

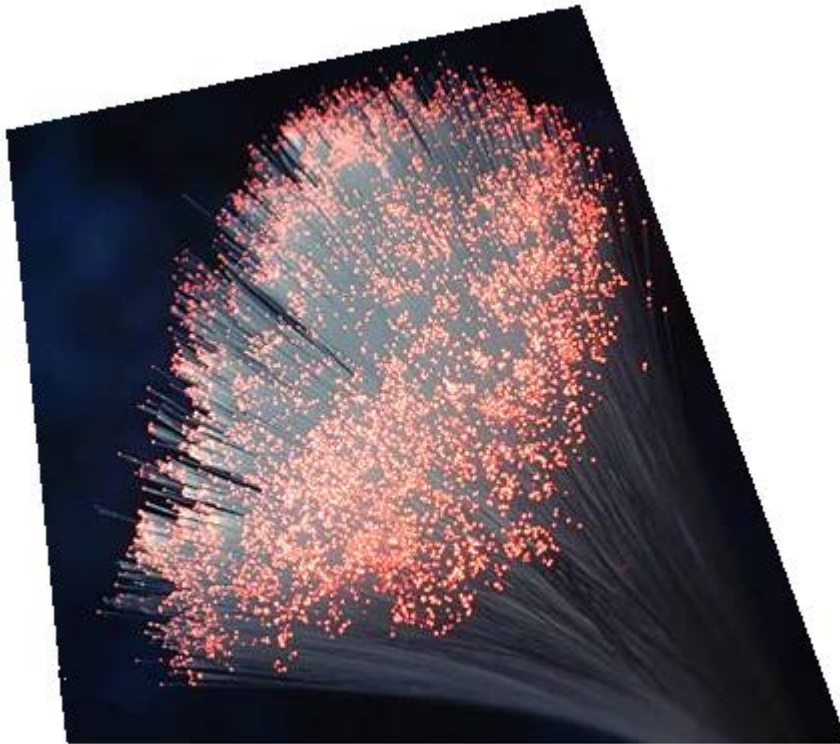


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ



Προπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

**Θερμικά Εφελκυσμένες Οπτικές Ύνες
και Εφαρμογές τους σε Αισθητήρια Υγρασίας**



Χρήστος Μουρίκης

Επιβλέπων Ερευνητής: Σταύρος Πισσαδάκης

**Επιβλέποντες Καθηγητές: Πέτρος Ρακιτζής
Δημήτριος Χαραλαμπίδης**

Ηράκλειο, 2015

Θερμικά Εφελκυσμένες Οπτικές Ύνες και Εφαρμογές τους σε Αισθητήρια Υγρασίας

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται μελέτη των θερμικά εφελκυσμένων οπτικών ινών, με στόχο την απόκτηση θεωρητικών βάσεων και εργαλείων για την αντιμετώπιση σύνθετων προβλημάτων και τη δημιουργία απλών εφαρμογών. Αρχικά, αναλύεται το θεωρητικό υπόβαθρο, που είναι αναγκαίο για την κατανόηση των κυματοδηγών οπτικών ινών, και στη συνέχεια γίνεται η διερεύνηση θεωρητικών μοντέλων, όπως του μοντέλου κυματοδηγών δύο και τριών επιπέδων και της μεθόδου ελαχίστων μεταβολών, ώστε να δημιουργηθούν τα υπολογιστικά προγράμματα για τη μελέτη πιο σύνθετων γεωμετρικών προβλημάτων. Σε εφαρμογή αυτών των υπολογισμών κατασκευάστηκαν δύο απλοί αισθητήρες υγρασίας, με θερμικά εφελκυσμένες οπτικές ίνες, για τη μέτρηση υγρασίας σε ανοιχτό χώρο. Το πρώτο αισθητήριο υγρασίας γίνεται με τη χρήση του πολυμερούς με το όνομα αγαρόζη και το δεύτερο αισθητήριο γίνεται με τη χρήση οξειδίων του ψευδαργύρου (ZnO). Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά οι πειραματικές διατάξεις και τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν και τέλος παρατίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν.

Abstract

The objective of this thesis is thermal tapered optical fibers in order to develop theoretical foundations, to deal with complex problems and create simple applications. Initially is analyzed the necessary theoretical background for the understanding of the optical fibers waveguide and then it is further investigated with theoretical models such as the two and the three layered model and the variational method, to produce calculation tools for the study of more complex geometrical problems. Subsequently, in application to the theoretical calculations were created two simple moisture sensors, with thermal tapered optical fibers, for moisture measurement in open space. The first moisture sensor is made with the use of polymer agarose and the second sensor is created using zinc oxide (ZnO). Experimental setups and materials used will be presented in detail and finally the conclusions will be discussed.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	6
------------------	---

Κεφάλαιο I

Σύντομη Εισαγωγή στην Επιστήμη και Τεχνολογία των Οπτικών Ινών

1.1 Εισαγωγή στις οπτικές ίνες και στις εφαρμογές τους.....	7
1.2 Θερμικά εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες και εφαρμογές τους.....	11
1.3 Δομή διπλωματικής εργασίας.....	12

Κεφάλαιο II

Θεωρία οπτικών ινών

2.1 Βασικές ηλεκτρομαγνητικές αρχές	
2.1.1 Προσδιορισμός του πεδίου.....	13
2.1.2 Οι εξισώσεις Maxwell's.....	13
2.1.3 Καταστατικές σχέσεις.....	15
2.1.4 Κυματική εξίσωση.....	17
2.2 Step-index ίνες	
2.2.1 Βασικές εξισώσεις.....	20
2.2.2 Τα πεδία στον πυρήνα και στο περίβλημα.....	23
2.2.3 Συνοριακές συνθήκες.....	25
2.2.4 Χαρακτηρισμός των τρόπων διάδοσης.....	27
2.2.5 Συνθήκη αποκοπής.....	29
2.2.6 Μονότροπες οπτικές ίνες.....	34
2.3 Weakly guiding fibers	
2.3.1 Χαρακτηριστικές εξισώσεις.....	36
2.3.2 Αναλυτική λύση.....	40
2.4 Επίπεδοι κυματοδηγοί και οπτικές ίνες τριών επιπέδων	
2.4.1 Εισαγωγή.....	42
2.4.2 Βασικές εξισώσεις.....	43
2.5 Υπολογισμός Ενεργού Δείκτη Διάδοσης με τη χρήση της Μεθόδου Ελαχίστων Μεταβολών	

2.5.1 Θεωρητική ανάλυση.....	47
2.5.2 Προσέγγιση μίας παραμέτρου.....	49
2.5.3 Προσέγγιση Δύο παραμέτρων.....	50
2.6 Υπολογισμοί	
2.6.1 SMF 28 και ενεργός δείκτης διάθλασης.....	52
2.6.2 Ενεργός δείκτης διάθλασης συναρτήσει ακτίνας πυρήνα.....	54
2.6.3 Υπολογισμοί στα tapers.....	56
2.6.4 Κυματοδηγοί τριών επιπέδων με επιστρώσεις.....	58

Κεφάλαιο III

Πειραματικές διατάξεις και υλικά αισθητηρίων

3.1 Εισαγωγή στους αισθητήρες οπτικών ινών.....	60
3.2 Περιγραφή πειραματικών διατάξεων	
3.2.1 Συσκευή θερμικού εφελκισμού οπτικών ινών Vytran.....	61
3.2.2 Διάταξη κελιού ελεγχόμενης υγρασίας.....	62
3.3 Πειραματική διαδικασία κατασκευής και χαρακτηρισμού αισθητήρων υγρασίας σε εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες.....	65
3.4 Αισθητήρια Υλικά	
3.4.1 Αγαρόζη.....	71
3.4.2 Θεωρητική προσομοίωση εκλεπτυσμένων οπτικών ινών με επικάλυψη υμενίων αγαρόζης.....	72
3.4.3 Οξείδια του ψευδαργύρου.....	75

Κεφάλαιο IV

Απλός αισθητήρας οπτικής ίνας για την μέτρηση υγρασίας με χρήση επιστρώματος αγαρόζης

4.1 Φασματική απόκριση του αισθητήρα αγαρόζης στις μεταβολές της υγρασίας...76	
---	--

Κεφάλαιο V

Απλός αισθητήρας οπτικής ίνας για την μέτρηση υγρασίας με χρήση επιστρώματος ZnO

5.1 Εισαγωγή.....	78
5.2 Φασματική απόκριση του αισθητήρα ZnO στις μεταβολές της υγρασίας.....	78

<u>Κεφάλαιο VI</u> Συμπεράσματα.....	83
---	-----------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Source codes:

1. Cutoff wavelength and number of modes.....	85
2. Weakly guiding.....	87
3. Variational method with one parameter.....	88
4. Variational method with two parameters.....	89
5. Three layer waveguides.....	90

Αναφορές.....	94
----------------------	-----------

Ευχαριστίες

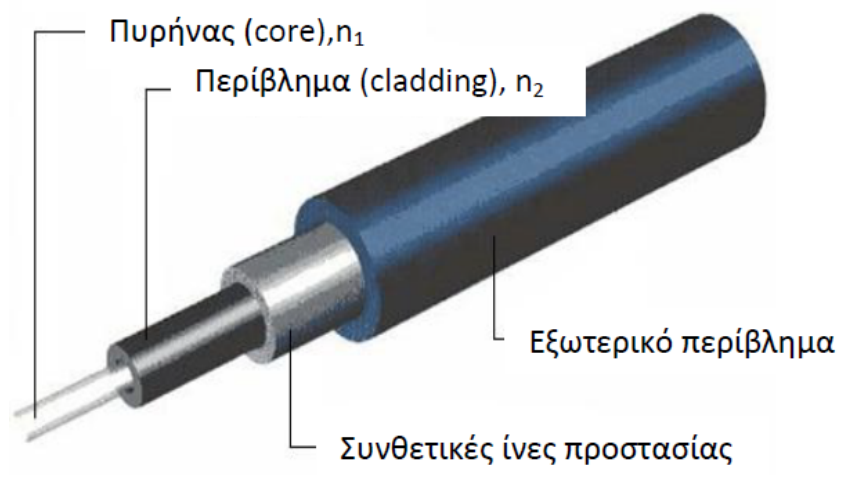
Θα ήθελα να ευχαριστήσω πρώτα από όλα την οικογένεια μου, διότι χωρίς αυτήν δεν θα μου είχε δοθεί η δυνατότητα να φτάσω στο σημείο να ξεκινήσω μία διπλωματική εργασία. Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κύριο Σταύρο Πισσαδάκη για τις πολύτιμες συμβουλές του κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής. Ακόμα ένα μεγάλο ευχαριστώ στην κυρία Μαρία Κωνσταντάκη και στον κύριο Ιωάννη Κονιδάκη για τη βοήθεια τους στο εργαστήριο καθώς και σε όλη την ομάδα του εργαστηρίου «Photonic Materials and Devices – Laboratory» για την άψογη υποστήριξη.

Κεφάλαιο I

Σύντομη Εισαγωγή στην Επιστήμη και Τεχνολογία των Οπτικών Ινών

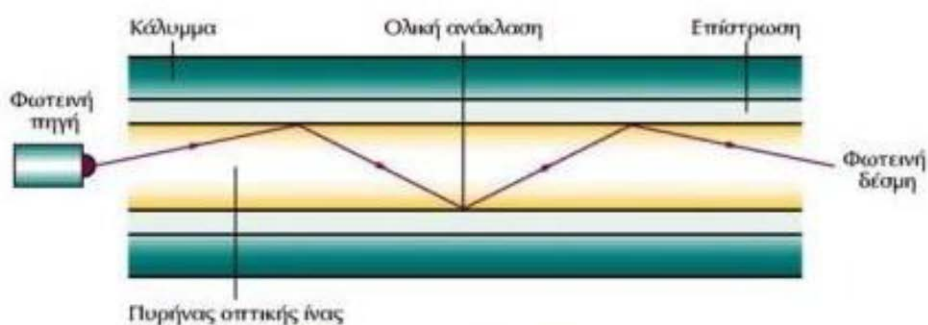
1.1 Εισαγωγή στις οπτικές ίνες και στις εφαρμογές τους

Ως οπτική ίνα ορίζεται η διηλεκτρική δομή κυματοδότησης, η οποία αποτελείται από τον πυρήνα (core) με δείκτη διάθλασης n_1 και είναι το τμήμα στο οποίο διαδίδεται το φως, από το περίβλημα με δείκτη διάθλασης n_2 , ο οποίος είναι μικρότερος από τον δείκτη διάθλασης του πυρήνα ($n_2 < n_1$) και από το εξωτερικό περίβλημα, που είναι φτιαγμένο από πλαστικό και χρησιμοποιείται ως προστατευτικό. Οι οπτικές ίνες κατασκευάζονται είτε από γυαλί είτε από πολυμερή υλικά (PMMA, πολυστερίνη).



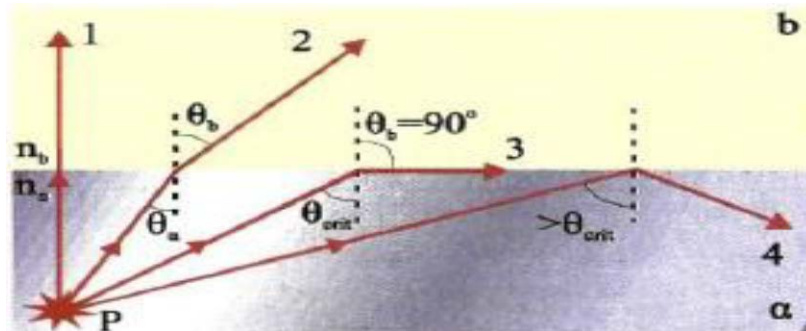
Εικόνα 1.1 – Δομή οπτικής ίνας

Η διάδοση του οπτικού σήματος μέσω της οπτικής ίνας στηρίζεται στο φαινόμενο της ολικής εσωτερικής ανάκλασης, όπου φωτεινή ακτινοβολία δοθέντος μήκους κύματος η οποία διαδίδεται σε μέσο υψηλού δείκτη διάθλασης, περιβαλλόμενο από άλλο μέσο χαμηλότερου δείκτη διάθλασης και ανακλάται θεωρητικά χωρίς απώλειες στην διεπιφάνεια των δύο μέσων για συγκεκριμένες γωνίες πρόσπτωσης.



Εικόνα 1.2 - Ολική εσωτερική ανάκλαση μέσα στην ίνα

Η διαδικασία της ολικής εσωτερικής ανάκλασης, η οποία λαμβάνει χώρα μέσα στην οπτική ίνα, μπορεί να περιγραφεί από το νόμο του Snell [1]. Στην παραπάνω εικόνα έχουμε όπου θ_a τη γωνία πρόσπτωσης και όπου θ_b τη γωνία διάθλασης.



Εικόνα 1.3 - Απεικόνιση της διάδοσης φωτός σε περιβάλλον κυματοδηγού για διάφορες γωνίες πρόσπτωσης, προς περιγραφή του φαινομένου ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

Από το νόμο του Snell ισχύει ότι $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$.

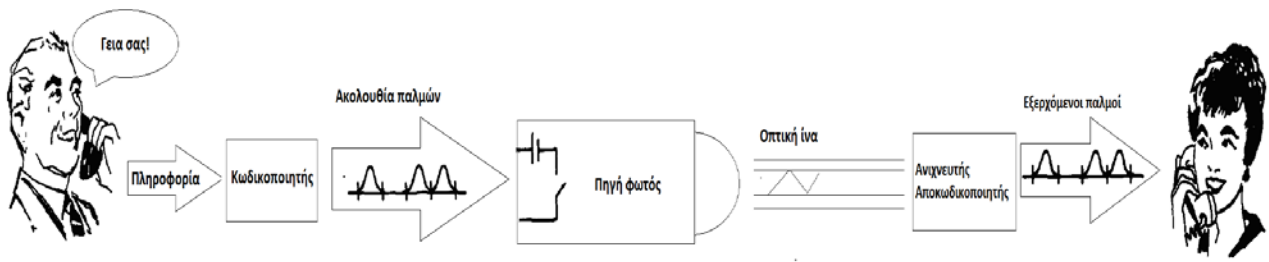
Για συγκεκριμένη γωνία πρόσπτωσης/διάδοσης θ_a η γωνία θ_b μέσω του νόμου του Snell καταλήγει να είναι 90° , η οποία ονομάζεται κρίσιμη γωνία και ισούται με

$\sin \theta_{cr} = \frac{n_b}{n_a}$. Συνεπώς, για γωνίες $\theta_a > \theta_{cr}$ έχουμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης

η οποία λαμβάνει χώρα στον πυρήνα της οπτικής ίνας. Από την παραπάνω σχέση είναι προφανές ότι η γωνία ολικής ανάκλασης εξαρτάται από τους δείκτες διάθλασης των δύο μέσων, οι οποίοι με την σειρά τους ορίζονται από τις εξισώσεις διασποράς των υλικών για το εκάστοτε διαδιδόμενο μήκος κύματος. Επομένως, η κρίσιμη γωνία θ_{cr} εξαρτάται και από το μήκος κύματος της διαδιδόμενης ακτινοβολίας.

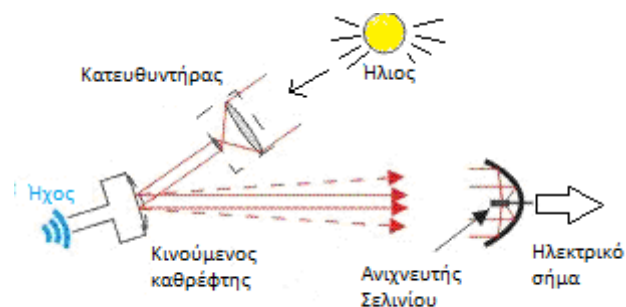
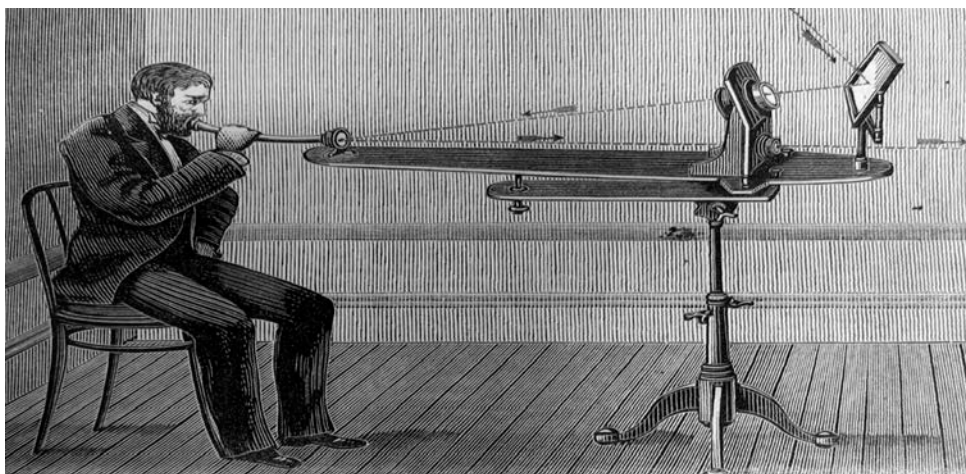
Η ύπαρξη του περιβλήματος της οπτικής ίνας είναι αναγκαία διότι εάν οι ίνες αποτελούνταν μόνο από ένα υλικό, τότε το φως που θα “ταξίδευε” στο εσωτερικό τους θα κινδύνευε να χαθεί όταν θα έρχονταν σε επαφή με κάποιο άλλο υλικό. Τοποθετώντας λοιπόν το περίβλημα με δείκτη διάθλασης ελαφρώς μικρότερο από αυτό του πυρήνα, εξασφαλίζουμε τη συνθήκη για την ολική εσωτερική ανάκλαση και ελαχιστοποιούμε τις απώλειες για την οπτική ίνα.

Οι οπτικές ίνες έγιναν αρχικά γνωστές γιατί έφεραν μεγάλες (καθώς σηματοδότησαν- σηματοδοτώντας μεγάλες) αλλαγές στον τομέα των τηλεπικοινωνιών από τις αρχές της δεκαετίας του 1960, έπειτα από την εξεύρεση του λέιζερ. Έχουν πολλά πλεονεκτήματα, όπως χαμηλές απώλειες, υψηλό εύρος ζώνης συχνοτήτων, μικρό μέγεθος και μεγάλη ακτίνα κάμψης, ενώ παράλληλα είναι μη αγωγίμες και μη επαγωγικές, κάτι που τις καθιστά κατάλληλες για τοποθέτηση σε μέρη με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Λόγω αυτών των πλεονεκτημάτων οι εφαρμογές τους δεν άργησαν να επεκταθούν σε όλους τους τεχνολογικούς τομείς, όπως σε αισθητήρες πίεσης, υγρασίας, δόνησης για βιομηχανικές εφαρμογές καθώς και σε αισθητήρες για μικρόβια, ιούς, αιματολογικές παραμέτρους, όπως και σε ενδοσκόπια για βιο-ιατρικές εφαρμογές.



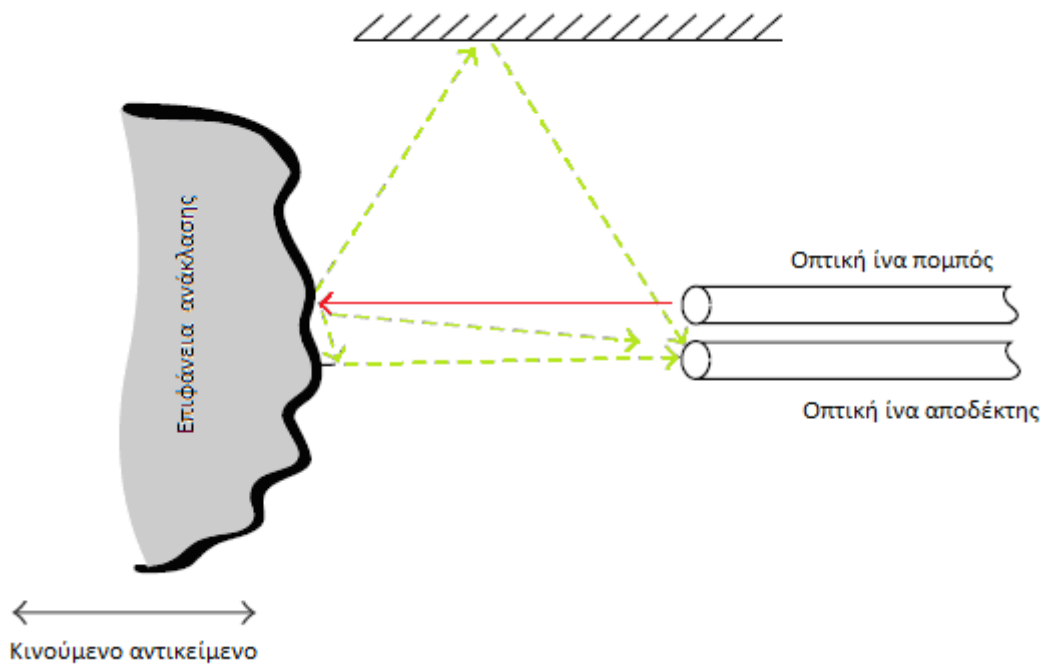
Εικόνα 1.4 - Απλό σύστημα τηλεπικοινωνίας με οπτική ίνα

Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι η ιδέα της χρησιμοποίησης του φωτός ως φέρον σήμα σε ένα σύστημα επικοινωνίας, επινοήθηκε πολύ νωρίτερα, το 1880 από τον Alexander Graham Bell. Αυτός εφηύρε το φωτόφωνο και απέδειξε, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, ότι η ομιλία θα μπορούσε να μεταδοθεί με μια ακτίνα φωτός. Ο Bell επικέντρωσε μια στενή ακτίνα του ήλιου επάνω σε ένα λεπτό καθρέφτη. Τα ηχητικά κύματα της ανθρώπινης ομιλίας προκαλούσαν δονήσεις στον καθρέφτη, έτσι η ποσότητα ενέργειας που μεταδιδόταν στον ανιχνευτή φωτός μεταβαλλόταν αντίστοιχα. Το φως που έφθανε στον τελικό ανιχνευτή σεληνίου προκαλούσε αλλαγή στην αντίσταση της, επομένως και στην ένταση του ρεύματος του τηλεφωνικού δέκτη, με αποτέλεσμα την δημιουργία κυμάτων ομιλίας στο άκρο του δέκτη. Ο Bell κατάφερε να στείλει σήματα φωνής 214 μέτρα μακριά [2].



Εικόνα 1.5 - Graham's Bell Photophone

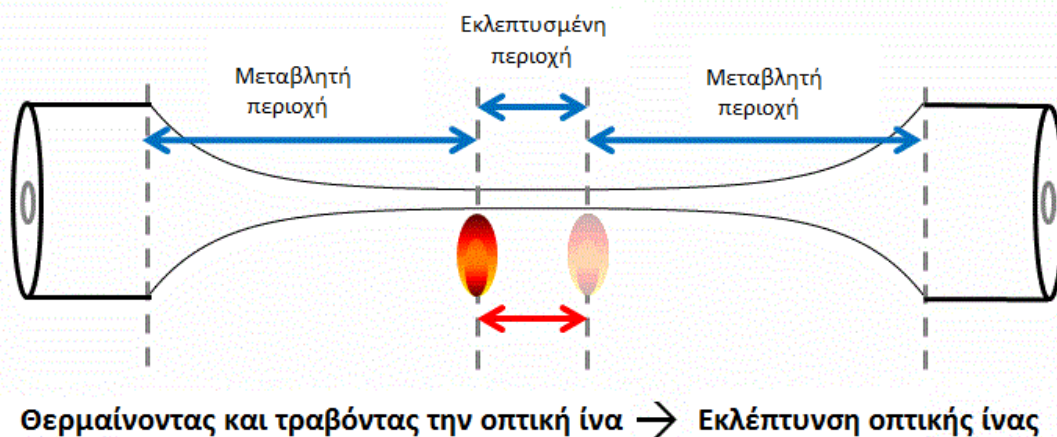
Η πρώτη εφαρμογή στους αισθητήρες οπτικών ινών εμφανίστηκε πολύ σύντομα μετά από την ανακάλυψη των οπτικών ινών. Η πρώτη ευρεσιτεχνία φωτονικού αισθητήρα κατοχυρώθηκε στα μέσα του 1960 (U.S 03327584 , 27 Ιουνίου 1967) και βασίζεται στη χρήση δύο οπτικών ινών, όπου η πρώτη φωτίζει μία επιφάνεια και η δεύτερη συλλέγει το ανακλώμενο φως από αυτή. Μετά από κατάλληλη βαθμονόμηση, το σήμα που λαμβάνεται από τη δεύτερη ίνα μπορεί να μας δώσει με μεγάλη ακρίβεια τη σχετική θέση του άκρου της οπτικής ίνας και της ανακλώμενης επιφάνειας. Ο συγκεκριμένος αισθητήρας χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα με εξαιρετική απόδοση, για την ανίχνευση δονήσεων χωρίς επαφή [3].



Εικόνα 1.6 – Απεικόνιση συστήματος πρώτου αισθητήρα οπτικών ινών.

1.2 Θερμικά εφελκυσμένες οπτικές ίνες και εφαρμογές τους

Για συγκεκριμένες εφαρμογές συνιστάται η μορφοποίηση των οπτικών ινών, έτσι ώστε ο διαδιδόμενος τρόπος εντός του πυρήνα της οπτικής ίνας να διαπλατυνθεί στην περιοχή του περιβλήματος και κατά συνέπεια να αλληλεπιδρά με το περιβάλλον. Η ανάγκη αυτή οδήγησε στην επινόηση των θερμικά εφελκυσμένων οπτικών ινών (tapered fibers), που έχουν υποστεί λέπτυνση σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Η μέθοδος του θερμικού εφελκυσμού για την εκλέπτυνση της οπτικής ίνας αποτελεί μια αξιόπιστη και σχετικά απλή μέθοδο μορφοποίησης, κατά την οποία η προς διαμόρφωση οπτική ίνα θερμαίνεται τοπικά σε θερμοκρασίες υψηλότερες του σημείου πλαστικότητας του υλικού (~1600 °C για το γυαλί) και ταυτόχρονα εφελκύεται με σταθερή τάση από τα δύο άκρα της. Μεταβάλλοντας τη θερμοκρασία αφέλκυσης και την τάση εφελκυσμού, μπορεί κάποιος να ελέγξει τόσο την τελική διάμετρο της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας, όσο και το μήκος της εκλεπτυσμένης περιοχής [4].



Εικόνα 1.7 – Δημιουργία εφελκυσμένης οπτικής ίνας

Φτιάχνοντας λοιπόν μια θερμικά εκλεπτυσμένη ίνα, καταφέρνουμε να μειώσουμε τη διάμετρό της από 125μm μέχρι και σε μόλις λίγα μικρόμετρα. Αυτή η ραγδαία μείωση της διαμέτρου της ίνας αναγκάζει ένα μέρος του φωτός, που οδεύει στην ίνα, να βρίσκεται πλέον έξω από αυτή. Οι θερμικά εφελκυσμένες οπτικές ίνες λοιπόν, έχουν την ιδιότητα να είναι πολύ πιο ευαίσθητες σε μεταβολές του περιβάλλοντός τους και παρέχει τη δυνατότητα επέκτασης και δημιουργίας ενός πλήθους νέων εφαρμογών, κάποιες από τις οποίες είναι η δημιουργία υπερσυνεχούς δέσμης λέιζερ, πολύ πιο μεγάλο εύρος αισθητήρων και ιδιαίτερα στον τομέα των βιοαισθητήρων, ακουστικοοπτικούς διαμορφωτές.

1.3 Δομή διπλωματικής εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό την ανάπτυξη απλών αισθητηρίων εκλεπτυσμένων οπτικών ινών για την μέτρηση της υγρασίας σε ανοιχτό περιβάλλον. Οι υπό μελέτη αισθητήρες χρησιμοποιούν υλικά ανίχνευσης όπως την αγαρόζη και οξειδία του ψευδαργύρου (ZnO).

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή των οπτικών ινών, του τρόπου διάδοσης του φωτός μέσα σε αυτές, καθώς και κάποιες χαρακτηριστικές εφαρμογές τους στην οπτική τηλεπικοινωνιών και στην τεχνολογία αισθητήρων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο εξετάζεται η βασική θεωρία οπτικών ινών, κυματοδηγών δύο μέσων και η επέκταση αυτής της θεωρίας σε οπτικές ίνες τριών μέσων. Επιπλέον, παρουσιάζεται η μέθοδος ελαχίστων μεταβολών για τον υπολογισμό τρόπων διάδοσης σε οπτικές ίνες πιο περίπλοκης γεωμετρίας και παρατίθενται οι σχετικοί υπολογισμοί που πραγματοποιήθηκαν με την χρήση κώδικα σε περιβάλλον “Mathematica”. Τα σχετικά προγράμματα που δημιουργήθηκαν καταγράφονται αναλυτικά στα παραρτήματα.

Στο κεφάλαιο III γίνεται μια μικρή εισαγωγή στους αισθητήρες οπτικών ινών και παρουσιάζονται οι πειραματικές διατάξεις και τα αισθητήρια υλικά, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την εργασία. Συνοπτικά εξηγείται η λειτουργία της εμπορικής συσκευής αφέλκυσης οπτικών ινών (Vytran GPX-3000 Series), η διαδικασία επίστρωσης των παραπάνω υλικών πάνω στις εφελκυσμένες οπτικές ίνες και ο θάλαμος ελεγχόμενης υγρασίας για την πραγματοποίηση των μετρήσεων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων για τον αισθητήρα υγρασίας που έγιναν με την χρήση εφελκυσμένων οπτικών ινών, που δημιουργήθηκαν στο εργαστήριο, πάνω στις οποίες τοποθετήθηκαν διάφορες επιστρώσεις αγαρόζης. Οι μετρήσεις είχαν ως σκοπό να εξετάσουν την συμπεριφορά του αισθητήρα για διάφορα πάχη επιστρώσεων ώστε να βρεθεί το βέλτιστο πάχος επιστρώσης για την καλύτερη απόκριση του αισθητηρίου στην μεταβολή της υγρασίας. Επίσης, παρατίθενται οι φωτογραφίες που τραβήχτηκαν με οπτικό μικροσκόπιο για κάθε μία επίστρωση πάνω στις εφελκυσμένες οπτικές ίνες.

Στο πέμπτο κεφάλαιο μελετάται η συμπεριφορά του αισθητηρίου υγρασίας με τις διάφορες επιστρώσεις οξειδίων του ψευδαργύρου πάνω σε εφελκυσμένες οπτικές ίνες, με σκοπό πάλι την εύρεση του βέλτιστου πάχους επιστρώσης πάνω στην οπτική ίνα για την καλύτερη δυνατή λειτουργία του αισθητήρα. Σε αυτήν την περίπτωση λόγω των πολύ μικρών διαστάσεων των επιστρώσεων, της τάξης του 1μm, θα παρατίθενται φωτογραφίες που πάρθηκαν με την χρήση ηλεκτρονικού μικροσκοπίου (SEM).

Τέλος στο τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε μετά το πέρας των θεωρητικών και πειραματικών μελετών που έγιναν στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας. Σχολιάζονται, οι θεωρητικοί υπολογισμοί σε σύγκριση με τα πειραματικά αποτελέσματα που προέκυψαν και οι διαφορές μεταξύ των δύο αισθητηρίων υγρασίας με την επίστρωση αγαρόζης και οξειδίων του ψευδαργύρου και θα εξηγηθεί σε ποιον φυσικό μηχανισμό οφείλονται οι διαφορές αυτές.

Κεφάλαιο II

Θεωρία οπτικών ινών

2.1 Βασικές ηλεκτρομαγνητικές αρχές

2.1.1 Προσδιορισμός του πεδίου

Στόχος μας σε αυτήν την ενότητα είναι να αναλύσουμε μια φυσική φόρμουλα, δηλαδή ένα διηλεκτρικό κυματοδηγό, με ένα μοντέλο που να βασίζεται σε βασικούς φυσικούς νόμους και βασικά μαθηματικά εργαλεία. Για να εκτιμήσουμε τους φυσικούς νόμους που βρίσκουν εφαρμογή στη θεωρία του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου πρέπει πρώτα να διασαφηνίσουμε τις έννοιες του πεδίου και τη φυσική θεωρία αυτού.

Με τον όρο πεδίο, λοιπόν, εννοούμε ένα σύνολο τιμών που παίρνει μια φυσική ποσότητα σε διάφορα σημεία του χώρου και σε διάφορες χρονικές στιγμές. Η περιοχή του χώρου ή το χρονικό όριο μπορεί να είναι περιορισμένα ή να εκτείνονται στο άπειρο. Μια φυσική θεωρία πεδίου αποτελείται από φυσικούς νόμους που δίνουν τις σχέσεις μεταξύ των πεδίων πηγής και των επακόλουθων πεδίων.

