



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ  
ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ: ΟΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΣΤΗΝ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**Η διδασκαλία της Γεωμετρίας, με τη χρήση Τεχνολογιών της Πληροφορίας και  
των Επικοινωνιών, στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση**

Μεταπτυχιακή Διπλωματική εργασία

**Εκπόνηση:** Ανδρέου Παντελής rtprep598

**Επιβλέπων καθηγητής:** Ζαράνης Νικόλαος

**Δεύτερος επόπτης :** Αμπαρτζάκη Μαρία

**Ρέθυμνο, 2023 – 2024**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας, ιδίως στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, αποτελεί αντικείμενο συνεχούς ενασχόλησης τόσο των εκπαιδευτικών όσο και των ερευνητών. Αναλυτικότερα, τα ερευνητικά αποτελέσματα επισημαίνουν την ελλιπή ή λανθασμένη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών από σημαντικό μέρος του μαθητικού δυναμικού, η οποία είναι δυνατόν να βελτιωθεί μέσω της διδακτικής αξιοποίησης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.). Με λίγα λόγια, οι ποικίλες μελέτες αναφέρουν ότι οι Τ.Π.Ε. συνιστούν αρωγό των εκπαιδευτικών στην προσπάθειά τους να βοηθήσουν τους/τις μαθητές/τριές τους να κατανοήσουν τις έννοιες της Γεωμετρίας και να αντιληφθούν πληρέστερα τα γεωμετρικά σχήματα. Το παραπάνω αποτέλεσε και την αφορμή για την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας.

Για ποιον, όμως, λόγο η εισαγωγή των Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία επιφέρει την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών; Ο λόγος για τον οποίο συμβαίνει αυτό είναι επειδή οι υπολογιστές προσελκύουν το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων. Έτσι, οι μαθητές/τριες συμμετέχουν ενεργά στην εκπαιδευτική διαδικασία, προσπαθώντας να ανακαλύψουν τις ποικίλες γεωμετρικές έννοιες.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Ζαράνη Νικόλαο, για την καθοδήγηση, τις πολύτιμες συμβουλές και την αμέριστη βοήθεια που μου προσέφερε, ώστε να ολοκληρώσω τη συγκεκριμένη εργασία.

## Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία συνιστά μία προσπάθεια αξιοποίησης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.) στη διδασκαλία της Γεωμετρίας της Ε' τάξης του Δημοτικού Σχολείου. Αναλυτικότερα, η εργασία διαπραγματεύεται μια διδακτική παρέμβαση, βασισμένη σε εκπαιδευτικές δραστηριότητες που αξιοποιούν τη χρήση των Τ.Π.Ε, με απώτερο σκοπό, σε περίπτωση εφαρμογής της, να υπάρξει βελτίωση της κατανόησης διαφόρων γεωμετρικών εννοιών εκ μέρους των μαθητών/τριών. Ο σχεδιασμός της διδακτικής μας παρέμβασης πραγματοποιήθηκε σύμφωνα με τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης van Hiele.

**Λέξεις – κλειδιά:** Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.), Μαθηματικά, Γεωμετρία, Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, επίπεδα van Hiele, Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.)

## Πίνακας περιεχομένων

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	2
Περίληψη.....	3
Κεφάλαιο 1 .....	5
1.1. Εισαγωγή.....	5
1.2. Περιληπτική παρουσίαση της εργασίας.....	6
Κεφάλαιο 2 .....	7
2.1. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση .....	7
2.2. Θεωρητικό υπόβαθρο .....	8
2.2.1. Το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele.....	8
2.2.1.2. Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης.....	8
2.2.1.3. Χαρακτηριστικά των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης .....	12
2.2.1.4. Φάσεις μάθησης.....	13
2.2.1.5. Τροποποίηση του μοντέλου από τον Alan Hoffer .....	13
2.2.1.6. Παιδαγωγική αξία του μοντέλου.....	14
Κεφάλαιο 3 .....	15
3.1. Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην εκπαίδευση.....	15
3.1.1. Μάθηση μέσω φορητών συσκευών.....	16
3.1.2. Παιδαγωγική αξιοποίηση ταμπλετών.....	18
3.1.3. Φορητές συσκευές και διδασκαλία των Μαθηματικών.....	18
3.2. Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.) .....	19
3.2.1. Η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας.....	19
3.2.2. Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.) στην εκπαίδευση .....	21
3.2.3. Αξιοποίηση της Ε.Π. στη διδασκαλία των θετικών επιστημών .....	22
Κεφάλαιο 4 .....	23
4.1. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με τη χρήση Τ.Π.Ε. στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση.....	23
4.2. Ανάπτυξη της Γεωμετρικής Σκέψης με χρήση Τ.Π.Ε. ....	24
4.3. Η Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα.....	25
Κεφάλαιο 5 .....	29
Η διδασκαλία για τα τρίγωνα στην Ε' τάξη του Δημοτικού Σχολείου σύμφωνα με το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα .....	29
Κεφάλαιο 6 .....	35
Πρόταση διδασκαλίας για τα τρίγωνα στην Ε' τάξη του Δημοτικού Σχολείου με τη χρήση ΤΠΕ .....	35
6.1. Επίπεδα van Hiele.....	35
6.2. Παρουσίαση της διδακτικής παρέμβασης.....	37
Κεφάλαιο 7 .....	38
Συμπεράσματα – Επίλογος.....	38
Κεφάλαιο 8 .....	39
Βιβλιογραφία.....	39
Παράρτημα Ι.....	45
Παράρτημα ΙΙ.....	47
Παράρτημα ΙΙΙ.....	59
Παράρτημα ΙV .....	64

