



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
UNIVERSITY OF CRETE

Διπλωματική Εργασία

**Μελέτη συστήματος εστίασης split-mirror
για πραγματοποίηση πειραμάτων άντλησης -
ανίχνευσης**

Συγγραφέας: Χριστίνα Σιόγκα

Επιβλέπων : κ. Παρασκευάς Τζάλλας

Επιτροπή : κ. Δημήτριος Χαραλαμπίδης
κ. Θεόδωρος - Πέτρος Ρακιτζής

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω την ιδιαίτερη ευγνωμοσύνη μου για τον επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας ερευνητικής εργασίας κ. Παρασκευά Τζάλλα, όπως επίσης και τον κ. Δημήτρη Χαραλαμπίδη, για την ευκαιρία που μου έδωσαν, προκειμένου να πραγματοποιήσω την παρούσα διπλωματική εργασία.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον μεταδιδακτορικό Γιάννη Ορφανό για όλα όσα μου έμαθε και με δίδαξε σε ολόκληρη αυτή την πορεία με υπομονή, επιμονή και όρεξη. Στη συνέχεια, ευχαριστώ και τα υπόλοιπα μέλη του εργαστηρίου για την αλληλοϋποστήριξη και το ευχάριστο κλίμα που υπήρχε καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας.

Τέλος, δε θα μπορούσα να παραλείψω από τις ευχαριστίες μου το ινστιτούτο ΙΤΕ – ΙΗΔΛ, όπου και πραγματοποιήθηκε το πειραματικό μέρος της εργασίας.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	4
1. Εισαγωγή.....	4
2. Θεωρητικό υπόβαθρο για την αρχή λειτουργίας της διάταξης split-mirror.....	5
2.1. Κυματική διάδοση.....	5
2.2. Gaussian οπτική.....	7
2.3. Χωρικό προφίλ έντασης στην εστία του split-mirror.....	12
3. Τρόποι χρήσης της σφαιρικής διάταξης split-mirror σε πειράματα.....	13
3.1. Χρήση ως σφαιρικό ανακλαστικό κάτοπτρο και διαχωριστής δέσμης....	13
3.2. Χρήση ως συμβολόμετρο.....	14
3.2.1. Μέτρηση ευστάθειας συμβολομέτρου.....	14
4. Μέτρηση ευστάθειας συμβολομέτρου split-mirror.....	14
5. Συμπεράσματα.....	19
Βιβλιογραφία.....	20

Περίληψη

Η ακόλουθη διπλωματική εργασία έλαβε χώρα στο εργαστήριο Attosecond Science & Technology Laboratory του Ινστιτούτου Ηλεκτρονικής Δομής και Λείζερ (IHDL-IESL) στο Ίδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας (I.T.E. – FO.R.TH). Σκοπός της εργασίας είναι η παρουσίαση της αρχής λειτουργίας του συστήματος κατόπτρου split-mirror και η αναφορά των διαφορετικών λειτουργιών του σε πειράματα, ενώ τέλος περιγράφεται και η διαδικασία που ακολουθήθηκε για την πειραματική μέτρηση της χρονικής ευστάθειας που παρέχει σαν συμβολόμετρο. Πρόκειται, κατά βάση, για μία βιβλιογραφική εργασία που αφορά στην παρουσίαση αποτελεσμάτων που έχουν ήδη δημοσιευτεί. Ωστόσο, θα παρουσιαστούν παράλληλα και κάποια αποτελέσματα που δεν έχουν συμπεριληφθεί στην παραπάνω δημοσίευση.

Η διάταξη split-mirror είναι ένα σφαιρικό κάτοπτρο, που χρησιμοποιείται σε πειράματα άντλησης – ανίχνευσης της femtosecond και της attosecond χρονικής κλίμακας, στην extreme-ultraviolet (XUV) περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Επειδή, εν προκειμένω, το εργαστήριο επικεντρώνεται σε πειράματα στην attosecond κλίμακα, θα αναφερθούμε αποκλειστικά σε αυτήν. Η μελέτη του σφαιρικού κατόπτρου έγινε με βάση τις αρχές της κυματικής οπτικής.

Το σφαιρικό κάτοπτρο αποτελείται από δύο τμήματα, με αποτέλεσμα όταν μία δέσμη laser προσπίπτει πάνω τους, να διαχωρίζεται, και οι δύο δέσμες που προκύπτουν να εστιάζονται σε ένα κοινό σημείο. Επίσης, το ένα τμήμα μπορεί να μετατοπίζεται ελεγχόμενα σε σχέση με το άλλο, και με τον τρόπο αυτό έχουμε τη δυνατότητα να εισάγουμε διαφορά οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο δεσμών, που προκύπτουν από την ανάκλαση. Με άλλα λόγια, μπορούμε να εισάγουμε χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών.

Βασιζόμενη σε αυτήν την αρχή λειτουργίας, θα παρουσιάσω την πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη μελέτη των χαρακτηριστικών της δέσμης στην εστία και για τη μέτρηση της χρονικής ευστάθειας του συμβολομέτρου split-mirror. Τέλος, θα συγκριθούν τα πειραματικά αποτελέσματα με αυτά που προκύπτουν από υπολογισμούς για gaussian οπτική.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διάταξη split-mirror συμβολομέτρου, της οποίας τα πειραματικά αποτελέσματα θα παρουσιάσω, αποτέλεσε τμήμα μίας μεγαλύτερης διάταξης για την παραγωγή και το χρονικό χαρακτηρισμό attosecond παλμών laser στην XUV περιοχή του φάσματος, που έχει δημοσιευτεί.^[1]

1. Εισαγωγή

Σε ατομική και μοριακή κλίμακα, η κίνηση των σωματιδίων ανιχνεύεται σε χαρακτηριστικούς χρόνους της κλίμακας attosecond. Έτσι, η καταγραφή τέτοιας υπερταχείας κίνησης απαιτεί παλμούς φωτός αντίστοιχης χρονικής διάρκειας. Σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης, για τη σύνθεση attosecond παλμών απαιτείται φασματικό εύρος μεγαλύτερο από αυτό του ορατού φάσματος και των μεγαλύτερων μηκών κύματος. Απαιτείται, δηλαδή, σύμφωνη ακτινοβολία ευρέως φάσματος υπεριώδους κενού και/ή ακτίνων-χ. Επίσης, σύμφωνα με την αρχή της περίθλασης, τα

μικρότερα μήκη κύματος προσφέρουν υψηλή χωρική διακριτική ικανότητα. Συνεπώς, οι attosecond παλμοί παρέχουν το βέλτιστο δυνατό συνδυασμό χωροχρονικής διακριτικής ικανότητας. Τόσο ισχυρές πηγές ακτινοβολίας χρειάζονται, για παράδειγμα, σε πειράματα χρονικής φασματοσκοπίας και φυσικής ισχυρών πεδίων.

Οι attosecond παλμοί laser δημιουργούνται στην XUV περιοχή. Για αυτή την περιοχή του φάσματος, δεν υπάρχουν οπτικά για πειράματα άντλησης – ανίχνευσης, όπως για παράδειγμα το συμβολόμετρο Michelson, που δεν είναι συμβατό σε πειράματα που διεξάγονται κάτω από τη φασματική περιοχή του υπεριώδους κενού. Έτσι, δημιουργήθηκε επιτακτική ανάγκη για την ανάπτυξη διαφορετικών διατάξεων. Μία από αυτές είναι και το σφαιρικό κάτοπτρο split-mirror. Στη διάταξη αυτή, ένα ζεύγος σφαιρικών κατόπτρων λειτουργεί σαν διαχωριστής δέσμης, με την ικανότητα να εισάγει καθυστέρηση οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο δεσμών. Η προσπίπτουσα δέσμη χωρίζεται ισотρόπως στα δύο, αφού ανακλαστεί από τα σφαιρικά κάτοπτρα της διάταξης. Έπειτα, η μία δέσμη καθυστερείται χρονικά σε σχέση με την άλλη μέσω μικρής πρόσθιας ή οπίσθιας μηχανικής μετακίνησης του ενός κατόπτρου σε σχέση με το άλλο. Τέλος, οι δύο δέσμες εστιάζονται μαζί και στην εστία υπερτίθενται έχοντας το ίδιο ηλεκτρικό πεδίο και άρα το ίδιο προφίλ έντασης.^[2]

Η διάταξη αυτή έχει χρησιμοποιηθεί, κατά κόρον, τα τελευταία τουλάχιστον 15 χρόνια στο ΙΗΔΛ για το χρονικό χαρακτηρισμό των attosecond παλμών laser, σε πειράματα μελέτης υπερταχείας δυναμικής σε άτομα και μόρια.