2.1.2 Οι εξισώσεις Maxwell's

Η διαφορική μορφή των εξισώσεων του Maxwell αφορούν φορείς πεδίου σε αυθαίρετα σημεία στο χώρο και το χρόνο. Αυτές οι διαφορικές εξισώσεις αποτελούν μια φυσική θεωρία πεδίου και διέπουν τη συμπεριφορά των χρονομεταβαλλόμενων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{D} = \rho$$

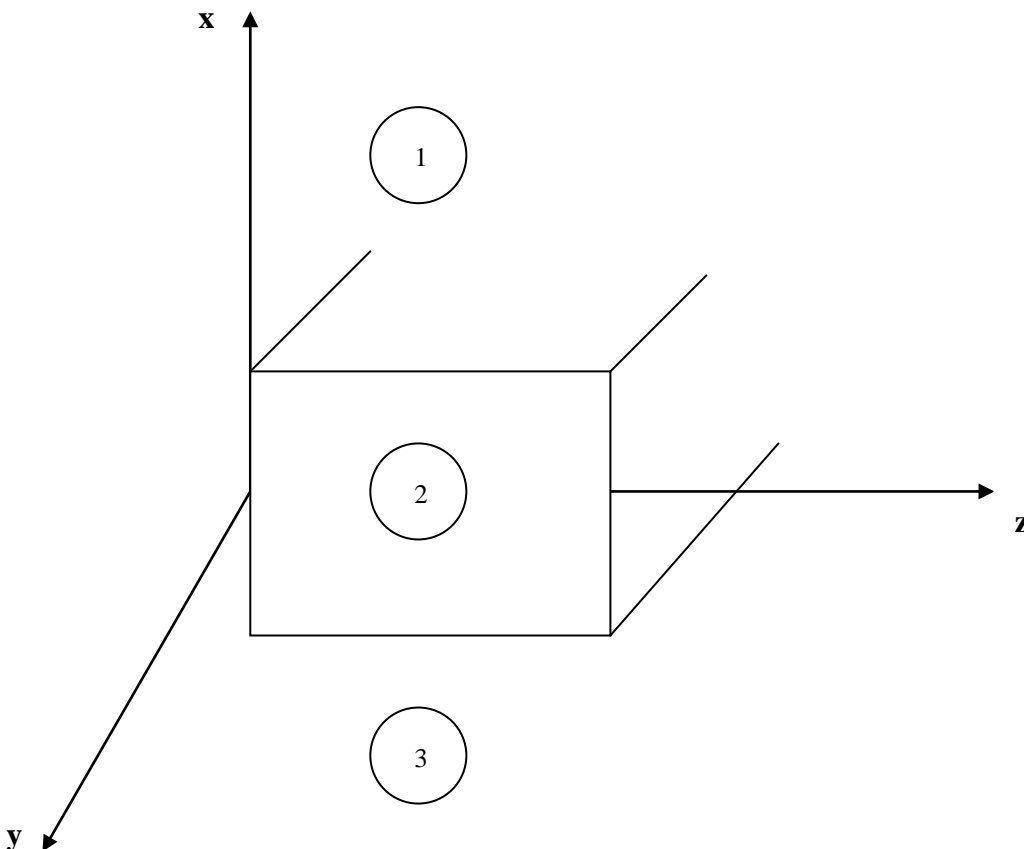
\mathbf{E} = Ένταση ηλεκτρικού πεδίου, V/m
 \mathbf{B} = Μαγνητική πυκνότητα ροής, Wb/m²
 \mathbf{D} = Ηλεκτρική πυκνότητα ροής, C/m²
 \mathbf{H} = Ένταση μαγνητικού πεδίου, A/m
 \mathbf{j} = Πυκνότητα ρεύματος, A/m²
 ρ = Πυκνότητα φορτίου, C/m³

Εντός της περιοχής που έχουν ορισθεί οι εξισώσεις του Maxwell γίνονται οι ακόλουθες μαθηματικές παραδοχές. Τα πεδία είναι:

- i) συνεχείς συναρτήσεις της θέσης και του χρόνου με συνεχείς παραγώγους
- ii) μονοσήμαντα ορισμένες
- iii) οριοθετημένες

Τα διανύσματα του πεδίου έχουν αυτές τις ιδιότητες, εκτός από τα σημεία όπου υπάρχουν απότομες αλλαγές στην κατανομή του ρεύματος ή του φορτίου. Αυτές οι αλλαγές συμβαίνουν συνήθως στις διεπαφές μεταξύ των διαφόρων μέσων .

Η διαδικασία που ακολουθείται για την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών είναι να γράψουμε τις εξισώσεις του Maxwell ή τη διαφορική κυματική εξίσωση, όπου τα πεδία είναι συνεχή και να βρούμε τις λύσεις των εξισώσεων αυτών μαζί με τη βοήθεια των συνοριακών συνθηκών. Για παράδειγμα, εάν είχαμε μία διηλεκτρική πλάκα κυματοδηγού, όπως φαίνεται στο Εικόνα 2.1, θα γράφαμε τις λύσεις των εξισώσεων του Maxwell ή την διαφορική κυματική εξίσωση χωριστά στις περιοχές 1, 2, 3 και θα βρίσκαμε τους αγνώστους συντελεστές των λύσεων μας εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες για τα πεδία στις διεπαφές μεταξύ των μέσων 1, 2 και 2, 3 όταν το $x \rightarrow \infty$.



Εικόνα 2.1 – Διηλεκτρική πλάκα κυματοδηγού

2.1.3 Καταστατικές σχέσεις

Οι εξισώσεις του Maxwell είναι γραμμικές πρώτου βαθμού και συνδέουν τα διανύσματα των πεδίων μεταξύ τους. Για ένα δεδομένο μέσο, μερικές από τις ποσότητες του πεδίου μπορούν να γραφούν ως συνάρτηση των άλλων. Δηλαδή οι καταστατικές σχέσεις για το μέσο που μας ενδιαφέρει είναι οι ακόλουθες:

$$D=D(E) \quad B=B(H) \quad j=j(E)$$

Η συγκεκριμένη συναρτησιακή μορφή που λαμβάνουν οι καταστατικές σχέσεις καθορίζουν τον τύπο του μέσου που εξετάζουμε, για παράδειγμα για ένα γραμμικό, ιστροπικό και ομογενές μέσο ισχύει:

$$D=\epsilon E \quad B=\mu H \quad j=\sigma E$$

με ϵ , μ , σ να είναι οι βαθμωτές σταθερές σε αυτή την περίπτωση. Οι μονάδες και τα ονόματα αυτών των παραμέτρων του μέσου είναι:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \text{διηλεκτρική παράμετρος, F/m} \\ \mu &= \text{μαγνητική διαπερατότητα, H/m} \\ \sigma &= \text{αγωγιμότητα, S/m} \end{aligned}$$

όπου το μ_r το ϵ_r είναι η σχετική διαπερατότητα και το σχετικό διηλεκτρικό του μέσου, το ϵ_0 το μ_0 είναι το διηλεκτρικό και η μαγνητική διαπερατότητα στο κενό αντίστοιχα.

Όταν δουλεύουμε στο οπτικό κομμάτι του φάσματος και ασχολούμαστε με ένα διηλεκτρικό μέσο προτιμούμε να αναφερόμαστε στον όρο δείκτη διάθλασης του μέσου αντί του ϵ_r .

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \equiv \text{δείκτης διάθλασης του μέσου}$$

Για τα υλικά από γυαλί που χρησιμοποιούμε στους διηλεκτρικούς κυματοδηγούς συνήθως ο δείκτης διάθλασης είναι $n_{\text{glass}} \approx 1.5$

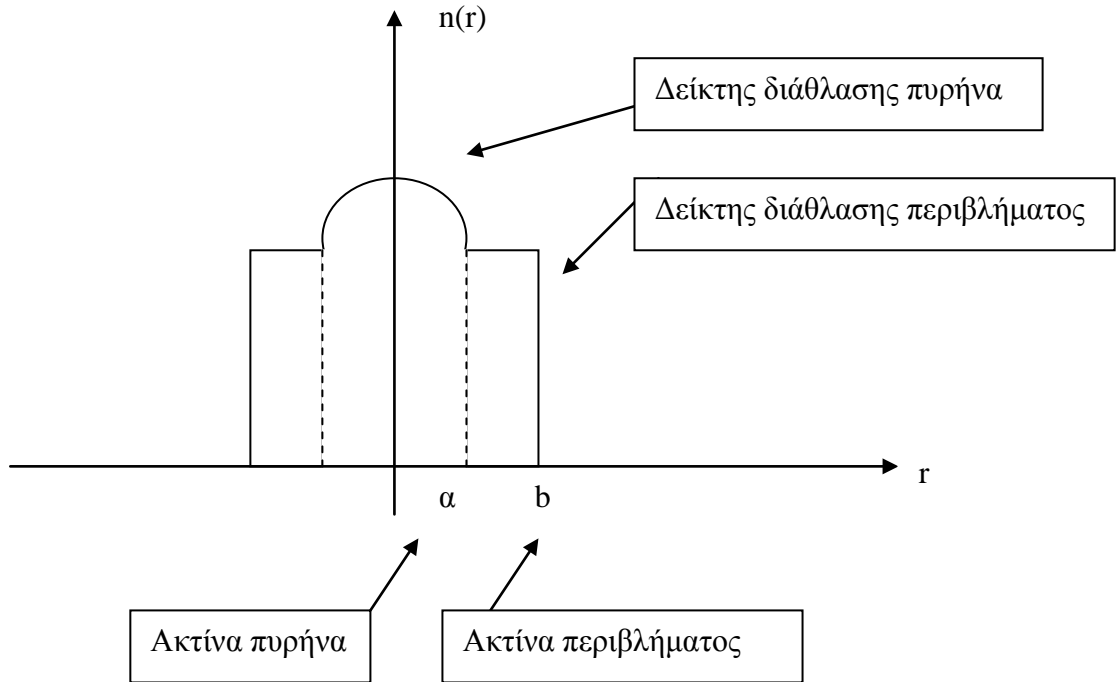
Στη γενική περίπτωση οι καταστατικές σχέσεις είναι τανυστές

$$D = \overset{=}{\epsilon} E$$

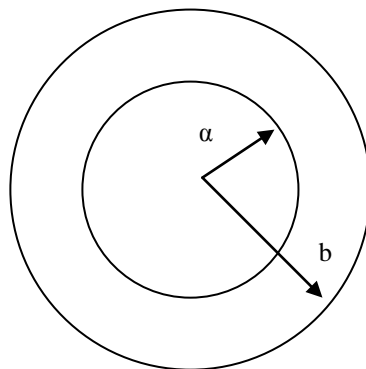
$$\overset{=}{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

στις τρεις διαστάσεις.

Αυτές οι εξισώσεις εφαρμόζονται σε ανισοτροπικά μέσα, όπως σε έναν κρυσταλλικό χαλαζία. Τα ισοτροπικά υλικά εμφανίζουν τις ίδιες ιδιότητες σε όλες τις κατευθύνσεις. Σε αντίθεση, εάν το μέσο είναι ανομοιογενές, τότε το διηλεκτρικό είναι της θέσης μέσα στο υλικό, $\epsilon(x, y, z)$. Ένα παράδειγμα ανομοιογενούς μέσου είναι ο πυρήνας μιας graded-index οπτικής ίνας, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2.2.



Εικόνα 2.2 – Διάγραμμα δείκτη διάθλασης συναρτήσει της ακτίνας



Εικόνα 2.3 – Απλό σχέδιο graded-index οπτικής ίνας, όπου a , η ακτίνα του πυρήνα και όπου b η ακτίνα του περιβλήματος

Προκειμένου να αναλυθούν περαιτέρω οι διηλεκτρικοί κυματοδηγοί, θα εξειδικεύσουμε τις εξισώσεις του Maxwell. Συνεπώς για ένα γραμμικό, ιστροπικό, χωρίς απώλειες μέσο και χωρίς φορτίο, οι εξισώσεις του Maxwell γίνονται:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot D = 0$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

Οι καταστατικές εξισώσεις για αυτό το διηλεκτρικό μέσο είναι:

$$\mu_r \approx 1$$

$$B = \mu_0 H$$

$$D = \epsilon E$$

2.1.4 Κυματική εξίσωση

Σε αυτήν την περίπτωση οι εξισώσεις του Maxwell είναι πρώτου βαθμού πεπλεγμένες διαφορικές συναρτήσεις και για το λόγο αυτό καθίστανται δύσκολα επιλύσιμες όταν χρησιμοποιούνται τα προβλήματα των συνοριακών συνθηκών. Παρ' όλα αυτά η κυματική εξίσωση σε αυτή την περίπτωση είναι πιο χρήσιμη διότι είναι ασύζευκτη, εξαρτάται από ένα διάνυσμα, είναι δευτέρου βαθμού διαφορική και μπορεί να λυθεί ευκολότερα στα προβλήματά μας.

Η λύση της κυματικής εξίσωσης περιγράφει τη διάδοση της ενέργειας μέσα στο μέσο που μελετάμε. Για να παραγωγίσουμε την κυματική εξίσωση παίρνουμε πρώτα τον στροβιλισμό της εξίσωσης:

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial(\nabla \times H)}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$$

$$\Rightarrow \nabla^2 E - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla(\nabla \cdot E)$$

Τώρα θα διερευνήσουμε το δεξί μέρος της εξίσωσης και πιο συγκεκριμένα τον όρο

$$\nabla \cdot D = \nabla \cdot (\epsilon E) = 0$$

$$\nabla \cdot D = \epsilon \nabla \cdot E + E \cdot \nabla \epsilon = 0$$

$$\nabla \cdot E = -E \frac{\nabla \cdot \epsilon}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 E - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla \left(E \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) \quad (1)$$

Εάν το μέσο που μελετάμε είναι ανομοιογενές, τότε το διηλεκτρικό του μέσου είναι συνάρτηση της θέσης και τότε η κλήση του είναι διάφορη του μηδενός ($\nabla \epsilon \neq 0$). Εάν το μέσο είναι ομοιογενές τότε η κλήση είναι μηδέν $\nabla \epsilon = 0$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ομοιογενή κυματική εξίσωση:

$$\nabla^2 E - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Για έναν step-index κυματοδηγό η ομοιογενής κυματική εξίσωση μπορεί να λυθεί για τον πυρήνα και το περίβλημα ώστε να πάρουμε τις εξισώσεις για τα πεδία. Ο Marcuse ανέλυσε τα μεγέθη κάθε όρου στην εξίσωση (1) και έδειξε ότι η ομοιογενής κυματική εξίσωση (2) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και εάν το ϵ είναι συνάρτηση της θέσης στο μέσο, υπό την προϋπόθεση ότι η μεταβολή είναι μικρή για το συγκεκριμένο μήκος κύματος. Αναφορικά με τους κυματοδηγούς που θα αναλύσουμε, με εξαίρεση τις διεπαφές μεταξύ δύο διαφορετικών διηλεκτρικών μέσων, αυτή η συνθήκη ικανοποιείται πάντα. Η κυματοδότηση του φωτός σε ανομοιογενή μέσα μπορεί να μελετηθεί λύνοντας την ομοιογενή κυματική εξίσωση. Οι διαφορές μεταξύ της ομοιογενούς κυματικής εξίσωσης και της ακριβέστερης εξίσωσης (1) είναι αμελητέες για τις περιπτώσεις τις οποίες θα μελετήσουμε. Η κυματική εξίσωση για την ένταση του μαγνητικού πεδίου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\nabla^2 H - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0$$

Οι κυματικές εξισώσεις είναι διανυσματικές και αποτελούνται από τρεις συνιστώσες η κάθε μια (x, y, z):

$$\nabla^2 E_x - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 E_y - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 E_z - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0$$

όπου

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ορίζουμε:

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon}}$$

$$\frac{1}{u^2} = \mu_0 \varepsilon$$

οπότε η κυματική εξίσωση μπορεί να γραφτεί με την παρακάτω μορφή:

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0$$

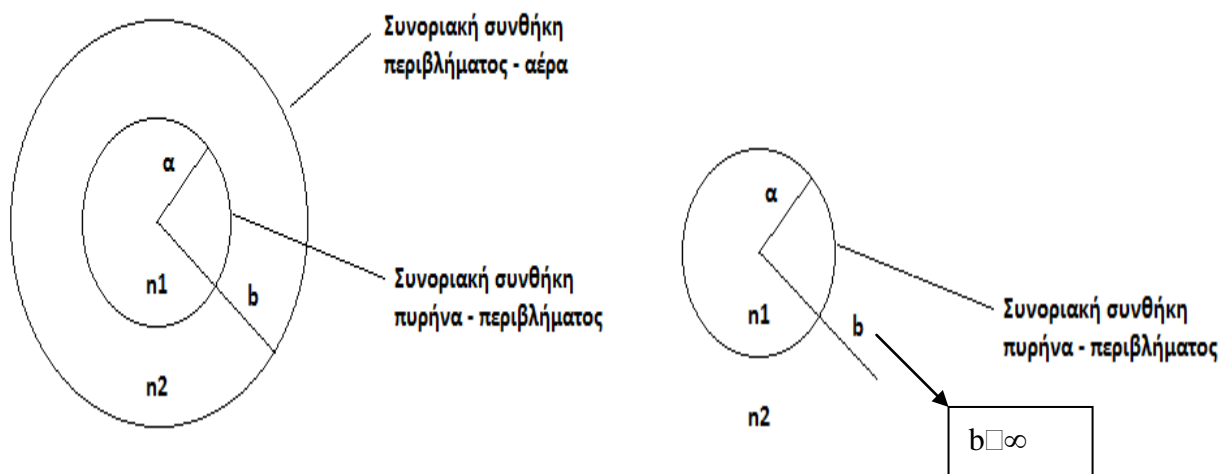
2.2 Step-index ίνες

2.2.1 Βασικές εξισώσεις

Το πιο κοινό είδος οπτικών ινών που χρησιμοποιείται κατά κόρον σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι οι step-index fiber ίνες βαθμοτού δείκτη διάθλασης, στις οποίες οι δείκτες διάθλασης του πυρήνα και του περιβλήματος παραμένουν σταθεροί κατά μήκος της ακτίνας της ίνας. Αυτές θα χρησιμοποιηθούν και στα πειράματα της παρούσας διπλωματικής για τη δημιουργία των αισθητήρων, οπότε είναι αναγκαίο να τις προσεγγίσουμε πρώτα θεωρητικά.

Πρώτα θα υποθέσουμε ότι το b , η ακτίνα του περιβλήματος της ίνας, είναι αρκετά μεγάλη για να εξασφαλισθεί ότι η διεπαφή περιβλήματος και αέρος δεν επηρεάζει τη προσέγγισή μας. Αυτό επιτρέπει, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.4, να αναλύσουμε την ίνα ως πρόβλημα δύο μέσων συνοριακών τιμών. Η υπόθεση αυτή συμφωνεί με την κατάσταση που υπάρχει μέσα σε μια σωστά σχεδιασμένη οπτική ίνα. Τα βήματα ακολουθούνται για την επίλυση του προβλήματος των οριακών τιμών στην step-index ίνα είναι:

1. Μαθηματική μοντελοποίηση των step-index ινών , χρησιμοποιώντας τις κυματικές εξισώσεις.
2. Χρήση της τεχνικής του διαχωρισμού των μεταβλητών για το διαχωρισμό της κυματικής εξίσωσης.
3. Ορισμός των φυσικών απαιτήσεων που επηρεάζουν τις λύσεις των πεδίων στον πυρήνα και στο περίβλημα.
4. Επιλογή κατάλληλης μορφής συνάρτησης, της τροποποιημένης λύσης της κυματική εξίσωση (Bessel's equation) στον πυρήνα και στο περίβλημα.
5. Εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών στη διεπαφή μεταξύ πυρήνα και περιβλήματος.
6. Καταγραφή της "χαρακτηριστικής" εξίσωσης και των λύσεων.
7. Ανάλυση των modes που προκύπτουν και των συνθηκών αποκοπής τους.



Εικόνα 2.4 – Γεωμετρική αναπαράσταση, της επίλυσης των step-index ινών

Για να εξαχθούν τα modes σε μια step-index ίνα, πρέπει κανείς να λύσει τις τροποποιημένες κυματικές εξισώσεις (1) και (2), που φαίνονται παρακάτω, για τα E_z και H_z στην περιοχή του πυρήνα και του περιβλήματος αντίστοιχα.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + k^2 E_z = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + k^2 H_z = 0 \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) που έχουν την ίδια μαθηματική μορφή θα λύσουμε την (1) για να κατανοήσουμε τις λύσεις της, οι οποίες προκύπτουν με τον ίδιο τρόπο και για την εξίσωση (2). Για να εξάγουμε την (1) μελετούμε το σύστημά μας χρησιμοποιώντας την κυλινδρική συμμετρία. Η διαμήκης κατεύθυνση της διάδοσης είναι ο άξονας z και η εξάρτηση των πεδίων είναι της μορφής $e^{j(\omega t - \beta z)}$.

Προκειμένου να ληφθεί μια λύση της εξίσωσης (1), πρέπει τώρα να εφαρμοσθεί η τεχνική του διαχωρισμού των μεταβλητών. Θα υποθέσουμε, λοιπόν, ότι μπορούμε να λάβουμε ανεξάρτητες λύσεις για το E_z σε ϕ και r , δηλαδή:

$$E_z(\phi, r) = A\Phi(\phi)F(r) \quad (3)$$

Δεδομένου ότι η ίνα έχει κυκλική συμμετρία θα επιλέξουμε μια κυκλική συνάρτηση ως δοκιμαστική λύση για $\Phi(\phi)$.

$$\Phi(\phi) = e^{j\nu\phi} \quad (4)$$

όπου ν θετικός ή αρνητικός ακέραιος και

$$E_z = AF(r)e^{j\nu\phi} \quad (5)$$

Λαμβάνοντας τις παραγώγους σε σχέση με τα r και ϕ και αντικαθιστώντας στην εξίσωση 1 παίρνουμε

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = Ae^{j\nu\phi} \frac{dF(r)}{dr} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} = Ae^{j\nu\phi} \frac{d^2 F(r)}{dr^2} \quad (7)$$

και

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = -A\nu^2 e^{j\nu\phi} F(r) \quad (8)$$

αντικαθιστώντας την (6) , (7) και (8) στην (1), και πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση που προκύπτει με τον παράγοντα $1/Ae^{jv\phi}$ παίρνουμε τη σχέση:

$$\frac{\partial^2 F(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F(r)}{\partial r} + (k^2 - \frac{v^2}{r^2})F(r) = 0 \quad (9)$$

Η εξίσωση (9) είναι μια μορφή της εξίσωσης Bessel . Είναι γνωστό ότι οι διαφορικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού έχουν δύο ανεξάρτητες λύσεις. Πολλές κυλινδρικές συναρτήσεις ικανοποιούν την εξίσωση Bessel. Λαμβάνοντας υπόψη την ενέργεια θα γίνει η επιλογή της συνάρτησης ως λύση της εξίσωσης (9), πρέπει:

1. Το πεδίο να είναι πεπερασμένο στον πυρήνα της ίνας. Συγκεκριμένα, η κυλινδρική συνάρτηση που επιλέγεται στον πυρήνα της πρέπει να είναι πεπερασμένη στο $r = 0$.
2. Το πεδίο του περιβλήματος της ίνας να έχει μια εκθετικά φθίνουσα συμπεριφορά σε μεγάλες αποστάσεις από το κέντρο της ίνας.

2.2.2 Τα πεδία στον πυρήνα και στο περίβλημα

Για να παρθούν οι σωστές παράμετροι γύρω από την οπτική ίνα, πρέπει να επιλεγθούν οι κατάλληλες κυλινδρικές εξισώσεις Bessel, εξίσωση (9), στον πυρήνα και στο περίβλημα ώστε να ικανοποιούν τις φυσικές απαιτήσεις του συστήματος. Δεδομένου ότι τα πεδία πρέπει να είναι πεπερασμένα στο κέντρο του πυρήνα της ίνας, θα επιλέξουμε ως μορφή της λύσης, την $J_\nu(kr)$ για $r < a$. Ως εκ τούτου, για $r < a$ έχουμε:

$$E_z = AJ_\nu(kr)e^{jv\phi} \quad (10)$$

$$H_z = BJ_\nu(kr)e^{jv\phi} \quad (11)$$

Παίρνουμε ότι το πεδίο στο περίβλημα φθίνει στην κατεύθυνση r και είναι της μορφής $e^{-\gamma r}$. Αν ορίσουμε $k = j\gamma$ μπορούμε να επιλέξουμε μια τροποποιημένη συνάρτηση Hankel του πρώτου είδους, για να περιγραφεί η συμπεριφορά του πεδίου στο περίβλημα για μεγαλύτερα r . Οπότε για $r > a$ έχουμε:

$$E_z = CH_\nu^{(1)}(j\gamma r)e^{jv\phi} \quad (12)$$

$$H_z = DH_\nu^{(1)}(j\gamma r)e^{jv\phi} \quad (13)$$

όπου A, B, C, D είναι οι άγνωστες σταθερές.

Για να πάρουμε τη συνιστώσα E_r του πεδίου πρέπει να διαφορίσουμε τα διαμήκη πεδία συνάρτηση του r και του ϕ .

$$E_r = \frac{-j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \omega\mu \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (14)$$

Μέσα στον πυρήνα για $r < a$ έχουμε:

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = AkJ'_\nu(kr)e^{jv\phi} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \text{όπου} \\ J'_\nu(kr) &= \frac{\partial J_\nu(kr)}{\partial(kr)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial \phi} = B(jv)J_\nu(kr)e^{jv\phi} \quad (17)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (15) και (17) στην (14) παίρνουμε την σχέση:

$$E_r = \frac{-j}{k^2} \left(A\beta k J'_\nu(kr) e^{j\nu\phi} + B(j\nu)\omega\mu \frac{1}{r} J_\nu(kr) e^{j\nu\phi} \right) \quad (18)$$

και με παρόμοιο τρόπο προκύπτουν οι υπόλοιπες συνιστώσες του πεδίου:

$$E_\phi = \frac{-j}{k^2} \left(j\beta \frac{\nu}{r} A J_\nu(kr) - k\omega\mu B J'_\nu(kr) \right) e^{j\nu\phi} \quad (19)$$

$$H_r = \frac{-j}{k^2} \left(-j\omega\varepsilon_1 \frac{\nu}{r} A J_\nu(kr) + k\beta B J'_\nu(kr) \right) e^{j\nu\phi} \quad (20)$$

και

$$H_\phi = \frac{-j}{k^2} \left(k\omega\varepsilon_1 A J'_\nu(kr) + j\beta \frac{\nu}{r} B J_\nu(kr) \right) e^{j\nu\phi} \quad (21)$$

όπου

$$k^2 = k_1^2 - \beta^2 \quad (22)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_1 \quad (23)$$

Το εγκάρσιο πεδίο στο περιβλημα της ίνας μπορεί να ληφθεί με τον ίδιο τρόπο με τη διαφορίση των εξισώσεων (12) και (13) συνάρτηση του r και ϕ . Όπου προκύπτουν οι σχέσεις για $r > a$:

$$E_r = \frac{-1}{\gamma^2} \left(\beta\gamma C H_\nu^{(1)'}(j\gamma r) + \omega\mu_0 \frac{\nu}{r} D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right) e^{j\nu\phi} \quad (24)$$

$$E_\phi = \frac{-1}{\gamma^2} \left(\beta \frac{\nu}{r} C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) - \gamma\omega\mu_0 D H_\nu^{(1)'}(j\gamma r) \right) e^{j\nu\phi} \quad (25)$$

$$H_r = \frac{-1}{\gamma^2} \left(-\omega\varepsilon_2 \frac{\nu}{r} C H_\nu^{(1)}(j\gamma r) + \gamma\beta D H_\nu^{(1)'}(j\gamma r) \right) e^{j\nu\phi} \quad (26)$$

$$H_\phi = \frac{-1}{\gamma^2} \left(\gamma\omega\varepsilon_2 C H_\nu^{(1)'}(j\gamma r) + \beta \frac{\nu}{r} D H_\nu^{(1)}(j\gamma r) \right) e^{j\nu\phi} \quad (27)$$

όπου

$$\frac{\partial H_\nu^{(1)}(j\gamma r)}{\partial(j\gamma r)} = H_\nu^{(1)'}(j\gamma r) \quad (28)$$

και

$$\gamma^2 = \beta^2 - k_2^2 \quad (29)$$

$$k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_2 \quad (30)$$

Το συνολικό πεδίο που προκύπτει γύρω από την οπτική ίνα περιγράφεται από τις εξισώσεις 18 έως 21 και 24 έως 27. Οι σταθερές A, B, C, D και β καθορίζονται εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες για τις δύο εφαπτομενικές συνιστώσες των ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων στη διεπαφή του πυρήνα - περιβλήματος ($r = a$).

2.2.3 Συνοριακές συνθήκες

Οι συνοριακές συνθήκες για τις δύο συνιστώσες των ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων στη διεπαφή του πυρήνα - περιβλήματος ($r = a$) μπορούν να γραφούν ως:

$$\begin{aligned} E_{z_1} &= E_{z_2} \\ E\phi_1 &= E\phi_2 \\ H_{z_1} &= H_{z_2} \\ H\phi_1 &= H\phi_2 \end{aligned}$$

όπου οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται στα πεδία του πυρήνα και του περιβλήματος, αντίστοιχα. Εφαρμόζοντας αυτές τις συνθήκες, αποδίδονται τέσσερις εξισώσεις για τα άγνωστα A, B, C και D. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (10) και (12) η συνοριακή συνθήκη για το E_z είναι:

$$J_\nu(ka)A - H_\nu^{(1)}(j\gamma a)C = 0 \quad (31)$$

Αντικαθιστώντας για $r = a$ στην εξίσωση (19) και (25) προκύπτουν οι εξισώσεις για το E_ϕ :

$$\left(\frac{\beta \nu}{k^2 a}\right) J_\nu(ka)A + j\frac{\omega\mu_0}{k} J'_\nu(ka)B + \left(\frac{\beta \nu}{\gamma^2 a}\right) H_\nu^{(1)}(j\gamma a)C - \frac{\omega\mu_0}{\gamma} H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)D = 0 \quad (32)$$

Από την εξίσωση (11) και (13) η συνοριακή συνθήκη για το H_z είναι :

$$J_\nu(ka)B - H_\nu^{(1)}(j\gamma a)D = 0 \quad (33)$$

Τέλος χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (21) και (27), η συνοριακή συνθήκη για το H_ϕ είναι:

$$\left(\frac{-j\omega\epsilon_1}{k}\right) J'_\nu(ka)A + \left(\frac{\beta \nu}{k^2 a}\right) J_\nu(ka)B + \left(\frac{\omega\epsilon_2}{\gamma}\right) H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)C + \left(\frac{\beta \nu}{\gamma^2 a}\right) H_\nu^{(1)}(j\gamma a)D = 0 \quad (34)$$

Οι εξισώσεις (31) έως (34) αποτελούν ένα σύνολο εξισώσεων που έχουν μια μη τετριμμένη λύση υπό την προϋπόθεση ότι η ορίζουσα του συστήματος για τις τέσσερις εξισώσεις μηδενίζεται, δηλαδή:

$$\begin{vmatrix} J_\nu(ka) & 0 & -H_\nu^{(1)}(j\gamma a) & 0 \\ \frac{\beta \nu}{k^2 a} J_\nu(ka) & \frac{j\omega\mu_0}{k} J'_\nu(ka) & \frac{\beta \nu}{\gamma^2 a} H_\nu^{(1)}(j\gamma a) & -\frac{\omega\mu_0}{\gamma} H_\nu^{(1)'}(j\gamma a) \\ 0 & J_\nu(ka) & 0 & -H_\nu^{(1)}(j\gamma a) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{k} J'_\nu(ka) & \frac{\beta \nu}{k^2 a} J_\nu(ka) & \frac{\omega\varepsilon_2}{\gamma} H_\nu^{(1)'}(j\gamma a) & \frac{\beta \nu}{\gamma^2 a} H_\nu^{(1)}(j\gamma a) \end{vmatrix} = 0 \quad (35)$$

η συνέχεια των εν λόγω αποτελεσμάτων της ορίζουσας είναι γνωστή ως «ιδιοτιμή» ή χαρακτηριστική εξίσωση του κυματοδηγού. Η εξίσωση αυτή καθορίζει τα modes του κυματοδηγού και αποδίδει τις επιτρεπόμενες τιμές του β , k , και γ που σχετίζονται με κάθε mode. Χαρακτηριστική εξίσωση για τις step-index ίνες είναι:

$$\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{a\gamma^2}{k} \frac{J'_\nu(ka)}{J_\nu(ka)} + j\gamma a \frac{H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)}{H_\nu^{(1)}(j\gamma a)} \right] \left[\frac{a\gamma^2}{k} \frac{J'_\nu(ka)}{J_\nu(ka)} + j\gamma a \frac{H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)}{H_\nu^{(1)}(j\gamma a)} \right] = \left[\nu \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \frac{\beta k_2}{k^2} \right]^2 \quad (36)$$

Οι συντελεστές στις εξισώσεις (31) έως (34) μπορούν να ξαναγραφτούν ώστε ο A να είναι ο μόνος άγνωστος συντελεστής. Για παράδειγμα στην εξίσωση (31) και (33) σχετίζει την A και την C , την B και την D μεταξύ τους.

$$C = \frac{J_\nu(ka)}{H_\nu^{(1)}(j\gamma a)} A \quad (37)$$

$$D = \frac{J_\nu(ka)}{H_\nu^{(1)}(j\gamma a)} B \quad (38)$$

Οι συντελεστές A και B συνδέονται μεταξύ τους μέσω της εξίσωσης (32) ή με τις εξισώσεις (37), (38) και (34). Λύνοντας ως προς την B σε σχέση με την A οδηγούμαστε στη σχέση

$$B = \frac{j a k \gamma [\varepsilon_1 \gamma J'_\nu(ka) H_\nu^{(1)}(j\gamma a) + j \varepsilon_2 k J_\nu(ka) H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)]}{\nu \omega (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \mu_0 \beta J_\nu(ka) H_\nu^{(1)}(j\gamma a)} A \quad (39)$$

Εάν χρησιμοποιούσαμε την (32) αντί της (34), η σχέση που θα προέκυπτε μεταξύ του B και του A θα ήταν:

$$B = j\nu \frac{\omega (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \beta J_\nu(ka) H_\nu^{(1)}(j\gamma a)}{k \gamma a [\gamma J'_\nu(ka) H_\nu^{(1)}(j\gamma a) + j k J_\nu(ka) H_\nu^{(1)'}(j\gamma a)]} A \quad (40)$$

Οι εξισώσεις (39) και (40) θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια για να καθοριστούν τα είδη των modes που μπορούν να διαδοθούν μέσα σε μια step-index ίνα.

