοπτρίες για την σφαίρα και με εύρος από -4 έως 2 για τον μετεγχειρητικό αστιγματισμό. Στα γραφήματα του σχήματος 4,14 απεικονίζεται το σφάλμα στην εκπαίδευση του δικτύου για κάθε μεταβλητή που χρησιμοποιήθηκε για την εκπαίδευση του δικτύου. Παρατηρείται ότι και αυτό το σφάλμα ομοιόμορφα κατανομημένο γύρω από το μηδέν ενώ το εύρος τόσο για το σφαιρικό σφάλμα όσο και για το σφάλμα του αστιγματισμού έχει ελαττωθεί αρκετά κάτι που υποστηρίζει την γενίκευση ότι η χρησιμοποίηση του δικτύου θα βελτιστοποιούσε την απόδοση της διαθλαστικής επέμβασης το οποίο είναι αρκετά σημαντικό.

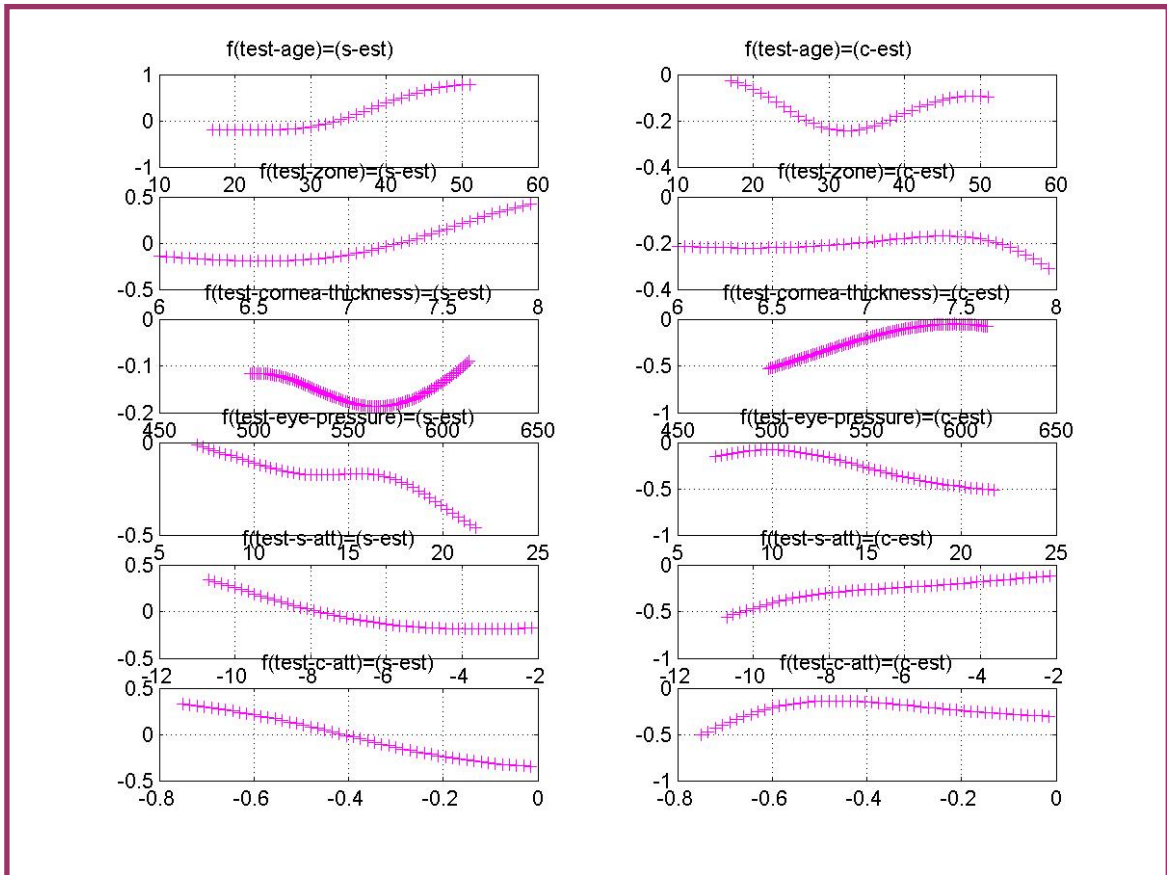
4.17 Έλεγχος της εφαρμογής

Οι γραφικές παραστάσεις που αφορούσαν το σφάλμα στην εκπαίδευση του δικτύου καθώς επίσης και οι απεικονίσεις ελέγχου και γενίκευσης του δικτύου παρείχαν στην προσπάθεια αυτή πληροφορίες που αφορούσαν τη συνολική απόδοση του δικτύου ως προς την προσέγγιση της συνάρτησης. Περαιτέρω για τον έλεγχο της προσέγγισης της συμβολής της κάθε μεταβλητής ξεχωριστά δημιουργήθηκε ένας αλγόριθμος ο οποίος έπαιρνε ένα διάνυσμα δεδομένων εισόδου η τιμή της κάθε μεταβλητής του οποίου αντιστοιχούσε στον μέσο όρο των τιμών ολόκληρου του συνόλου και δημιουργούσε αντίστοιχα σύνολα δεδομένων αλλάζοντας σε κάθε ένα μια από τις μεταβλητές παραμένοντας στο εύρος των τιμών της αντίστοιχης μεταβλητής του αρχικού συνόλου. Ακολούθως αυτά τα καινούρια τεχνητά σύνολα δεδομένων προσομοιώθηκαν στο κάθε δίκτυο το οποίο κλήθηκε να προβλέψει την τύχη αυτών των περιπτώσεων. Στα σχήματα 4.11, 4.12, 4.13 και 4.14 φαίνονται τα αποτελέσματα που πήραμε για αυτές τις προσεγγίσεις για κάθε ένα από τα δίκτυα. Γενικά παρατηρείται μιά αστάθεια στην πρόβλεψη των δικτύων και αυτό οφείλεται σε συσσορευμένα σφάλματα τα οποία δεν ήταν δυνατόν να εξαιρεθούν, Παραταύτα φαίνεται η ύπαρξη μιας γενικής τάσης η οποία είναι περίπου ίδια για κάθε δίκτυο και φαίνεται μέσα