Παρ' όλα αυτά, μετά την κατασκευή κάθε νέας γραμμής attosecond παλμών laser, η διάταξη split-mirror πρέπει να χαρακτηριστεί. Οι θεωρητικοί και πειραματικοί αυτοί υπολογισμοί, συνίστανται στη μελέτη των χαρακτηριστικών της δέσμης στην εστία και της χρονικής σταθερότητας του συμβολομέτρου που δημιουργείται.

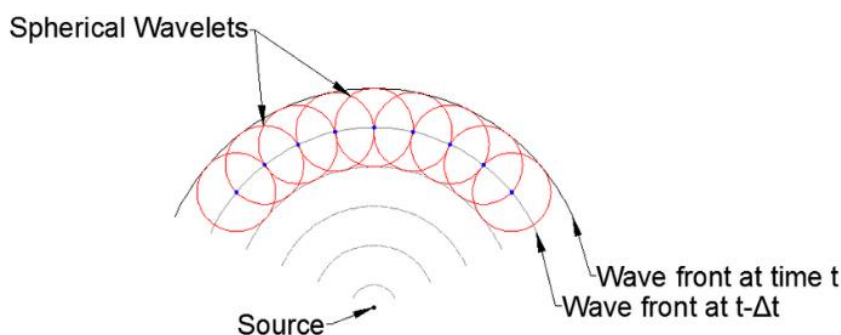
Συνοψίζοντας, στη 2^η ενότητα της άσκησης θα παρουσιαστεί η αρχή λειτουργίας της διάταξης split-mirror. Στην 3^η ενότητα θα περιγραφούν οι λόγοι που χρησιμοποιείται σε διάταξη σε πειράματα άντλησης – ανίχνευσης, ενώ στην 4^η θα περιγραφεί λεπτομερώς η διάταξη και η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη μέτρηση της ευστάθειας του συμβολομέτρου και θα σχολιαστούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν. Τέλος, στην 5^η ενότητα θα αναφερθούν τα συμπεράσματα που ανακτήθηκαν από τη μελέτη.

2. Θεωρητικό υπόβαθρο για την αρχή λειτουργίας της διάταξης split-mirror

2.1. Κυματική διάδοση

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία είναι η εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας στο χώρο υπό μορφή κυμάτων, που καλούνται ηλεκτρομαγνητικά κύματα και αποτελούνται από διαδιδόμενα κυματομέτωπα.^[3] Τα κυματομέτωπα είναι ο γεωμετρικός τόπος όλων των σημείων, όπου η φάση καθενός κύματος είναι η ίδια με των υπόλοιπων και σχηματίζουν μία σειρά ομόκεντρων κύκλων. Πρόκειται, δηλαδή, για ισοφασικές επιφάνειες που διαδίδονται στο χώρο.^[4] Επίσης, τα κυματομέτωπα των

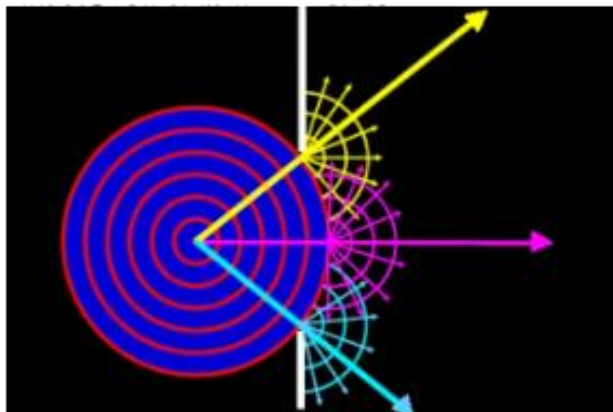
ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που εκπέμπονται από μία σημειακή πηγή είναι σφαιρικά.^[5] Η διάδοση αυτών των μετώπων κύματος στο χώρο στηρίζεται στην αρχή των Huygens – Fresnel, και η ταχύτητα διάδοσής τους διαφέρει, ανάλογα με το υλικό μέσο στο οποίο διαδίδονται. Σύμφωνα με την αρχή των Huygens – Fresnel για τη διάδοση του φωτός, κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος, σε μία δεδομένη στιγμή, λειτουργεί σαν το κέντρο μίας δευτερεύουσας διαταραχής που ‘γεννά’ σφαιρικά κυματίδια (πηγή), ενώ το κύριο κυματομέτωπο σε οποιαδήποτε μεταγενέστερη χρονική στιγμή θεωρείται ως η εφαπτόμενη περιβάλλουσα αυτών των δευτερευόντων κυματιδίων (κυματίδια Huygens). Ακόμη, το πλάτος του διαδιδόμενου πλέον κύματος σε κάθε σημείο μία μετέπειτα χρονική στιγμή προκύπτει από την υπέρθεση όλων αυτών των δευτερευόντων κυμάτων, λαμβάνοντας υπόψη τα πλάτη τους και τη σχετική τους φάση.^[4] Κάθε μέτωπο κύματος απέχει από το προηγούμενό του απόσταση ίση με $v \cdot \Delta t$, όπου v η ταχύτητα του φωτός στο εκάστοτε μέσο και Δt η χρονική διαφορά των δύο μετώπων. Η αρχή αυτή περιγράφει ορθά τη διάδοση ενός σφαιρικού κύματος στο κενό, όπου $v = c = 299742458 \text{ m/s}$.^[6]



Εικόνα 1: Σχηματική αναπαράσταση της αρχής των Huygens – Fresnel.^[7]

Έτσι, η εικόνα της διάδοσης του φωτός στο χώρο μοιάζει να έχει άλλες πιο σκοτεινές και άλλες πιο φωτεινές περιοχές. Αυτό είναι αποτέλεσμα του φαινομένου της συμβολής των δευτερευόντων κυματιδίων. Αν η σχετική φάση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, $\vec{E}_i, i = 1, 2, \dots$, των κυματιδίων που συμβάλλουν σε ένα σημείο του χώρου είναι $(2m)\pi, m = 0, 1, 2, \dots$, τότε η συμβολή καλείται ενισχυτική και η περιοχή είναι φωτεινή, ενώ όταν η φάση είναι $(2m + 1)\pi, m = 0, 1, 2, \dots$, η συμβολή είναι καταστρεπτική και η περιοχή σκοτεινή. Οποιαδήποτε άλλη κατάσταση, προκύπτει από την επαλληλία ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, των οποίων η σχετική φάση βρίσκεται στο ενδιάμεσο.^[1] Ωστόσο, αυτό που ανιχνεύουμε τελικά δεν είναι το συνισταμένο ηλεκτρικό πεδίο που προκύπτει από τη συμβολή των κυμάτων, αλλά η ένταση της ακτινοβολίας, για την οποία ισχύει $I = \frac{1}{2\eta} \cdot |(\vec{E}_i + \vec{E}_j)|^2$, όπου $\eta = 377\Omega$ η εμπέδηση του ελεύθερου χώρου και \vec{E}_i, \vec{E}_j το ηλεκτρικό πεδίο δύο διαφορετικών κυματιδίων.^[8]

Ακόμη, παρατηρείται ότι καθώς τα σφαιρικά κυματομέτωπα διαδίδονται στο χώρο η ακτίνα καμπυλότητάς τους μεγαλώνει. Το γεγονός αυτό είναι απόρροια του φαινομένου της περίθλασης, κατά την οποία όσο μικρότερη είναι η σχισμή μέσα από την οποία διέρχεται ένα μέτωπο κύματος τόσο μεγαλύτερη είναι και η περίθλαση στην οποία αυτό υπόκειται.^[4]



Εικόνα 2: Διάδοση και συμβολή δευτερευόντων σφαιρικών κυματομετώπων σε ένα μέσο.

Τέλος, τα παραπάνω συνιστούν την αρχή διάδοσης του φωτός στη διάταξη του συστήματος εστίασης split-mirror, όπου ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται στο χώρο υπό μορφή δέσμης laser, η δέσμη αυτή ανακλάται από το σφαιρικό κάτοπτρο και χωρίζεται στα δύο, ενώ τέλος οι δύο δέσμες εστιάζονται σε ένα κοινό σημείο και η ένταση της ακτινοβολίας σε εκείνο το σημείο καταγράφεται μέσω ανιχνευτή.