2.2.4 Χαρακτηρισμός των τρόπων διάδοσης

Σε γενικές γραμμές, οι επιτρεπόμενες διαμορφώσεις του πεδίου ή τα modes που υπάρχουν σε μια step-index έχουν έξι συνιστώσες. Για το γύρω της ίνα υπάρχουν υβριδικά modes, παράλληλα με τα TE και TM modes. Οι υβριδικές καταστάσεις συμβολίζονται ως HE και EH modes και έχουν δύο διαμήκεις συνιστώσες του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Σε όρους αναλογίας ακτίνων γεωμετρικής οπτικής για μια ίνα step-index, οι υβριδικές καταστάσεις αντιστοιχούν σε μια ακτίνα με λοξότητα, δηλαδή δεν διαδίδονται σε ένα επίπεδο που περιέχει τόσο το σημείο αντικείμενο και τον οπτικό άξονα. Τέτοιες ακτίνες δεν διασχίζουν το οπτικό άξονα οπουδήποτε και δεν είναι παράλληλες προς αυτόν. Ενώ τα TE και TM modes αντιστοιχούν σε μια ακτίνα μεσημβρινή ή εφαπτομενική που περιορίζεται στο επίπεδο που περιέχει τον οπτικό άξονα του συστήματος και το αντικείμενο σημείο από το οποίο προήλθε η ακτίνα. Για την ειδική περίπτωση $\nu = 0$, μόνο οι μεσημβρινές ακτίνες διαδίδονται στον οδηγό. Για αυτήν την περίπτωση η δεξιά πλευρά της εξίσωσης (36) ισούται με το μηδέν και αποκτά δύο χαρακτηριστικές εξισώσεις που καθορίζουν τα modes TE και TM. Αυτές οι εξισώσεις είναι:

$$\frac{a\gamma^2}{k} \frac{J'_0(ka)}{J_0(ka)} + j\gamma a \frac{H_0^{(1)'}(j\gamma a)}{H_0^{(1)}(j\gamma a)} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{a\gamma^2}{k} \frac{J'_0(ka)}{J_0(ka)} + j\gamma a \frac{H_0^{(1)'}(j\gamma a)}{H_0^{(1)}(j\gamma a)} = 0 \quad (42)$$

Για να κατανοηθούν οι εξισώσεις (41) του TE mode και (42) για το TM mode. Για το TE mode ισχύει ότι $E_z = 0$ ενώ για το TM mode $H_z = 0$. Από τις εξισώσεις

$$E_z = AJ_\nu(kr)e^{j\nu\phi} \quad (43)$$

και

$$H_z = BJ_\nu(kr)e^{j\nu\phi} \quad (44)$$

το E_z είναι μηδέν όταν $A = 0$ και το $H_z = 0$ όταν το $B = 0$. Από την εξίσωση (39) όταν $\nu \rightarrow 0$, τότε $B \rightarrow \infty$ εκτός εάν $A = 0$. Η εξίσωση (41) είναι η χαρακτηριστική εξίσωση για την κυματοδότηση όταν $\nu \rightarrow 0$ και $A = 0$. Η εξίσωση (41) καθορίζει τις εξισώσεις για τα TE modes. Χρησιμοποιώντας την (40) όταν $\nu = 0$ και $B = 0$ η εξίσωση (42) είναι η χαρακτηριστική εξίσωση κυματοδότησης για τα TM modes. Οι εξισώσεις (41) και (42) μπορούν να γραφούν πιο απλά:

$$Z_0 = -Z_1 \quad (45)$$

Τότε η (41) και (42) γίνονται,

$$\text{Χαρακτηριστική εξίσωση για τα TE modes: } \frac{\gamma}{k} \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} + j \frac{H_1^{(1)}(j\gamma a)}{H_0^{(1)}(j\gamma a)} = 0 \quad (46)$$

$$\text{Χαρακτηριστική εξίσωση για τα TM modes: } \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\gamma}{k} \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} + j \frac{H_1^{(1)}(j\gamma a)}{H_0^{(1)}(j\gamma a)} = 0 \quad (47)$$

Εν ολίγοις, η χαρακτηριστική εξίσωση (36) καθορίζει την διάδοση των modes σε μια step-index οπτική ίνα. Οι λύσεις για την εξίσωση αυτή είναι εξαιρετικά πολύπλοκες και συνήθως λύνονται αριθμητικά σε υπολογιστή. Η γενική λύση για $\nu = 0$ έχει έξι συνιστώσες του πεδίου και ορίζει τις προϋποθέσεις διάδοσης των (HE, EH) υβριδικών modes. Για την ειδική περίπτωση $\nu = 0$ μπορούμε να εξάγουμε δύο ξεχωριστές χαρακτηριστικές εξισώσεις, την (46) και την (47), που περιγράφουν τις συνθήκες κυματοδότησης των TE και TM modes.

2.2.5 Συνθήκη αποκοπής

Μια σημαντική παράμετρος για κάθε mode που διαδίδεται μέσα στην οπτική ίνα, είναι η συχνότητα αποκοπής του. Ένα mode κόβεται όταν το πεδίο του στο περίβλημα παύει να είναι αποσβήνον και αποσπάται από τον κυματοδηγό, δηλαδή το πεδίο στο περίβλημα δεν υφίσταται πια. Ο ρυθμός της απόσβεσης του πεδίου στο περίβλημα καθορίζεται από την τιμή της σταθεράς γ . Για ασυμπτωτική προσέγγιση της τροποποιημένης συνάρτησης Hankel για τις μεγάλες τιμές έχουμε

$$H_v^{(1)}(j\gamma r) = \sqrt{\frac{2}{\pi j\gamma r}} (e^{-j(\pi v/2 + \pi/4)}) e^{-\gamma r} \quad (48)$$

Για μεγάλες τιμές του γ , το πεδίο συγκεντρώνεται στο εσωτερικό και κοντά στον πυρήνα. Για μειωμένες τιμές του γ , το πεδίο φτάνει μακρύτερα, μέσα στο περίβλημα. Τέλος, για $\gamma = 0$ το πεδίο αποκόπτεται από τον οδηγό. Η συχνότητα με την οποία συμβαίνει αυτό ονομάζεται συχνότητα αποκοπής.

$$\gamma = 0 = \sqrt{\beta_c^2 - k_{2c}^2} \quad (49)$$

ή

$$\beta_c^2 = k_{2c}^2 \quad (50)$$

όπου

$$k_{2c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 \varepsilon_2 \quad (51)$$

Στον πυρήνα του κυματοδηγού στο κατώφλι αποκοπής έχουμε:

$$k_c^2 = k_{1c}^2 - \beta_c^2 \quad (52)$$

$$k_{1c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 \varepsilon_1 \quad (53)$$

Μπορούμε να αποκτήσουμε μια έκφραση για την συχνότητα αποκοπής ενός mode αντικαθιστώντας την εξίσωση (50) στην (52)

$$k_c^2 = k_{1c}^2 - k_{2c}^2 = \omega_c^2 \mu_0 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (54)$$

Λύνοντας για ω_c από την (54) παίρνουμε

$$\omega_c = \frac{k_c}{\sqrt{\mu_0 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}} \quad (55)$$

Η συχνότητα αποκοπής του mode μπορεί να είναι μηδέν εάν $k_c = 0$. Μόνο ένα mode μπορεί να υπάρχει μέσα σε μια οπτική ίνα με $\omega_c = 0$. Αυτό είναι το υβριδικό mode HE_{11} που υπάρχει σε όλες τις συχνότητες. Ως εκ τούτου, είναι δυνατό να σχεδιαστεί μια μονότροπη ίνα (single-mode fiber). Η μονότροπη ίνα έχει πολύ μικρή διάμετρο πυρήνα και μικρή διαφορά του δείκτη διάθλασης μεταξύ του πυρήνα και του

περιβλήματος. Αυτές οι παράμετροι πρέπει να επιλέγονται για να διασφαλιστεί ότι όλα τα άλλα modes βρίσκονται κάτω από τη συχνότητα αποκοπής τους.

Επιτρέποντας το γ να πλησιάζει το μηδέν και χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση για την τροποποιημένη συνάρτηση Hankel, παίρνουμε τις ακόλουθες συνθήκες αποκοπής.

TE και TM modes ($\nu = 0$)

Οι συνθήκες αποκοπής για τα $TE_{0\mu}$ και $TM_{0\mu}$ modes λαμβάνονται από την μ της εξίσωσης (56) που φαίνεται παρακάτω

$$J_0(ka) = 0 \quad (56)$$

Αυτή είναι η τιμή του k_c και a λαμβάνεται από την εξίσωση (56), όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.5. Η αντίστοιχη συχνότητα αποκοπής για ένα mode υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την τιμή του k_c στην Εξ. (55)

Υβριδισμένα modes

HE_{1μ} modes

Η συνθήκη αποκοπής για τα HE_{1μ} modes περιγράφονται από την εξίσωση (57)

$$k_c a = x_{\nu\mu} \quad \text{for} \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (57)$$

η παράμετρος $x_{\nu\mu}$ είναι μ ρίζα της εξίσωσης:

$$J_\nu(x_{\nu\mu}) = 0 \quad (58)$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως υπάρχει το θεμελιώδες mode (HE₁₁) για όλες τις συχνότητες. Η εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση αποκοπής του είναι:

HE₁₁ mode

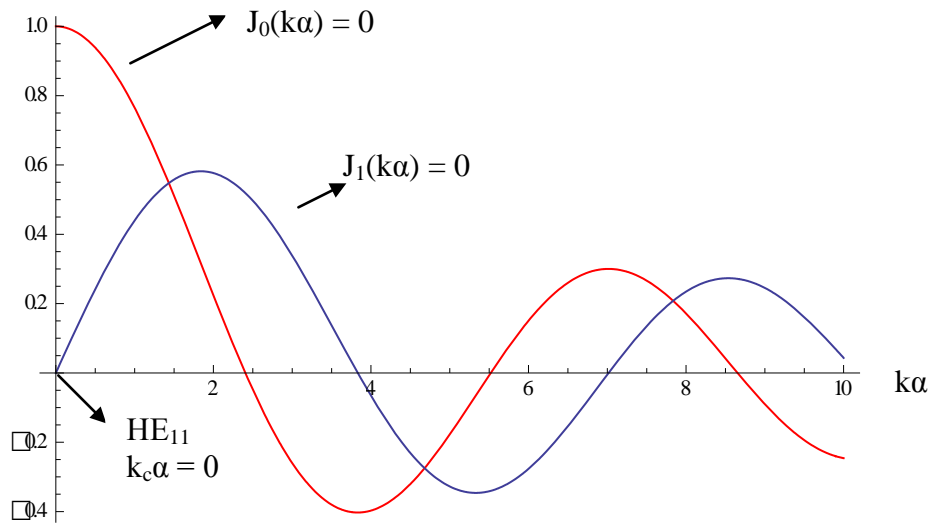
$$k_c a = 0 \quad (59)$$

EH_{νμ} modes

Η συνθήκη αποκοπής για το EH_{νμ} modes είναι επίσης η εξίσωση 58 αλλά με τον περιορισμό ότι $x_{\nu\mu} \neq 0$. Τέλος το εναπομείναν EH_{νμ} mode έχει την ακόλουθη συνθήκη αποκοπής:

HE_{νμ} modes (for $\nu = 2, 3, 4, \dots$)

$$\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} + 1 \right) J_{\nu-1}(k_c a) = \frac{ak_c}{\nu-1} J_\nu(k_c a) \quad (60)$$



Εικόνα 2.5 – Γραφική αναπαράσταση των συναρτήσεων Bessel

Για τα υβριδικά modes, υπάρχουν δύο τύποι modes για κάθε εσωτερική τιμή του $\nu > 1$. Τα modes των οποίων η συχνότητα αποκοπής καθορίζεται από την Εξ. 58 ορίζουν τα modes $EH_{\nu\mu}$. Η εξίσωση (60) καθορίζει την συχνότητα αποκοπής των τρόπων $HE_{\nu\mu}$. Τόσο το $EH_{1\mu}$ και $HE_{1(\mu+1)}$ έχουν την ίδια συχνότητα αποκοπής. Ωστόσο, δεν είναι εκφυλισμένα mode, αφού σε συχνότητες διαφορετικές από αυτές της αποκοπής έχουν διαφορετικές σταθερές διάδοσης. Για $\nu = 0$ έχουμε τα μη εκφυλισμένα TE και TM modes, των οποίων η πανομοιότυπη κατάσταση αποκοπής δίνεται από την Εξ. (56). Κάποιος μπορεί να υπολογίσει την παράμετρο $k_c a$ αποκοπής για διαφορετικούς τύπους modes που υπάρχουν σε μια a step-index ίνα από τις εξισώσεις (56) έως (60). Ο πίνακας που παρουσιάζεται παρακάτω, απαριθμεί τα πρώτα modes χαμηλής τάξης και τις τιμές των παραμέτρων αποκοπής. Για τον υπολογισμό της παραμέτρου αποκοπής για τα modes $HE_{\nu\mu}$ (60) χρειαζόμαστε τις τιμές των δεικτών διάθλασης του πυρήνα και του περιβλήματος των ινών. Οι παράμετροι αποκοπής για όλους τους άλλους τρόπους λαμβάνονται άμεσα, για μια δεδομένη τάξη ν και αντίστοιχη ρίζα μ από την συνάρτηση Bessel. Έχουμε υποθέσει στον παρακάτω πίνακα ότι $n_1 / n_2 = 1.02$ ($\epsilon_1 / \epsilon_2 = 1.0404$).

Mode	Cutoff parameter $k_c a$
HE_{11}	0
TE_{01}, TM_{01}	2.405
HE_{21}	2.42
HE_{12}, EH_{11}	3.83
HE_{31}	3.86
EH_{21}	5.14
HE_{41}	5.16
TE_{02}, TM_{02}	5.52
HE_{22}	5.53

Για να εκτιμηθεί η σημασία της παραμέτρου αποκοπής $k_c a$, θα την ορίζουμε από την άποψη των φυσικών παραμέτρων της ίνας. Από την εξίσωση (54) παίρνουμε:

$$k_c a = \omega_c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} (\sqrt{n_1^2 - n_2^2}) a \quad (61)$$

με

$$\omega_c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (62)$$

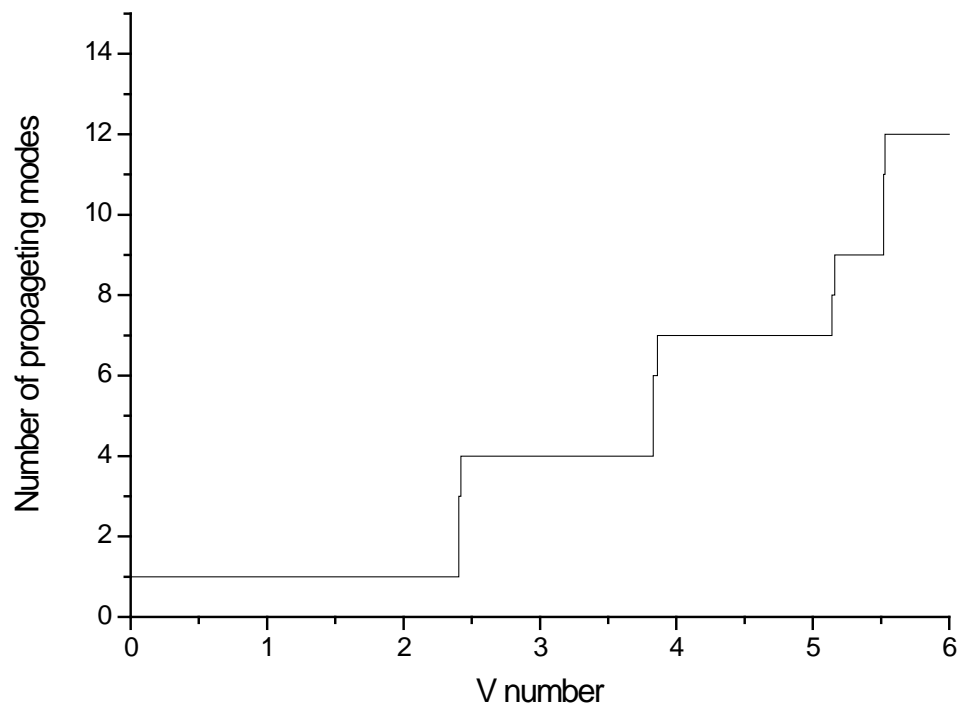
και

$$V \equiv k_c a = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (63)$$

Η $k_c a$ παράμετρος αποκοπής συνήθως ονομάζεται “V number” της ίνας. Ο αριθμός των modes στην step-index ίνα είναι ανάλογος με τον αριθμό του V. Ο πίνακας που φαίνεται παρακάτω, απεικονίζει τον τρόπο με τον οποίο η αύξηση των παραμέτρων a , n_1 , n_2 ή λ_0 επηρεάζει τον αριθμό των modes στην ίνα.

Αύξηση φυσικών παραμέτρων	Αριθμός διαδιδόμενων mode
Ακτίνα πυρήνα a	Αύξηση
Δείκτης διάθλασης πυρήνα n_1	Αύξηση
Δείκτης διάθλασης περιβλήματος n_2	Μείωση
Μήκος κύματος πηγής λ_0	Μείωση

Μπορούμε επίσης να κάνουμε το γράφημα με τον αριθμό των modes σε μια ίνα step-index ως συνάρτηση του αριθμού V. Παρατηρούμε ότι για $V < 2.405$ είναι δυνατόν να σχεδιαστεί μια μονότροπη ίνα που υποστηρίζει μόνο το mode HE_{11} . Στο παράρτημα 1 έχουμε γράψει τον πηγαίο κώδικα για ένα λογισμικό που υπολογίζει το μήκος κύματος αποκοπής και τον αριθμό των modes που μπορεί να υποστηρίξει μια ίνα συνάρτηση των παραμέτρων a , n_1 , n_2 , λ_0 .



Εικόνα 2.6 – Αριθμός των modes συνάρτηση του αριθμού V

2.2.6 Μονότροπες οπτικές ίνες

Σε αυτήν την ενότητα θα αναπτύξουμε μια εξίσωση που χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό μονότροπων οπτικών ινών. Από την εξίσωση (3) προκύπτει ότι ο αριθμός των modes σε μια step-index ίνα είναι συνάρτηση του αριθμού V . Για $V < 2.405$ ο μόνος τρόπος διάδοσης στις ίνες είναι το βασικό mode HE_{11} . Για την ανάπτυξη της σχεδιαστικής εξίσωσης των μονότροπων ινών θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (63) εκφρασμένη ως προς Δ , όπου Δ η κλασματική διαφορά δείκτη διάθλασης μεταξύ πυρήνα και περιβλήματος.

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} n_1 \sqrt{2\Delta - \Delta^2} \quad (64)$$

όπου

$$n_2 = n_1(1 - \Delta) \quad (65)$$

και

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (66)$$

για μικρά Δ , $\Delta^2 \ll 2\Delta$ προκύπτει:

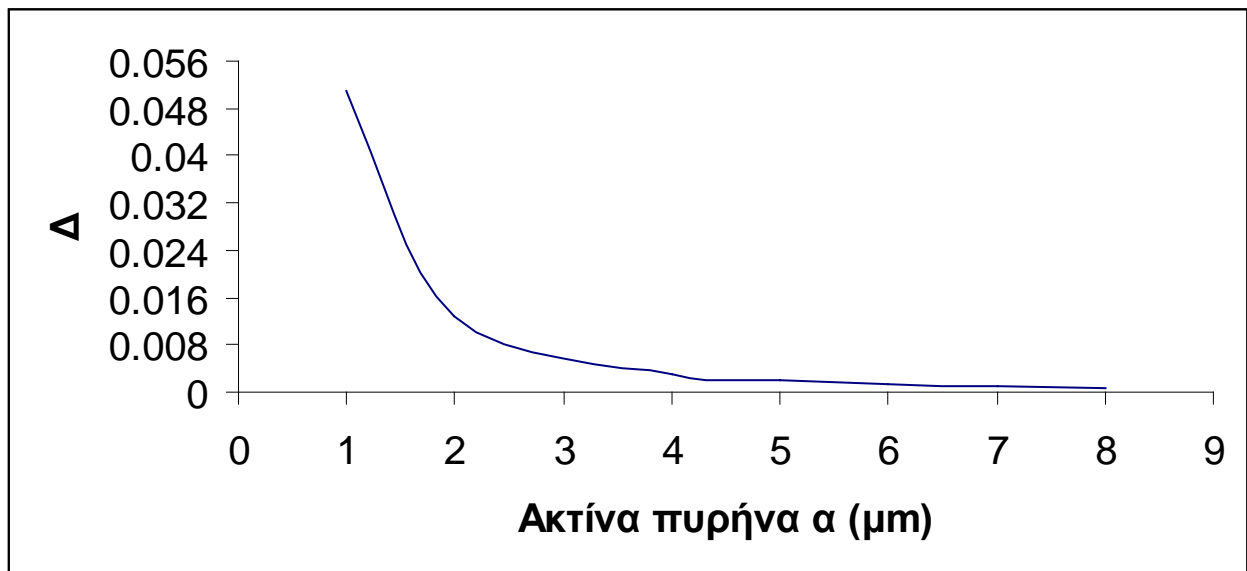
$$V \approx \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{2} n_1 \sqrt{\Delta} \quad (67)$$

Χρησιμοποιώντας την (67) μια μονότροπη ίνα σχεδιάζεται όταν $V < 2.405$. Θα χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες παραμέτρους για τους υπολογισμούς μας:

$$\begin{aligned} V &= 2.25 \\ \lambda_0 &= 1.3 \mu\text{m} \\ n_1 &= 1.45 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές αυτές στην εξίσωση (67) μπορούμε να επιτύχουμε μια καμπύλη που δείχνει τη σχέση μεταξύ Δ και της ακτίνας a για μια μονότροπη ίνα. Σύμφωνα με το γράφημα 2.7, θα πρέπει να επιλέξουμε την ακτίνα a του πυρήνα αρκετά μεγάλη ώστε να είναι ευκολότερος ο χειρισμός των μονότροπων ινών και κυρίως η συνένωσή τους. Θα πρέπει επίσης το Δ να είναι αρκετά μεγάλο για να μπορέσει να δημιουργηθεί η ίνα σε πραγματικές συνθήκες. Είμαστε ελεύθεροι να επιλέξουν μια τιμή για το περίβλημα με ακτίνα b . Η επιλογή θα γίνει για να εξασφαλιστεί ότι η ισχύς του αποσβήνοντος πεδίου στο περίβλημα προσεγγίζει το μηδέν στην εξωτερική διάμετρο της ίνας. Σύμφωνα με τις παραπάνω απαιτήσεις προκύπτουν οι ακόλουθες παράμετροι για μια μονότροπη ίνα:

$$\begin{aligned} a &= 5 \mu\text{m} \\ b &= 55 \mu\text{m} \\ \Delta &= 0.002 \\ n_1 &= 1.450 \end{aligned}$$



Σήμα 2.7 – Καμπύλη μονότροπων ινών

2.3 Weakly guiding fibers

2.3.1 Χαρακτηριστικές εξισώσεις

Για να συνεχιστεί η ανάλυσή μας για μια ίνα με πολλά modes, λόγω της πολυπλοκότητας των εξισώσεων θα κάνουμε κάποιες υποθέσεις ώστε να απλοποιηθούν λίγο οι σχέσεις μας. Η απλοποίηση στηρίζεται στο γεγονός ότι ο δείκτης διάθλασης του πυρήνα είναι ελαφρώς υψηλότερος από εκείνον του περιβάλλοντος, θα υποθέσουμε δηλαδή ότι $\Delta \ll 1$ και τυπικά μικρότερο από 0.05. Κάνοντας αυτήν την παραδοχή, πετυχαίνουμε απλούστερα αποτελέσματα χωρίς να δημιουργούνται ελλείψεις[5].

Εξετάζοντας τον κυλινδρικό πυρήνα ακτίνας a που απεικονίζεται στην Εικόνα 2.8 έχουμε τον δείκτη διάθλασης του πυρήνα να είναι n_c . Θεωρούμε το υλικό του περιβλήματος με δείκτη διάθλασης n να εκτείνεται στο άπειρο. Θα χρησιμοποιήσουμε και καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y) και κυλινδρικές (r, ϕ) . Η σταθερά διάδοσης β οποιουδήποτε mode της ίνας αυτής είναι περιορισμένη εντός του διαστήματος $n_c k \geq \beta \geq nk$, όπου $k = 2\pi / \lambda$ είναι ο κυματαριθμός στον ελεύθερο χώρο. Αν ορίσουμε ως παραμέτρους:

$$u = a(k^2 n_c^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$w = a(\beta^2 - k^2 n^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Το πεδίο μπορεί να εκφραστεί από την συνάρτηση Bessel $J(ur/a)$ μέσα στον πυρήνα και από την τροποποιημένη συνάρτηση Hankel $K(wr/a)$ έξω από αυτόν. Το τετραγωνικό άθροισμα των εξισώσεων (1) και (2) είναι:

$$V^2 = u^2 + w^2 \quad (3)$$

όπου ο αριθμός V ,

$$V = ak(n_c^2 - n^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

ο οποίος μπορεί να θεωρηθεί ως μια κανονικοποιημένη συχνότητα. Ταιριάζοντας τα πεδία στη διεπαφή πυρήνα-περιβλήματος, παίρνουμε τις χαρακτηριστικές συναρτήσεις $u(V)$ ή $w(V)$ για κάθε mode. Η σταθερά διάδοσης και όλες οι άλλες παράμετροι που μας ενδιαφέρουν μπορούν να εξαχθούν από αυτές τις συναρτήσεις.

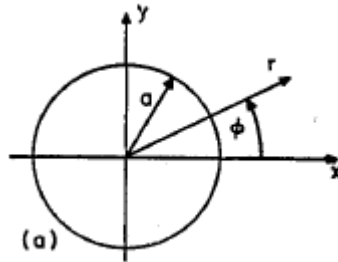
Για οριακή κυματοδήγηση (weak guidance), έχουμε

$$\Delta = (n_c^2 - n) / n \ll 1 \quad (5)$$

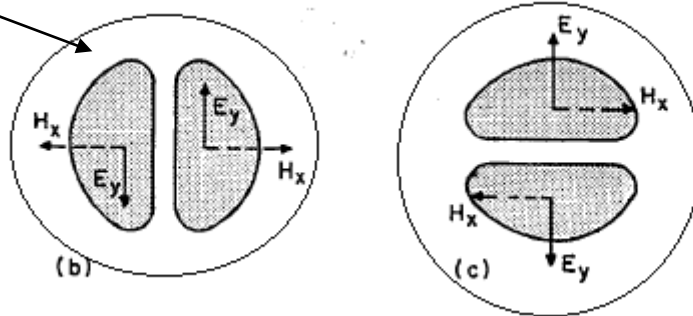
Σε αυτήν την περίπτωση, μπορούμε να κατασκευάσουμε modes του οποίου το εγκάρσιο πεδίο είναι πολωμένο σε μια κατεύθυνση. Θεωρούμε εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου

$$E_y = H_x \left\{ \frac{Z_0 / n_c}{Z_0 / n} \right\} = E_l \left\{ \frac{J_l(ur/a) / J_l(u)}{K_l(wr/a) / K_l(w)} \right\} \cos l\phi \quad (6)$$

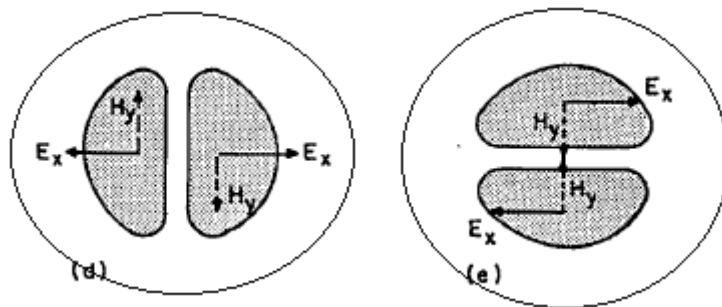
($l = 0, 1, 2, 3, \dots$)



Πυρήνας



E κάθετα πολωμένα



E οριζόντια πολωμένο

Εικόνα 2.8 – Τέσσερις πιθανές κατανομές του γραμμικά πολωμένου mode LP_{11}

Z_0 είναι η σύνθετη αντίσταση επίπεδου κύματος στο κενό, και το E_l το ηλεκτρικό πεδίο στη διεπιφάνεια. Στην Εικόνα 2.8 παρουσιάζεται η περίπτωση με $l = 1$. Εφόσον έχουμε την ελευθερία της επιλογής $\sin l\phi$ ή $\cos l\phi$ στην Εξ. 6 και δύο ορθογώνιες καταστάσεις πόλωσης, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα σύνολο τεσσάρων modes για κάθε l όσο ισχύει $l > 0$. Για $l = 0$, έχουμε μόνο ένα σύνολο δύο ορθογώνιων πολωμένων mode που αλληλοεξαρτώνται.

Οι διαμήκεις συνιστώσες μπορούν να ληφθούν από τις εξισώσεις

$$E_z = \frac{iZ_0}{k} \left\{ \frac{1/n_c^2}{1/n^2} \right\} \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (7\alpha)$$

και

$$H_z = \frac{i}{kZ_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (7\beta)$$

Με την χρήση της εξίσωσης (6) έχουμε:

$$E_z = \frac{iE_l}{2ka} \left\{ \begin{array}{l} \frac{u}{n_c} \frac{J_{l+1}(ur/a)}{J_l(u)} \sin(I+1)\phi + \frac{u}{n_c} \frac{J_{l-1}(ur/a)}{J_l(u)} \sin(I-1)\phi \\ \frac{w}{n} \frac{K_{l+1}(wr/a)}{K_l(w)} \sin(I+1)\phi - \frac{w}{n} \frac{K_{l-1}(wr/a)}{K_l(w)} \sin(I-1)\phi \end{array} \right\} \quad (8\alpha)$$

$$H_z = \frac{iE_l}{2kZ_0 a} \left\{ \begin{array}{l} u \frac{J_{l+1}(ur/a)}{J_l(u)} \cos(I+1)\phi - u \frac{J_{l-1}(ur/a)}{J_l(u)} \cos(I-1)\phi \\ w \frac{K_{l+1}(wr/a)}{K_l(w)} \cos(I+1)\phi + w \frac{K_{l-1}(wr/a)}{K_l(w)} \cos(I-1)\phi \end{array} \right\} \quad (8\beta)$$

Για μικρά Δ , η διαμήκης συνιστώσα E_z . (8α), (8β) είναι μικρή σε σύγκριση με τις εγκάρσιες συνιστώσες. Οι παράγοντες που εμπλέκονται είναι u/ak και w/ka οι οποίοι, λόγω της Εξ. (1) και (2), είναι και οι δύο της τάξης $\Delta^{1/2}$. Οι επαναλαμβανόμενες διαφορίσεις της Εξ. (8α) και (8β) οδηγούν σε εγκάρσια στοιχεία τα οποία δεν είναι όμοια με την εξίσωση (6) του πεδίου αλλά για μικρής τάξης Δ είναι συγκρίσιμα με αυτή. Θα αγνοήσουμε τα πεδία αυτά στη συνέχεια. Αυτή η προσέγγιση καθορίζει την ακρίβεια της υπόθεση των γραμμικά πολωμένων mode.

Για να ταιριάζουν τα πεδία στη διεπαφή, παίρνουμε την Εξ. (6) με όρους κυλινδρικών συνιστωσών. Έτσι έχουμε

$$E_\phi = \frac{E_l}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{J_l(ur/a)}{J_l(u)} \\ \frac{K_l(wr/a)}{K_l(w)} \end{array} \right\} [\cos(I+1)\phi + \cos(I-1)\phi] \quad (9\alpha)$$

$$H_\phi = -\frac{E_l}{2Z_0} \left\{ \begin{array}{l} \frac{n_c J_l(ur/a)}{J_l(u)} \\ \frac{n K_l(wr/a)}{K_l(w)} \end{array} \right\} \times [\sin(I+1)\phi - \sin(I-1)\phi] \quad (9\beta)$$

Εάν θέσουμε $n_c = n$ στις εξισώσεις (8) και (9) και χρησιμοποιήσουμε τις αναδρομικές σχέσεις για τα J_l και K_l , μπορούμε να ταιριάξουμε όλες τις εφαπτομενικές συνιστώσες του πεδίου στη διεπαφή με μια εξίσωση:

$$u \frac{J_{l-1}(u)}{J_l(u)} = -w \frac{K_{l-1}(w)}{K_l(w)} \quad (10)$$

Αυτή είναι η χαρακτηριστική εξίσωση για τα γραμμικά πολωμένα (LP) modes. Θέτοντας $w = 0$ οδηγούμαστε στις τιμές αποκοπής $J_{l-1}(u) = 0$. Για $l = 0$, αυτό περιλαμβάνει τις ρίζες της συνάρτησης Bessel $J_{-1}(u) = -J_1(u)$, στις οποίες εμπεριέχεται η $J_1(0) = 0$ ως η πρώτη ρίζα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να βρεθούν οι συνθήκες αποκοπής για τα mode LP_{0m} και LP_{lm} . Στο όριο όπου $w \rightarrow \infty$, έχουμε $J_l(u) = 0$. Οι λύσεις για τα u είναι μεταξύ των μηδενισμών των $J_{l-1}(u)$ και $J_l(u)$. Κάθε λύση σχετίζεται με ένα σύνολο modes που ορίζουν τα LP_{lm} . Για $l \geq 1$, κάθε σετ περιλαμβάνει τέσσερα modes.

Η ακρίβεια της χαρακτηριστικής εξίσωσης μπορεί να βελτιωθεί εάν κρατήσουμε διαφορετικούς του δείκτες διάθλασης n και n_c , στις εξισώσεις (8) και (9). Σε αυτήν την περίπτωση, οι όροι με $(l+1)\phi$ και $(l-1)\phi$ ικανοποιούν δύο διαφορετικές χαρακτηριστικές εξισώσεις:

$$\frac{u}{n_c} \frac{J_{l\pm 1}(u)}{J_l(u)} = \pm \frac{w}{n} \frac{K_{l\pm 1}(w)}{K_l(w)} \quad (11)$$

Με την χρήση των σχέσεων για τα J_l και K_l , μπορεί εύκολα να γίνει φανερό ότι αυτές οι δύο εξισώσεις συγκλίνουν στην Εξ. (10) για $n_c = n$. Για $n_c \neq n$, παύει ο εκφυλισμός που υπάρχει, για κάθε mode LP_{lm} χωρίζεται σε modes με τους όρους $(l+1)\phi$, οι οποίοι μπορούν να χαρακτηριστούν ως $HE_{l+1,m}$ και σε αυτούς με τους όρους $(l-1)\phi$ που σχηματίζουν τα modes $HE_{l+1,m}$ ή TE_m και TM_m .

2.3.2 Αναλυτική λύση

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (3) και διαφορίζοντας και τις δύο μεριές της εξίσωσης (10) συναρτήσεως του V , η χαρακτηριστική εξίσωση (10) μπορεί να γραφεί:

$$\frac{du}{dV} = \frac{u}{V} [1 - k_l(w)] \quad (12)$$

όπου

$$k_l(w) = \frac{K_l^2(w)}{K_{l-1}(w)K_{l+1}(w)} \quad (13)$$

Για μεγάλα w , έχουμε $K_l \approx 1 - (l/V)$. Αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση της εξίσωσης (12) για μεγάλα V . Παράμετροι όπως η σταθερά διάδοσης ή το βάθος του πεδίου μέσα στο περίβλημα εξαρτώνται από την διαφορά $V^2 - u^2$. Καθώς η διαφορά αυτή γίνεται μικρή στην περιοχή του ενδιαφέροντος μας, το σχετικό σφάλμα που εισάγεται από την παραπάνω προσέγγιση γίνεται σημαντικά μεγάλο. Για να είναι χρήσιμη μια προσέγγιση του u πρέπει να βελτιωθεί με μικρότερα V . Βάση αυτού του στοιχείου αντικαθιστούμε την (13) με

$$k_l \approx 1 - (w^2 + l^2 + 1)^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

που προσεγγίζει την Εξ. (13) για τις μεγάλες τιμές του w . Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Εξ. (3) και να αντικατασταθεί το w^2 από το όρο $V^2 - u^2$. Ωστόσο, δεδομένου ότι ο όρος u παραμένει σε στενή περιοχή μεταξύ των διαδοχικών ριζών των συναρτήσεων Bessel, μπορούμε να γράψουμε

$$w \approx (u^2 - u_c^2)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Αντικαθιστούμε το u με την παράμετρο αποκοπής u_c . Για τα mode LP_{lm} , το u_c είναι η m ρίζα του $J_{l-1}(u)$. Η προσέγγιση (14) και (15) είναι ικανοποιητική για όλα τα modes εκτός από το $LP_{01} = HE_{11}$, του οποίου οι παράμετροι u , V , και w προσεγγίζουν ταυτόχρονα το μηδέν.