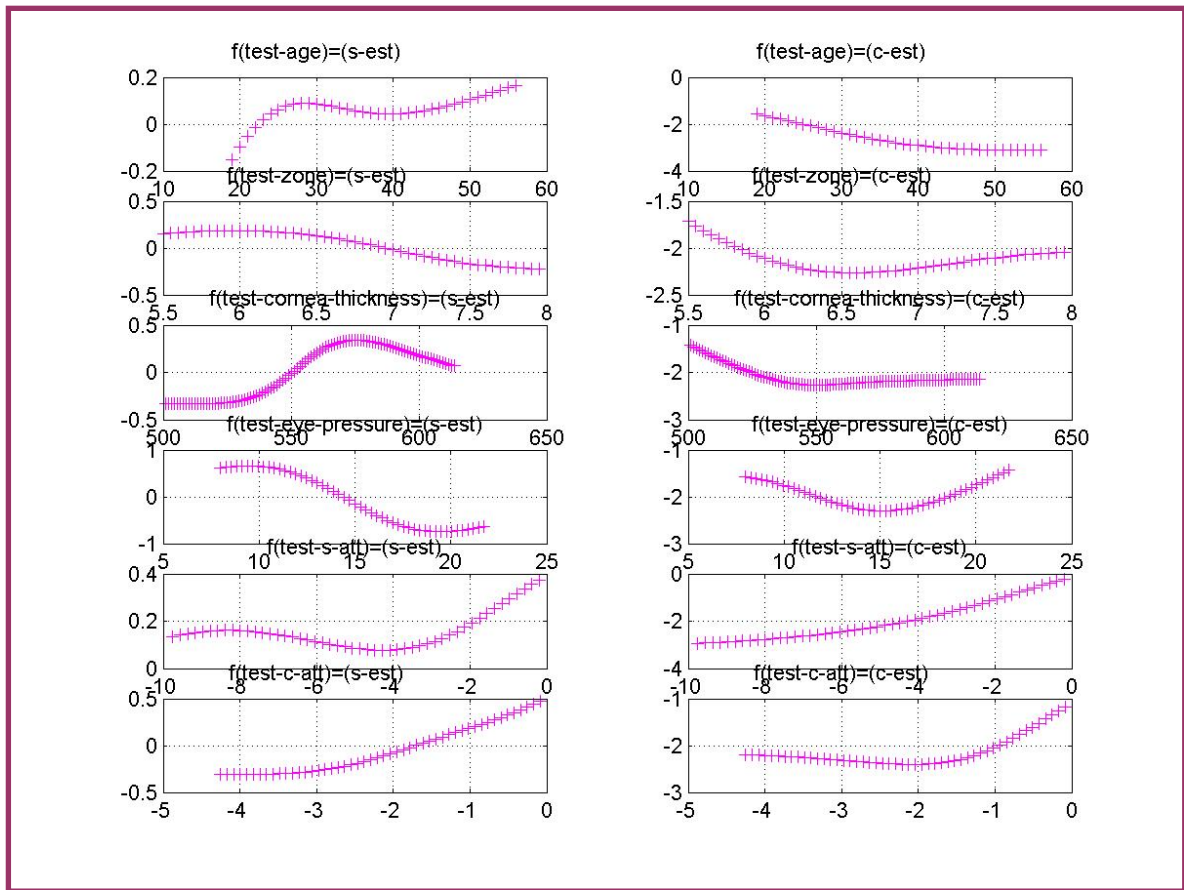
από τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν αλλάζοντας τις διάφορες παραμέτρους.