2.2. Gaussian οπτική

Οι gaussian δέσμες είναι πολύ χρήσιμες, ακριβείς λύσεις της παραξονικής κυματικής εξίσωσης. Οι δέσμες αυτές μελετώνται καθώς όταν για πηγή φωτός χρησιμοποιείται ένα laser, όπως και στο συγκεκριμένο πείραμα, ο πιο συνηθισμένος τρόπος που εξέρχεται το φως από τη διάταξη είναι με προφίλ gaussian δέσμης.

Γενικότερα, το ηλεκτρικό πεδίο ενός μονοχρωματικού κύματος περιγράφεται από τη σχέση

$$E(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y, z) e^{j\omega t} \quad (1)$$

όπου ω είναι η συχνότητα ταλάντωσης, και $\tilde{E} = \tilde{E}(x, y, z)$ το μιγαδικό πλάτος, που περιγράφει τη χωρική κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου. Το \tilde{E} πρέπει να ικανοποιεί τη χρονοανεξάρτητη κυματική εξίσωση, η οποία για χώρο που δεν περικλείει φορτία έχει τη μορφή

$$[\nabla^2 + |k|^2] \tilde{E}(x, y, z) = 0 \quad (2)$$

όπου $|k| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ ο κυματάρηθος, που υποδεικνύει τη χωρική περίοδο μέσω της εξάρτησης από το μήκος κύματος, λ , του κύματος και τη διεύθυνση κατά την οποία

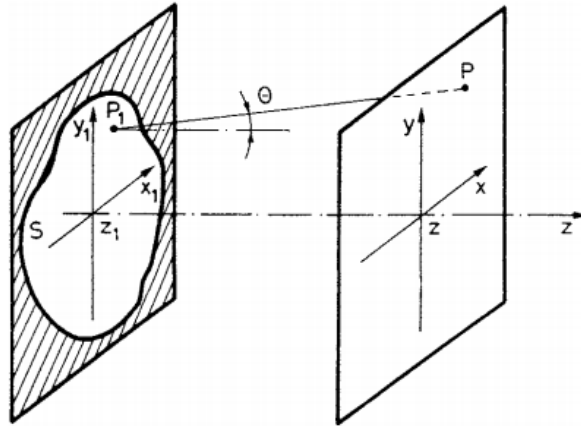
αυτό διαδίδεται, ενώ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ είναι ο Laplacian τελεστής εκφρασμένος σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Εδώ, υποθέτουμε ότι το κύμα διαδίδεται στην κατεύθυνση του z-άξονα, και επομένως $\vec{k} = k\hat{z}$.

Μία λύση ολοκληρωτικής μορφής για το \vec{E} προκύπτει αν χρησιμοποιήσουμε το ολοκλήρωμα Fresnel - Kirchhoff. Για μία δεδομένη κατανομή ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}(x_1, y_1, z_1)$ στο $z = z_1$ επίπεδο, η κατανομή ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}(x, y, z)$ που προκύπτει, για κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο συντεταγμένης z κατά μήκος της διεύθυνσης διάδοσης, είναι

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{j}{\lambda} \iint_S \vec{E}(x_1, y_1, z_1) \frac{1}{r} e^{-jkr} \cos \theta \, dx_1 \, dy_1 \quad (3)$$

όπου r είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων $P_1 = (x_1, y_1)$ και $P = (x, y)$, θ είναι η γωνία που σχηματίζει το ευθύγραμμο τμήμα P_1P με το z_1z και τα όρια του διπλού ολοκληρώματος περιορίζονται από μία γενική επιφάνεια οπής S στο $z = z_1$ επίπεδο.

Η παραπάνω εξίσωση είναι η μαθηματική έκφραση της αρχής Huygens – Fresnel, όπου ο όρος $\frac{\vec{E}(x_1, y_1, z_1)}{r} e^{-jkr}$ αντιπροσωπεύει ένα κυματίδιο Huygens που έχει αφετηρία τη στοιχειώδη περιοχή $dx_1 dy_1$ γύρω από το P_1 και το $\vec{E}(P)$ προκύπτει από την υπέρθεση των κυματιδίων, που εκκινούν από όλα τα σημεία του επιπέδου $z = z_1$, ο όρος $\cos \theta$ ονομάζεται παράγοντας απόκλισης και το $\left(\frac{j}{\lambda}\right)$ είναι ένας παράγοντας κανονικοποίησης. Προκύπτει ότι τα κυματίδια Huygens έχουν μία διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$ σε σχέση με τη δέσμη που προσπίπτει στο επίπεδο $z = z_1$.



Εικόνα 3: Υπολογισμός προφίλ πεδίου $\vec{E}(P)$ σε επίπεδο $z > z_1$, όταν το προφίλ του πεδίου $\vec{E}(P_1)$, στο επίπεδο $z = z_1$, είναι γνωστό.^[9]

Θεωρώντας τις λύσεις του \vec{E} είτε στη διαφορική μορφή (2) είτε στην ολοκληρωτική (3), στα όρια της παραξονικής προσέγγισης, όπου θεωρείται ότι το κύμα διαδίδεται σε κατεύθυνση που σχηματίζει μικρή γωνία θ σε σχέση με τον z-άξονα, μπορούμε να γράψουμε

$$\tilde{E}(x, y, z) = u(x, y, z)e^{-jkz}, \quad (4)$$

όπου u μία αργά μεταβαλλόμενη κατά τον z -άξονα ποσότητα, συγκριτικά με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας.

Αντικαθιστώντας την (4) στην (2) προκύπτει η εξίσωση

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Επειδή η διάδοση γίνεται κατά τον z -άξονα, συνεπάγεται ότι η συνιστώσα u_z του u είναι μικρή συγκριτικά με τις u_x και u_y , αφού οι μεταβολές στη μεταβλητή z προέρχονται κυρίως από περίθλαση. Οι μεταβολές αυτές θεωρούνται αμελητέες συγκρινόμενες τόσο με το μήκος κύματος, όσο και με τις εγκάρσιες συντεταγμένες x, y εξαιτίας του πεπερασμένου πλάτους της δέσμης. Μαθηματικά αυτό εκφράζεται ως

$$\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \ll \left| 2k \frac{\partial u}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|, \left| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|$$

και θεωρώντας αυτήν την προσέγγιση, η (6) παίρνει τη μορφή

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} \equiv \left(\nabla_t^2 - 2jk \frac{\partial}{\partial z} \right) u(x, y, z) = 0 \quad (6)$$

όπου ∇_t^2 ο Laplacian τελεστής που δρα στις εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου. Η εξίσωση (6) καλείται παραξονική κυματική εξίσωση.

Από την άλλη, προκειμένου να παράξουμε τον προσεγγιστικό τύπο της παραξονικής προσέγγισης για την ολοκληρωτική μορφή (3), θα πρέπει επιπλέον να θεωρήσουμε ότι

$$\cos \theta \cong 1 \quad (7)$$

καθώς και ότι

$$r = \sqrt{(z - z_1)^2 + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = (z - z_1) \sqrt{1 + \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{(z-z_1)^2}} \cong (z - z_1) + \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2(z-z_1)} \quad (8).$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις προσεγγίσεις στην (3) προκύπτει για το \tilde{E} ο τύπος

$$\tilde{E}(x, y, z) = \frac{j e^{-jk(z-z_1)}}{\lambda (z-z_1)} \iint \tilde{E}(x_1, y_1, z_1) e^{-jk \left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2(z-z_1)} \right]} dx_1 dy_1, \quad (9)$$

ενώ αντικαθιστώντας την (4) στην (9) προκύπτει τελικά

$$u(x, y, z) = \frac{j}{\lambda L} \iint_S u(x_1, y_1, z_1) e^{-jk \left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2L} \right]} dx_1 dy_1, \quad (10)$$

όπου $L = z - z_1$. Οι δύο τύποι, (6) και (10), που προκύπτουν για το u στα όρια της παραξονικής προσέγγισης είναι ισοδύναμοι.