Εάν εξαιρεθεί το mode HE_{11} μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις (14), (15) και την δέσμη τιμή u_c αποκοπής για να λύσουμε την εξίσωση (12). Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι:

$$u(V) = u_c \exp[\arcsin(s/u_c) - \arcsin(s/V)] / s \quad (16)$$

$$\text{με} \quad s = (u_c^2 - l^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Στην περίπτωση του mode HE_{11} μια πιο προσεκτική προσέγγιση είναι απαραίτητη, παρ' όλο που η βασική προσέγγιση είναι παρόμοια με εκείνη που περιγράφηκε προηγουμένως. Χωρίς να υπεισέλθουμε σε λεπτομέρειες, παραθέτουμε το αποτέλεσμα:

$$u(V) = \frac{(1 + \sqrt{2})V}{1 + (4 + V^4)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{για το } HE_{11} \quad (18)$$

Σημειώθηκε παραπάνω ότι το u είναι δέσμιο μεταξύ διαδοχικών μηδενισμών των συναρτήσεων Bessel J_{l-1} και J_l . Γνωρίζουμε την ασυμπτωτική u_∞ τιμή για το $V \rightarrow \infty$ ακριβώς. Οι εξισώσεις (16) και (18) προσεγγίζουν αυτές τις τιμές με σφάλμα 2%. Αυτή είναι μια καλή ένδειξη της ακρίβειας των Εξ. (16) και (18). Για $V \gg s$ (αρκετά μακριά από το όριο αποκοπής), μπορούμε να απλοποιήσουμε την Εξ. (16) και (18) στην

$$u(V) = u_\infty \left(1 - \frac{1}{V}\right) \quad (19)$$

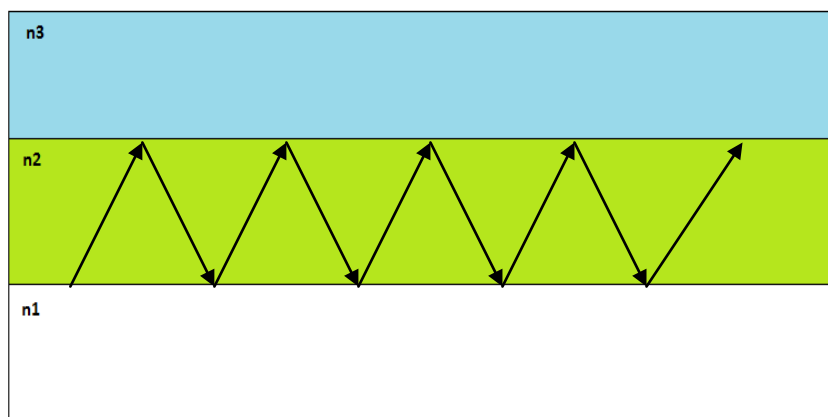
για όλα τα modes, χρησιμοποιώντας την m ρίζα της $J_l(u)$ για u_∞ .

Στο παράρτημα 2 έχουμε γράψει τον πηγαίο κώδικα για ένα λογισμικό που υπολογίζει τον ενεργό δείκτη διάθλασης για οπτικές ίνες σύμφωνα με τις φυσικές τους παραμέτρους, δείκτη διάθλαση πυρήνα, περιβλήματος, ακτίνας του πυρήνα καθώς και το μήκος κύματος του διαδίδοντος κύματος.

2.4 Επίπεδοι κυματοδηγοί και οπτικές ίνες τριών επιπέδων

2.4.1 Εισαγωγή

Σε αυτήν την ενότητα θα αναλύσουμε τους επίπεδους κυματοδηγούς τριών επιπέδων, δηλαδή ένα διηλεκτρικό με τρεις στρώσεις υλικών με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης το κάθε ένα. Θα αναλυθεί η συμπεριφορά των Η/Μ πεδίων, τα οποία κυματοδηγούνται μέσα σε οπτικές ίνες τριών επιπέδων[6], καθώς και την εξάρτηση με τις διάφορες οπτογεωμετρικές παραμέτρους των ινών αυτών. Αυτή η θεωρητική εργασία θα φανεί ιδιαίτερα χρήσιμη για την δημιουργία εφελκυσμένων οπτικών ινών με λεπτές επιστρώσεις υμενίων.



Εικόνα 2.9 – επίπεδος κυματοδηγός τριών επιπέδων

Μια οπτική ίνα που αποτελείται από έναν πυρήνα υψηλού δείκτη διάθλασης και περιστοιχίζεται από περίβλημα χαμηλού δείκτη διάθλασης μπορεί να περιγραφεί επακριβώς με ένα κλασικό μοντέλο κυματοδηγού τριών επιπέδων. Παρ' όλα αυτά, αρκετές δομές οπτικών ινών και επιπέδων κυματοδηγών βασίζονται στην στοίχιση τεσσάρων (4) επιπέδων δεικτών διάθλασης, όπου το θεωρητικό μοντέλο περιγραφής είναι σαφώς πιο περίπλοκο. Συνήθως καταφεύγουμε σε ένα πιο κατάλληλο μοντέλο πολλαπλών βημάτων, που είναι γνωστό ως το ακτινικά στρωματοποιημένο μοντέλο.

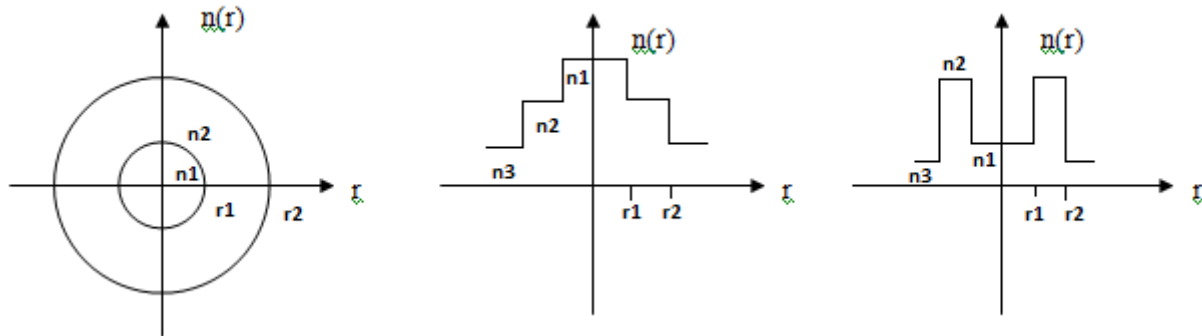
Εκτός από τα ακριβή πολυστρωματικά μοντέλα, υπάρχουν αρκετές, καλά ανεπτυγμένες θεωρητικές προσεγγίσεις. Αυτές περιλαμβάνουν το μοντέλο ισοδύναμου-βηματικού-δείκτη καθώς και μια ποικιλία των αριθμητικών προσεγγίσεων που βασίζονται στην οριακή κυματοδότηση (weakly guidance). Η επιτυχία αυτών των προσεγγίσεων στην μελέτη και περιγραφή πολυστρωματικών κυματοδηγών και οπτικών ινών βασίζεται σε συγκεκριμένες παραδοχές ως προς την συνθήκη κυματοδότησης (ισχυρή ή οριακή-strong or weak), στις συνοριακές συνθήκες και στις συναρτήσεις του Η/Μ πεδίου οι οποίες χρησιμοποιούνται ως αρχικές συνθήκες.

Ειδικότερα, με την χρήση των δυναμικών Debye[2], στην ενότητα αυτή θα αναλυθεί η εξίσωση ιδιοτιμών για τα διάφορα modes όπως τα TE, TM, HE,

και ΕΗ. Επίσης, περιλαμβάνεται μια σύντομη περιγραφή των σημαντικότερων ιδιοτήτων των συναρτήσεων Bessel, οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν ως τα βασικά στοιχεία του σχηματισμού της εξίσωσης των ιδιοτιμών.

2.4.2 Βασικές εξισώσεις

Στην Εικόνα 2.10 (α) απεικονίζεται η διατομή μιας τυπικής ίνας τριών στρωμάτων, η οποία αποτελείται από έναν πυρήνα με ακτίνα r_1 και γύρω μια διηλεκτρική επένδυση με ακτίνα r_2 . Οι δείκτες διάθλασης των τριών περιοχών είναι n_1, n_2, n_3 , αντίστοιχα, και παρουσιάζονται στην Εικόνα 2.10 (β) και (γ) υπό την μορφή επιλεγμένων προφίλ δεικτών διάθλασης. Το πρώτο βήμα είναι να καθορισθούν τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία και, στη συνέχεια, να διατυπωθεί μια αναλυτική εξίσωση για τον κυματοδηγό.[7]



Εικόνα 2.10 – Χαρακτηριστικά προφίλ δεικτών διάθλασης

Ας υποθέσουμε ότι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα z σε ένα κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων, φασικά περιγραφόμενο ως κύμα $\exp[-j(\omega t - \beta z)]$. Το ω είναι η κυκλική συχνότητα του φωτός και β η σταθερά διάδοσης ή ο κυματικός αριθμός που ορίζεται ως $\beta = 2\pi / \lambda$ [8].

Από τα δυναμικά Debye έχουμε $\hat{z}_0 \Psi e^{j\beta z}$ και $\hat{z}_0 \Phi e^{j\beta z}$, σε σχέση με το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο με τις αντίστοιχες συνιστώσες να έχουν την μορφή $\mathbf{E} = \mathbf{e} e^{j\beta z}$ and $\mathbf{H} = \mathbf{h} e^{j\beta z}$. Τα χρόνο-αρμονικά πεδία στην στρωματοποιημένη περιοχή του κυματοδηγού είναι

$$\mathbf{e} = \left(\frac{\partial \Psi}{r \partial \phi} - \frac{\beta}{\omega \epsilon} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \hat{\mathbf{e}}_\phi + \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\beta}{\omega \epsilon r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \hat{\mathbf{e}}_r - \frac{(k^2 n^2 - \beta^2) \Phi}{j \omega \epsilon} \hat{\mathbf{z}}_0 \quad (1)$$

$$h = \left(\frac{\partial \Phi}{r \partial \phi} - \frac{\beta}{\omega \mu} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) \hat{r}_0 + \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\beta}{\omega \mu r} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \right) \hat{\phi}_0 - \frac{(k^2 n^2 - \beta^2) \Psi}{j \omega \mu} \hat{z}_0 \quad (2)$$

Εδώ τα r_0 , ϕ_0 και z_0 είναι μοναδιαία ακτινικά, εφαπτομενικά και αξονικά διανύσματα αντίστοιχα, τα μ και ϵ είναι η μαγνητική διαπερατότητα και η ηλεκτρική επιδεκτικότητα ανά περιοχή διηλεκτρικού.

Οι εξισώσεις (1) και (2) απεικονίζουν με απλό τρόπο τα πεδία για διαφορετικούς τρόπους διάδοσης, με τα δυναμικά Debye να ικανοποιούν τις ακόλουθες εξισώσεις Helmholtz[8]:

$$[\Delta + (k^2 n_i^2 - \beta^2)] \Psi_i = 0 \quad (3)$$

και

$$[\Delta + (k^2 n_i^2 - \beta^2)] \Phi_i = 0 \quad (4)$$

(με τον δείκτη i να υποδηλώνει το εκάστοτε διηλεκτρικό στρώμα), της οποίας η λύση είναι ήδη γνωστή. Μετά τα Ψ και Φ λαμβάνονται με απλή αντικατάσταση στις εξισώσεις, (1) και (2), και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντλήσουν όλες τις συνιστώσες του πεδίου και, ως εκ τούτου, την ιδιοσυνάρτηση του. Αυτή η προσέγγιση δεν απαιτεί ειδικές μαθηματικές δεξιότητες, παρ' όλα αυτά ο φορμαλισμός παραμένει ακριβής και επαρκής. Το TE λαμβάνεται ως παράδειγμα για να δείξουμε την διαδικασία. Έχουμε

$$\begin{aligned} f_\nu(\phi) &= e^{j\nu\phi} \quad (\nu \text{ ακέραιος}) \\ U_1^2 &= r_1^2 (k^2 n_1^2 - \beta^2) \\ U_2^2 &= r_1^2 (k^2 n_2^2 - \beta^2) \\ W_3^2 &= r_2^2 (\beta^2 - k^2 n_3^2) \end{aligned}$$

Τα Ψ_i είναι

$$\Psi_1 = A_1 J_\nu(U_1 r / r_1) f_\nu(\nu\phi) \quad (5\alpha)$$

$$\Psi_2 = \{A_2 J_\nu(U_2 r / r_1) + B_2 Y_\nu(U_2 r / r_1)\} f_\nu(\nu\phi) \quad (5\beta)$$

$$\Psi_3 = A_3 K_\nu(W_3 r / r_2) f_\nu(\nu\phi) \quad (5\gamma)$$

όπου J_ν , Y_ν , και K_ν , είναι συναρτήσεις Bessel, Neumann και οι τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel δευτέρου είδους και U_1 , U_2 και W_3 οι παράμετροι των στρώσεων. Για το TE mode ισχύει $\Phi_i = 0$, το οποίο μαζί με τις εξισώσεις (1), (2) και (5), δίνει τις συνιστώσες του εγκάρσιου ηλεκτρικού και αξονικού μαγνητικού πεδίου:

$$e_{\phi 1} = -A_1 (U_1 / r_1) J'_\nu(U_1 r / r_1) \quad (6\alpha)$$

$$e_{\phi 2} = -(U_2 / r_1) [A_2 J'_\nu(U_2 r / r_1) + B_2 Y'_\nu(U_2 r / r_1)] \quad (6\beta)$$

$$e_{\phi 3} = -A_3 (W_3 / r_2) K'_\nu(W_3 r / r_2) \quad (6\gamma)$$

$$h_{z1} = -(U_1^2 / r_1^2 j \omega \mu) A_1 J_\nu(U_1 r / r_1) \quad (6\delta)$$

$$h_{z2} = -(U_2^2 / r_1^2 j\omega\mu)[A_2 J_\nu(U_2 r / r_1) + B_2 Y_\nu(U_2 r / r_1)] \quad (6\epsilon)$$

$$h_{z3} = (W_3^2 / r_2^2 j\omega\mu) A_3 K_\nu(W_3 r / r_2) \quad (6\zeta)$$

Οι τέσσερις συντελεστές A_1, A_2, A_3, B_2 επιλέγονται εδώ για τη στάθμιση του πεδίου, αλλά είναι αλληλοεξαρτώμενες. Μπορούν να αποσπαστούν για την παραγωγή της εξίσωσης των ιδιοτιμών, εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες, που αφορούν τα e_ϕ και H_z . Για τις δομές που απεικονίζονται στην Εικόνα 2.10 υπάρχουν μόνο δύο συνοριακές συνθήκες του πυρήνα και της εσωτερικής και εξωτερικής στρώσης, η εφαρμογή των οποίων δίνει μία 4 X 4 μήτρα, της οποίας η ορίζουσα πρέπει να είναι μηδέν. Έχουμε τις ακόλουθες εξισώσεις:

TE mode

$$J\left(\frac{r_\nu}{aU_2} + Kp_\nu\right) = \frac{Kq_\nu}{U_2} + \frac{s_\nu}{aU_2^2} \quad (7)$$

Όπου $\alpha = r_2/r_1$,

$$J = \frac{J'_\nu(U_1)}{U_1 J_\nu(U_1)}$$

$$K = \frac{K'_\nu(W_3)}{W_3 K_\nu(W_3)}$$

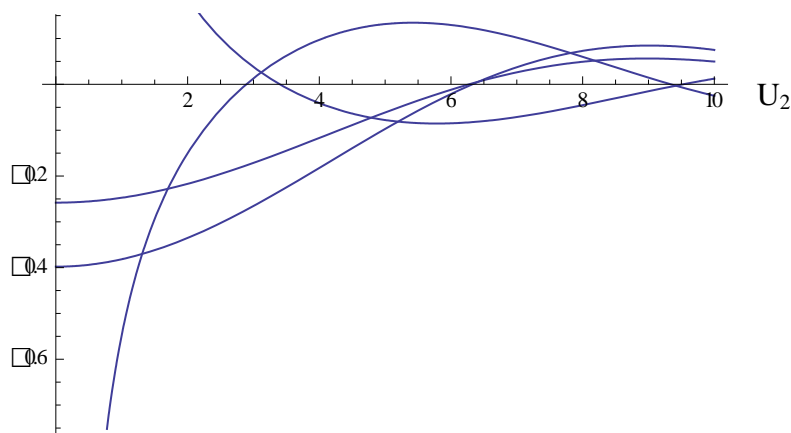
$$p_\nu = J_\nu(aU_2)Y_\nu(U_2) - J_\nu(U_2)Y_\nu(aU_2)$$

$$q_\nu = J_\nu(aU_2)Y'_\nu(U_2) - J'_\nu(U_2)Y_\nu(aU_2)$$

$$r_\nu = J'_\nu(aU_2)Y_\nu(U_2) - J_\nu(U_2)Y'_\nu(aU_2)$$

$$s_\nu = J'_\nu(aU_2)Y'_\nu(U_2) - J'_\nu(U_2)Y'_\nu(aU_2)$$

Τα διαγράμματα των βασικών παραμέτρων $p_\nu, q_\nu, r_\nu, s_\nu$ έχουν σχεδιαστεί με το πρόγραμμα Mathematica και φαίνονται στην παρακάτω Εικόνα.



Σχήμα 2.11 – Διαγράμμα παραμέτρων $p_\nu, q_\nu, r_\nu, s_\nu$ συνάρτηση του U_2

Με τον ίδιο τρόπο έχουμε για το TM mode ($\Psi_i = 0$) και για το υβριδικό mode ($\Phi \neq 0, \Psi \neq 0$) και η τελική εξίσωση ιδιοτιμών παίρνει την τελική της μορφή από τις εξισώσεις (8) και (9).

TM mode

$$J\left(\frac{s_{23}r_v}{aU_2} + Kp_v\right) = s_{21}\left(\frac{Kq_v}{U_2} + \frac{s_{23}s_v}{aU_2^2}\right) \quad (8)$$

HE or EH mode

$$\begin{aligned} p_v^2 + 2x_1x_2\left(\frac{n_2^2}{n_1n_3}\right)\left(\frac{2}{\pi aU_2^2}\right)^2 + x_1^2x_2^2\left[J\left(\frac{r_v}{aU_2} + Kp_v\right) - \left(\frac{Kq_v}{U_2} + \frac{s_v}{aU_2^2}\right)\right] \times \left[J\left(\frac{s_{23}r_v}{aU_2} + Kp_v\right) - s_{21}\left(\frac{Kq_v}{U_2} + \frac{s_{23}s_v}{aU_2^2}\right)\right] \\ = x_1^2\left(Jp_v - \frac{s_{21}q_v}{U_2}\right)\left(Jp_v - \frac{q_v}{U_2}\right) + x_2^2\left(Kp_v + \frac{s_{23}r_v}{aU_2}\right)\left(Kp_v + \frac{s_{23}r_v}{aU_2}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

όπου

$$s_{21} = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$s_{23} = \frac{n_2^2}{n_3^2}$$

$$x_1^2 = \frac{k^2 n_1^2 U_1^4 U_2^4}{v^2 \beta^2 V_{12}^4}$$

$$x_2^2 = \frac{k^2 n_3^2 a^4 U_2^4 W_3^4}{v^2 \beta^2 V_{23}^4}$$

$$V_{12}^2 = k^2 r_1^2 (n_1^2 - n_2^2)$$

$$V_{23}^2 = k^2 r_2^2 (n_2^2 - n_3^2)$$

και k ο κυματαριθμός του κύματος στον ελεύθερο χώρο. Όταν έχουμε weak-guidance, μπορεί να θεωρηθεί $s_{21} \approx 1$ και $s_{23} \approx 1$ στις Εξ. (7) - (9), και ο πρώτος όρος p_v^2 στην Εξ. (9) μπορεί ουσιαστικά να αγνοηθεί. Γενικότερα, η εξίσωση ιδιοτιμών μπορεί να εξαχθεί από τις Εξ. (7) - (9), εφόσον είναι ακριβή όλα τα είδη των διηλεκτρικών στις ίνες. Στο παράρτημα 5 έχουμε τον πηγαίο κώδικα για να υπολογιστεί ο ενεργός δείκτης διάθλασης και τα πεδία για οπτικές ίνες τριών στρώσεων, που είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για το σχεδιασμό ινών με διάφορες επιστρώσεις, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί στις εφαρμογές μας. Στην επόμενη ενότητα θα συζητήσουμε για την εφαρμογή των παραπάνω θεωριών στους υπολογισμούς μας, για ίνες με διαφορετικές ιδιότητες, καθώς και taper με διάφορες επιστρώσεις.

2.5 Υπολογισμός Ενεργού Δείκτη Διάδοσης με χρήση Μεθόδου Ελαχίστων Μεταβολών

2.5.1 Θεωρητική ανάλυση

Σε αυτήν την ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο ελαχίστων μεταβολών, προκειμένου να αυξήσουμε την ακρίβεια των υπολογισμών μας. Θεωρούμε μία οπτική ίνα με μεταβαλλόμενο δείκτη διάθλασης [10],[11].

$$n^2(r) = \begin{cases} n_{co}^2 [1 - 2\Delta r^m] & r \leq \rho \\ n_{cl}^2 & r > \rho \end{cases} \quad (1)$$

όπου n_{co} και n_{cl} είναι οι δείκτες διάθλασης του πυρήνα και του ομοιογενούς περιβλήματος, όπου $\Delta = \frac{n_{co}^2 - n_{cl}^2}{2n_{co}^2}$ ($\Delta \ll 1$), ρ είναι η ακτίνα του πυρήνα και για τιμές $m > 0$ καθορίζεται το σχηματικό προφίλ. Για το θεμελιώδες mode η κυματική εξίσωση γράφεται

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF(r)}{dr} + [k_0^2 n^2(r) - \beta^2] F(r) = 0 \quad (2)$$

όπου $F(r)$ είναι η κατανομή του πεδίου, β είναι η σταθερά διάδοσης και $k_0 = 2\pi/\lambda$ είναι ο κυματάρηθος στον ελεύθερο χώρο. Για να λυθεί η εξίσωση (2) με τη μέθοδο μέθοδο μεταβολών Rayleigh-Ritz, μια ειδικότερη συναρτησιακή μορφή θεωρείται ώστε να περιγραφεί η κατανομή του πεδίου $F(r)$. Ακολουθεί στατική έκφραση για την σταθερά διάδοσης β :

$$\beta^2 = \frac{k^2 \int_0^\infty R dR n^2(R) |F(r)|^2 - \frac{1}{a^2} \int_0^\infty R dR \left| \frac{dF}{dr} \right|^2}{\int_0^\infty R dR |F(R)|^2} \quad (3)$$

όπου $R = r/a$
 $f(R) = R^m$

Η παραπάνω έκφραση μπορεί να γραφθεί με την παρακάτω αδιάστατη μορφή:

$$U^2 = \frac{\Delta^2 \int_0^1 R dR n^2 f(R) |F(r)|^2 + V^2 \int_1^\infty R dR |F(R)|^2 + \int_0^\infty R dr \left| \frac{dF}{dR} \right|^2}{\int_0^\infty R dR |F(R)|^2} \quad (4)$$

όπου

$$\begin{aligned}U^2 &= (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) a^2 \\V^2 &= k_0^2 a^2 (n_1^2 - n_2^2)\end{aligned}\quad (5)$$

Σύμφωνα με τις αρχές των μεταβολών, πρέπει να επιλεγθεί ένα δοκιμαστικό πεδίο $F(R)$, το οποίο να περιλαμβάνει έναν συγκεκριμένο αριθμό παραμέτρων, οι οποίες θα ελαχιστοποιούν το U^2 μέσω της εξίσωσης (4) και με αυτό τον τρόπο μπορούμε να πάρουμε την προσέγγιση του πεδίου.

$$\frac{\partial U^2}{\partial r_0} = 0$$

Με την αύξηση του αριθμού των παραμέτρων στο δοκιμαστικό πεδίο, σε σχέση με το οποίο ελαχιστοποιείται το U^2 , μπορεί να αυξηθεί σημαντικά η ακρίβεια του πεδίου. Ωστόσο, ακόμα και ένα δοκιμαστικό πεδίο που περιλαμβάνει έναν μικρό αριθμό παραμέτρων εξακολουθεί να προσεγγίζει ικανοποιητικά το πραγματικό πεδίο. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου ελαχίστων μεταβολών εξαρτάται από την προσεκτική επιλογή της μορφής του δοκιμαστικού πεδίου. Η επιλογή του δοκιμαστικού πεδίου βασίζεται στο γεγονός ότι στο περίβλημα, το πεδίο του θεμελιώδους mode είναι ανάλογο με μια τροποποιημένη συνάρτηση Hankel της μηδενικής τάξης και κοντά στον κύριο άξονα του πυρήνα, το πεδίο αυτό συμπεριφέρεται περισσότερο σαν μια γκαουσσιανή συνάρτηση. Πρώτα, θεωρούμε ένα δοκιμαστικό πεδίο μιας παραμέτρου, η οποία είναι Gaussian στον πυρήνα και μιας τροποποιημένης συνάρτησης Hankel μηδενικής τάξης στο περίβλημα. Μετά, θα εξετάσουμε ένα δοκιμαστικό πεδίο δύο παραμέτρων, που είναι μια Gaussian-εκθετική στον πυρήνα και μια τροποποιημένη συνάρτηση Hankel στο περίβλημα.

2.5.2 Προσέγγιση μίας παραμέτρου

Επιλέγεται το ακόλουθο δοκιμαστικό πεδίο μιας παραμέτρου:

$$F(R) = \begin{cases} \exp[-\frac{1}{2}\sigma(R^2 - 1)] & R \leq 1 \\ \frac{K_0(kR)}{K_0(k)} & R \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

όπου

$$\sigma = \frac{kK_1(k)}{K_0(k)} \quad (7)$$

K_n είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Hankel της n τάξης και k η **παραμέτρος μεταβολών**. Πρέπει να σημειωθεί ότι το δοκιμαστικό πεδίο είναι παραγωγίσιμο και συνεχές παντού. Αντικαθιστώντας το παραπάνω δοκιμαστικό πεδίο στην εξίσωση (4) και πραγματοποιώντας τις ολοκληρώσεις, προκύπτει η παρακάτω αναλυτική έκφραση για το U^2 :

$$U^2 = \frac{V^2(\frac{\sigma^2}{k^2} - 1) + [\frac{\Delta^2 \gamma(s, \sigma)}{\sigma^s} + 1]e^\sigma - (1 + \sigma^2 - \sigma - k^2)}{\frac{(e^\sigma - 1)}{\sigma} + (\frac{\sigma^2}{k^2} - 1)} \quad (8)$$

όπου

$$s = (q + 2)/2 \quad (9)$$

και $\gamma(b, x)$ είναι η ημισυμπληρωμένη συνάρτηση γάμμα. Για δοθείσες τιμές των παραμέτρων V , Δ και q , η παράμετρος μεταβολών k προκύπτει ελαχιστοποιώντας το U^2 ή λύνοντας την εξίσωση $\frac{\partial U^2}{\partial k} = 0$.

Η ελάχιστη τιμή του U που λαμβάνεται θα είναι μια καλή προσέγγιση της πραγματικής τιμής U της ίνας και της αντίστοιχης τιμής του k , καθώς όταν αντικαθίσταται στην εξίσωση (6), προκύπτει μια καλή προσέγγιση του πεδίου. Στο τρίτο παράρτημα βρίσκεται ο πηγαίος κώδικας για το υπολογιστικό πρόγραμμα με τη χρήση ελαχίστων μεταβολών μίας παραμέτρου.

2.5.3 Προσέγγιση Δύο παραμέτρων

Αν και το δοκιμαστικό πεδίο της μιας παραμέτρου, που συζητήθηκε παραπάνω, δίνει πολύ καλά αποτελέσματα, τόσο για την σταθερά διάδοσης, όσο και για το πεδίο, εντούτοις δεν παρέχει επαρκή ακρίβεια στην περιοχή των μονότροπων ινών. Προκειμένου λοιπόν να βελτιωθεί η ακρίβεια, θα εισάγουμε μια ακόμη παράμετρο στο δοκιμαστικό πεδίο. Έτσι σε αυτήν την περίπτωση θα έχουμε:

$$F(R) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{a}{2D}(R^2 + D^2 - 2D)\right] & R \leq D \\ \exp[-a(R-1)] & D \leq R \leq 1 \\ \frac{K_0(\eta R)}{K_0(\eta)} & R \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

όπου

$$a = \frac{\eta K_1(\eta R)}{K_0(\eta)} \quad (11)$$

και οι δύο παράμετροι μεταβολών είναι το η και D . Ακολουθώντας τα ίδια βήματα προκύπτει για το U^2 :

$$U^2 = [2V^2 \left(\frac{a^2}{\eta^2} - 1\right) + 4\Delta^2 Ge^{2a} + H] / F \quad (12)$$

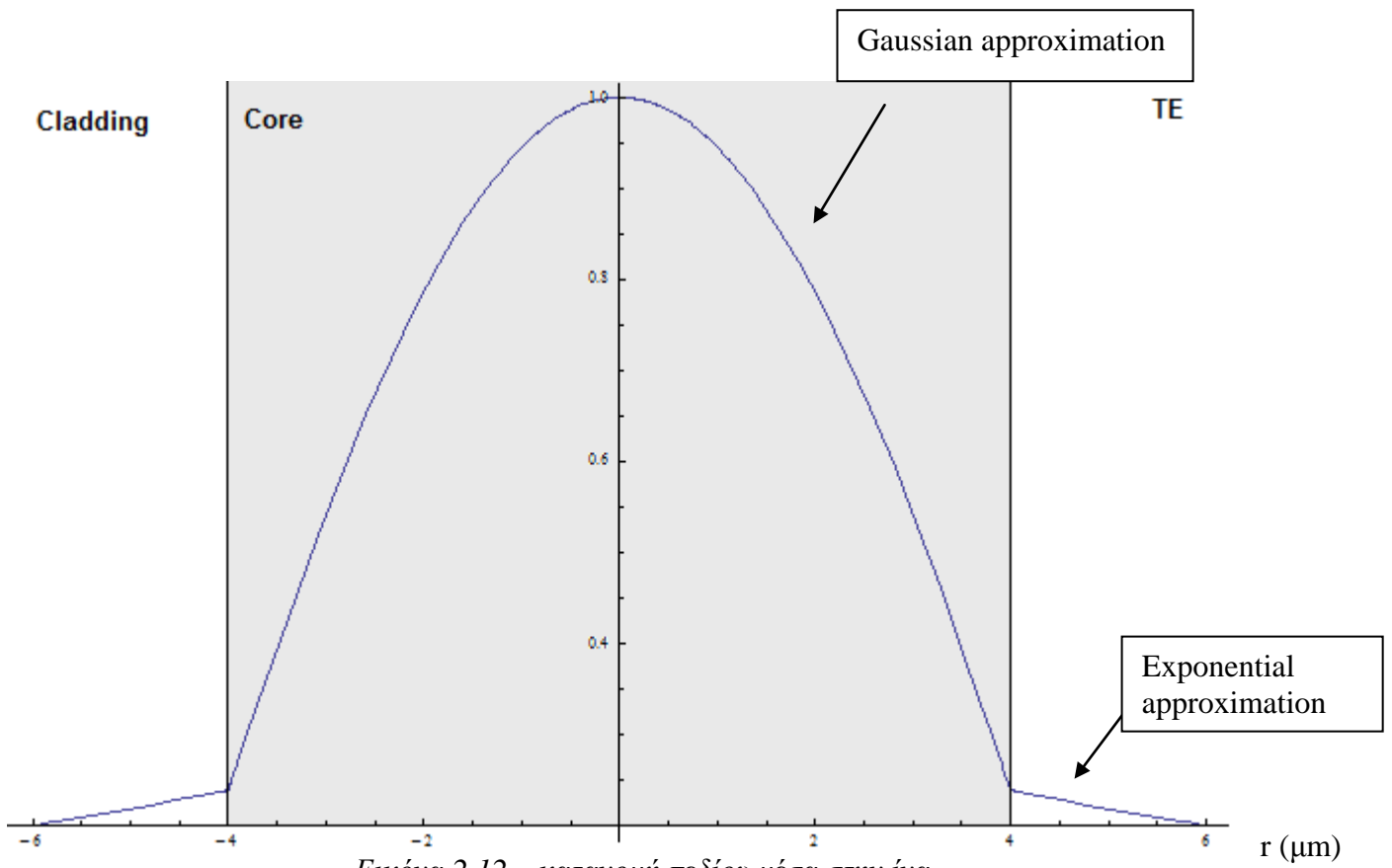
με

$$G = \frac{\gamma(2s, 2a) - \gamma(2s, 2aD)}{(2a)^{2s}} + \frac{\gamma(s, aD)}{2(a/D)^s} \exp(-aD)$$

$$H = [2 - \exp(-aD)] \exp[a(2 - D)] - (1 + 2a^2 - 2\eta^2 - 2a) \quad (13)$$

$$F = \left[\frac{[2aD + \exp(-aD)] \exp[a(2 - D)] - 1}{a^2} \right] - 2 \left(1 + \frac{1}{a} - \frac{a^2}{\eta^2} \right)$$

Για δεδομένες τιμές των παραμέτρων V , Δ και q , οι δύο παράμετροι μεταβολών η και D λαμβάνονται με την ελαχιστοποίηση της U^2 μέσω της εξίσωσης (12). Η υπολογιστική προσπάθεια είναι προφανώς μεγαλύτερη από εκείνη που απαιτείται για το δοκιμαστικό πεδίο μιας παραμέτρου, ωστόσο, είναι πολύ μικρότερη από άλλες αριθμητικές. Στο παράρτημα 4 υπάρχει ο πηγαίος κώδικας για τον υπολογισμό του ενεργού δείκτη διάθλασης και των πεδίων, με τη μέθοδο ελαχίστων μεταβολών με δύο παραμέτρους.