## Κεφάλαιο 1

### 1.1. Εισαγωγή

Η άφιξη και η ταχεία διάδοση της τεχνολογίας, τις τελευταίες δεκαετίες του 20<sup>ου</sup> αιώνα, επέφεραν σημαντικές αλλαγές στην καθημερινή ζωή των ατόμων. Οι συγκεκριμένες αλλαγές επηρέασαν και τους τρόπους μάθησης και διδασκαλίας, με αποτέλεσμα οι σημερινοί μαθητές/τριες να μην ομοιάζουν διόλου με τις προηγούμενες γενιές (Prensky, 2001).

Αναλυτικότερα, οι νέοι εκπαιδευόμενοι επιζητούν την αξιοποίηση της τεχνολογίας, προκειμένου να αποκτήσουν κίνητρο και να συμμετάσχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία. Αυτό είναι απολύτως λογικό, καθώς οι σημερινοί μαθητές/τριες είναι “ψηφιακοί ιθαγενείς”. Περιβάλλονται, δηλαδή, από τη στιγμή της γέννησής τους, από πληθώρα ψηφιακών μέσων, τα οποία μαθαίνουν να χρησιμοποιούν σταδιακά (Prensky, 2001). Η συνεχής αλληλεπίδραση των νέων ατόμων με την τεχνολογία έχει ως αποτέλεσμα την απόκτηση εξελιγμένων ψηφιακών δεξιοτήτων από μέρους τους, δεξιοτήτων που τους επιτρέπουν να επεξεργάζονται ταυτόχρονα και με αυξημένη ταχύτητα ποικίλων ειδών πληροφορίες σε σύγκριση με τις προηγούμενες γενιές (Prensky, 2001).

Τα προαναφερθέντα καθιστούν σαφές το διεθνές ερευνητικό ενδιαφέρον σε σχέση με το ζήτημα της εκπαιδευτικής αξιοποίησης των Τ.Π.Ε. (Attard & Curry, 2012, Goodwin, 2012, Prensky, 2001). Μάλιστα, οι έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί επισημαίνουν τα οφέλη της ενσωμάτωσης των ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία των Μαθηματικών και κυρίως, της Γεωμετρίας. Αυτό αποτέλεσε και το έναυσμα για την παρούσα διπλωματική εργασία, η οποία επιδιώκει να μελετήσει περαιτέρω τη συνεισφορά της ενσωμάτωσης των Τ.Π.Ε. στην καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών. Πιο συγκεκριμένα, η εργασία επιδιώκει να αναδείξει τα θετικά αποτελέσματα της αξιοποίησης λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας στη διδασκαλία του γνωστικού αντικείμενου των τριγώνων της Ε' Δημοτικού, το οποίο δυσκολεύει τους εκπαιδευόμενους, καθώς απαιτεί ικανότητες αφαιρετικής σκέψης και συνδυασμού θεωρητικής και πρακτικής σκέψης (Lin, Chen, & Chang, 2015, Sommerauer & Müller, 2014).