Στην ανάλυση που ακολουθεί θα ασχοληθούμε με την ολοκληρωτική μορφή (10), αφού περιγράφει καλύτερα τις ιδιότητες των gaussian δεσμών. Αν θεωρήσουμε ότι στο επίπεδο $z = z_1$ δεν υπάρχει καμία σπή που να μεταβάλλει τα όρια ολοκλήρωσης, και

έτσι τα όρια των x_1 και y_1 στο διπλό ολοκλήρωμα της (10) θα εκτείνονται ελεύθερα από $-\infty$ έως $+\infty$, προκύπτει ότι η λύση

$$u(x, y, z) \propto e^{-jk \left[\frac{(x^2+y^2)}{2q} \right]} \quad (11)$$

είναι ιδιοσυνάρτηση της (10). Ως ιδιοσυνάρτηση και λύση της (10), η (11) διατηρεί τη μορφή της καθώς διαδίδεται στο χώρο. Επίσης, το $q = q(z)$ είναι μία μιγαδική παράμετρος που προσδιορίζει τις ιδιότητες της gaussian δέσμης σε ένα συγκεκριμένο σημείο z κατά μήκος της δέσμης.^[10]

Αν αντικαταστήσουμε την (11) στην (4), έχουμε για το \tilde{E} ότι

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto e^{-jk \left[z + \frac{(x^2+y^2)}{2q} \right]} \quad (12)$$

ενώ αν συγκρίνουμε την (12) με την εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο ενός σφαιρικού κύματος στο σημείο $P = (x, y, z)$ με κέντρο το σημείο $x = y = z = 0$

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto e^{-jk \left[z + \frac{(x^2+y^2)}{2R} \right]} \quad (13)$$

όπου R είναι η ακτίνα καμπυλότητας του κύματος, συμπεραίνουμε ότι η gaussian δέσμη μπορεί να ιδωθεί ως ένα σφαιρικό κύμα μιγαδικής ακτίνας καμπυλότητας q .

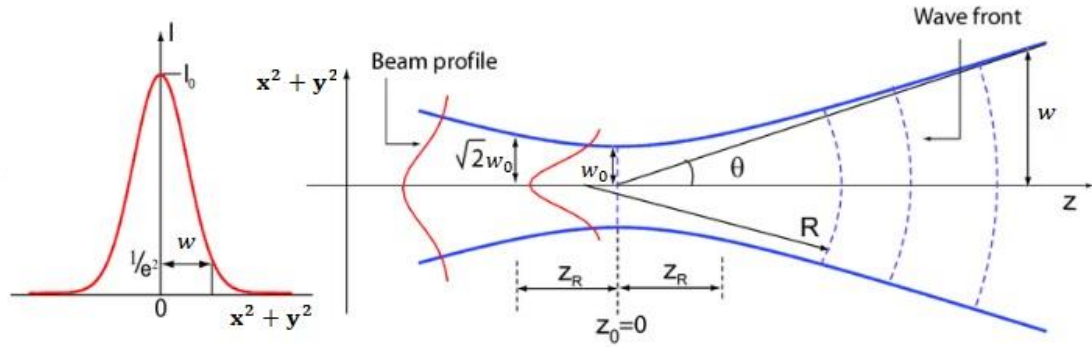
Για μεγαλύτερη ευκολία μπορούμε να χωρίσουμε το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος και να υπολογίσουμε το $q = q(z)$ ως

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda_0}{\pi n w(z)^2} \quad (14)$$

όπου $R(z)$ η ακτίνα καμπυλότητας του κυματομετώπου, λ_0 το μήκος κύματος της δέσμης στο κενό, n ο δείκτης διάθλασης του υλικού ($n = 1$ στον αέρα) και $w(z)$ μία ποσότητα που θα οριστεί παρακάτω.^[10] Έτσι, με αντικατάσταση της (14) στην (12) έχουμε ότι

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto e^{-\frac{x^2+y^2}{w(z)^2}} \cdot e^{-jk \left[z + \frac{x^2+y^2}{2R(z)} \right]} \quad (15)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους περιγράφει τον τρόπο που κατανέμεται το πεδίο στο εγκάρσιο επίπεδο, ενώ ο δεύτερος πόσο αλλάζει η φάση του πεδίου στο εγκάρσιο επίπεδο. Θα αναφερθούμε στον πρώτο, όπου η παράμετρος $w(z)$ ορίζει την πλάγια διασπορά της δέσμης. Όταν $x^2 + y^2 > w^2$, το πεδίο μειώνεται εκθετικά με την απόσταση, ενώ όταν $x^2 + y^2 = 0$ λαμβάνει τη μέγιστη δυνατή τιμή του. Έτσι, η τιμή του $w(z)$ ορίζεται από το γεωμετρικό τόπο των σημείων όπου το πλάτος του πεδίου έχει περιορισθεί στο e^{-1} της μέγιστης τιμής του, ή στο e^{-2} όταν αναφερόμαστε στο πλάτος, I , της έντασης της δέσμης. Πρόκειται δηλαδή, για τον τόπο των σημείων όπου $x^2 + y^2 = w^2$.



Εικόνα 4: Gaussian δέσμη. Αριστερά: Κατανομή της έντασης της δέσμης. Δεξιά: Διάδοση της gaussian δέσμης και απεικόνιση των χαρακτηριστικών μεγεθών.^[11]

Επιπλέον, αν θεωρήσουμε ότι στο $z = 0$ υπάρχει μια επίπεδη κοιλότητα, τότε το w λαμβάνει την ελάχιστη τιμή του, w_0 . Για ένα χαρακτηριστικό μήκος δεξιά και αριστερά του $z = 0$, που καλείται μήκος Rayleigh, το $w = \sqrt{2}w_0$. Το μήκος αυτό συμβολίζεται z_R , ενώ για απόσταση $b = 2 \cdot z_R$ μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η δέσμη είναι παράλληλη (collimated), παρά την απόκλιση, θ , που παρουσιάζει λόγω περίθλασης και διαπλάτυνσης από την διάδοση.^[12] Τα παραπάνω χαρακτηριστικά μεγέθη εκφράζονται από τις παρακάτω σχέσεις^[8]:

$$w(z)^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda_0 \cdot z}{\pi \cdot n \cdot w_0^2} \right)^2 \right] \quad (16)$$

$$z_R = \frac{\pi \cdot n \cdot w_0^2}{\lambda_0} \quad (17)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \cdot n \cdot w_0^2}{z \cdot \lambda_0} \right)^2 \right] \quad (18)$$

$$\theta = \frac{\lambda_0}{\pi \cdot n \cdot w_0} \quad (19)$$

$$w_0 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot f}{\pi \cdot D} \quad (20)$$

όπου D η διάμετρος της δέσμης και f η εστιακή απόσταση του κατόπτρου που χρησιμοποιούμε.

Επιπρόσθετα, το \tilde{E} εξαρτάται και από άλλον έναν όρο, που ονομάζεται φάση Gouy και περιγράφει τον τρόπο που μεταβάλλεται η φάση κατά τη διάδοση της δέσμης. Ο όρος αυτός ποσοτικοποιείται

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto e^{j \cdot \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right)} \quad (21)$$

Συνοψίζοντας, η συνολική έκφραση για το πεδίο μιας Gaussian δέσμης προκύπτει

$$\tilde{E}(x, y, z) = \tilde{E}_0 \cdot \left\{ \frac{w_0}{w(z)} \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}} \right\} \cdot \left\{ e^{-j \left[kz - \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right) \right]} \right\} \cdot \left\{ e^{-jk \left(\frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right)} \right\} \quad (22)$$

Συμπερασματικά, το προφίλ του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου μίας gaussian δέσμης στο εγκάρσιο επίπεδο περιγράφεται από μία gaussian συνάρτηση.

2.3. Χωρικό προφίλ έντασης στην εστία του split-mirror

Σε αυτό το μέρος, θα παράξουμε τη σχέση για το χωρικό προφίλ που δημιουργούν δύο διαχωρισμένες δέσμες στην εστία οπτικών στοιχείων. Η σχέση αυτή, που περιγράφει τη θεωρητική χωρική κατανομή της έντασης στην εστία των οπτικών, έχει άμεση σχέση με τα αποτελέσματα της μελέτης του συστήματος εστίασης split-mirror. Ουσιαστικά, τα θεωρητικά αποτελέσματα αυτής της ενότητας αποτελούν τη βάση για τη μελέτη της χωρικής κατανομής της έντασης της δέσμης στην εστία του κατόπτρου split-mirror στο πείραμα.