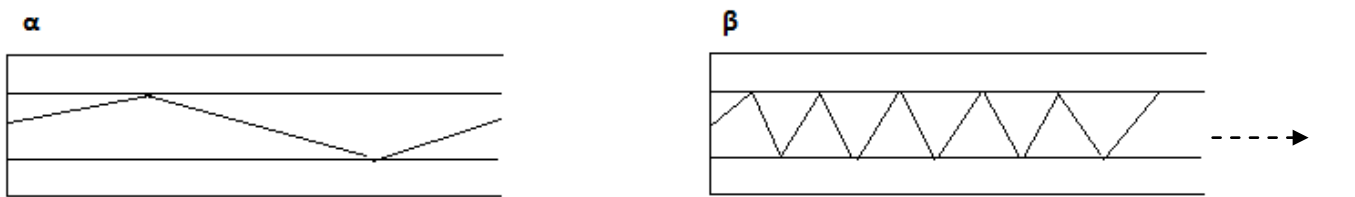


Εικόνα 2.12 – κατανομή πεδίου μέσα στην ίνα

2.6 Υπολογισμοί

2.6.1 SMF 28 και ενεργός δείκτης διάθλασης

Οι υπολογισμοί έχουν γίνει για την πιο κοινή τηλεπικοινωνιακή μονότροπη ίνα, SMF 28, την οποία θα χρησιμοποιήσουμε και στα πειράματά μας. Ο δείκτης διάθλασης του πυρήνα είναι 1.45077 και του περιβλήματος 1.444 (δείκτης διάθλασης του πυριτίου του) και χρησιμοποιούμε δέσμη φωτός με μήκος κύματος $\lambda = 1.55\mu\text{m}$. Ο πυρήνας έχει διάμετρο 8 μm και το περίβλημα 125 μm με αριθμητικό άνοιγμα (NA) 0.14. Υπολογίζουμε τον ενεργό δείκτη διάθλασης, γιατί μας δίνει την πολύ χρήσιμη πληροφορία για την κατανομή του φωτός, καθώς αυτό διαδίδεται μέσα στην ίνα. Για παράδειγμα, καθώς ο ενεργός δείκτης διάθλασης απομακρύνεται από την τιμή του δείκτη διάθλασης του πυρήνα, το φως γεωμετρικά είναι «λιγότερο» παράλληλο στον κύριο άξονα διάδοσης του πυρήνα και η κατανομή του αρχίζει να απλώνεται προς το περίβλημα. Με αυτές τις πληροφορίες μπορούμε να σχεδιάσουμε τα πεδία του φωτός και να κατανοήσουμε κατά πόσο μπορούν να αλληλεπιδράσουν με το περιβάλλον, πληροφορία που αναδεικνύεται πολύ χρήσιμη για την κατασκευή αισθητήρων.

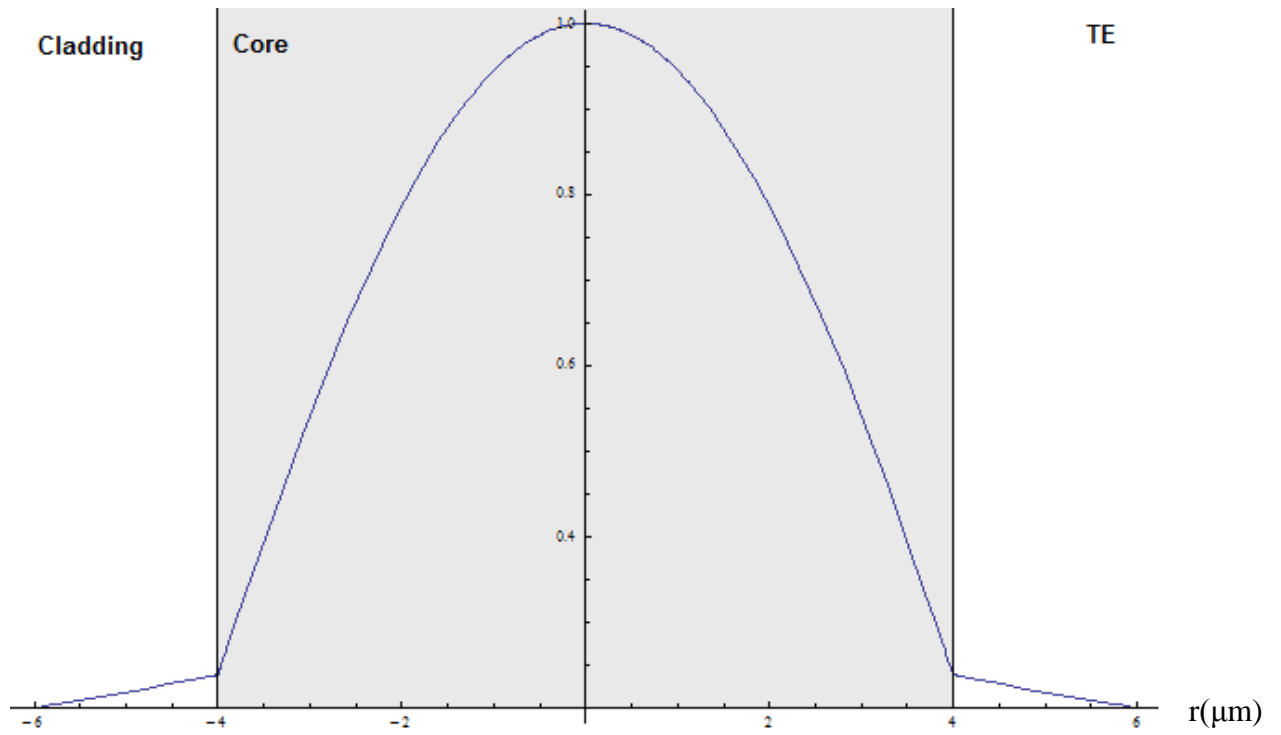


Εικόνα 2.13 – Γεωμετρική απεικόνιση κυματοδότησης για α) Ίνα με n_{eff} κοντά στο n_{core} β) Ίνα με μεγαλύτερη διαφορά n_{eff} και n_{core}

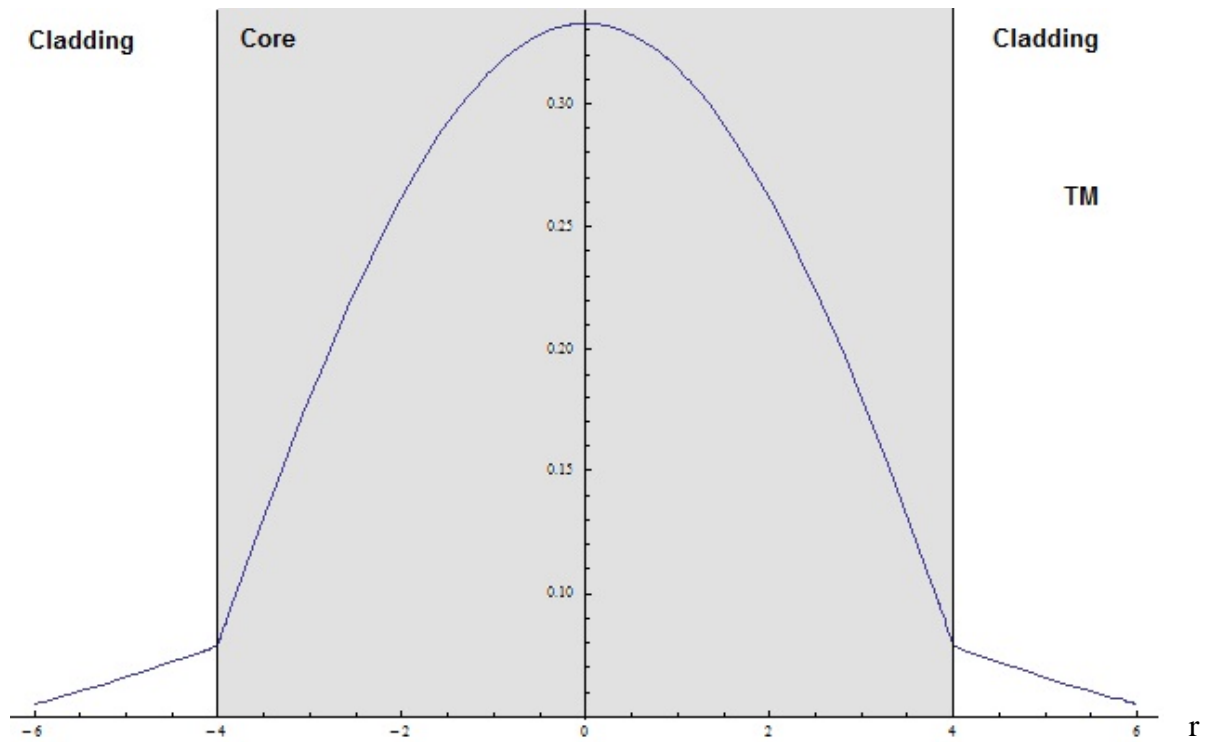


Σχήμα 2.14 – Κατανομή έντασης του φωτός για α) Ίνα με n_{eff} κοντά στο n_{core} β) Ίνα με μεγαλύτερη διαφορά n_{eff} και n_{core}

Για τους υπολογισμούς μας χρησιμοποιήσαμε τα προγράμματα που κατασκευάσαμε, τα οποία βρίσκονται στα παραρτήματα, σύμφωνα με τα θεωρητικά μοντέλα που αναπτύξαμε στις προηγούμενες ενότητες. Για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων μας χρησιμοποιήσαμε ένα εμπορικό λογισμικό με το όνομα "RP Fiber Calculator", το οποίο είναι διαθέσιμο στην διαδικτυακή σελίδα <http://www.rp-photonics.com/>. Πρώτα θα σχεδιάζουμε τα πεδία των modes TE και TM μηδενικής τάξης για την SMF 28.



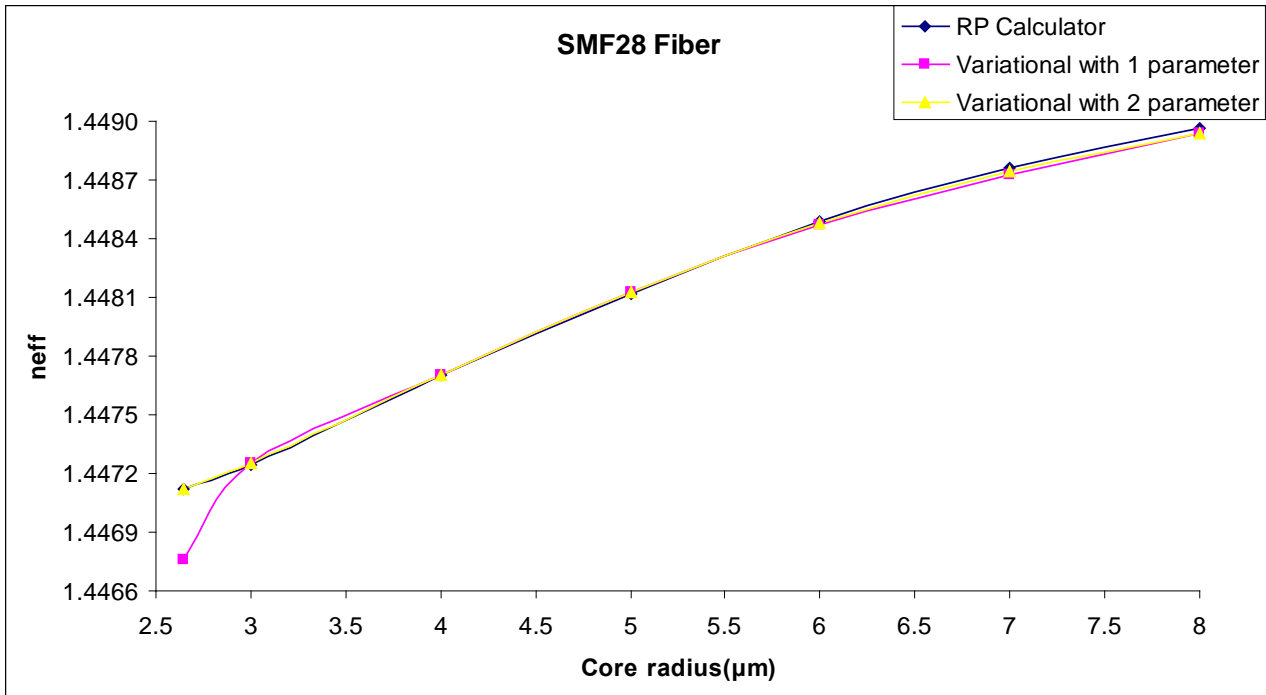
Εικόνα 2.15 – Διάγραμμα κατανομής έντασης συνάρτηση της ακτίνας, της μηδενικής τάξης TE mode για την SMF 28



Εικόνα 2.16 – Διάγραμμα κατανομής έντασης συνάρτηση της ακτίνας, της μηδενικής τάξης TM mode για την SMF 28

2.6.2 Ενεργός δείκτης διάθλασης συναρτήσει ακτίνας πυρήνα

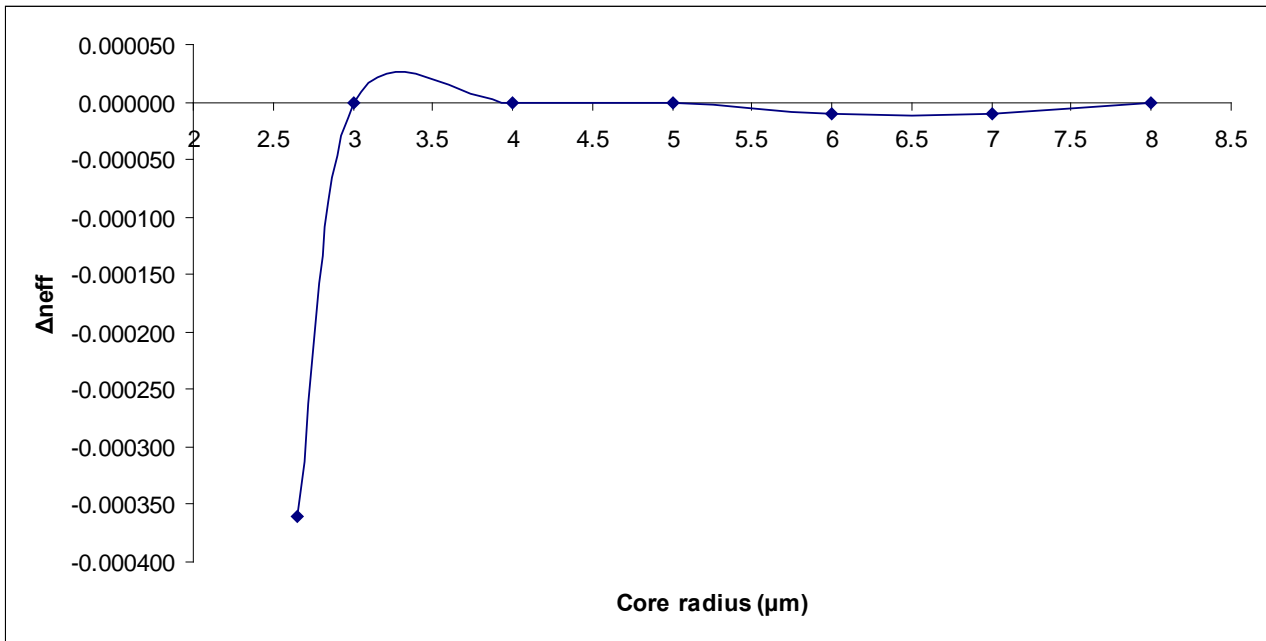
Ο πρώτος υπολογισμός αφορά τον ενεργό δείκτη διάθλασης σε συνάρτηση με την ακτίνα του πυρήνα για την SMF 28. Οι υπολογισμοί έχουν γίνει με τα προγράμματα ελαχίστων μεταβολών μίας και δύο παραμέτρων, καθώς και με το "RP Fiber Calculator".



Σχήμα 2.17 – Ενεργός δείκτης διάθλασης συνάρτηση της ακτίνας πυρήνα, ίνας SMF 28

core radius(μm)	neff - 1 parameter	neff - 2 parameter	RP n_{eff}
8	1.448940	1.448940	1.448966
7	1.448730	1.448740	1.448758
6	1.448470	1.448480	1.448488
5	1.448130	1.448130	1.448121
4	1.447700	1.447700	1.447703
3	1.447250	1.447250	1.447248
2.647	1.446760	1.447120	1.447123

Από το διάγραμμα 2.17 παρατηρούμε ότι καθώς η ακτίνα του πυρήνα μειώνεται, το φως εκτείνεται προς την περιοχή του περιβλήματος. Επίσης, στο διάγραμμα 2.18 μπορούμε να παρατηρήσουμε τη διαφορά μεταξύ των προγραμμάτων μίας και δύο παραμέτρων. Όπως αναμέναμε η μέθοδος ελαχίστων μεταβολών με δύο παραμέτρους είναι πιο ακριβής και γι' αυτό βρίσκεται σε μεγαλύτερη συμφωνία με το εμπορικό πρόγραμμα, σε σύγκριση με αυτήν της μίας παραμέτρου και η διαφορά τους μεγαλώνει αισθητά καθώς πάμε σε μικρότερες ακτίνες.

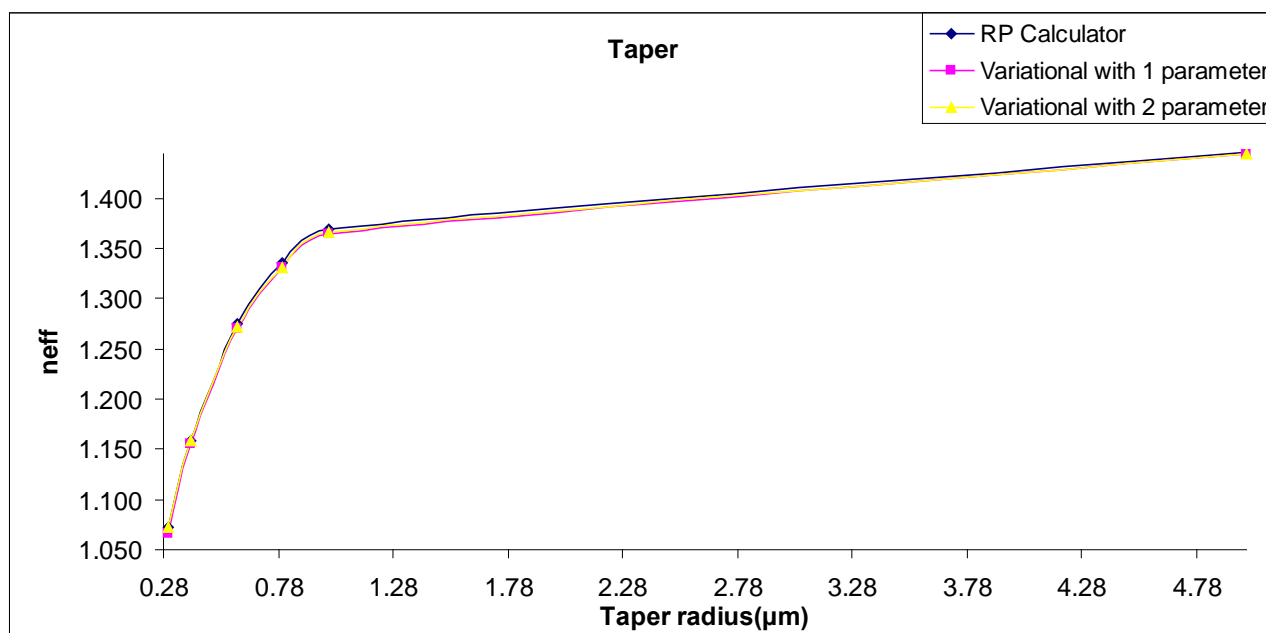


Εικόνα 2.18 – Διαφορά ενεργού δείκτη διάθλασης συνάρτηση της ακτίνας πυρήνα, ίνας SMF 28 μεταξύ μεθόδου ελαχίστων μεταβολών μίας και δύο παραμέτρων.

core radius(μm)	RP n_{eff}	neff - 1 parameter	neff - 2 parameter	$\Delta neff$
8	1.448966	1.448940	1.448940	0.000000
7	1.448758	1.448730	1.448740	-0.000010
6	1.448488	1.448470	1.448480	-0.000010
5	1.448121	1.448130	1.448130	0.000000
4	1.447703	1.447700	1.447700	0.000000
3	1.447248	1.447250	1.447250	0.000000
2.647	1.447123	1.446760	1.447120	-0.000360

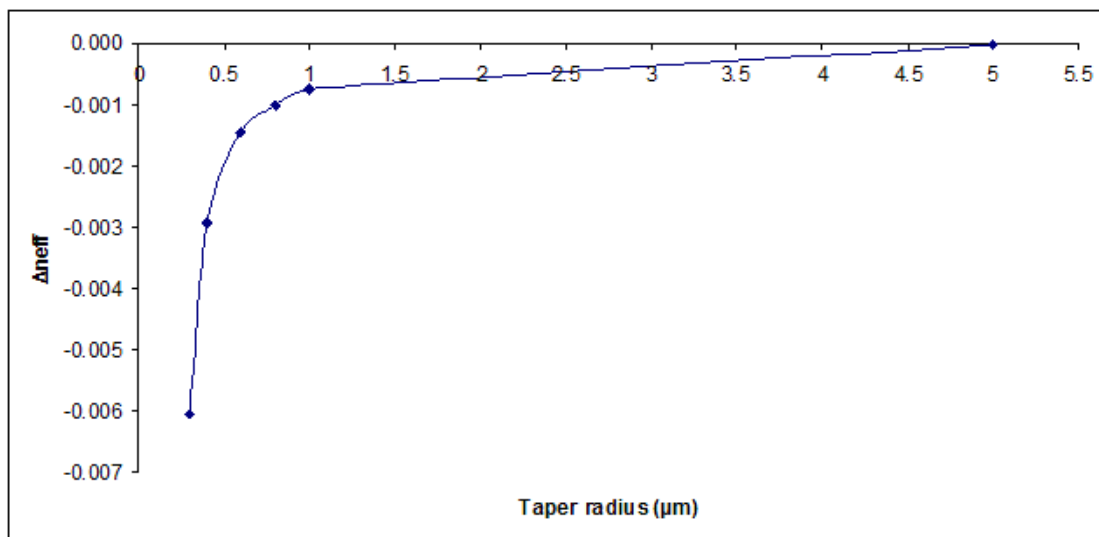
2.6.3 Υπολογισμοί στα tapers

Για τους υπολογισμούς μας χρησιμοποιήσαμε δείκτη διάθλασης $n_1 = 1.444$ (πυριτίου), για τον πυρήνα της εκλεπτυσμένης ίνας και δείκτη διάθλασης του αέρα $n_2 = 1$. Στα διαγράμματα παρατηρούμε ότι καθώς η ακτίνα των εκλεπτυσμένων ινών μειώνεται, μειώνεται παράλληλα ο ενεργός δείκτης διάθλασης, ενώ αυξάνονται οι διαφορές μεταξύ της μεθόδου ελαχίστων μεταβολών μίας και δύο παραμέτρων. Η μείωση του ενεργού δείκτη διάθλασης σημαίνει ότι το φως αρχίζει να απλώνεται και έξω από την ίνα, στον αέρα.



Εικόνα 2.19 – Ενεργός δείκτης διάθλασης συνάρτηση της ακτίνας του taper

Radius of Cladding(μm)	neff-1 parameter	neff - 2 parameter	RP n_{eff}
5	1.443950	1.443980	1.445561
1	1.364410	1.365160	1.369377
0.8	1.330490	1.331510	1.335120
0.6	1.270590	1.272030	1.274411
0.4	1.154790	1.157730	1.158563
0.3	1.066290	1.072320	1.072869

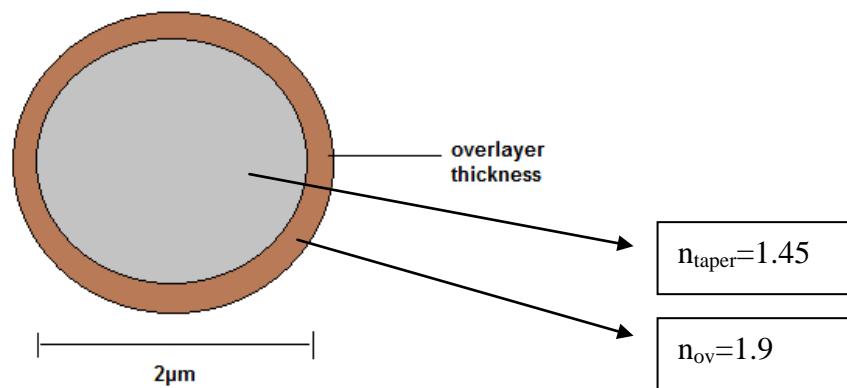


Σχήμα 2.20 – Διαφορά ενεργού δείκτη διάθλασης συνάρτηση της ακτίνας του πυρήνα του taper, μεταξύ της μεθόδου ελαχίστων μεταβολών μίας και δύο παραμέτρων.

<u>Radius of Taper(μm)</u>	<u>neff - 1 parameter</u>	<u>neff - 2 parameter</u>	<u>Δneff</u>
5	1.443950	1.443980	-0.000030
1	1.364410	1.365160	-0.000750
0.8	1.330490	1.331510	-0.001020
0.6	1.270590	1.272030	-0.001440
0.4	1.154790	1.157730	-0.002940
0.3	1.066290	1.072320	-0.006030

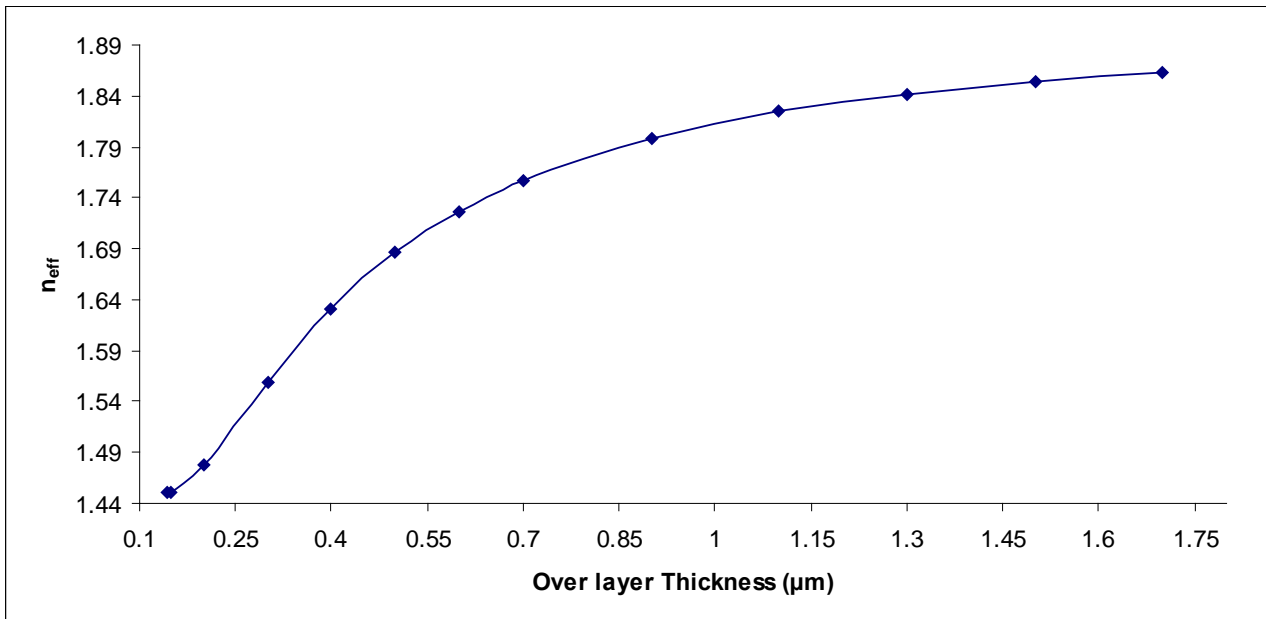
2.6.4 Κυματοδηγοί τριών επιπέδων με επιστρώσεις

Σε αυτό το σημείο θα υπολογίσουμε τους ενεργούς δείκτες διάθλασης για μια εκλεπτυσμένη ίνα, διαμέτρου $2\mu\text{m}$, με επίστρωση δείκτη διάθλασης $n_{ov} = 1.9$ και θα σχεδιάσουμε το γράφημα του ενεργού δείκτη διάθλασης συναρτήσει του πάχους της επίστρωσης.



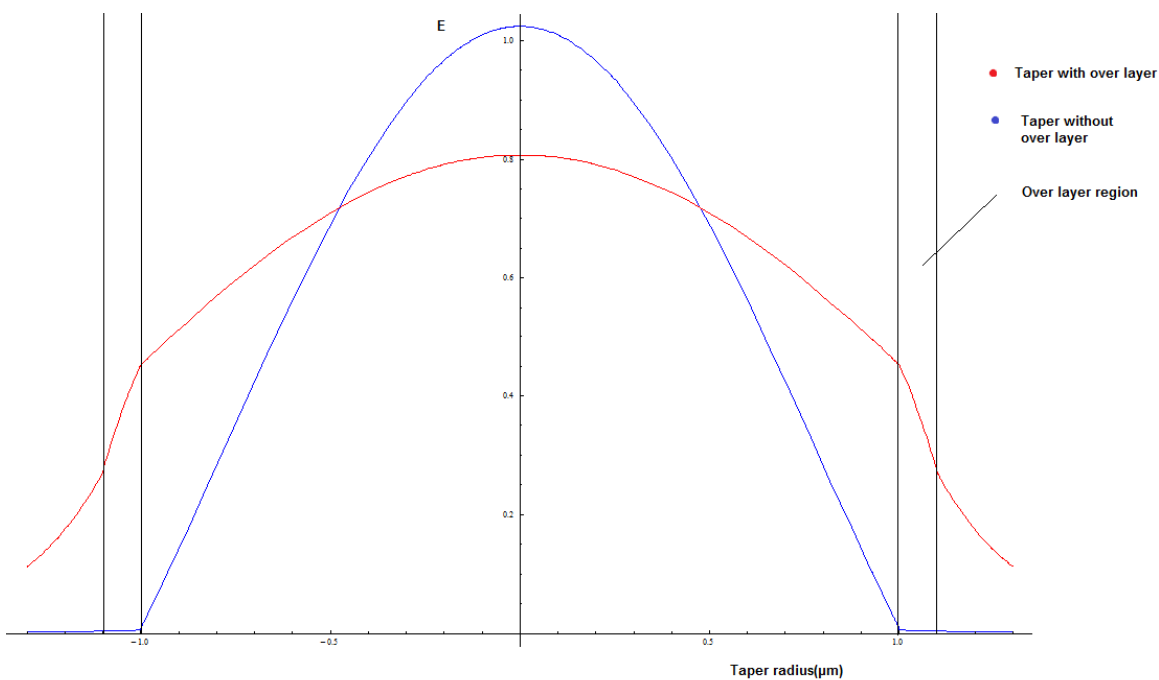
Σχήμα 2.21 – Εφελκυσμένη ίνα με επίστρωση

Overlayer Thickness	n_{eff}
0.143	1.45001
0.15	1.45074
0.2	1.47699
0.3	1.55936
0.4	1.63152
0.5	1.6862
0.6	1.72686
0.7	1.75739
0.9	1.79883
1.1	1.82469
1.3	1.84182
1.5	1.85372
1.7	1.86232



Εικόνα 2.22 – Ενεργός δείκτης διάθλασης συνάρτηση του πάχους του υποστρώματος

Στο διάγραμμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι καθώς το πάχος της επίστρωσης αυξάνεται, ο ενεργός δείκτης διάθλασης απομακρύνεται από την τιμή του taper και αυξάνεται προς την τιμή της επίστρωσης. Ακόμα, στο διάγραμμα 2.23 φαίνεται η κατανομή της έντασης του φωτός, δηλαδή το πως απλώνεται σε όλη την ίνα και επεκτείνεται προς την επίστρωση. Μπορούμε, λοιπόν, να δούμε την έντονη διαφορά σε σχέση με ένα taper χωρίς επίστρωση. Καταλήγουμε λοιπόν σε μία χρήσιμη διαπίστωση, δηλαδή στο ότι με τη χρήση μιας επίστρωσης με μεγάλο δείκτη διάθλασης μπορούμε να «τραβήξουμε» το φως προς το εξωτερικό της ίνας.



Εικόνα 2.23 – Κατανομή έντασης της μηδενικής τάξης του TE mode για ένα taper με επίστρωση και ένα χωρίς.

Κεφάλαιο III

Πειραματικές διατάξεις

3.1 Εισαγωγή στους αισθητήρες οπτικών ινών

Ο αισθητήρας είναι ένας μετατροπέας ενός εξωτερικού ερεθίσματος/παραμέτρου σε ένα σήμα εύκολα προσβάσιμο/μετρήσιμο και ποσοτικοποιούμενο με τελικό σκοπό την ανίχνευση και την ποσοτικοποίηση του αρχικού ερεθίσματος. Για παράδειγμα, ένα θερμοστοιχείο μετατρέπει θερμοκρασία σε μια τάση εξόδου, ή ένα θερμομέτρο υδραργύρου μετατρέπει τη μετρηθείσα θερμοκρασία σε διαστολή και συστολή ενός υγρού, το οποίο μπορεί να διαβαστεί σε ένα βαθμονομημένο γυάλινο σωλήνα. Έτσι το αρχικό ερέθισμα μπορεί να αφορά σε περιβαλλοντικές παραμέτρους όπως την υγρασία, τη θερμοκρασία, τη βαρομετρική πίεση, και η τελική ανίχνευση τους γίνεται με έναν οπτικό/ηλεκτρικό/μηχανικό τρόπο/μέσο.

Με την ίδια λογική λειτουργούν και οι αισθητήρες οπτικών ινών, στους οποίους η υάλινη δομή της οπτικής ίνας και συναφή υλικά στοιχεία τα, οποία είναι σε επαφή/γειτονία με αυτή, υπόκεινται σε αλλαγές μέσω του περιβάλλοντος χώρου, οι οποίες επηρεάζουν το οδεύον οπτικό σήμα ως προς την ένταση του, πόλωση, φάση ή κατεύθυνση διάδοσης του. Ένας αισθητήρας οπτικής ίνας συγκεντρώνει πλείστα πλεονεκτήματα, όπως μικρές παρεμβολές με Η/Μ ακτινοβολία, μικρό μέγεθος, συμπαγότητα και μηχανική/χημική αντοχή.

Στη δική μας περίπτωση θα κατασκευάσουμε έναν οπτικό αισθητήρα μεταβολών της υγρασίας, με βάση τις θερμικά εφελκυσμένες και εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες. Με βάση τους υπολογισμούς στο προηγούμενο κεφάλαιο, το Η/Μ πεδίο, το οποίο οδεύει μέσα στις εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες, επιδεικνύει μεγάλη διείσδυση στον περιβάλλοντα χώρο εντός της απαγορευμένης περιοχής διάδοσης με συνέπεια το Η/Μ πεδίο να αλληλεπιδρά σημαντικά με τον περιβάλλοντα χώρο και τα σχετικά μέσα αυτού. Εάν στην εκλεπτυσμένη οπτική ίνα εναποτεθεί κατάλληλο οπτικό υλικό, ευαίσθητο σε συγκεκριμένες μεταβολές του περιβάλλοντος, η ανάγνωση των οπτικών μεταβολών του εν λόγω υλικού με το οπτικό σήμα που οδεύει μέσα στην οπτική ίνα οδηγεί στην πραγμάτωση ενός οπτικού αισθητήρα. Στην περίπτωση που εξετάζεται εδώ μελετάται η χρήση υγροσκοπικών υμενίων για την ανάπτυξη/πραγμάτωση οπτικών αισθητήρων υγρασίας του περιβάλλοντος χώρου. Τα υλικά των υμενίων που θα χρησιμοποιηθούν εδώ είναι αυτά της αγαρόζης και του οξειδίου του ψευδαργύρου (ZnO).