Ο σχεδιασμός της διδακτικής παρέμβασης βασίστηκε στη θεωρία της γεωμετρικής σκέψης van Hiele, από την οποία αξιοποιήθηκαν μόνο τα δύο πρώτα από τα πέντε επίπεδα, καθώς αυτά αντιστοιχούν στη συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα. Η συνοπτική παρουσίαση της εργασίας παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

## 1.2. Περιληπτική παρουσίαση της εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία με τίτλο *“Η διδασκαλία της Γεωμετρίας, με τη χρήση Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών, στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση”* εκπονήθηκε στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών *“Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση”* του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Κρήτης κατά τη χρονική περίοδο 2023 – 2024.

Αναφορικά με την επίβλεψη της εργασίας συντελέστηκε από τον καθηγητή κ. Ζαράνη Νικόλαο, του οποίου οι εύστοχες παρατηρήσεις και τα σχόλια συνέβαλαν στη βελτίωση του τελικού αποτελέσματος.

Όσον αφορά τη διάρθρωση της εργασίας, στο Κεφάλαιο 1, από τη μία, ο αναγνώστης ενημερώνεται γενικά για το θέμα και από την άλλη, πληροφορείται για το περιεχόμενο του εκάστοτε κεφαλαίου της εργασίας. Στο Κεφάλαιο 2 αναλύεται το θεωρητικό πλαίσιο του ερευνητικού προβλήματος, ενώ αποσαφηνίζονται και ποικίλες γεωμετρικές έννοιες. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης van Hiele και η παιδαγωγική τους αξία. Στο Κεφάλαιο 3 αποσαφηνίζεται η έννοια της επαυξημένης πραγματικότητας και περιγράφονται τα πλεονεκτήματα της αξιοποίησης των Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία. Στο Κεφάλαιο 4 πραγματοποιείται ανασκόπηση της βιβλιογραφίας αναφορικά με τη συμβολή των Τεχνολογιών της Πληροφορίας των Επικοινωνιών στην ανάπτυξη και καλλιέργεια της γεωμετρικής σκέψης, ενώ παρουσιάζονται και τρόποι αξιοποίησης των ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται αναφορά στον τρόπο διδασκαλίας των τριγώνων της ‘ Δημοτικού βάσει του ισχύοντος αναλυτικού προγράμματος σπουδών. Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται η διδακτική παρέμβαση, στο Κεφάλαιο 7 παρατίθενται τα συμπεράσματα και στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται οι βιβλιογραφικές αναφορές και τα παραρτήματα.

## Κεφάλαιο 2

Το συγκεκριμένο κεφάλαιο απαρτίζεται από δύο υποκεφάλαια. Στο πρώτο από αυτά παρουσιάζονται οι τρόποι διδασκαλίας στην Γεωμετρία στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, ενώ στο δεύτερο αναλύεται το θεωρητικό πλαίσιο. Ειδικότερα, παρουσιάζεται διεξοδικά το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele, επισημαίνεται η παιδαγωγική του αξία και παρατίθενται τρόποι αξιοποίησής του στη διδασκαλία.

### 2.1. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Παρ' όλο που η Γεωμετρία δεν αποτελεί ξεχωριστό μάθημα στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, όπως συμβαίνει στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, συνιστά θεμέλιο λίθο του γνωστικού αντικειμένου των Μαθηματικών. Μάλιστα, τόσο το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) όσο και το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης στην Ελλάδα θεωρούν τη Γεωμετρία ως μία βασική μαθηματική δεξιότητα που πρέπει να κατακτήσει ο/η εκάστοτε εκπαιδευόμενος/η (ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003). Αυτό είναι απόλυτα λογικό, επειδή η Γεωμετρία χρησιμοποιείται συνεχώς στην καθημερινή ζωή των ατόμων ως μέσο ανάλυσης και ερμηνείας του περιβάλλοντα χώρου (Καλαϊτζίδης, Παππά & Σακονίδης, 2017, Sunzuma, 2023).

Αναφορικά με τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, στοχεύει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης και της νοερής σύλληψης των αντικειμένων. *“Αντικείμενο”, δηλαδή “της διδασκαλίας της Γεωμετρίας στο Δημοτικό Σχολείο είναι η μη τοπική γεωμετρία”, “η αντίληψη των γεωμετρικών σχημάτων με βάση τις αισθήσεις και την εμπειρία”* (Καλαϊτζίδης, Παππά & Σακονίδης, 2017: 114).