Όταν μία παράλληλη δέσμη με gaussian προφίλ χωρίζεται εξίσου στα δύο, και μετά μία από τις δύο δέσμες που προέκυψαν εστιάζεται σε εστιακή απόσταση f_1 , το χωρικό προφίλ της εστιασμένης δέσμης βάσει της θεωρίας Fraunhofer για την περίθλαση είναι

$$\begin{aligned}\tilde{u}(x_2, y_2) &= \frac{j}{\lambda \cdot f_1} \iint e^{-\left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{w^2}\right) + [j \frac{k}{f_1} (x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2)]} dx_1 \cdot dy_1 = \\ &= \frac{j}{\lambda \cdot f_1} \int_{\pm \delta/2}^{\pm \infty} e^{-\left(\frac{x_1^2}{w^2}\right) + j \frac{k}{f_1} x_1 \cdot x_2} dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{y_1^2}{w^2}\right) + j \frac{k}{f_1} y_1 \cdot y_2} dy_1\end{aligned}\quad (23)$$

όπου δ είναι το κενό ανάμεσα στις δύο δέσμες στο σημείο που διαχωρίζονται. Θεωρώντας την προσέγγιση

$$w_0 = \frac{w}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi \cdot w^2}{\lambda \cdot f_1}\right)^2}} \approx \frac{\lambda \cdot f_1}{\pi \cdot w}\quad (24)$$

και θέτοντας $\delta = 0$, όταν το κενό είναι πολύ μικρό, δηλαδή όταν

$$\delta < \sqrt{\lambda \cdot f_1} \approx \sqrt{\pi \cdot w \cdot w_0}\quad (25)$$

η (23) λύνεται και παίρνει τη μορφή

$$\tilde{u}(x_2, y_2) = \frac{j}{2} \cdot \frac{w}{w_0} \cdot e^{-\frac{x_2^2 + y_2^2}{w_0^2}} \cdot \left\{ 1 \pm j \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{x_2}{w_0} \right\} \cdot {}_1F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \left(\frac{x_2}{w_0} \right)^2 \right]\quad (26)$$

όπου ${}_1F_1$ είναι η υπεργεωμετρική συνάρτηση.^[13] Το πρόσημο πριν το φανταστικό μέρος στην (26) υποδηλώνει ποια περιοχή ολοκληρώνεται στην (23). Έτσι, το πλάτος και η φάση στην εστία δίνονται, αντίστοιχα, από τις σχέσεις

$$|\tilde{u}(x_2, y_2)| = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{w_0} \cdot e^{-\frac{x_2^2 + y_2^2}{w_0^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{x_2}{w_0} \right)^2 \cdot \left\{ {}_1F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \left(\frac{x_2}{w_0} \right)^2 \right] \right\}^2}\quad (27)$$

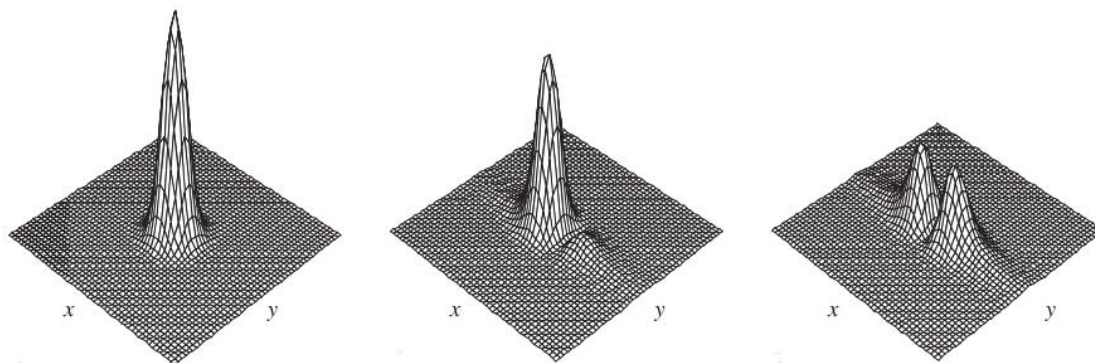
και

$$\varphi(x_2, y_2) = \frac{\pi}{2} \pm \tan^{-1} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{x_2}{w_0} \cdot {}_1F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \left(\frac{x_2}{w_0} \right)^2 \right] \right\}\quad (28)$$

Όταν οι δύο δέσμες υπερτίθενται σε ένα επίπεδο, το ηλεκτρικό πεδίο που προκύπτει εκφράζεται από τη σχέση

$$\tilde{E}(x, y, t) = f(t) \cdot |\tilde{u}_1(x, y)| \cdot e^{j\varphi_1(x, y)} + f(t - \tau) \cdot |\tilde{u}_2(x, y)| \cdot e^{j\varphi_2(x, y)} \cdot e^{j\Omega\tau}\quad (29)$$

όπου ο πρώτος όρος στο δεξί μέλος περιγράφει τη μία δέσμη και ο δεύτερος την άλλη με χρονική καθυστέρηση τ . Ο όρος $f(t)$ περιγράφει το χρονικό προφίλ του παλμού, τ είναι η χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο παλμών και Ω είναι η γωνιακή συχνότητά του. Η χωρική κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο δεσμών μεταβάλλεται εξαρτώμενο από τη σχετική φάση $\varphi (= \Omega\tau)$, δηλαδή από μία μικρή σχετική καθυστέρηση μεταξύ των δύο παλμών.^[2]



Εικόνα 5: Προφίλ της έντασης που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο δεσμών για διάφορες τιμές της χρονικής φάσης αντίστοιχα με την καθυστέρηση που εισάγουμε μεταξύ των δύο παλμών. Αριστερά: $\varphi = 0$. Στο κέντρο: $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Δεξιά: $\varphi = \pi$.^[2]

Η μεταβολή του προφίλ της έντασης στην εστία, όπως παρατηρείται στην παραπάνω εικόνα, δεν οφείλεται σε μεταβολή της ενέργειας του κυματομέτρου που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο δεσμών στην εστία, αλλά σε χωρική ανακατανομή της στην εστία. Έτσι, η συνολική ενέργεια που μεταφέρει η δέσμη διατηρείται σταθερή.

3. Τρόποι χρήσης της σφαιρικής διάταξης split-mirror σε πειράματα άντλησης – ανίχνευσης

3.1. Χρήση ως σφαιρικό ανακλαστικό κάτοπτρο και διαχωριστής δέσμης

Πρόκειται για ένα κυρτό ανακλαστικό κάτοπτρο, κατάλληλο για πειράματα που πραγματοποιούνται στην XUV περιοχή του φάσματος. Επίσης, αποτελείται από δύο αυτόνομα μεταξύ τους ημισφαιρικά τμήματα. Όταν προσπίπτει πάνω σε αυτά δέσμη laser, διαχωρίζεται σε δύο πανομοιότυπα κυματομέτωπα, τα οποία ανακλώνται. Έπειτα, οι δύο δέσμες εστιάζονται στο ίδιο σημείο.^{[2], [14]}

3.2. Χρήση ως συμβολόμετρο

Στο ένα από τα δύο ημισφαιρικά τμήματα του κατόπτρου υπάρχει προσαρτημένη βάση, η οποία του επιτρέπει τρεις βαθμούς ελευθερίας στην κίνησή του. Το τμήμα αυτό,

δηλαδή, μπορεί να μετατοπίζεται κατά τον άξονα διάδοσης της ακτινοβολίας (άξονας z) και να περιστρέφεται κατά τα επίπεδα $x-z$ και $y-z$, αντίστοιχα, σε σχέση με το άλλο τμήμα. Εκμεταλλεύομενοι αυτή τη δυνατότητα μετατόπισης του ενός τμήματος σε σχέση με το άλλο κατά τον άξονα διάδοσης της δέσμης laser, μπορούμε ελεγχόμενα να εισάγουμε διαφορά οπτικών δρόμων, και κατ' επέκταση χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών. Ανάλογα με τα στοιχεία που προσαρμόζουμε στην ευρύτερη διάταξη του πειράματος, καθυστερώντας χρονικά τη μία δέσμη σε σχέση με την άλλη, και καταγράφοντας το προφίλ της έντασης της τελικής δέσμης στην εστία του κατόπτρου, μπορούμε να εξάγουμε πληροφορίες για το σύστημα. Χαρακτηριστικά, θα αναφερθούμε στη μέτρηση της χρονικής ευστάθειας του συμβολομέτρου.