Εικόνα 3.1 – Απλός αισθητήρας με τη χρήση εκλεπτυσμένης ίνας με επίστρωση.

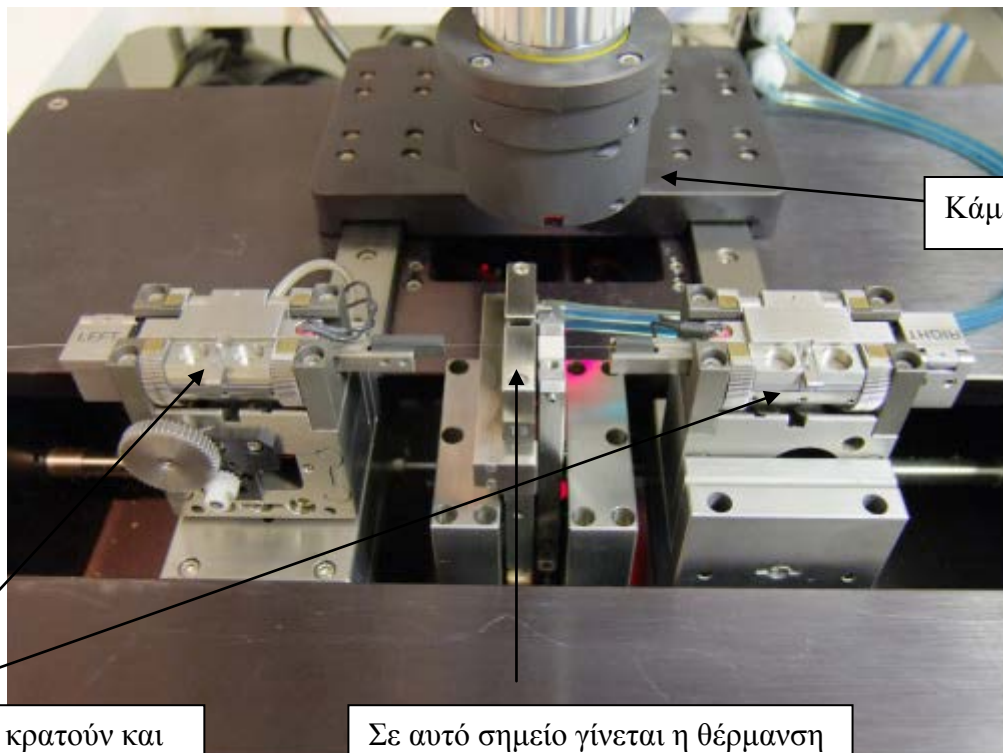
3.2 Περιγραφή πειραματικών διατάξεων

3.2.1 Συσκευή θερμικού εφελκυσμού οπτικών ινών Vytran

Η συσκευή που χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία των θερμικά εφελκυσμένων οπτικών ινών είναι η Vytran GPX-3000 Series. Όπως φαίνεται στη παρακάτω εικόνα η συσκευή διαθέτει δύο βάσεις με σερβο-κινητήρες που κρατούν την ίνα και την τραβούν ελαφρά καθώς θερμαίνεται από κεφαλή γραφίτη στην οποία εφαρμόζεται υψηλή τάση. Επίσης αυτή διαθέτει μία κάμερα για τον έλεγχο της οπτικής ίνας.



 VYTRAN



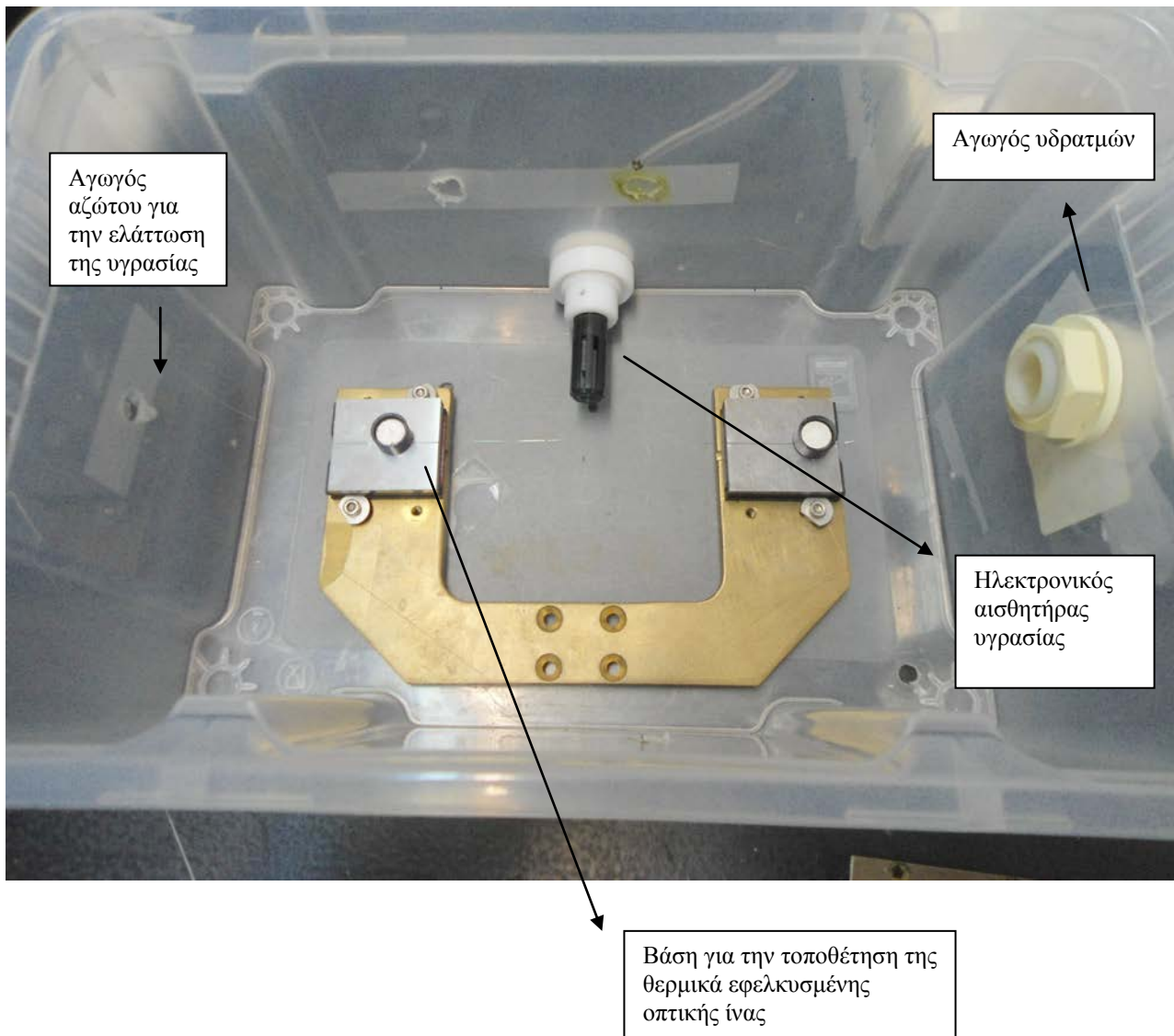
Κάμερα

Οι βάσεις που κρατούν και τραβούν την ίνα με την χρήση σέρβο-κινητήρων

Σε αυτό σημείο γίνεται η θέρμανση της ίνας εφαρμόζοντας υψηλή τάση σε ένα στοιχείο γραφίτη

Εικόνα 3.2 – Συσκευή δημιουργίας εκλεπτυσμένων ινών

3.2.2 Διάταξη κελιού ελεγχόμενης υγρασίας



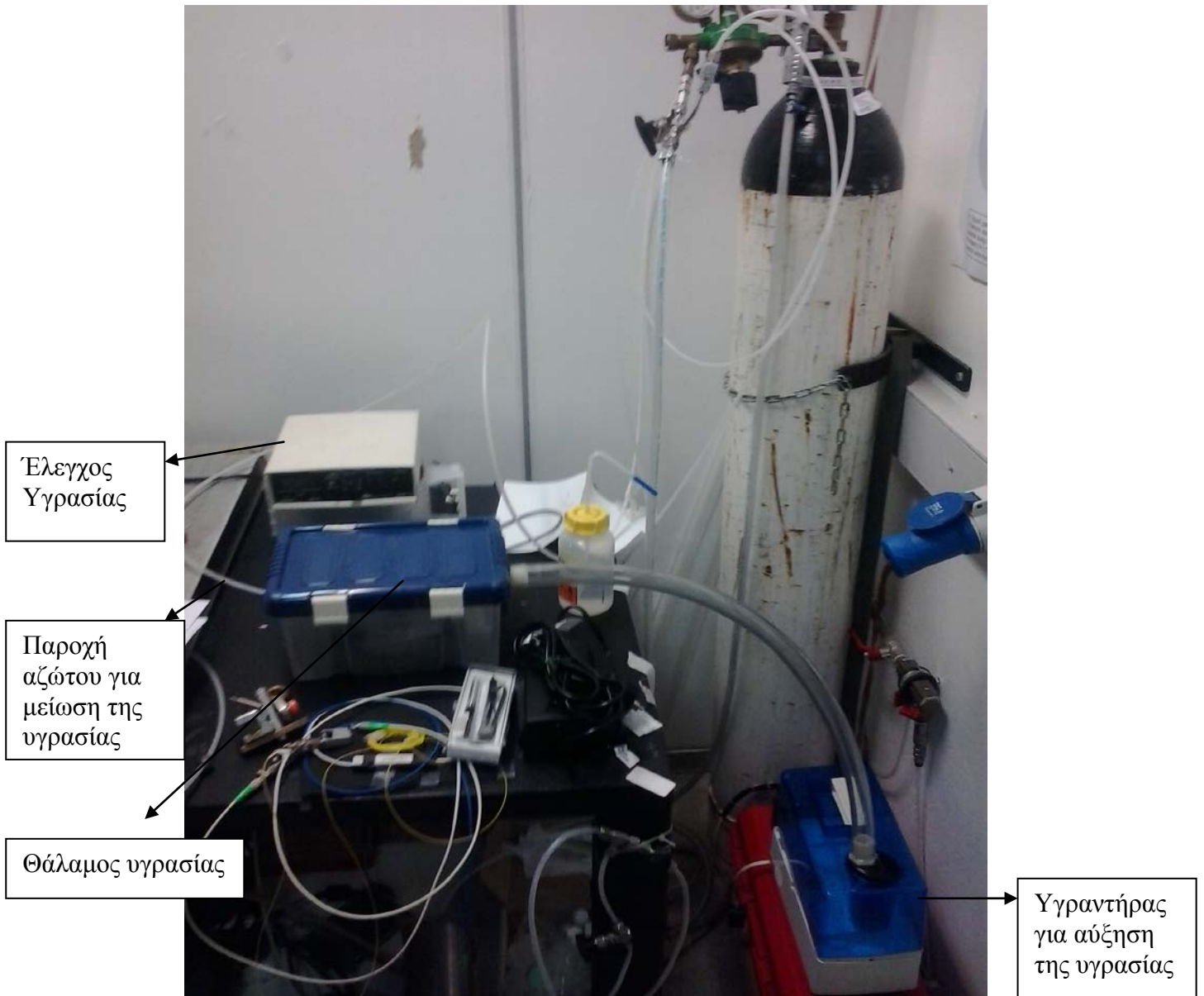
Εικόνα 3.3 – Διάταξη στο εσωτερικό του κελιού ελέγχου υγρασίας



Εικόνα 3.4 – Υγραντήρας για την δημιουργία υδρατμών



Εικόνα 3.5 – Ελεγκτής υγρασίας



Εικόνα 3.6 – Συνολική διάταξη για την καταμέτρηση της υγρασίας

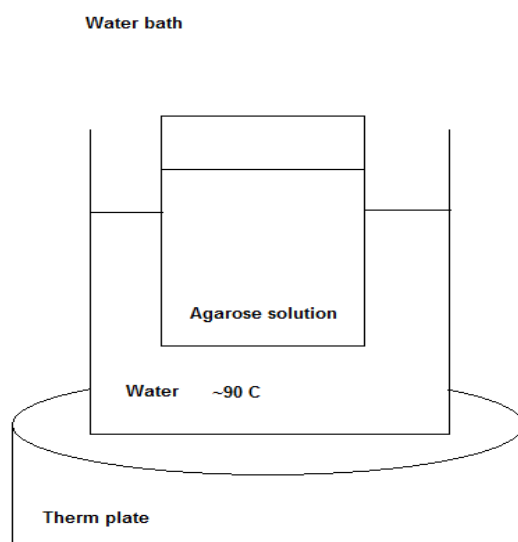
3.3 Πειραματική διαδικασία κατασκευής και χαρακτηρισμού αισθητήρων υγρασίας σε εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες

Η πειραματική διαδικασία η που ακολουθήθηκε για τη δημιουργία των αισθητήρων taper με τη χρήση αγαρόζης και ZnO είναι επιγραμματικά η ακόλουθη:

1. Δημιουργία της εκλεπτυσμένης ίνας με χρήση της συσκευής Vytran
2. Εναπόθεση του αισθητήριου υλικού Αγαρόζης/ZnO επάνω στην περιοχή της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας
3. Τοποθέτηση της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας μέσα σε θάλαμο ελέγχου υγρασίας και καταγραφή μετρήσεων στον οπτικό φασματογράφο.

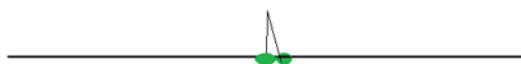
Πιο αναλυτικά, τα βήματα για τη δημιουργία του αισθητήρα υγρασίας με την αγαρόζη είναι τα εξής:

1. Δημιουργία διαλύματος αγαρόζης σε απιονισμένο νερό, περιεκτικότητας 1% κατά βάρος
2. Τοποθέτηση του παραπάνω διαλύματος σε ένα θερμό δοχείο με νερό, στους 90° C, επάνω σε πλάκα θέρμανσης, μέχρις ότου να ομογενοποιηθεί το διάλυμα και να καταστεί διάφανο.



Εικόνα 3.7 – Διάλυμα αγαρόσης μέσα σε ένα θερμό λουτρό

3. Εναπόθεση επίστρωσης αγαρόσης με τη χρήση μικρής λαβίδας στην περιοχή της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας



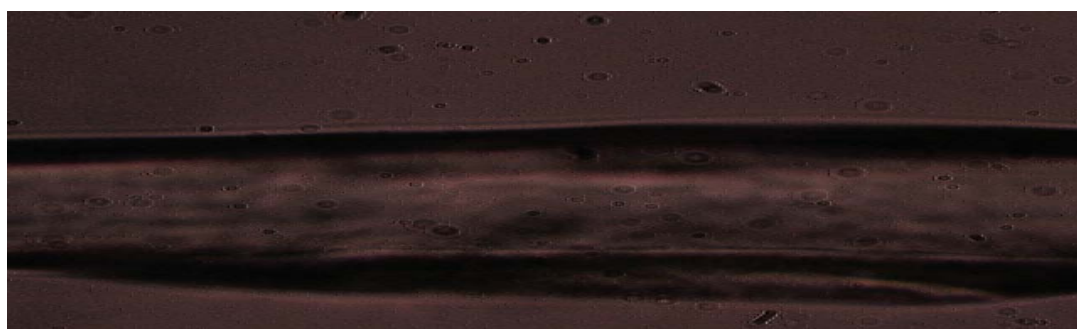
Εικόνα 3.8 – Τοποθέτηση επίστρωσης με λαβίδα

4. Τοποθέτηση της ίνας εντός του θαλάμου ελέγχου υγρασίας και καταγραφή της μεταβολής της διαδιδόμενης έντασης του φάσματος της οπτικής πηγής ευρέως φάσματος, μέσα από το σύστημα εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας/αγαρόζης για διαφορετικές τιμές της υγρασίας εντός του κελιού. Καταγραφή μετρήσεων σε πραγματικό χρόνο με χρήση οπτικού φασματικού αναλυτή.

4. Φωτογράφιση της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας με την επίστρωση αγαρόζης σε οπτικό μικροσκόπιο και μέτρηση του πάχους με τη χρήση του λογισμικού “ImageJ”



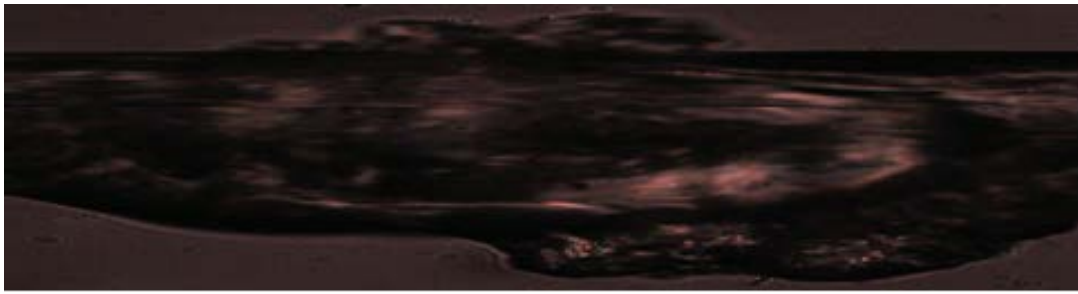
Εικόνα 3.9 – Καθαρό taper διαμέτρου 25μm χωρίς επίστρωση



Εικόνα 3.10 – Taper διαμέτρου 25μm με επίστρωση πάχους 18μm



Εικόνα 3.11 – Taper διαμέτρου 25μm με επίστρωση πάχους 55μm



Εικόνα 3.12 – Taper διαμέτρου 25μm με επίστρωση πάχους 71μm



Εικόνα 3.13 – Taper διαμέτρου 25μm με επίστρωση πάχους 184μm

Για τον αισθητήρα υγρασίας με τη χρήση επίστρωσης με οξείδια του ψευδαργύρου (ZnO) τα βήματα είναι τα ακόλουθα

1. Δημιουργία διαλύματος Zinc-acetate σε μεθανόλη, περιεκτικότητας 0.152M και 0.6M [14].
2. Εναπόθεση του υλικού πάνω στην περιοχή του taper με σύριγγα και τοποθέτηση της ίνας για 3 ώρες πάνω στην πλάκα θέρμανσης στους 300° C, για να δημιουργηθεί η επίστρωση.



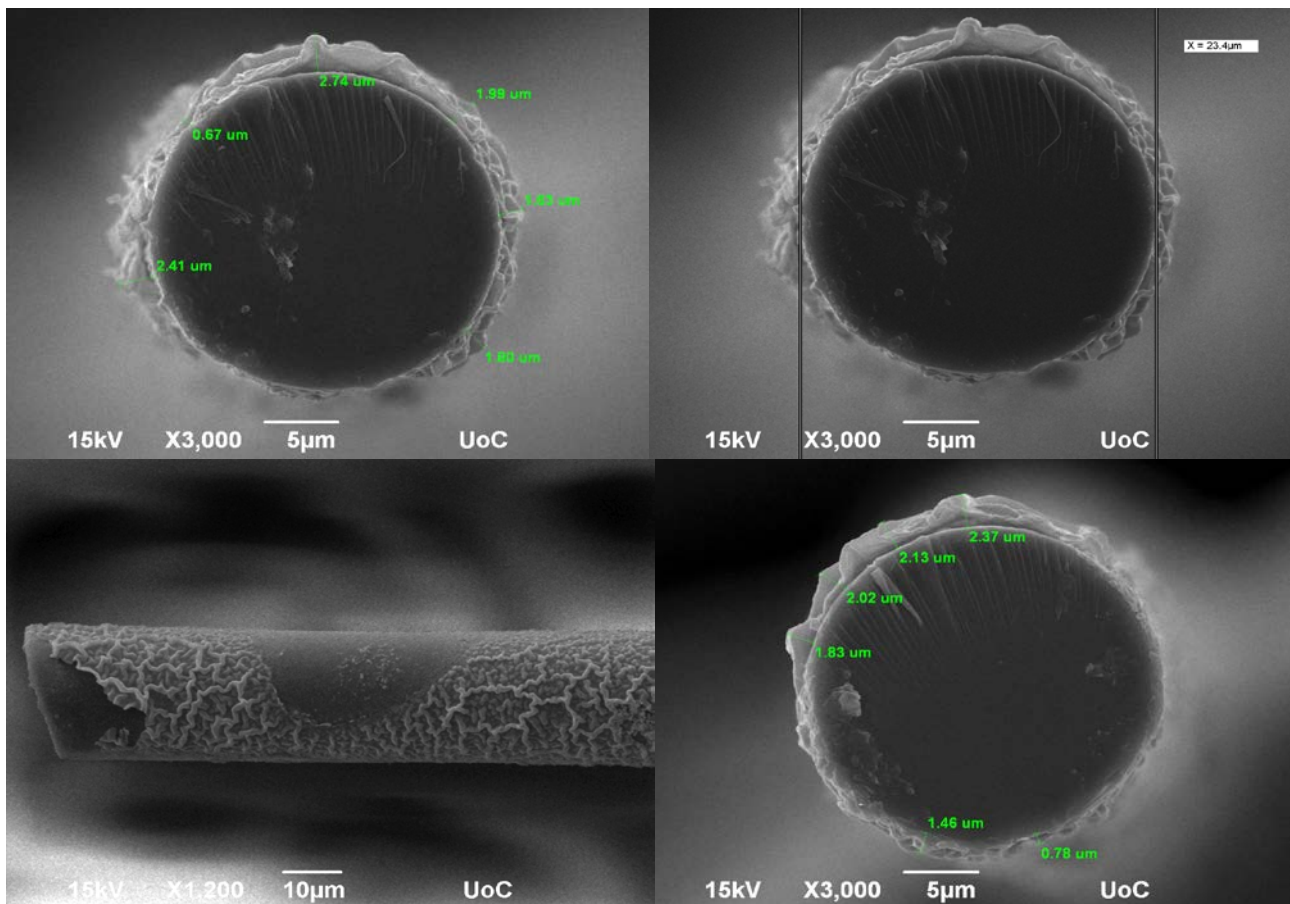
Εικόνα 3.14 – Πλάκα θέρμανσης

3. Τοποθέτηση της ίνας μέσα στον θάλαμο έλεγχου υγρασίας και καταγραφή της μεταβολής της έντασης του φάσματος της πηγής.

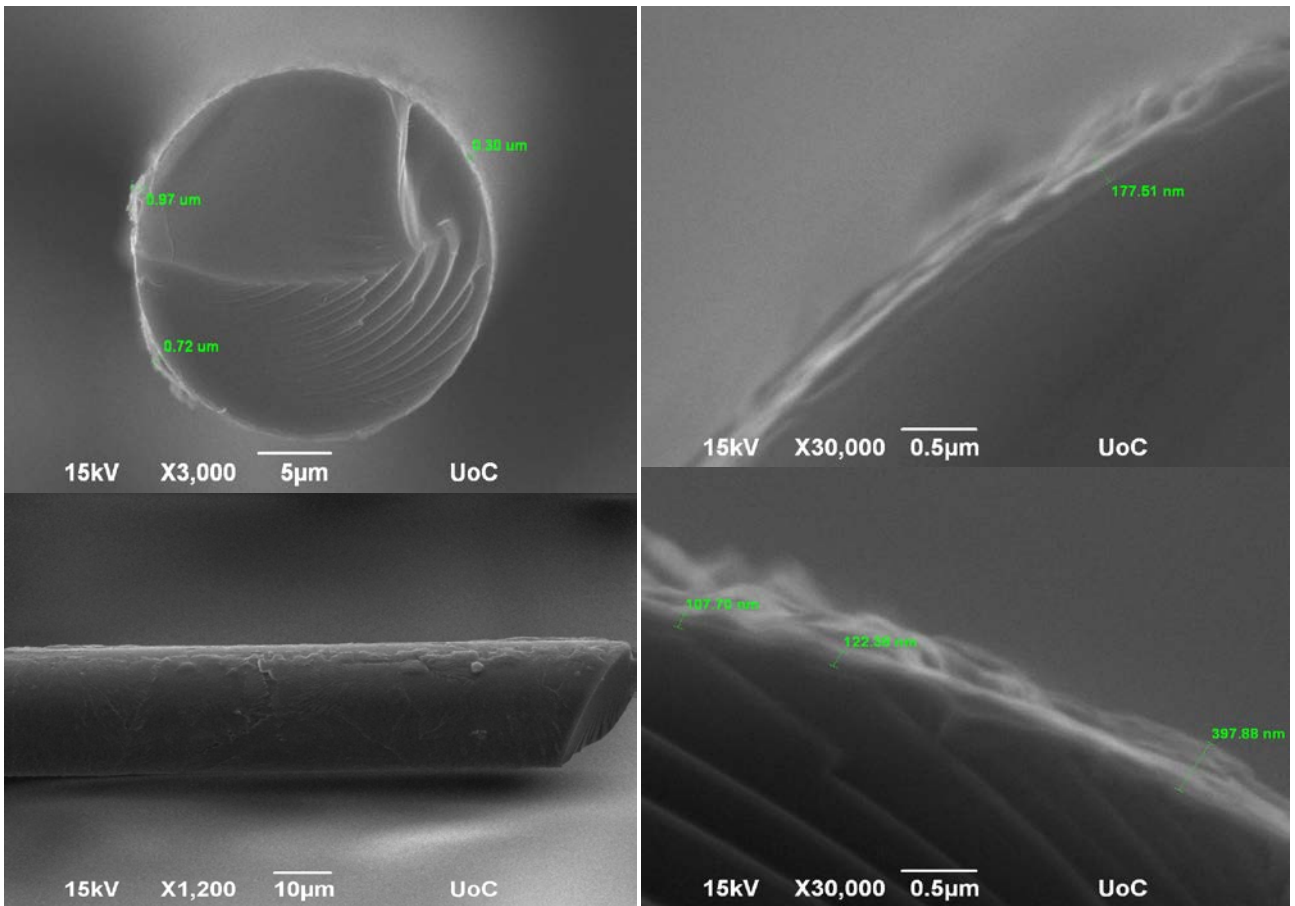
4. Ακτινοβολήση της ίνας στην εκλεπτυσμένη περιοχή με λάμπα UV στα 254nm, για 20 λεπτά.

5. Επανακαταγραφή μετρήσεων υγρασίας.

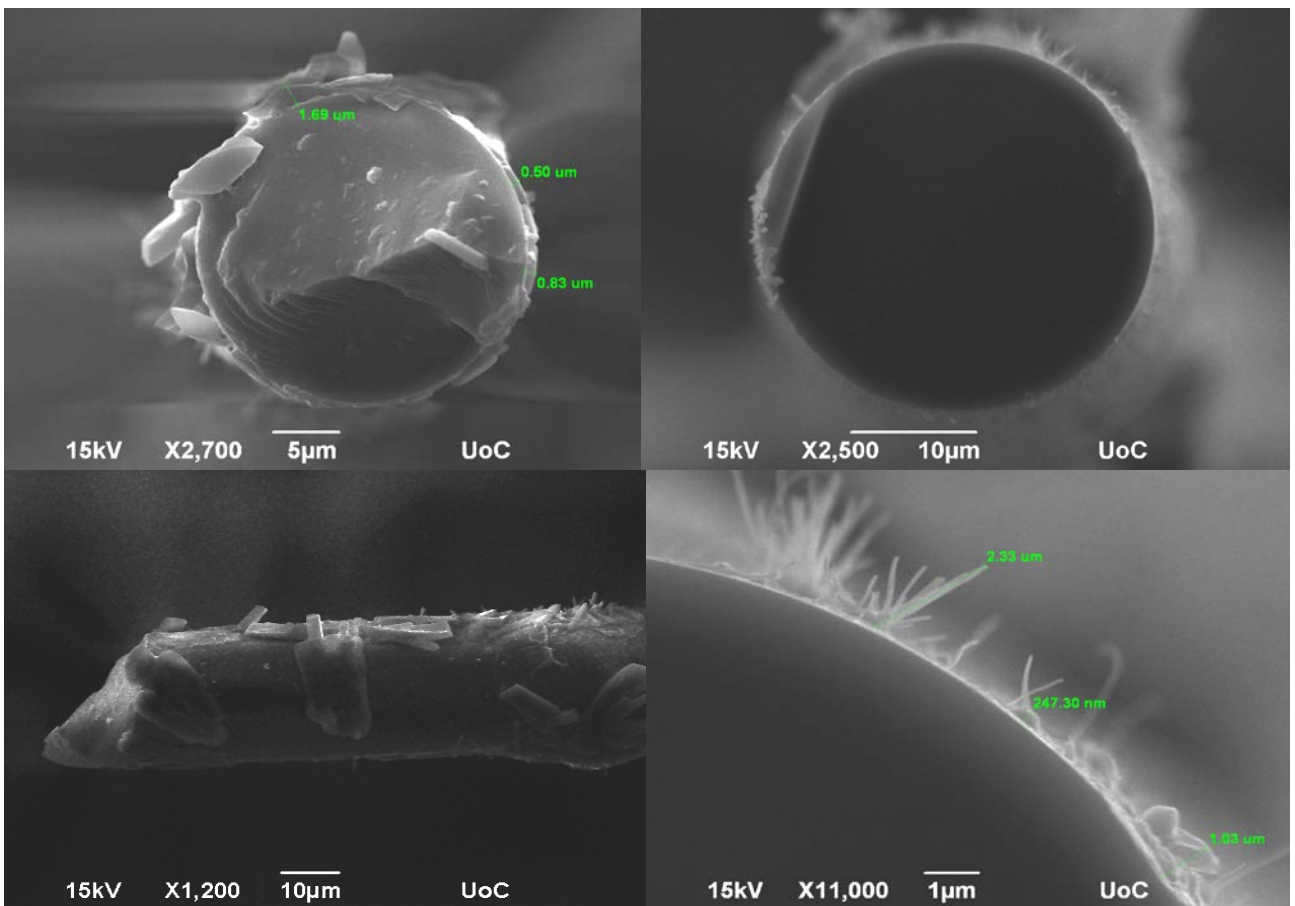
6. Φωτογράφιση των ινών με τις επιστρώσεις, με τη χρήση ηλεκτρονικού μικροσκοπίου (SEM). Η χρήση του κρίθηκε απαραίτητη για τη μέτρηση των στρώσεων, καθώς το πάχος τους είναι αρκετά μικρό, 150nm-3μm περίπου.



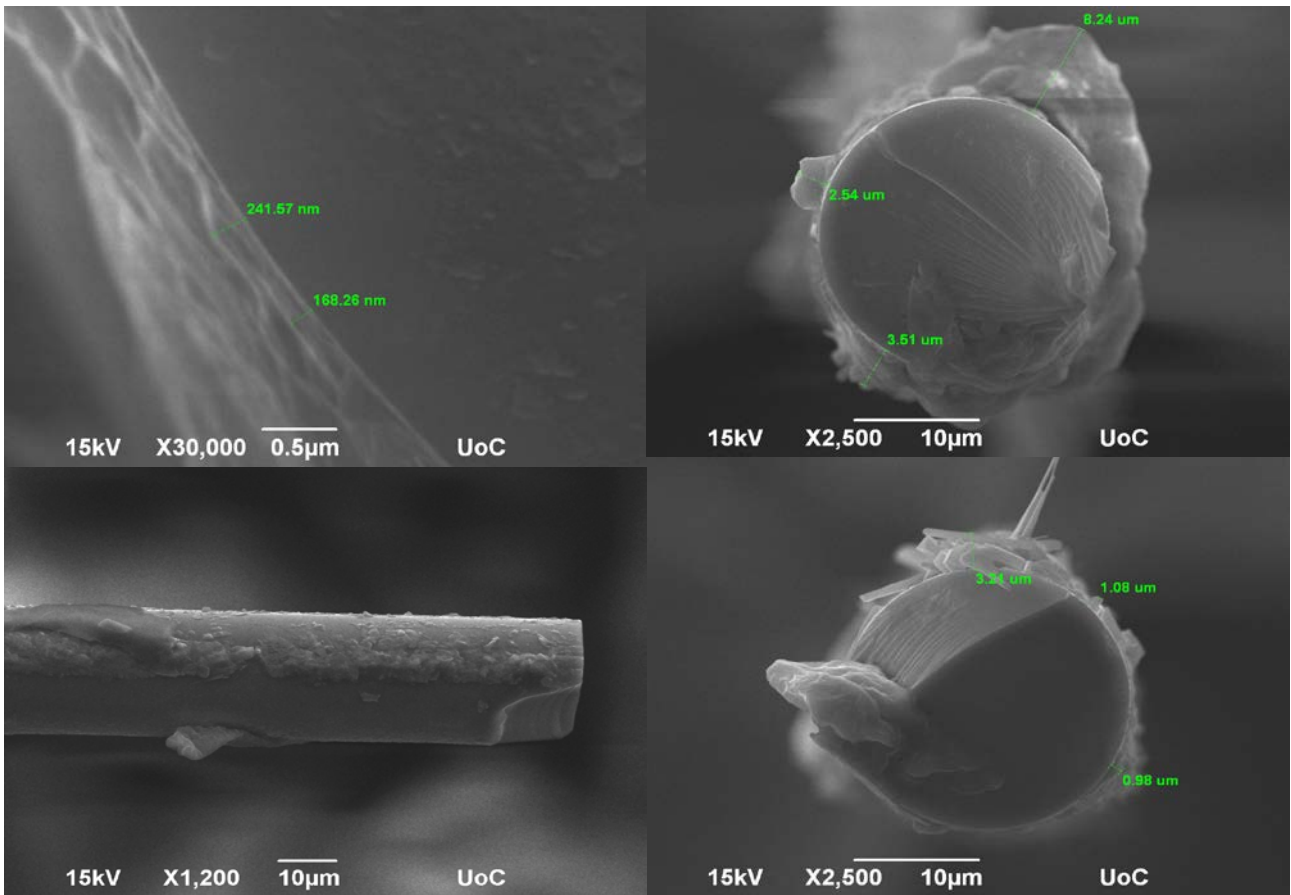
Εικόνα 3.15 – Taper με την επιστρώση διαλύματος 0.6M με δύο εναποθέσεις, πάχος στρώσης περίπου 2.5μm.



Εικόνα 3.16 – Ταπερ με την επίστρωση διαλύματος 0.6M με μία εναπόθεση, πάχος στρώσης περίπου 0.8μm.



Εικόνα 3.17 – Ταπερ με την επίστρωση διαλύματος 0.152M με τρεις εναποθέσεις, πάχος στρώσης περίπου 0.5μm.

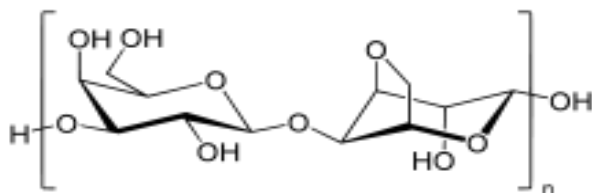


Εικόνα 3.18 – Τaper με την επίστρωση διαλύματος 0.6M με μία εναπόθεση, πάχος στρώσης περίπου 0.25μm.

3.4 Αισθητήρια Υλικά

3.4.1 Αγαρόζη

Η αγαρόζη είναι ένα υδρόφιλο πολυμερές υλικό πολυσακχαρίτη, που κυρίως εξάγεται από φύκια. Η αγαρόζη είναι ένα γραμμικό πολυμερές που αποτελείται από την επαναλαμβανόμενη μονάδα του agarobiose, η οποία είναι ένας δισακχαρίτης που αποτελείται από D-γαλακτόζη και 3,6-ανυδρο-L-γαλακτοπυρανόζη.