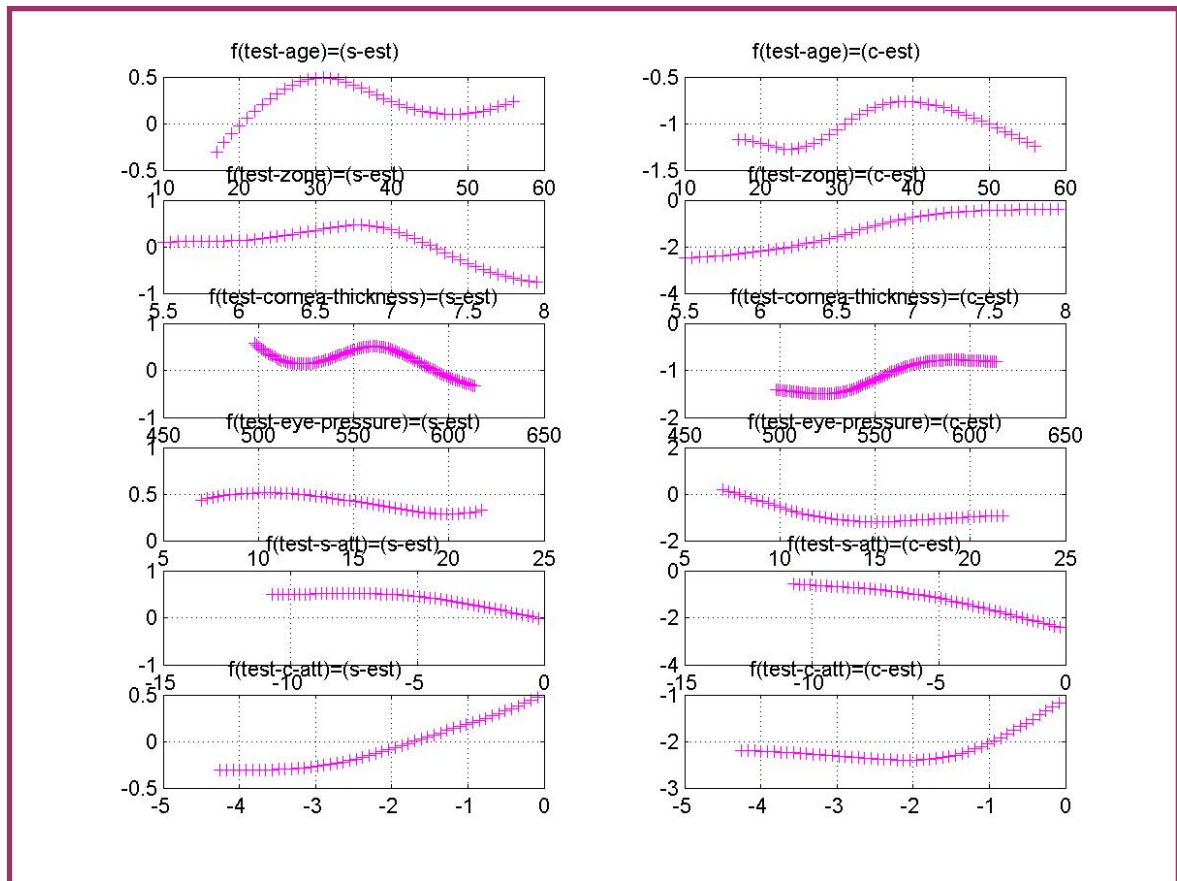
Σχήμα 4. 15



Σχήμα 4. 14



Σχήμα 4. 17



Σχήμα 4. 16

4.18 Συμπεράσματα

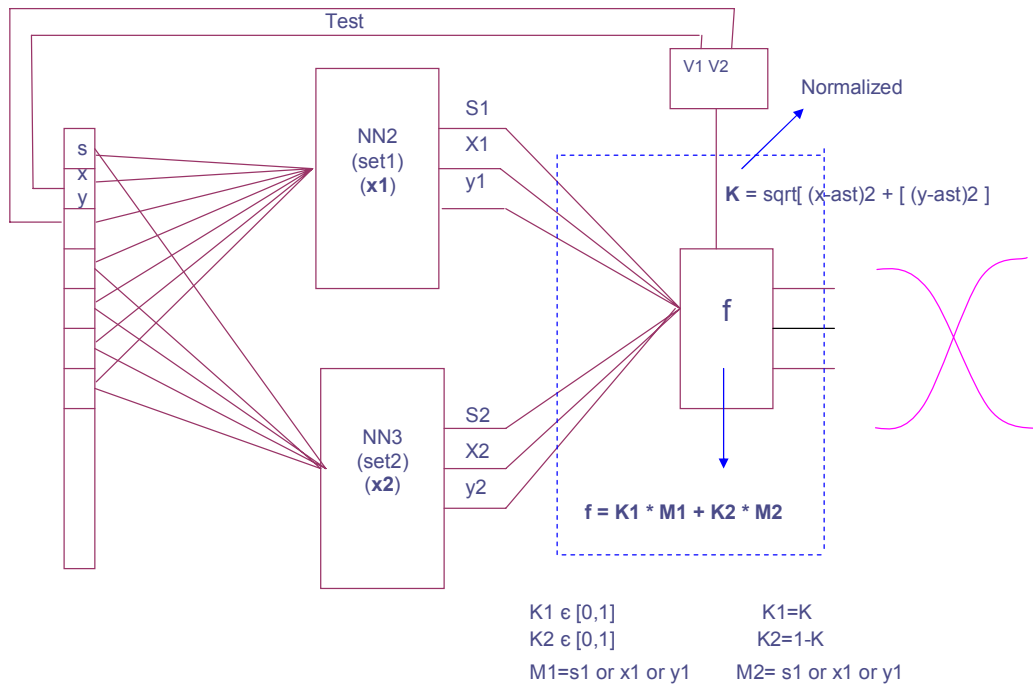
Τα αποτελέσματα της εφαρμογής έδειξαν ανάλογες τάσεις με τον αναμενόμενο φυσικό μηχανισμό για την συμβολή στο σφάλμα κάθε μεταβλητής ξεχωριστά. Γενικότερα προβλέπεται υπέρ-διόρθωση ή υπό-διόρθωση κατά περίπτωση. Το σφάλμα της πρόβλεψης του δικτύου περιορίστηκε στις 0,5D και θεωρήθηκε αρκετά ικανοποιητικό δεδομένης της ύπαρξης αρκετού θορύβου στα δεδομένα καθώς επίσης και την ανομοιογένεια του συνόλου των δεδομένων εκπαίδευσης. Ακόμα το σφάλμα αυτό πιθανόν να οφείλεται σε άλλες παραμέτρους οι οποίες δεν έχουν χρησιμοποιηθεί στην παρούσα μελέτη. Συγκεκριμένα για την παράμετρο ηλικία προβλέπεται υποδιόρθωση για μικρές ηλικίες και υπέρ-διόρθωση για μεγαλύτερες ηλικίες, ενώ για την ζώνη φωτοαποδόμησης δεν παρατηρείται κάποια μονότονη εξάρτηση σε σχέση με το σφάλμα. Ενδεχομένως απαιτείται διαφορετική ανάλυση για κάθε οπτική ζώνη ξεχωριστά για τον λόγο ότι προκύπτει με βάση διαφορετικό αλγόριθμο του laser. Ένα σημαντικό αποτέλεσμα που προέκυψε το οποίο εξ όσων γνωρίζουμε δεν έχει αναφερθεί ξανά είναι η ενδοφθάλμια πίεση, όπως αυτή μετριέται προ-εγχειρητικά με το τονόμετρο Goldman, η οποία φαίνεται να είναι ένας ισχυρός παράγοντας πρόγνωσης του διαθλαστικού αποτελέσματος.