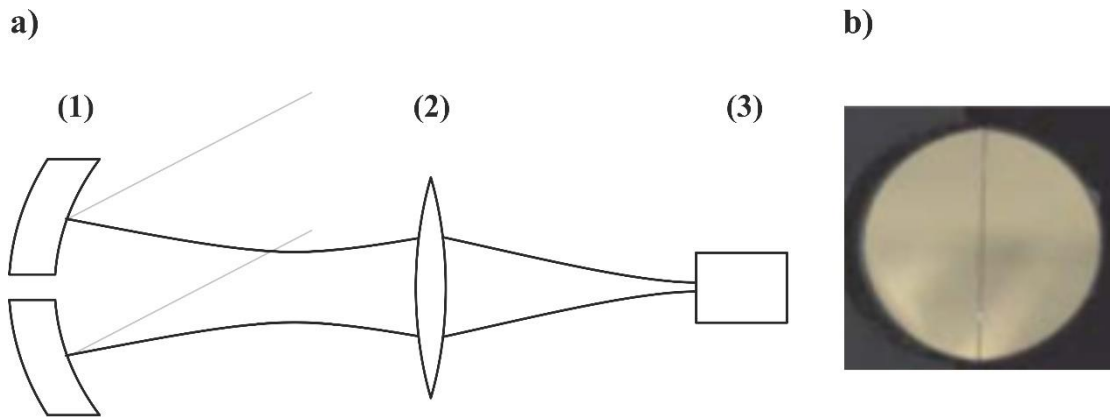
3.2.1. Μέτρηση ευστάθειας συμβολομέτρου

Ακτινοβολώντας τη διάταξη split-mirror με CW δέσμη laser, δηλαδή με δέσμη που εκπέμπεται συνεχόμενα, μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική σταθερότητα του συμβολομέτρου. Εισάγουμε εξ αρχής χρονική καθυστέρηση $\Delta t = T_{L/2}$, την οποία δεν μεταβάλλουμε, μεταξύ των δύο δεσμών, προκειμένου το σύστημα να διαθέτει τη μέγιστη δυνατή ευκρίνεια, και καταγράφουμε την εξάρτηση του προφίλ της έντασης στην εστία του κατόπτρου από το χρόνο. Βάσει θεωρίας, για $\Delta t = T_{L/2}$, θα πρέπει να προκύπτουν δύο πανομοιότυποι λοβοί ίσης ενέργειας για τη χωρική κατανομή της έντασης στην εστία και έτσι, οποιαδήποτε απόκλιση από αυτή την εικόνα οφείλεται σε αστάθεια του συμβολομέτρου.

4. Μέτρηση ευστάθειας συμβολομέτρου split-mirror

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα, θα παρουσιάσουμε τη διαδικασία που ακολουθήθηκε για τη μελέτη της δέσμης στην εστία του κατόπτρου και της ευστάθειας του split-mirror. Θα πρέπει, λοιπόν, να καταγράψουμε τα χαρακτηριστικά της δέσμης στην εστία του σφαιρικού κατόπτρου και να ελέγξουμε τη σταθερότητα του συστήματος.

Για τη διεξαγωγή του πειράματος χρησιμοποιούμε ένα CW διοδικό Nd:Yag laser με κεντρικό μήκος κύματος $\lambda = 532nm$. Σε ένα τέτοιο laser, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ταλαντώνεται με περίοδο $T_L = 1.77femtoseconds$, όπως προκύπτει από τον τύπο $T_L = \frac{\lambda}{c}$. Η δέσμη του laser προσπίπτει σε επιχρυσωμένο σφαιρικό κάτοπτρο, το split-mirror, εστιακής απόστασης $f = 5cm$ από το οποίο και ανακλάται, ενώ έχει διαχωριστεί σε δύο κυματομέτωπα. Στη συνέχεια, τα δύο κυματομέτωπα που ανακλάστηκαν υπερτίθενται στην εστία του split-mirror, την οποία και θα απεικονίσουμε σε CCD κάμερα. Η απεικόνιση της κατανομής του χωρικού προφίλ της έντασης στην εστία του split-mirror γίνεται τοποθετώντας συγκεντρωτικό φακό μετά την εστία του κατόπτρου, προκειμένου να συγκεντρώσουμε τη δέσμη. Ο φακός πρέπει να τοποθετηθεί σε απόσταση μεγαλύτερη του z_R της gaussian δέσμης, του ορίου δηλαδή που η δέσμη θεωρείται παράλληλη. Τέλος, με τη CCD κάμερα μετράμε το προφίλ στην εστία του split-mirror της συγκεντρωμένης δέσμης. Η διάταξη παρουσιάζεται σχηματικά, στην ακόλουθη εικόνα



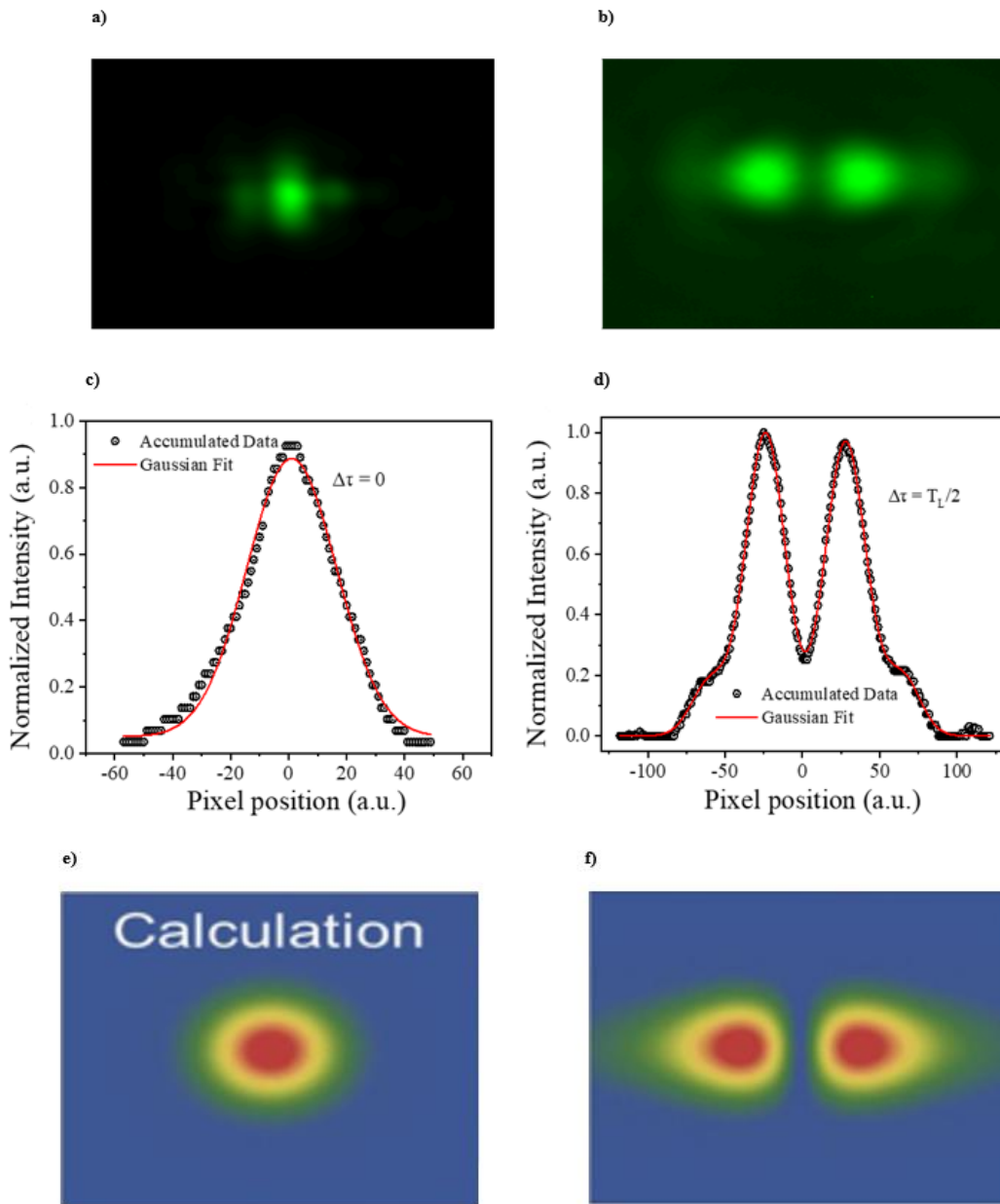
Εικόνα 6: **a)** Σχηματική αναπαράσταση της διάταξης που χρησιμοποιήθηκε για την εκτέλεση του πειράματος, **b)** Φωτογραφία κατόπτρου split-mirror.

Ονομαστικά, στην Εικόνα 6a) βρίσκονται στις θέσεις:

- (1) το επιχρυσωμένο σφαιρικό κάτοπτρο, split-mirror, που έχει εστιακή απόσταση $f = 5\text{cm}$ και το ένα τμήμα του έχει την ικανότητα να κινείται πρόσθια ή οπίσθια σε σχέση με το άλλο.
- (2) ο συγκεντρωτικός φακός, ο οποίος τοποθετείται δεξιά από την εστία (w_0) του κατόπτρου split-mirror σε απόσταση μεγαλύτερη του z_R της gaussian δέσμης
- (3) η CCD κάμερα.