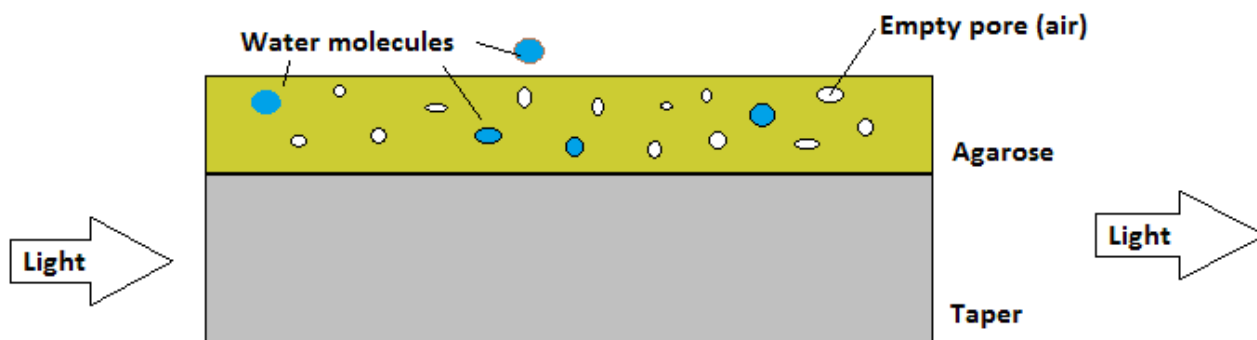


Εικόνα 3.19 – Μοριακή δομή αγαρόσης

Η αγαρόζη χρησιμοποιείται συχνά στη μοριακή βιολογία για το διαχωρισμό των μεγάλων μορίων, ειδικά του DNA. Η αγαρόζη είναι διαθέσιμη ως λευκή σκόνη που διαλύεται στο εγγύς-βραστό νερό, και σχηματίζει μια γέλη κατά την ψύξη της. Η παραπάνω στερεοποιημένη γέλη αγαρόσης είναι διάφανη και υγροσκοπική, παγιδεύοντας μόρια νερού στην πολυμερική δομή της, τα οποία εν συνεχεία προκαλούν αλλαγές στο δείκτη διάθλασης και στην οπτική απορρόφησης της γέλης. Το διάλυμα αυτό όταν κρυσταλλώνει και είναι ευαίσθητο στην υγρασία.

Συγκεκριμένα, όταν η αγαρόζη βρίσκεται σε περιβάλλον με χαμηλή υγρασία, λόγω του ότι είναι πορώδες υλικό, ο δείκτης διάθλασής της είναι της τάξης του 1.521 για 20% σχετικής υγρασίας, αφού δεν υφίσταται υψηλή συγκέντρωση υδρατμών και δεν υπάρχει ανάλογη διείσδυση στην πολυμερική μήτρα η οποία καλύπτεται από μόρια αέρα. Καθώς ανεβαίνουν τα επίπεδα υγρασίας, ο αέρας μέσα στους πόρους αντικαθίσταται από τα μόρια του νερού ($n = 1.33$). Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην ιδιότητα της υδροφιλίας του υλικού, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο δείκτης διάθλασης της επίστρωσης.

($n = 1.5408$ σε 80% σχετική υγρασία)[12],[13].

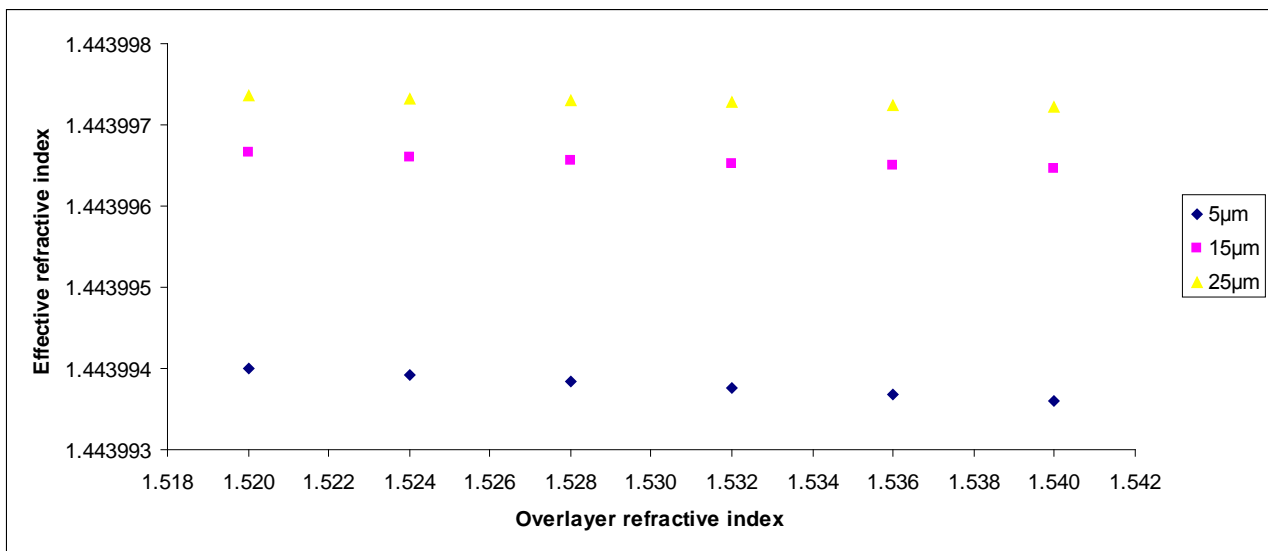


Εικόνα 3.20 – Απεικόνιση επίστρωσης αγαρόσης πάνω σε taper

3.4.2 Θεωρητική προσομοίωση εκλεπτυσμένων οπτικών ινών με επικάλυψη υμενίων αγαρόζης

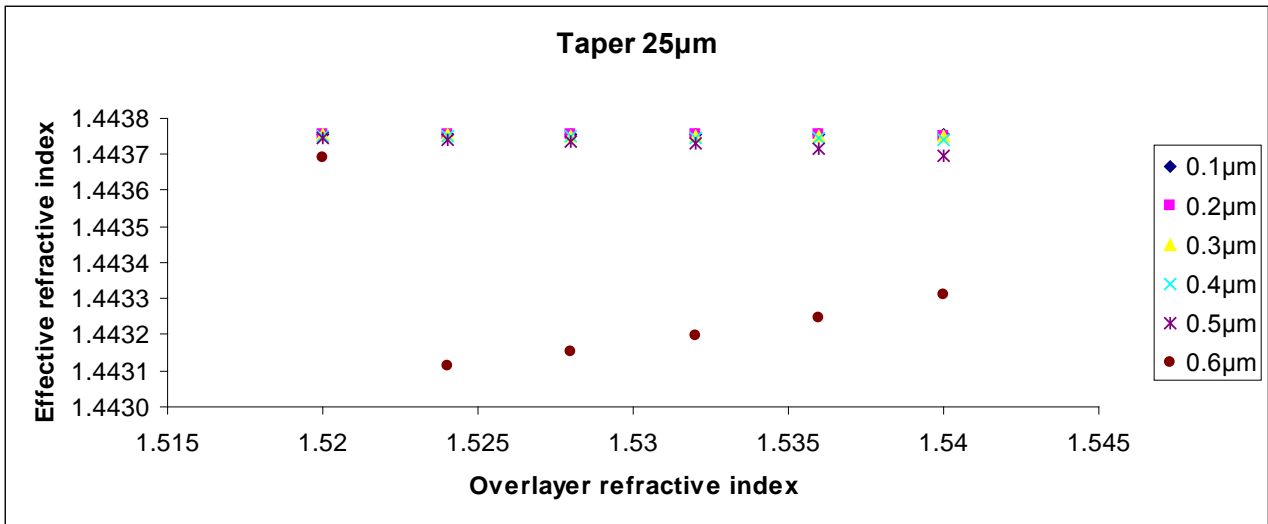
Σε αυτό το σημείο θα παραθέσουμε θεωρητικούς υπολογισμούς για το πώς συμπεριφέρεται ο ενεργός δείκτης διάθλασης της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας καθώς αλλάζει ο δείκτης διάθλασης της επίστρωσης αγαρόζης, σε σχέση με το πάχος του υμενίου της αγαρόζης στην εκλεπτυσμένη δομή. Οι υπολογισμοί παρακάτω εκτελέστηκαν με τα θεωρητικά εργαλεία που αναφέρθηκαν στα πρώτα κεφάλαια και τους αναλυτικούς αλγορίθμους που δίνονται στα παραρτήματα 1 - 5.

Στην Εικόνα 3.21 βλέπουμε τη μεταβολή του ενεργού δείκτη διάθλασης συναρτήσει του δείκτη διάθλασης της επίστρωσης αγαρόζης για διάφορες διαμέτρους εκλεπτυσμένων οπτικών ινών. Το πάχος της αγαρόζης για τα δεδομένα της Εικόνας 3.21 θεωρήθηκε $0.1\mu\text{m}$.

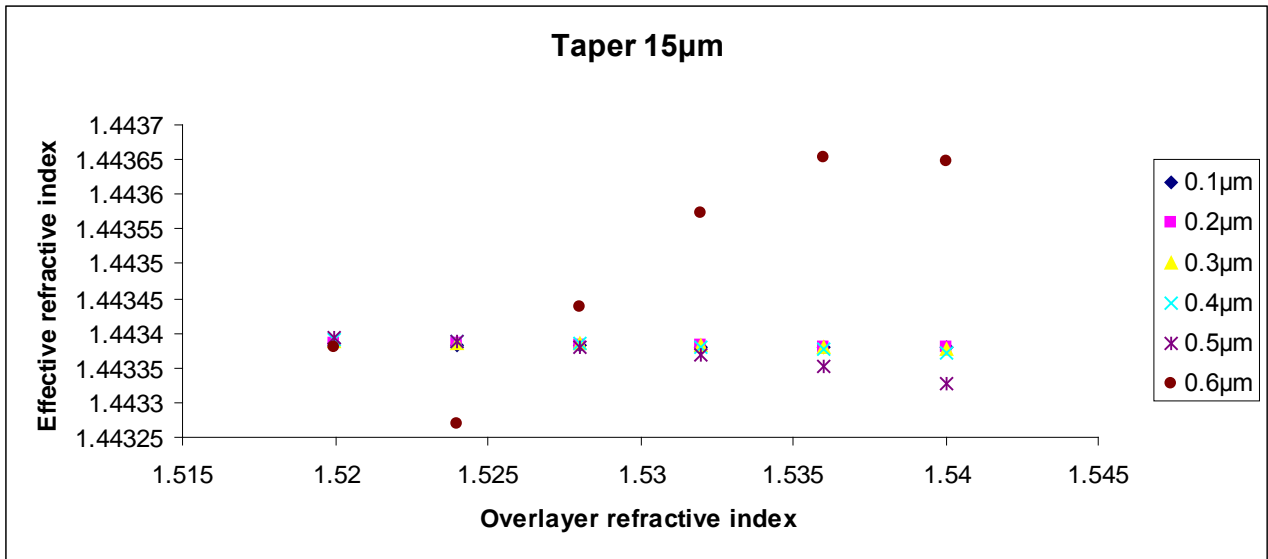


Εικόνα 3.21 – Ενεργός δείκτης διάθλασης της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας σε συνάρτηση του δείκτη διάθλασης της επίστρωσης αγαρόζης για διαμέτρους της οπτικής ίνας $5\mu\text{m}$, $15\mu\text{m}$ και $25\mu\text{m}$.

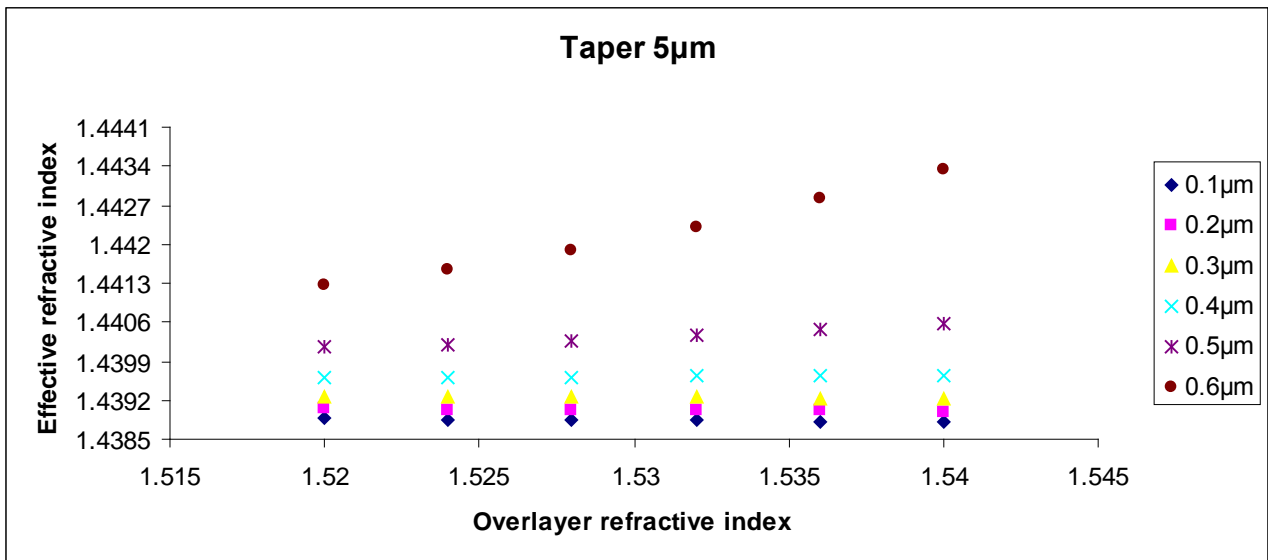
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρή είναι η διάμετρος της εκλεπτυσμένης οπτικής ίνας, τόσο πιο έντονες είναι οι μεταβολές στον ενεργό δείκτη διάθλασής της, για δεδομένο πάχος επίστρωσης αγαρόζης και αυξανόμενο δείκτη διάθλασης αυτής. Ακολούθως παρόμοια θεωρητική προσομοίωση ακολουθεί στις Εικόνες 3.22, 3.23 και 3.24 για εκλεπτυσμένες ίνες διαφορετικής διαμέτρου και πάχους υμενίου αγαρόζης.



Εικόνα 3.22 – Υπολογισμοί για διάφορα πάχη επιστρώσεων για taper διαμέτρου 25µm



Εικόνα 3.23 – Υπολογισμοί για διάφορα πάχη επιστρώσεων για taper διαμέτρου 15µm



Εικόνα 3.24 – Υπολογισμοί για διάφορα πάχη επιστρώσεων για taper διαμέτρου 5µm

Τα παραπάνω διαγράμματα σε συνδυασμό με τα πειραματικά αποτελέσματα θα μας βοηθήσουν στη συνέχεια να καταλήξουμε σε ορισμένα συμπεράσματα που θα εξετάσουμε στο τελευταίο κεφάλαιο.

3.4.3 Οξείδια του ψευδαργύρου

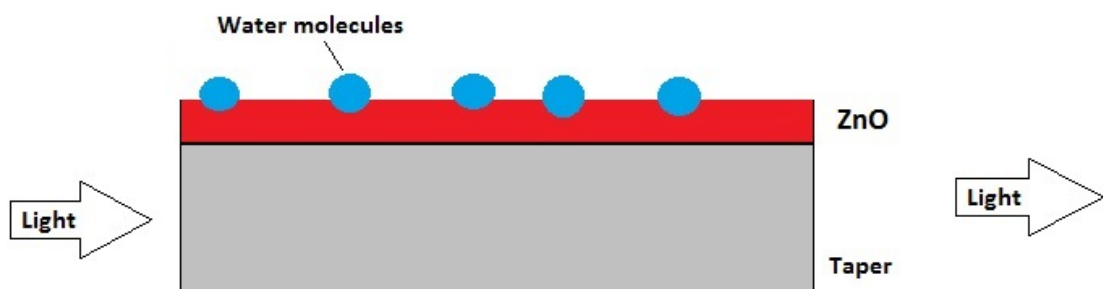
Το οξείδιο του ψευδαργύρου είναι ένα κρυσταλλικό στερεό με πολλές εφαρμογές στην Φωτονική, Τεχνολογία Αισθητήρων, Κοσμετολογία και Ιατρική. Το οξείδιο του ψευδαργύρου είναι σχεδόν αδιάλυτο στο νερό, αλλά διαλυτό σε οξέα και αλκάλια. Υφίσταται ως λευκή σκόνη, κοινώς γνωστή ως το "λευκό του ψευδαργύρου", σε λευκούς εξαγωνικούς κρυστάλλους. Το υψηλής ποιότητας μονοκρυσταλλικό ZnO είναι σχεδόν διαφανές. Το οξείδιο του ψευδαργύρου απαντάται στη φύση ως το ορυκτό ψευδαργυρίτης (zincite).

Οι νανοδομές που δημιουργούνται με το οξείδιο του ψευδαργύρου χρησιμοποιούνται συχνά τα τελευταία χρόνια σε διάφορους αισθητήρες, λείζερ στερεάς κατάστασης, πιεζοηλεκτρικούς διακόπτες και λοιπές οπτοηλεκτρονικές εφαρμογές. Την ίδια στιγμή η υψηλή χημική σταθερότητά του και το σχετικά χαμηλό κόστος των κρυσταλλικών νανοδομών, καθιστούν το ZnO ελκυστικό υλικό για ανάπτυξη αρκετών τύπων αισθητήρων ατμών, οργανικών ενώσεων και υγρασίας. Η αισθητήρια διαδικασία οφείλεται κυρίως στη μεταβολή των ηλεκτρονικών και των οπτικών ιδιοτήτων κατά την οξείδωση/αναγωγή του ZnO μέσω της απορρόφησης των μορίων του αερίου, όπως συμβαίνει στα μόρια των πτητικών οργανικών διαλυτών (μεθανόλη, αιθανόλη, κ.α.), όζοντος, και δεσμών υδροξυλίου στην επιφάνεια των νανοδομών ZnO. Επιπλέον, η βιοσυμβατότητα και η μη τοξικότητα του ZnO επιτρέπει την ασφαλή χρήση του σε βιοαισθητήρες και βιολειτουργικές εφαρμογές.[14]



Εικόνα 3.25 – Οξείδια ψευδαργύρου

Στην περίπτωση του ZnO όταν βρίσκεται σε περιβάλλον με χαμηλή υγρασία, ο δείκτης διάθλασης της είναι της τάξης του 2 για 20% υγρασία. Καθώς ανεβαίνουν τα επίπεδα υγρασίας, τα μόρια νερού ($n = 1.33$) προσκολλώνται στην επιφάνεια του υλικού, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο δείκτης διάθλασης της επίστρωσης περίπου στο 1.8 σε 80% σχετικής υγρασίας.



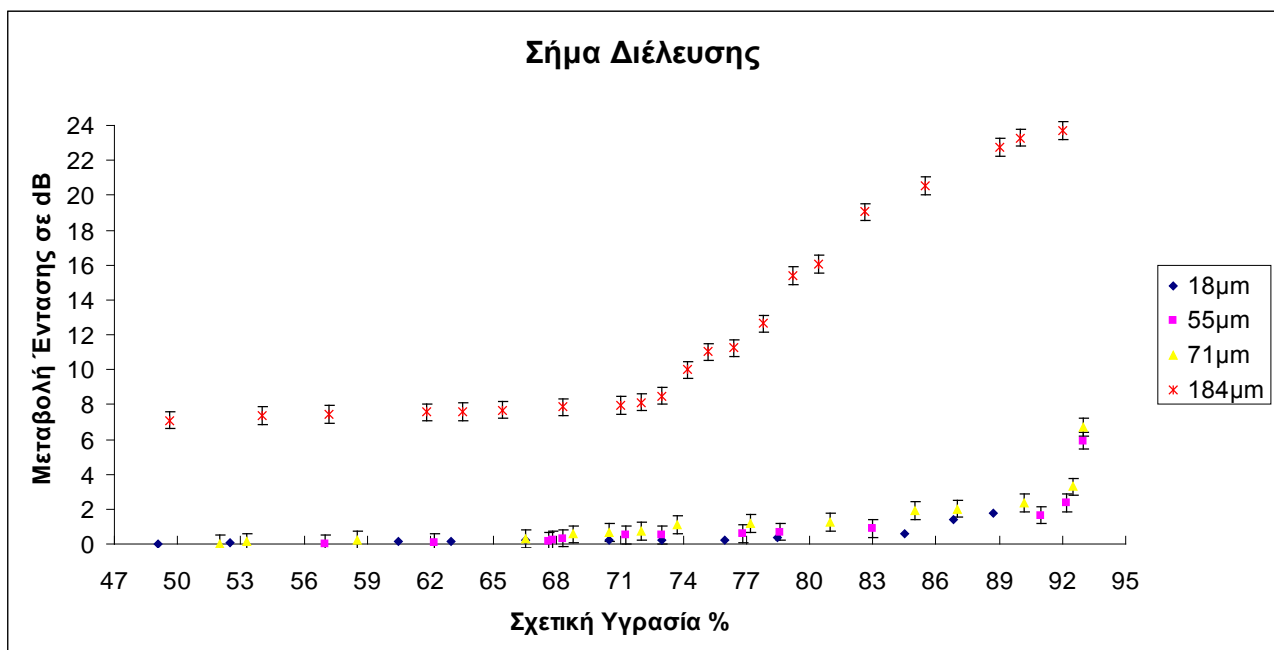
Εικόνα 3.26 – Απεικόνιση επίστρωσης ZnO πάνω σε taper

Κεφάλαιο IV

Απλός αισθητήρας οπτικής ίνας για την μέτρηση υγρασίας με χρήση επιστρώματος αγαρόζης

4.1 Φασματική απόκριση του αισθητήρα αγαρόζης στις μεταβολές της υγρασίας

Σε αυτήν την ενότητα παραθέτουμε τα πειραματικά αποτελέσματα για τις μετρήσεις υγρασίας σε εκλεπτυσμένη οπτική ίνα διαμέτρου 25 μm για διάφορα πάχη επιστρώσεων αγαρόζης. Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε την διαφορά της έντασης σε db στο σήμα διέλευσης για διάφορα επίπεδα υγρασίας.

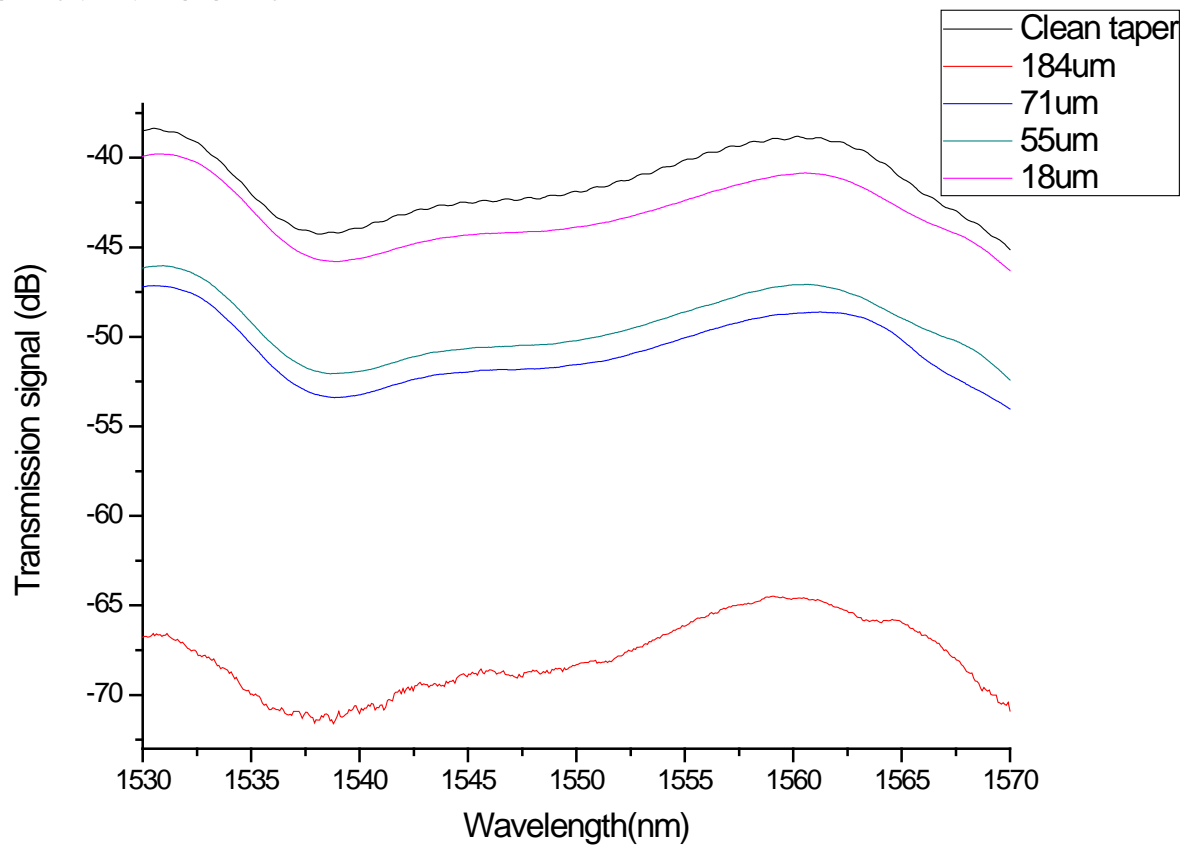


Εικόνα 4.1 – Διαφορά έντασης σε db συνάρτηση της σχετικής υγρασίας για διάφορα πάχη επιστρώσεων.

Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η σχετική υγρασία, τόσο μικρότερες είναι και οι απώλειες σήματος διέλευσης μέσα από την επικαλυμμένη οπτική ίνα, αφού ο δείκτης διάθλασης του επιστρώματος αγαρόζης αυξάνεται καθώς τα μόρια του αέρα στους πόρους του υλικού αντικαθίστανται από τα μόρια νερού, έτσι το φως εγκλωβίζεται πιο κοντά στο κέντρο του πυρήνα και ελαττώνονται οι απώλειες .

Η δεύτερη παρατήρηση αφορά στα πάχη των επιστρώσεων της αγαρόζης. Όσο πιο μεγάλο το πάχος της επίστρωσης, τόσο πιο έντονες οι μεταβολές της έντασης του σήματος διέλευσης από την επικαλυμμένη οπτική ίνα, συγκεκριμένα οι απώλειες σήματος. Αυτή η παρατήρηση επιβεβαιώνεται από τα φασματικά δεδομένα της Εικόνας 4.2. Το βέλτιστο πάχος αγαρόζης, σύμφωνα με τις μετρήσεις μας, για την

μέτρηση υγρασίας είναι τα 184 μm . Σε μεγαλύτερα πάχη το σήμα διέλευσης γινόταν ανεπαρκές για μετρήσεις.



Σχήμα 4.8 – Το σήμα διέλευσης για εκλεπτυσμένη οπτική ίνα διαφόρων επιστρώσεων αραρόζης σε συνθήκες σχετικής υγρασίας 50%

Κεφάλαιο V

Απλός αισθητήρας οπτικής ίνας για την μέτρηση υγρασίας με χρήση επιστρώματος ZnO

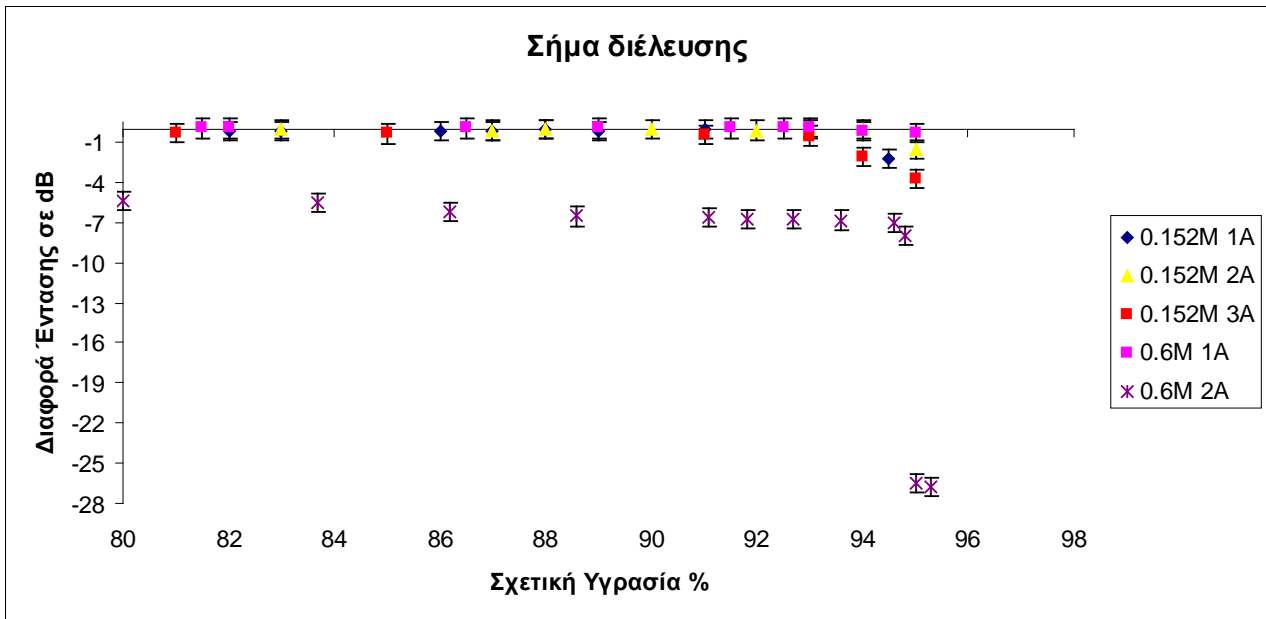
5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η λειτουργία ενός απλού αισθητήρα υγρασίας, με εφελκυσμένη ίνα διαμέτρου 25 μ m, στην οποία έχουν εναποτεθεί διάφορα πάχη επιστρώσεων οξειδίων του ψευδαργύρου. Επίσης, γίνεται προσπάθεια ακτινοβολήσης της επίστρωσης με λάμπα UV στα 254nm, με σκοπό την απόκτηση έντονης υδροφιλίας. Η συγκεκριμένη ιδιότητα θα έκανε τον αισθητήρα πολύ πιο ευαίσθητο στις μεταβολές της υγρασίας, καθώς η επιφάνεια θα είχε τη δυνατότητα να συγκρατήσει περισσότερα μόρια νερού πάνω της, με αποτέλεσμα τη μεγαλύτερη μεταβολή στο δείκτη διάθλασης της επίστρωσης.

5.2 Φασματική απόκριση του αισθητήρα ZnO στις μεταβολές της υγρασίας

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι μετρήσεις υγρασίας που έγιναν με εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες με επιστρώσεις οξειδίου του ψευδαργύρου, κατασκευασμένες με διαφορετικές συγκεντρώσεις Zinc-acetate, οι οποίες με τη σειρά τους καταλήγουν σε επιστρώσεις οξειδίου του ψευδαργύρου, με διαφορετικό πάχος και δομή.

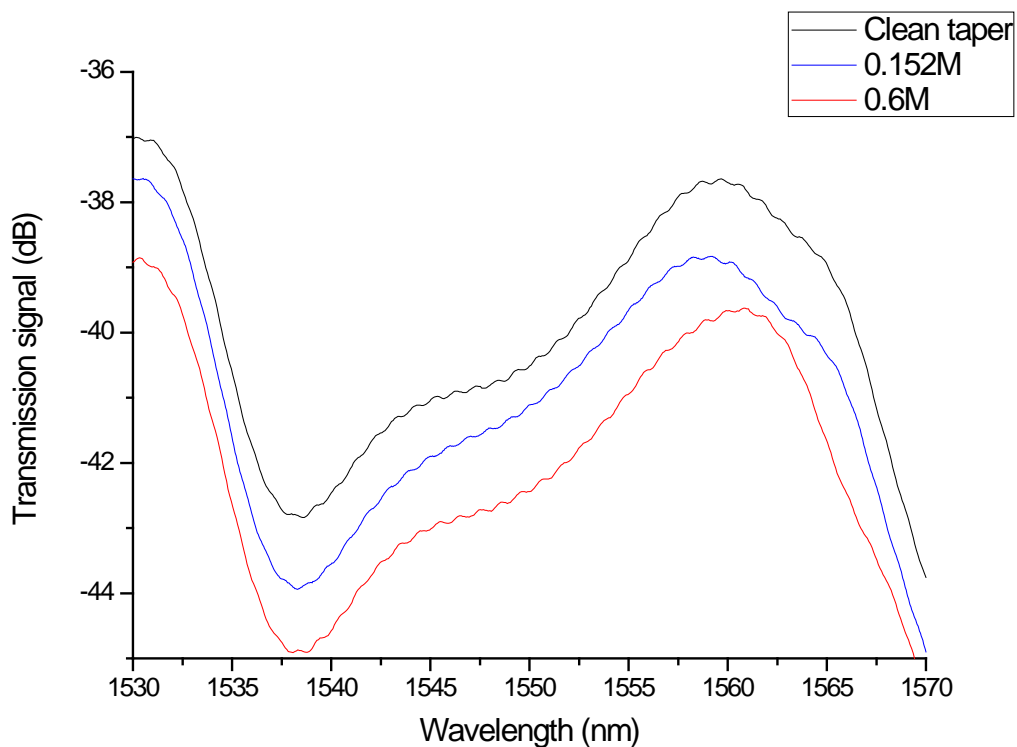
Στην Εικόνα 5.1 παρουσιάζονται οι διαφορές της έντασης του φασματικού σήματος διέλευσης μέσα από τον αισθητήρα υγρασίας, συναρτήσει της σχετικής υγρασίας RH, για οπτικές ίνες οι που έχουν επικαλυφθεί με διάφορες συγκεντρώσεις διαλύματος Zinc-acetate και σχετικό αριθμό εναποθέσεων οξειδίου.