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας έχει προσελκύσει το διεθνές ερευνητικό ενδιαφέρον, καθώς σημαντικό ποσοστό των εκπαιδευομένων τη θεωρούν ένα από τα δυσκολότερα και πιο δυσνόητα μαθήματα (Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022). Οι σχετικές με το θέμα έρευνες χωρίζονται σε δύο προσεγγίσεις (Hershkowitz, 1989, όπως αναφέρεται στο Κολέζα, 2000).

Αναλυτικότερα, στην πρώτη προσέγγιση (“top-down”), βάση του ερευνητικού σχεδιασμού συνιστά η θεωρία. Προηγείται, δηλαδή, η διατύπωση της θεωρίας, η οποία επιβεβαιώνεται ή απορρίπτεται από τα επακόλουθα ερευνητικά δεδομένα. Συνεπώς, οι διδακτικές δραστηριότητες δεν συνάδουν απαραίτητα με τις μαθησιακές ανάγκες, γιατί επιλέγονται βάσει της συνάφειάς τους με τη θεωρία. Στη συγκεκριμένη κατηγορία ερευνών ανήκει και η έρευνα του Piaget και Inhelder (1967, όπως αναφέρεται στο Κολέζα, 2000) σε σχέση με τη χωρική αντίληψη των μαθητών/τριών και τις

ιδιότητες των αντικειμένων του πραγματικού κόσμου, οι οποίες παραμένουν αναλλοίωτες κατά τη διάρκεια της μετάβασης από τον πραγματικό κόσμο στο πεδίο αναπαράστασης των εκπαιδευομένων.

Αναφορικά με τη δεύτερη προσέγγιση ερευνών (“bottom-up”), στοχεύουν στην παρατήρηση, κατανόηση και ερμηνεία των λειτουργιών των παιδιών. Συνεπώς, βάση αυτού του είδους ερευνών δεν αποτελεί η θεωρία. Αντίθετα, η θεωρία λειτουργεί ως μέσο εξήγησης των αποτελεσμάτων της έρευνας. Επιπρόσθετα, σε αυτήν την κατηγορία ερευνών, τα ερευνητικά αποτελέσματα ενδέχεται να μεταβάλλουν υπάρχουσες θεωρίες ή να προάγουν τη διατύπωση νέων θεωριών. Δέον να σημειωθεί ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των ερευνών που αναφέρονται στη διδασκαλία της Γεωμετρίας ανήκει στη συγκεκριμένη προσέγγιση και αξιοποιεί τα επίπεδα van Hiele, που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, ως θεωρητικό πλαίσιο ερμηνείας των αποτελεσμάτων (Κολέζα, 2000). Θα ασχοληθούμε μόνο με τα δύο πρώτα επίπεδα van Hiele, καθώς αυτά αντιστοιχούν στην ηλικία των μαθητών/τριών της Ε' Δημοτικού.

## **2.2. Θεωρητικό υπόβαθρο**

### **2.2.1. Το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele**

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η διδασκαλία της Γεωμετρίας απασχολεί ιδιαίτερα τόσο τους ερευνητές όσο και τους παιδαγωγούς. Ένα μοντέλο κατανόησης των γεωμετρικών εννοιών, το οποίο επηρέασε σε σημαντικό βαθμό τα αναλυτικά προγράμματα διαφόρων χωρών, είναι αυτό των van Hiele. Η προαναφερθείσα θεωρία, παρ' όλο που αναπτύχθηκε το 1957, στο πανεπιστήμιο Utrecht, από δύο Ολλανδούς παιδαγωγούς, τον Pierre Marie van Hiele και τη σύζυγό του, Dina van Hiele – Geldof, εφαρμόζεται ακόμα και τη σύγχρονη εποχή. Μάλιστα, ποικίλες μελέτες έχουν διεξαχθεί σε πολλές χώρες, συμπεριλαμβανομένης και της Ελλάδας, για να ελέγξουν την ισχύ του συγκεκριμένου μοντέλου (Van de Walle, 2007, Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022 Καλαϊτζίδης, Παππά & Σακονίδης, 2017).

Βάση της δημιουργίας της θεωρίας γεωμετρικής σκέψης van Hiele αποτέλεσε το αξίωμα του ότι η μάθηση είναι μια ασυνεχής διαδικασία με ποικίλα επίπεδα. Επομένως, η απόκτηση γεωμετρικής σκέψης αποτελεί κι αυτή μια σταδιακή διαδικασία, η οποία περιλαμβάνει διάφορα επίπεδα και μαθησιακές φάσεις.