Γενικότερα τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα αποδείχθηκαν αποτελεσματικά συστήματα για τον υπολογισμό της απόκλισης του διαθλαστικού αποτελέσματος από το επιθυμητό και ικανά να αντικαταστήσουν ή να συμπληρώσουν την εφαρμογή των νομογραμμάτων που εφαρμόζονται μέχρι σήμερα για τον ίδιο σκοπό. Το πλεονέκτημα των δικτύων αυτών είναι ότι απαιτούν μικρότερο πλήθος παραδειγμάτων για να δώσουν την πρόβλεψή τους και γι αυτό τον λόγο θα ήταν εφικτή η χρήση τους και από μικρά κέντρα όπου πραγματοποιούνται διαθλαστικές επεμβάσεις ενώ έχουν επίσης την δυνατότητα να προσομοιώσουν και να συνυπολογίσουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε κέντρου.

4.19 Τρόποι βελτίωσης της μεθόδου που ακολουθήθηκε.

Περαιτέρω ανάπτυξη του δικτύου για την αύξηση της ακρίβειάς της πρόβλεψής του θα μπορούσε να γίνει με την αντικατάσταση του συνόλου των δεδομένων με ένα καταλληλότερο δείγμα δεδομένων το οποίο θα ήταν ομοιόμορφα κατανεμημένο στο πεδίο ορισμού του προβλήματος και θα κάλυπτε όλες τις περιπτώσεις χωρίς να παρουσιάζει έλλειψη δεδομένων από κάποιες περιοχές του πεδίου ορισμού. Για την αντιμετώπιση του θορύβου στα δεδομένα ίσως να ήταν αποδοτικότερη η κατασκευή μιας κατάλληλης συνάρτησης που θα πραγματοποιούσε ένα φιλτράρισμα του θορύβου και θα αφαιρούσε με κάποια κριτήρια τα δεδομένα στο οποία εντόπιζε τον θόρυβο από το δείγμα.