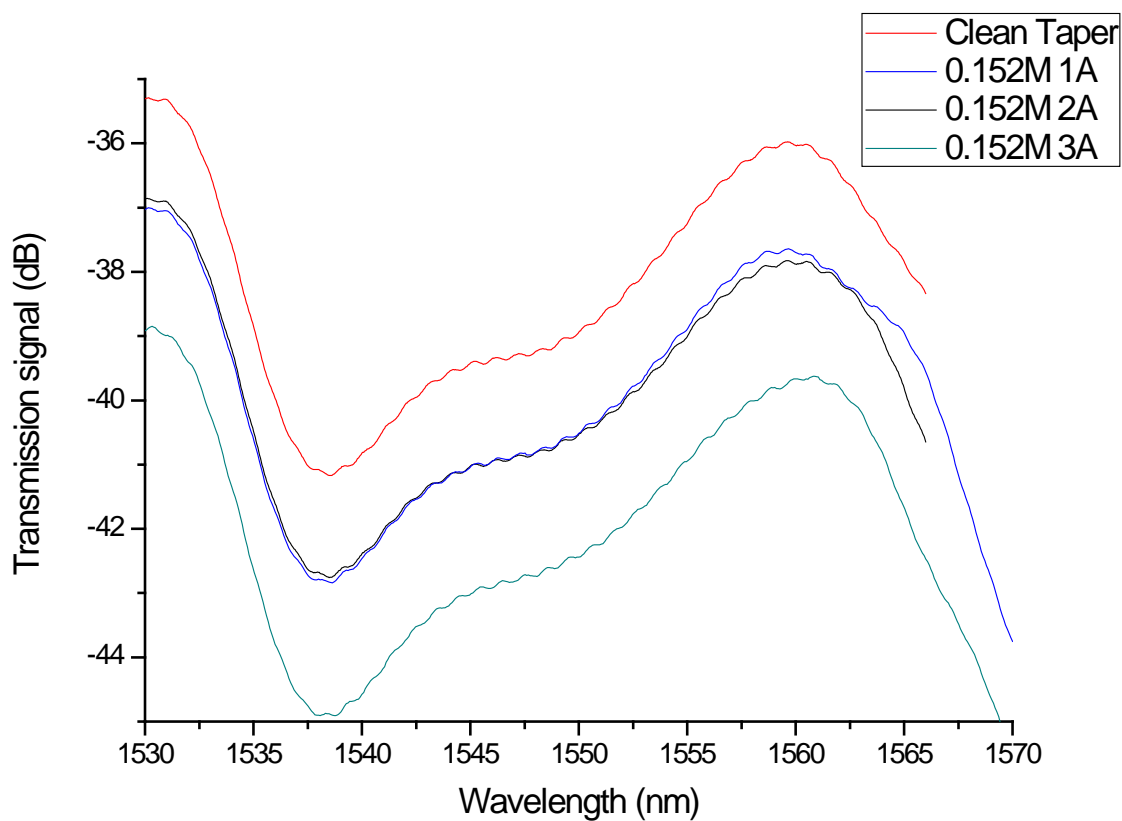
Εικόνα 5.1 – Διαφορά της έντασης του σήματος διέλευσης συνάρτηση της σχετικής υγρασίας, για συγκέντρωση διαλύματος 0.152M με μία, δύο και τρεις εναποθέσεις και διάλυμα 0.6M για μία και δύο εναποθέσεις.

Σε αντίθεση με τη συμπεριφορά που παρατηρείται σε αισθητήρες εκλεπτυσμένων οπτικών ινών με επίστρωση αгарόσης, σε αισθητήρες με βάση το υλικό ZnO σε τιμές υψηλής υγρασίας, έχουμε απώλεια σήματος. Αυτό οφείλεται στην αύξηση των οπτικών απωλειών στη μήτρα του ZnO, λόγω αλλαγών στην ηλεκτρονική δομή της επιφάνειάς του υπό την επίδραση της υγρασίας. Αυτό το φαινόμενο έχει παρατηρηθεί και σε άλλους τύπους αισθητήρων, οι οποίοι βασίζονται στις ιδιότητες του [15],[16].

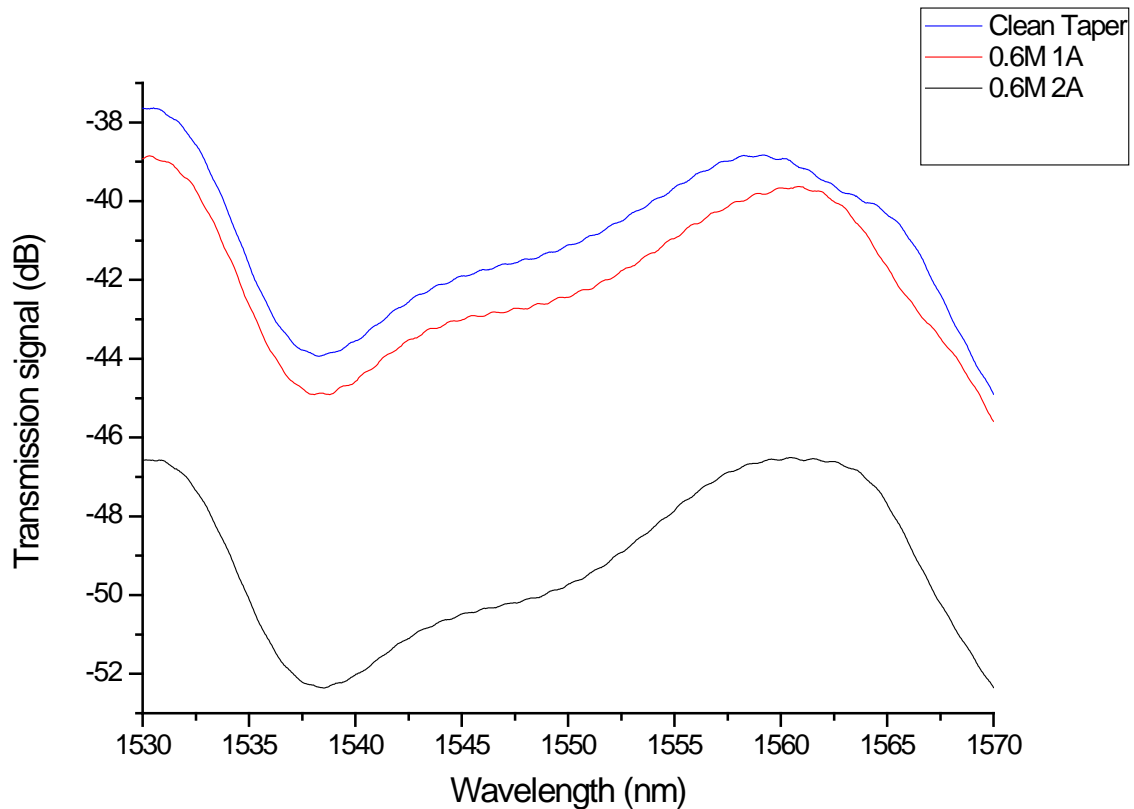
Παρατηρούμε επίσης, ότι όσο περισσότερο αυξάνεται η επίστρωση του οξειδίου υλικού επάνω στην εκλεπτυσμένη οπτική ίνα, ο αισθητήρας γίνεται πιο ευαίσθητος στις αλλαγές της υγρασίας, αφού, λόγω του υψηλού δείκτη διάθλασης του ($n_{\text{ZnO}} \sim 2.0$), περισσότερο φως κυματοδηγείται στην εν λόγω περιοχή του οξειδίου και κατά συνέπεια αλληλοεπιδρά με αυτό.



Εικόνα 5.2 – Ένταση φασματικού σήματος διέλευσης από μία εκλεπτυσμένη ίνα διαμέτρου $25\mu\text{m}$ και μήκους εκλέπτυνσης 1mm για διαφορετική συγκέντρωση διαλύματος zinc acetate

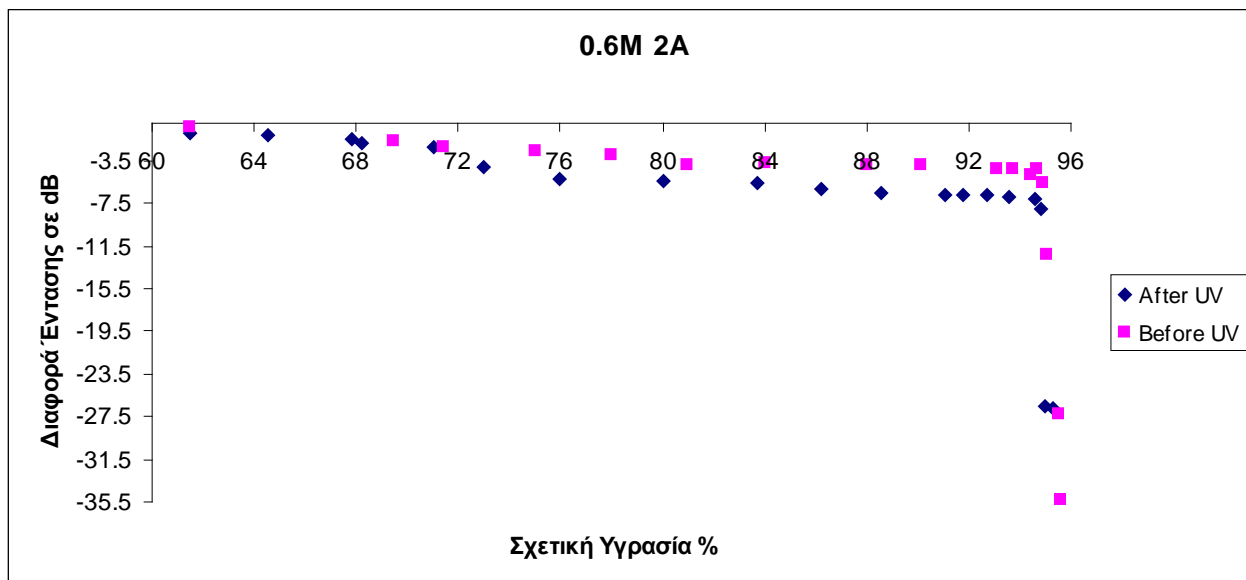


Εικόνα 5.3 – Ένταση φασματικού σήματος διέλευσης από μία εκλεπτυσμένη ίνα διαμέτρου $25\mu\text{m}$ και μήκους εκλέπτυνσης 1mm για διαφορετικό αριθμό στρώσεων ZnO, συγκέντρωσης 0.152M

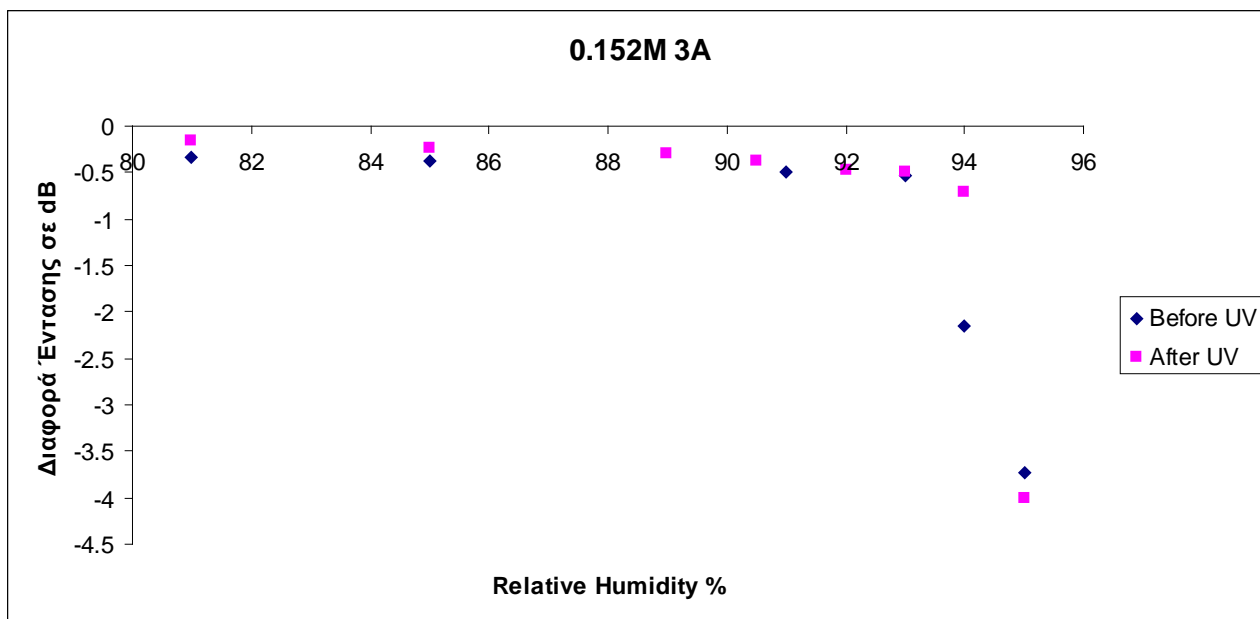


Εικόνα 5.4 – Ένταση φασματικού σήματος διέλευσης από μία εκλεπτυσμένη ίνα διαμέτρου $25\mu\text{m}$ και μήκους εκλέπτυνσης 1mm για διαφορετικό αριθμό στρώσεων ZnO , συγκέντρωσης 0.6M

Στη συνέχεια ακτινοβολήσαμε με λάμπα υπεριώδους, με φάσμα συνεχούς εκπομπής στα 254nm εντάσεως 10mA για 20 λεπτά, την περιοχή της εκλεπτυσμένης ίνας με την επίστρωση του ZnO , για να δημιουργηθούν επιπλέον ηλεκτρονικοί φορείς (ηλεκτρόνια και οπές) και να αυξηθεί η ευαισθησία στις υδροξυλιακές ομάδες $-\text{OH}$ και κατά συνέπεια στην υγρασία. Έπειτα επαναλάβαμε τις μετρήσεις διέλευσης σε περιβάλλον ελεγχόμενης υγρασίας με τις φωτοβολημένες αυτές ίνες. Στις Εικόνες 5.5 και 5.6 παρουσιάζονται οι μετρήσεις υγρασίας πριν και μετά την ακτινοβολήση εκλεπτυσμένων οπτικών ινών με επίστρωση ZnO .



Σχήμα 5.5 – Διαφορές τις έντασης της ακτινοβολίας πριν και μετά την ακτινοβόληση με την λάμπα UV για την ίνα με την επίστρωση διαλύματος 0.6M με δύο εναποθέσεις.



Σχήμα 5.6 – Διαφορές τις έντασης της ακτινοβολίας πριν και μετά την ακτινοβόληση με την λάμπα UV για την ίνα με την επίστρωση διαλύματος 0.152M με τρεις εναποθέσεις.

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε μικρές διαφορές στο αισθητήριο της υγρασίας πριν και μετά από την ακτινοβόληση με χρήση υπεριώδους ακτινοβολίας, κάτι που δεν μας επιτρέπει να καταλήξουμε σε κάποιο ασφαλές συμπέρασμα. Ωστόσο δίνει το έναυσμα για μελλοντική μελέτη και βελτίωση αυτού του αισθητήρα. Μια τέτοια μελέτη θα μπορούσε να εστιάζει σε διάφορες ακτινοβολήσεις του υλικού.

Κεφάλαιο VI Συμπεράσματα

Στο τελευταίο κεφάλαιο αυτής της εργασίας θα συνοψίσουμε τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε με βάση την μελέτη που πραγματοποιήσαμε. Επίσης, θα αναφέρουμε κάποια σημεία για μελλοντική μελέτη και επιπλέον βελτίωση των αισθητήρων υγρασίας οι οποίοι αναπτύχθηκαν εδώ.

Στην παρούσα εργασία εξετάστηκε η ανάπτυξη αισθητήρων υγρασίας με χρήση εκλεπτυσμένων οπτικών ινών και επιστρωμάτων αγαρόζης και οξειδίου του Ψευδαργύρου. Για την επίτευξη των παραπάνω μελετήθηκε η θεωρία απλών οπτικών ινών βηματικού δείκτη διάθλασης δύο και τριών επιπέδων, και η θεωρία υπολογισμού ενεργού δείκτη διάθλασης οπτικών ινών των ελαχίστων μεταβολών. Παράλληλα μελετήθηκε η θεωρία διάδοσης φωτός εντός εκλεπτυσμένων οπτικών ινών.

Σε πειραματικό επίπεδο εκλεπτύνθηκαν οπτικές ίνες σε συγκεκριμένες διαμέτρους με χρήση διάταξης θερμικού εφελκυσμού Vytran. Ακολούθως, πραγματώθηκαν διατάξεις και διαδικασίες εναπόθεσης αγαρόζης και οξειδίου του Ψευδαργύρου σε εκλεπτυσμένες οπτικές ίνες. Τέλος, πραγματώθηκε κελί/θάλαμος ελεγχόμενης υγρασίας για τον οπτικό χαρακτηρισμό των αισθητήριων διατάξεων εκλεπτυσμένων οπτικών ινών.

Και οι δύο διατάξεις αισθητήρων, που εξετάστηκαν, επέδειξαν ευαισθησία στις μεταβολές της σχετικής υγρασίας. Είναι αξιοσημείωτη η διαφορά που παρατηρήθηκε στην απόκριση του σήματος διέλευσης μεταξύ των δύο αισθητήρων καθώς αυξάνεται η υγρασία στο χώρο. Το σήμα διέλευσης στον αισθητήρα με την επίστρωση της αγαρόζης, παρουσιάζει μείωση των απωλειών (αύξηση της διέλευσης του φωτός) καθώς αυξάνεται η σχετική υγρασία, ενώ το αισθητήριο με την επίστρωση του οξειδίου του ψευδαργύρου παρουσιάζει αύξηση των απωλειών στις υψηλές υγρασίες (μείωση της διέλευσης του φωτός).

Αυτό οφείλεται στην διαφορετική δομή των δύο υλικών. Στην περίπτωση της αγαρόζης το υλικό είναι πορώδες και εμπεριέχει αέρα στους πόρους του, ο οποίος αντικαθίσταται με τα μόρια νερού, καθώς αυξάνεται η υγρασία. Τα μόρια του νερού έχουν μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης από τον αέρα με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο δείκτης διάθλασης της επίστρωσης. Έτσι το φως κυματοδηγείται πιο περιορισμένα προς το κέντρο του πυρήνα και έχει μικρότερες απώλειες. Στην περίπτωση του ZnO, το οξείδιο του ψευδαργύρου έχει συμπαγή κρυσταλλική μορφή με υψηλό δείκτη διάθλασης, επομένως το νερό που εναποτίθεται στην επιφάνεια της επίστρωσης έχει μικρότερο δείκτη διάθλασης, μειώνοντας το δείκτη διάθλασης της επίστρωσης, με συνέπεια το φως να απλώνεται πιο μακριά από το κέντρο του πυρήνα και να αυξάνονται οι απώλειες του σήματος.

Τα παραπάνω φαινόμενα παρουσίασαν αυξητικό χαρακτήρα αναλογικά με την αύξηση του πάχους των αντιστοιχών υδροευαίσθητων υμενίων. Τέλος, παρουσιάστηκαν μικρές διαφορές, (οριακή αύξηση ευαισθησίας), στη συμπεριφορά

του αισθητήρα με ZnO όταν αυτός ακτινοβολείται με υπεριώδη ακτινοβολία μήκους κύματος 254nm, αλλά χρειάζεται εκτενέστερη μελέτη το θέμα αυτό προκειμένου να αποκρυσταλλωθούν σχετικά συμπεράσματα.

Μία λεπτομερέστερη μελέτη και ο σχεδιασμός των παραπάνω αισθητήρων, όσον αφορά στο πάχος της υγρο-ευαίσθητης επίστρωσης και της διαμέτρου της οπτικής ίνας, θα επέφερε την αύξηση της ανάλογης ευαισθησίας των εν λόγω αισθητήρων υγρασίας και τη χρησιμότητά τους σε πρακτικές εφαρμογές. Τέλος, μία επιπλέον μελέτη της επίδρασης της υπεριώδους ακτινοβολίας στον αισθητήρα του οξειδίου του Ψευδαργύρου θα είχε ιδιαίτερο ακαδημαϊκό και τεχνολογικό ενδιαφέρον.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

1. Cutoff wavelength and number of modes

C++

```
#include<math.h>
#include<iostream>

int main(){
int i,k,s,p ;
double y1,y2,x,z,z2, n1,n2,a,na,l,v,i2,i3;
s=0;
while(s!=3){
//Menu enarksis
std::cout<<"Optical fibers - Modes"<<"\n";
std::cout<<"1.Cutoff wavelength"<<"\n";
std::cout<<"2.Number of propagations modes"<<"\n";

std::cout<<"Press 1 or 2"<<"\n";
std::cin>>s;

if (s==1){
//Cutoff wavelength
std::cout<<"Give n core"<<"\n";
std::cin>>n1;
std::cout<<"Give n clading"<<"\n";
std::cin>>n2;
std::cout<<"Give radius core"<<"\n";
std::cin>>a;

na=sqrt((n1*n1)-(n2*n2));
l=2*3.14*a*na/2.405;
std::cout<<l<<"micormeter ";

}
if(s==2){
std::cout<<"Give n core"<<"\n";
std::cin>>n1;
std::cout<<"Give n clading"<<"\n";
std::cin>>n2;
std::cout<<"Give radius core"<<"\n";
std::cin>>a;
std::cout<<"Give wanted wavelength"<<"\n";
std::cin>>l;
na=sqrt((n1*n1)-(n2*n2));
v=2*3.14*a*na/l;
```

```

i2=2.405;

p=1;
while (i2<=v){
    y1=jn(0,i2);
    y2=jn(1,i2);
    if (y1<0){
        z=-y1;
    }else {z=y1;}

    if (0.0001>z) {
        y1=0;
    }

    if (y1==0){
        p=p+2;}

        if (y2<0){
            z2=-y2;

            }else {z2=y2;}

            if (0.00012>z2) {
                y2=0;
            }

            if (y2==0){

                p=p+2;}

i2=i2+0.001;
}

std::cout<<p<<" Modes ";

}
std::cin>>k;
}
}

```

2. Weakly guiding

Mathematica

```
(*Order*)
v=0;
(*Wavelength*)
λ=1.55;
k=2*Pi/λ;
(*1st layer refractive index*)
n1=1.444;
(*2st layer refractive index*)
n2=1;
(*radius*)
r1=50;

Clear[ne]

V=(k^2)*(r1^2)*((n1^2)-(n2^2));

(*for LP01*)

(*u1[ne_]=k*r1*Sqrt[(n1^2)-(ne^2)];*)
(*U=(1+Sqrt[2])*V/(1+((4+(V^4))^(1/4)))**)

(*for others modes*)
U=5.520*(1-(1/V));

ne=Sqrt[(n1^2)-(U/(r1*k))^2]
```

3. Variational method with one parameter

Mathematica

```
v=(3.645)^2
Clear[x]
q=0.25
σ=x*BesselK[1,x]/BesselK[0,x]
s=(q+2)/2
Δ=(0.262188)^2
U=(v*((σ^2)/(x^2)-1)+(Δ*Gamma[s,σ]/(σ^s)+1)*Exp[σ]-(1+(σ^2)-σ-
(x^2)))/((Exp[σ]-1)/σ+((σ^2)/(x^2)-1))
FindMinimum[U,x]
Plot[U,{x,0,20}]
```


4. Variational method with two parameters

Mathematica

```
(*Wavelength*)
λ=1.55;
k=2*Pi/λ;
(*Core refractive index*)
n1=1.444;
(*Cladding refractive index*)
n2=1;
(*Core radius*)
r1=15;
V=(k^2)*(r1^2)*((n1^2)-(n2^2));
Clear[n,D1]
q=0.25;

s=(q+2)/2;
Δ=((n1^2)-(n2^2))/(2*(n1^2))^2

a=n*BesselK[1,n]/BesselK[0,n];

G=((Gamma[2*s,2*a]-
Gamma[2*s,2*a*D1])/((2*a)^(2*s)))+(Gamma[s,a*D1]*Exp[-
a*D1]/(2*((a/D1)^s)));
H=(2-Exp[-a*D1])*Exp[a*(2-D1)]-(1+2*(a^2)-2*(n^2)-2*a);
F=((2*a*D1+Exp[-a*D1])*Exp[a*(2-D1)]-1)/(a^2)-2*(1+(1/a)-
((a/n)^2));

U=(2*V*((a/n)^2)-1)+4*(Δ^2)*G*Exp[2*a]+H)/F;

z=FindMinimum[U,{n,D1}]
z=Set @@@ z[[1]]

β=Sqrt[(k^2)*(n1^2)-(z/(r1^2))];
(*neff*)
ne=(λ*β)/(2*Pi)
```

5. Three layer waveguides

Mathematica

For n_{eff}

```
(*Order*)
v=1;
(*Wavelength*)
λ=1.55;
k=2*Pi/λ;
(*1st layer refractive index*)
n1=1.444;
(*2st layer refractive index*)
n2=1.4439999;
(*3st layer refractive index*)
n3=1;
(*1st layer radius*)
r1=5;
(*2st layer radius*)
r2=5.00001;
a=r2/r1;
Clear[ne]

u1[ne_]=k*r1*Sqrt[(n1^2)-(ne^2)];
u2[ne_]=k*r1*Sqrt[(n2^2)-(ne^2)];
w3[ne_]=k*r2*Sqrt[(ne^2)-(n3^2)];

Plot[u1[ne],{ne,1.40,1.461}];
Plot[u2[ne],{ne,1.40,1.461}];
w1[ne_]=k*r1*Sqrt[(ne^2)-(n1^2)];
(*J=-D[BesselI[v,w1]]/(w1*BesselI[v,w1]);*)

J[u_]=D[BesselJ[v,u],u]/(u*BesselJ[v,u]);

K[w_]=D[BesselK[v,w],w]/(w*BesselK[v,w]);

p[u_]=BesselJ[v,a*u]*BesselY[v,u]-BesselJ[v,u]*BesselY[v,a*u];
q[u_]=BesselJ[v,a*u]*D[BesselY[v,u],u]-
D[BesselJ[v,u],u]*BesselY[v,a*u];
r[u_]=D[BesselJ[v,a*u],u]*BesselY[v,u]-
BesselJ[v,u]*D[BesselY[v,a*u],u];
s[u_]=D[BesselJ[v,a*u],u]*D[BesselY[v,u],u]-
D[BesselJ[v,u],u]*D[BesselY[v,a*u],u];

plota=ParametricPlot[{u2[ne],p[u2[ne]]},{ne,1.30,1.461},AspectRati
o→1];
```

```

plotb=ParametricPlot[{u2[ne],q[u2[ne]]},{ne,1.30,1.461},AspectRatio→1];
plotc=ParametricPlot[{u2[ne],r[u2[ne]]},{ne,1.30,1.461},AspectRatio→1];
plotd=ParametricPlot[{u2[ne],s[u2[ne]]},{ne,1.30,1.461},AspectRatio→1];

Show[plotc,plotb,plotd,plota];

TEL[ne_]=J[u1[ne]]*(r[u2[ne]]/(a*u2[ne])+K[w3[ne]]*p[u2[ne]]);
TER[ne_]=(K[w3[ne]]*q[u2[ne]]/u2[ne]+s[u2[ne]]/(a*(u2[ne]^2)));

TE[ne_]=J[u1[ne]]*(r[u2[ne]]/(a*u2[ne])+K[w3[ne]]*p[u2[ne]])-
(K[w3[ne]]*q[u2[ne]]/u2[ne]+s[u2[ne]]/(a*(u2[ne]^2)));

s21=(n2/n1)^2;
s23=(n2/n3)^2;
V12=k*r1*Sqrt[(n1^2)-(n2^2)];
V23=k*r2*Sqrt[(n2^2)-(n3^2)];
x1[ne_]=k*n1*(u1[ne]^2)*(u2[ne]^2)/(v*k*ne*(V12^2));
x2[ne_]=k*n3*(a^2)*(u2[ne]^2)*(w3[ne]^2)/(v*k*ne*(V23^2));
HE[ne_]=(p[u2[ne]]^2)+2*x1[ne]*x2[ne]*((n2^2)/(n1*n3))*((2/(Pi*a*(
u2[ne]^2)))^2)+(x1[ne]^2)*(x2[ne]^2)*(J[u1[ne]]*(r[u2[ne]]/(a*u2[n
e])+K[w3[ne]]*p[u2[ne]])-
((K[w3[ne]]*q[u2[ne]]/u2[ne])+(s[u2[ne]]/(a*(u2[ne]^2))))*(J[u1[n
e]]*(s23*r[u2[ne]]/(a*u2[ne])+K[w3[ne]]*p[u2[ne]])-
(s21*(K[w3[ne]]*q[u2[ne]]/u2[ne])+(s23*s[u2[ne]]/(a*(u2[ne]^2))))))
-(x1[ne]^2)*(J[u1[ne]]*p[u2[ne]]-
s21*q[u2[ne]]/u2[ne])*(J[u1[ne]]*p[u2[ne]]-q[u2[ne]]/u2[ne])-
(x2[ne]^2)*(K[w3[ne]]*p[u2[ne]]+s23*r[u2[ne]]/(a*u2[ne]))*(K[w3[ne
]]*p[u2[ne]]+s23*r[u2[ne]]/(a*u2[ne]));

(*You must put where to search for root!!!*)
FindRoot[HE[ne],{ne,1.439}]

(*

plot1=ParametricPlot[{u1[ne],HE[ne]},{ne,1,1.9},AspectRatio→1];
plot2=ParametricPlot[{u1[ne],TER[ne]},{ne,1.44,1.48},AspectRatio→1
];
Show[plot1,plot2];
*)

```

For plot field

```
v=0;
λ=1.55;
k=6.283184/λ;
n1=1.444;
n2=1.439999;
n3=1;
r1=5;
r2=5.00001;
a=r2/r1;

r11=2.5;
r22=2.500001;
aa=r22/r11;

r3=1;
ne=1.439438;
nee=1.427628;

u1=k*r1*Sqrt[(n1^2)-(ne^2)];
u2=k*r1*Sqrt[(n2^2)-(ne^2)];
w3=k*r2*Sqrt[(ne^2)-(n3^2)];

u11=k*r11*Sqrt[(n1^2)-(ne^2)];
u22=k*r11*Sqrt[(n2^2)-(ne^2)];
w33=k*r22*Sqrt[(ne^2)-(n3^2)];

(*
u11=k*r1*Sqrt[(n1^2)-(nee^2)];
w33=k*r3*Sqrt[(nee^2)-(n3^2)];
e11[r_]=(u1/r1)*D[BesselJ[v,u1*r/r1]];
e33[r_]=(w3/r2)*D[BesselK[v,w3*r/r1]];
e44[r_]=(w3/r2)*D[BesselK[v,-w3*r/r1]];
*)

e1[r_]=(u1/r1)*D[BesselJ[v,u1*r/r1]];
e2[r_]=- (u2/r1)*D[BesselJ[v,u2*r/r1]]+D[BesselY[v,u2*r/r1]];
e3[r_]=(w3/r2)*D[BesselK[v,w3*r/r1]];
e4[r_]=(w3/r2)*D[BesselK[v,-w3*r/r1]];

y1[r_]=BesselJ[v,u1*r/r1];
y2[r_]=(BesselJ[v,u2*r/r1]+BesselY[v,u2*r/r1]);
y3[r_]=BesselK[v,w3*r/r2];

y[r_]=(200000000*BesselK[v,-w3*r/r2]*HeavisideTheta[-r-r2]-
(BesselJ[v,u2*r/r1]+BesselY[v,-
```

```

u2*r/r1))*HeavisideTheta[r+r2]*HeavisideTheta[-r-
r1]+BesselJ[v,u1*r/r1]*HeavisideTheta[r+r1]*HeavisideTheta[-r+r1]-
(BesselJ[v,u2*r/r1]+Bessely[v,u2*r/r1])*HeavisideTheta[r-
r1]*HeavisideTheta[-
r+r2]+200000000*BesselK[v,w3*r/r2]*HeavisideTheta[r-r2])*2.69502;

```

```

y2[r_]=(60000*BesselK[v,-w33*r/r22]*HeavisideTheta[-r-r22]-
(BesselJ[v,u22*r/r11]+Bessely[v,-
u22*r/r11])*HeavisideTheta[r+r22]*HeavisideTheta[-r-
r11]+BesselJ[v,u11*r/r11]*HeavisideTheta[r+r11]*HeavisideTheta[-
r+r11]-
(BesselJ[v,u22*r/r11]+Bessely[v,u22*r/r11])*HeavisideTheta[r-
r11]*HeavisideTheta[-
r+r22]+60000*BesselK[v,w33*r/r22]*HeavisideTheta[r-r22])*2.69502;

```

```

(*yy[r_]=(0.2*BesselK[v,-w33*r/r2]*HeavisideTheta[-r-
r1]+BesselJ[v,u11*r/r1]*HeavisideTheta[r+r1]*HeavisideTheta[-
r+r1]+0.2*BesselK[v,w33*r/r2]*HeavisideTheta[r-
r1])*1.02389159204620;*)

```

```

N1=1/Sqrt[NIntegrate[Abs[y[r]]^2,{r,-Infinity,Infinity}]];

```

```

N2=NIntegrate[Abs[y[r]]^2,{r,r1,Infinity}]/NIntegrate[Abs[y[r]]^2,
{r,r1,Infinity}]NIntegrate[Abs[y[r]]^2,{r,r1,Infinity}]

```

```

Plot1=Plot[y[r],{r,-10,10},PlotStyle→Red];

```

```

Plot2=Plot[y2[r],{r,-10,10},PlotStyle→Green];

```

```

Show[Plot2,Plot1]

```

Αναφορές

1. Serway, “Physics for scientist and engineers” Τόμος III (Λ. Κ. Ρεσβάνη, Αθήνα 1990)
2. Allen H. Cherin, “AN INTRODUCTION TO OPTICAL FIBERS” (McGraw-Hill, New York ,1983)
3. Brian Culshaw, Alan Kersey, “Fibers-Optic Sensing: A Historical Perspective” (JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, VOL. 26, NO. 9, MAY 1, 2008)
4. Selina Gail Farwell, “Fused Tapered Optic Devices” (University of Southampton September 1997)
5. D. Gloge, “Weakly Guiding Fibers” (APPLIED OPTICS / Vol. 10, No. 10 / October 1971)
6. Stavros Pissadakis, “BRAGG GRATING IN OPTICAL WAVEGUIDES, GLASSES AND THIN OXIDE FILMS INDUCED BY EXCIMER LASER RADIATION” (University of Southampton, July 2000)
7. Charles Y. H. Tsao, David N. Payne, and W. Alec Gambling, “Modal characteristics of three-layered optical fiber waveguides: a modified approach” (Vol. 6, No. 4/April 1989/J. Opt. Soc. Am. A)
8. David J. Griffiths, “Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική” (Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 2012)
9. Donald L. Lee, “ELECTROMAGNETIC PRINCIPLES OF INTEGRATED OPTICS” (John Wiley & Sons, 1986)
10. Gemma De Angelis, Gaetano Panariello, and Antonio Scaglione, “A Variational Method to Approximate the Field of Weakly Guiding Optical Fibers by Laguerre–Gauss/Bessel Expansion” (JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, VOL. 17, NO. 12, DECEMBER 1999)
11. ANURAG SHARMA, S.I. HOSAIN T, A. K. GHATAK, “The fundamental mode of graded-index fibres: simple and accurate variational methods” (*Optical and Quantum Electronics* 14 (1982) 7-15)
12. Kyu J. Lee, Debra Wawro, Purnomo S. Priambodo, Robert Magnusson, “Agarose-Gel Based Guided-Mode Resonance Humidity Sensor” (IEEE SENSORS JOURNAL, VOL. 7, NO. 3, MARCH 2007)
13. Ca´ndido Baria´in, Ignacio R. Mat´ias), Francisco J. Arregui, Manuel Lo´pez-Amo, “Optical fiber humidity sensor based on a tapered fiber coated with agarose gel” (Elesvier Sensors and Actuators B 69 _2000. 127–131, May 2000)

14. I. Konidakis , M. Androulidaki, G. Zito, S. Pissadakis, “Thin Solid Films” (ELSEVIER 555 2014 76–80)
15. A.Klini, S.Pissadakis, R.N.Das, E.P Giannelis, S.H.Anastasiadis and D.Anglos, “ZnO-PDMS nanohybrids: A novel optical sensing platform for ethanol vapour detection at room temperature”, (*J. Phys. Chem. C* 119, pp. 623–631 (2015))
16. M.Konstantaki, A.Klini, D.Anglos, S.Pissadakis, “An ethanol vapour detection probe based on a ZnO nanorod overlaid optical fibre long-period grating”, (*Optics Express* 20, pp. 8472-8484 (2012))