Η ικανότητα να μετατοπίζεται το ένα τμήμα από τα δύο του split-mirror σε σχέση με το άλλο, οφείλεται στο γεγονός ότι έχουμε προσαρμόσει σε αυτό βάση που του επιτρέπει μετατοπίσεις και περιστροφές. Η βάση αυτή επιτρέπει τον έλεγχο και των τριών βαθμών ελευθερίας κίνησης του τμήματος, στο οποίο είναι προσαρτημένη, δηλαδή τη μετατόπιση κατά τον άξονα διάδοσης της δέσμης (άξονας z), με δυνατότητα μέγιστης μετατόπισης τα $80\mu\text{m}$, και των περιστροφών στο $x-z$ και $y-z$ επίπεδο. Η θέση του άλλου τμήματος του κατόπτρου αλλάζει μόνο κατά τον άξονα διάδοσης της δέσμης, με δυνατότητα μέγιστης μετατόπισης τα $400\mu\text{m}$. Όλες οι κινήσεις του κατόπτρου split-mirror ελέγχονται από πιεζοκρυστάλλους που δονούνται, προκαλώντας έτσι τις μετατοπίσεις. Η ελάχιστη μετατόπιση κατά τον άξονα διάδοσης που μπορεί να πραγματοποιηθεί είναι 1.5nm . Όμως, η μετατόπιση του ενός τμήματος του κατόπτρου σε σχέση με το άλλο μεταφράζεται σε διαφορά οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο κυματομετώπων και άρα σε διαφορά φάσης μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να εισάγουμε χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών, που προκύπτουν από την ανάκλαση του αρχικού κυματομετώπου στο σφαιρικό κάτοπτρο, την οποία τελικά μπορούμε να ελέγξουμε με μεγάλη ακρίβεια. Αξίζει να αναφέρουμε πως 1nm μετατόπισης αντιστοιχεί σε 6.6attoseconds χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών.

Θα ξεκινήσουμε μελετώντας την χωρική κατανομή του προφίλ της έντασης στην εστία, που προκύπτει από την υπέρθεση των ηλεκτρικών πεδίων των δύο δεσμών.



Εικόνα 7: Πειραματικά αποτελέσματα και θεωρητικοί υπολογισμοί για τη χωρική κατανομή της έντασης CW διοδικού laser με $\lambda=532\text{nm}$ στην εστία του σφαιρικού κατόπτρου, για χρονική καθυστέρηση **a), c), e)** $\Delta\tau=0$ και **b), d), f)** $\Delta\tau=T_L/2$, αντίστοιχα.

Στην παραπάνω εικόνα φαίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν για τη χωρική κατανομή της έντασης στην εστία, για δύο διαφορετικές χρονικές καθυστερήσεις. Οι χρονικές αυτές καθυστερήσεις εισήχθησαν από δύο διαφορετικές μετατοπίσεις του ενός τμήματος του σφαιρικού κατόπτρου σε σχέση με το άλλο. Έτσι, διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις σχετικά με τη διαφορά φάσης μεταξύ των δύο τμημάτων του κυματομετώπου του laser:

- 1) $\Delta\varphi \approx 2 \cdot \pi \cdot n, n = 0, 1, 2, \dots$, όταν η χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο κυματομετώπων είναι $\Delta\tau \sim n \cdot T_L$ ($T_L = 1.77\text{femtoseconds}$).

$$2) \Delta\varphi \cong (2n + 1) \cdot \pi, n = 0, 1, 2, \dots, \text{ όταν η χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο κυματομετώπων είναι } \Delta\tau \sim \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot T_L = (n + 1) \cdot T_{L/2},$$

$$T_{L/2} = 0.885 \text{ femtoseconds} .$$

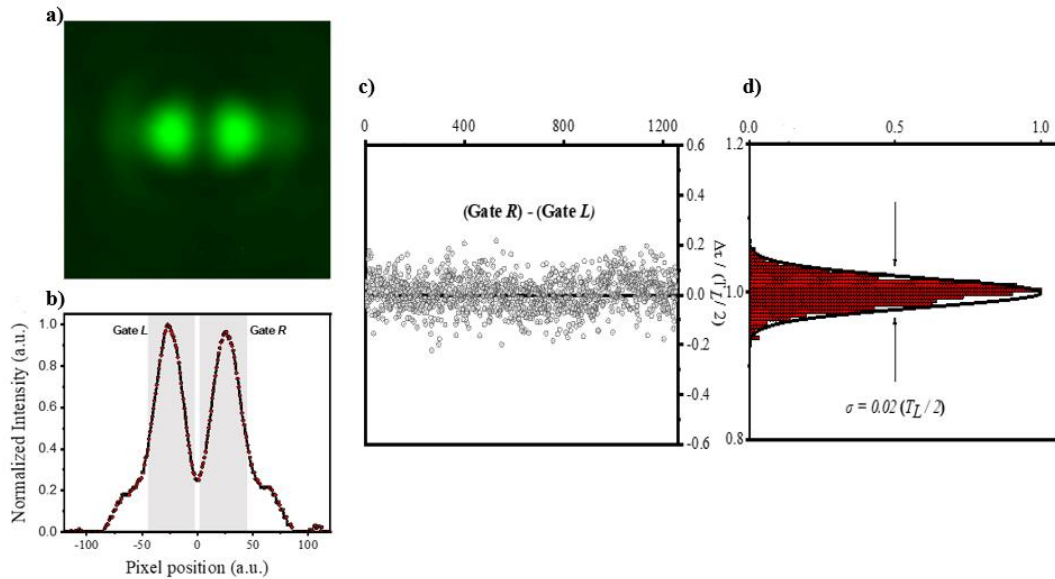
Αριστερά, φαίνεται η εγκάρσια κατανομή της έντασης στην εστία του κατόπτρου, όταν $\Delta\tau = 0$, δηλαδή όταν $\Delta\varphi = 0$ και τα κυματομέτωπα συμβάλλουν ενισχυτικά εκεί, ενώ δεξιά φαίνεται η κατανομή της έντασης όταν $\Delta\tau = T_{L/2}$ και άρα $\Delta\varphi = \pi$, οπότε τα κυματομέτωπα συμβάλλουν καταστρεπτικά στο σημείο. Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι τα σήματα που κατέγραψε η CCD κάμερα.

Παρατηρούμε πως όταν $\Delta\tau = 0$, το προφίλ της κατανομής της έντασης στην εστία παρουσιάζει μέγιστο, ενώ όταν $\Delta\tau = T_{L/2}$, η ένταση μηδενίζεται. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και από τους θεωρητικούς υπολογισμούς, Εικόνα 7e), f) όπως αυτοί παρουσιάζονται και στη δημοσίευση.^[1]

Όπως αναφέραμε και πριν, όταν η σχετική καθυστέρηση των δύο κυματομετώπων είναι $\Delta\tau = T_{L/2}$, η χωρική κατανομή της έντασης στην εστία διαμοιράζεται σε δύο φωτεινούς λοβούς και μηδενίζεται στο κέντρο. Ιδανικά, οι δύο αυτοί λοβοί θα πρέπει να έχουν την ίδια ένταση και θα πρέπει να είναι συμμετρικοί ως προς το κέντρο.

Σύμφωνα με την παραπάνω παρατήρηση, η κατάσταση αυτή παρουσιάζει τη μέγιστη δυνατή ευαισθησία για το σύστημα, καθώς τα όρια των δύο λοβών είναι διακριτά. Θεωρητικά, περιμένουμε ότι αν συγκρίνουμε τη χωρική κατανομή της έντασης στον δεξί και αριστερό λοβό, δεν θα υπάρχουν διακυμάνσεις στην ένταση, διότι τα δύο προφίλ είναι όμοια. Αν, ωστόσο, υπάρχουν οφείλονται μόνο στη χρονική αστάθεια του συμβολομέτρου split-mirror, αφού προέρχονται από την διαφορά οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο διαχωρισμένων κυματομετώπων που συμβάλλουν στην εστία του κατόπτρου.

Θα πρέπει λοιπόν, να υπολογίσουμε τη χρονική σταθερότητα του συμβολομέτρου. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε την προηγούμενη διάταξη, μόνο που ρυθμίζουμε εξ αρχής τη διαφορά οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο δεσμών, τέτοια ώστε να εισάγει χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau = T_{L/2}$. Έχοντας το σύστημα σε αυτή την κατάσταση, και αφού καταγράψουμε τα δεδομένα με τη CCD κάμερα, για τη χωρική κατανομή της έντασης στην εστία του κατόπτρου, προκύπτει η Εικόνα 8a), b).