Ένα επόμενο βήμα το οποίο όπως αποδεικνύεται και στην παρούσα εργασία ενδέχεται να αποδίδει είναι ο συνδυασμός με κάποια συνάρτηση των αποτελεσμάτων διαφορετικών δικτύων αφότου καθοριστούν κάποια βάρη για τα επίπεδα απόδοσης του κάθε ενός. Ένας τέτοιος πιθανός συνδυασμός σχεδιάστηκε κατά την μελέτη αυτή όπου συνδυάζονται οι έξοδοι από δύο διαφορετικά δίκτυα, με μία σιγμοειδή συνάρτηση. όπως φαίνεται στο σχήμα 4.19,



41

Σχήμα 4. 18

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Κωνσταντίνος Ψύλλας, Εισαγωγή στην Οφθαλμολογία και στην Νευροοφθαλμολογία
- [2] Trokel SL, Srinivasan R, Braren B. Excimer laser surgery of the cornea. *Am J Ophthalmol.* 1983 Dec;96(6):710-5.
- [3] Pallikaris IG, Papatzanaki ME, Stathi EZ, Frenschock O, Georgiadis A. Laser in situ keratomileusis. *Lasers Surg Med.* 1990;10(5):463-8.
- [4] Pallikaris IG, Kalyvianaki MI, Katsanevaki VJ, Ginis HS. Epi-LASIK: preliminary clinical results of an alternative surface ablation procedure. *J Cataract Refract Surg.* 2005 May;31(5):879-85.
- [5] Mocci F., ophthalmologic evaluation of VDT/PC operators: approach to the diagnosis with neural networks. *G Ital Med Lav Ergon.* 2000 Jan-Mar; 22(1):14-8.
- [6] Smolek MK, Klyce SD. Screening of prior refractive surgery by a wavelet-based neural network. *J Cataract Refract Surg.* 2001 Dec;27(12):1926-31.
- [7] Maeda N, Klyce SD, Smolek MK. Neural network classification of corneal-topography. Preliminary demonstration. *Invest Ophthalmol Vis Sci.* 1995 Jan;36(7):1327-35.
- [8] Yang SH, Van Gelder RN, Pepose JS. Neural network computer program to determine photorefractive keratectomy nomograms. *J Cataract Refract Surg.* 1988 Jul; 24(7): 917-24.
- [9] W.S. McCulloch and W. Pitts, "A Logical Calculus of Ideas Immanent in nervous activity", *Bull. Mathematical Biophysics*, Vol.5, 1943, pp.115-133.

[2] R. Rosenblatt, Principles of Neurodynamics, Spartan Books, New York, 1962.

[10] M. Minsky and S. Papert, Perceptrons: An introduction to computational Geometry, MIT Press, Cambridge, Mass., 1969.

[11] J. J. Hopfield, 'Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities', in Proc. Nat'l Academy of Science, USA 79, 1982, pp.2,554-2,558.

[12] P. Werbos, 'Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences', Phd thesis, Dept. of Applied Mathematics, Harvard University, Cambridge, Mass., 1974.

[13] D. E. Rumelhart and J. L. McClelland, Parallel Distributed Processing: Exploration in the Microstructure of Cognition, MIT Press, Cambridge, Mass., 1986.

[14] J. A. Anderson and E. Rosenfeld, Neurocomputing: Foundations of Research, MIT Press, Cambridge, Mass., 1988.

[15] Anil K. Jain – Michigan State University & Jianchang Mao, K.M Mohiuddin –IBM Almaden Research Center :”Artificial Neural Network: A Tutorial”

[16] Neural Networks – A comprehensive Foundation - Simon Haykin

[17] Neural Networks for Pattern Recognition by Christopher M. Bishop

[18] Handbook of neural network signal processing

[19] Neural Network Toolbox – for use with MATLAB – Howard Demuth, Mark Beale – User's Guide – Version 4



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