Εικόνα 8: Μετρήσεις ευστάθειας συμβολομέτρου split-mirror. **a)**, **b)** Αποτελέσματα για τη χωρική κατανομή της έντασης CW Laser με $\lambda=532\text{nm}$ στην εστία του σφαιρικού κατόπτρου για χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau=T_{L/2}$. **c)** Η διαφορά των σημάτων για την ένταση του δεξιού και του αριστερού λοβού, για 1260 ακτινοβολήσεις, **d)** Η κατανομή της πιθανότητας να είναι η χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau=T_{L/2}$, για 1260 ακτινοβολήσεις. Από την τυπική απόκλιση από τη μέση τιμή προκύπτει ότι η χρονική αστάθεια του συμβολομέτρου είναι $\sim 17\text{attoseconds}$.

Στη συνέχεια, επαναλαμβάνουμε 1260 ακτινοβολήσεις διατηρώντας σε όλες σταθερή τη χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών. Για το εύρος των 1260 ακτινοβολήσεων ολοκληρώνουμε την ένταση κάθε λοβού στο εύρος που καθορίζεται από τα γκρι πλαίσια στην Εικόνα 8**b)** και αφαιρούμε τα σήματα μεταξύ τους. Η διακύμανση των σημάτων φαίνεται στην Εικόνα 8**c)**. Θεωρητικά, αφού η ένταση στους δύο λοβούς περιμένουμε να είναι ίδια, για χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau = T_{L/2}$, δεν θα έπρεπε να υπάρχει διασπορά των σημάτων της έντασης γύρω από τη θεωρητική τιμή $(\text{Gate R} - \text{Gate L})_{\text{theor}} = 0$. Εξαιτίας αυτών των διακυμάνσεων, το συμβολόμετρο split-mirror διαθέτει μετρήσιμη χρονική αστάθεια. Για τον υπολογισμό της κατασκευάζουμε το διάγραμμα που φαίνεται στην Εικόνα 8**d)** και αφορά στην κατανομή της πιθανότητας η χρονική καθυστέρηση να είναι ακριβώς $\Delta\tau = T_{L/2}$. Η χρονική αστάθεια του συμβολομέτρου προκύπτει από την τυπική απόκλιση από τη μέση τιμή της κατανομής, υπολογισμένη σε μονάδες $T_{L/2}$. Έτσι, αφού γνωρίζουμε πως $T_{L/2} = 0.885\text{femtoseconds}$, προκύπτει πως η χρονική αστάθεια της διάταξης split-mirror είναι $\approx 17\text{attoseconds}$. Το αποτέλεσμα αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχει αβεβαιότητα 17attoseconds τουλάχιστον, στη χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δύο δεσμών, που εισάγεται από το συμβολόμετρο.

5. Συμπεράσματα

Στην εργασία περιγράφηκε η αρχή λειτουργίας του σφαιρικού κατόπτρου split-mirror και μετρήθηκε η ευστάθειά του συμβολομέτρου.

Δέσμη CW laser με $\lambda = 532nm$ διαδίδεται στο χώρο βάσει της αρχής Huygens – Fresnel για την κυματική διάδοση και προσπίπτει στο σφαιρικό κάτοπτρο split-mirror. Στη συνέχεια, η gaussian δέσμη ανακλάται και διαχωρίζεται σε δύο ίδιες δέσμες, οι οποίες εστιάζονται στην εστία του κατόπτρου. Η χωρική κατανομή της έντασης στην εστία του κατόπτρου εξαρτάται από τη χρονική καθυστέρηση που εισάγουμε με τη μορφή διαφοράς οπτικών δρόμων μεταξύ των δύο τμημάτων του split-mirror. Από τις πειραματικές μετρήσεις για τη χωρική κατανομή της έντασης στην εστία του κατόπτρου split-mirror παρατηρήσαμε ότι όταν $\Delta\tau \sim n \cdot T_L$, και συγκεκριμένα όταν $\Delta\tau = 0$, προκύπτει μοναδικός λοβός με μέγιστο έντασης στο κέντρο του. Αντίθετα, όταν $\Delta\tau \sim (n + 1) \cdot T_{L/2}$, και συγκεκριμένα όταν $\Delta\tau = T_{L/2}$, προκύπτουν δύο λοβοί αντιδιαμετρικά στο κέντρο, ενώ η ένταση μηδενίζεται στο κέντρο. Προφανώς, η συνολική ενέργεια διατηρείται και για το λόγο αυτό η ένταση ανακατανέμεται στο χώρο καθώς εισάγουμε διαφορά φάσης, πηγαίνοντας από μοναδικό λοβό μέγιστης έντασης σε δύο λοβούς μικρότερης έντασης (μισή σε σχέση με την αρχική, όταν πρόκειται για πειράματα γραμμικής οπτικής). Τα παραπάνω αποτελέσματα συμφωνούν με αυτά που προκύπτουν από υπολογισμούς της θεωρίας, όπου για $\Delta\tau = n \cdot T_L$ η ένταση είναι μέγιστη στο κέντρο στην εστία, ενώ για $\Delta\tau = (n + 1) \cdot T_{L/2}$ η ένταση είναι 0 στο κέντρο για την εστία.

Τέλος, για τον υπολογισμό της χρονικής ευστάθειας του συμβολομέτρου split-mirror, έχοντας εισάγει χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau = T_{L/2}$ και ακτινοβολώντας για μεγάλη διάρκεια, καταγράφηκε το προφίλ της έντασης στην εστία. Από τα δεδομένα προέκυψε πως η αστάθειά του είναι $\approx 17attoseconds$. Θεωρητικά θα έπρεπε η κατανομή της πιθανότητας η χρονική καθυστέρηση να είναι ακριβώς $\Delta\tau = T_{L/2}$, να μην εμφανίζει διασπορά και όλα τα σημεία που συσσωρεύθηκαν να βρίσκονται κατανεμημένα στο $\frac{\Delta\tau}{T_{L/2}} = 1$, έτσι ώστε η χρονική αστάθεια του συμβολομέτρου split-mirror να είναι μηδενική.

Βιβλιογραφία

1. Makos, I., Orfanos, I., Nayak, A. *et al.* A 10-gigawatt attosecond source for non-linear XUV optics and XUV-pump-XUV-probe studies. *Sci Rep* **10**, 3759 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41598-020-60331-9>
2. Mashiko, Hiroki & Suda, Akira. (2003). All-reflective interferometric autocorrelator for the measurement of ultra-short optical pulses. *Applied Physics B*. 76. 10.1007/s00340-003-1148-0.
3. *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, Serway Raymond A., Jewett John W. Jr., 8th ed., Brooks/Cole, a Cengage Learning Company, 2010
4. *OPTICS*, Hecht Eugene, 5th ed., Pearson Education Inc., 2016
5. [Maxwell James Clerk](#), 1865VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field *Phil. Trans. R. Soc.* **155**459–512., <http://doi.org/10.1098/rstl.1865.0008>
6. *Principles of Optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light.*, Born Max, Wolf Emil, Bhatia A. B., Clemmow P. C., Gabor D., Stokes A. R., Taylor A. M., Wayman P. A., Wilcock W. L., 7th ed., The Press Syndicate Of The University Of Cambridge, The Pitt Building, Trumpington Street, Cambridge, United Kingdom, 1999
7. Mosey, Stephen. (2013). Resolution Enhancement of B-Mode Ultrasound Images.
8. *Laser Electronics*, Verdeyen Joseph, 3rd ed., Prentice Hall Inc., A Paramount Communications Company, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995
9. *Principles of Lasers*, Svelto Orazio, 5th ed., Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg London, 2010
10. *Quantum Electronics*, Yariv Amnon, 3rd ed., John Wiley & Sons Inc., 1989
11. Petrova-Mayor, Anna. (2008). Development of an eye-safe solid-state tunable laser transmitter around 1.45 μm based on Cr⁴⁺:YAG crystal for lidar applications.
12. *Lasers*, Siegman Anthony E., 1st ed., University Science Books, Mill Valley, California, 1986
13. *Table of Integrals, Series, and Products*, Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M., 6th ed., Academic, San Diego, 2000
14. P. Tzallas, D. Charalambidis, N. A. Papadogiannis, K. Witte & G. D. Tsakiris (2005) Second-order autocorrelation measurements of attosecond XUV pulse trains, *Journal of Modern Optics*, 52:2-3, 321-338, DOI: [10.1080/09500340412331301533](https://doi.org/10.1080/09500340412331301533)