#### **2.2.1.2. Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης**

Το μοντέλο van Hiele αποτελείται από πέντε ιεραρχημένα επίπεδα ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (αναγνώριση, ανάλυση, άτυπη σκέψη, τυπική σκέψη, αυστηρότητα), τα οποία παρουσιάζουν



την εξελικτική πορεία της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών/τριών. Το προϊόν σκέψης του εκάστοτε επιπέδου αποτελεί το αντικείμενο σκέψης του επόμενου επιπέδου (Van de Walle, 2007).

Σύμφωνα με τη συγκεκριμένη θεωρία, οι εκπαιδευόμενοι/ες περνάνε μέσα από όλα τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης. Ξεκινούν, δηλαδή, από την απλή αναγνώριση ενός σχήματος και, υποβοηθούμενοι από κατάλληλες εκπαιδευτικές πρακτικές, πρακτικές που ανταποκρίνονται στις γνώσεις τους, καταλήγουν στη διατύπωση γεωμετρικών αποδείξεων (Van de Walle, 2007, Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022).

Θεμέλιος λίθος για τη μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο συνιστά η γεωμετρική εμπειρία. Σε κάθε επίπεδο περιγράφονται οι γνώσεις που διαθέτουν τα άτομα σε αυτό, ενώ αναλύεται και ο τρόπος σκέψης τους (τα αντικείμενα σκέψης του) και το πώς αυτός μεταβάλλεται στο επόμενο επίπεδο (Van de Walle, 2007, Καλαϊτζίδης, Παππά & Σακονίδης, 2017).

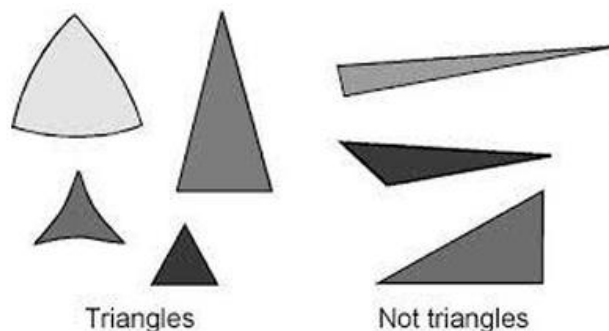
<b>Επίπεδο 1</b>	<b>Αναγνώριση (Visualization)</b>
<b>Επίπεδο 2</b>	<b>Ανάλυση (Analysis)</b>
<b>Επίπεδο 3</b>	<b>Άτυπη Αφαίρεση (Informal Deduction) ή Διάταξη – Ταξινόμηση (Ordering)</b>
<b>Επίπεδο 4</b>	<b>Τυπική Αφαίρεση (Formal Deduction) ή Γενίκευση – Επαγωγή</b>
<b>Επίπεδο 5</b>	<b>Αυστηρότητα (Rigor)</b>

#### **Πίνακας 2.2.1.2. Συνοπτικός πίνακας επιπέδων γεωμετρικής σκέψης van Hiele**

Τα πέντε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης van Hiele είναι διαδοχικά μεταξύ τους και ανεξάρτητα από την ηλικία των ατόμων (Van de Walle, 2007). Τα επίπεδα van Hiele αριθμούνται από τους ερευνητές με τους αριθμούς 1 έως το 5 και παρουσιάζονται συνοπτικά στη συνέχεια.

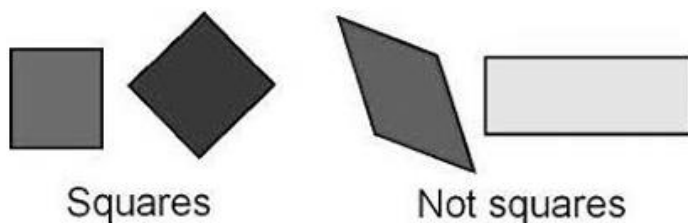
**Επίπεδο 1 – Αναγνώριση (Visualization):** Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν και ταξινομούν τα σχήματα ως ολότητες (gestalt), βασισμένοι στην εξωτερική τους εμφάνιση (Vojkunova, 2012). Οι εκπαιδευόμενοι/ες μπορεί να μην γνωρίζουν με σαφήνεια τις ιδιότητες των σχημάτων, αλλά είναι ικανοί να κάνουν μετρήσεις, να αναγνωρίζουν και να αναπαράγουν ένα σχήμα (π.χ. τετράγωνο, ορθογώνιο, παραλληλόγραμμο, ρόμβος). Δεν είναι, όμως σε θέση να αναγνωρίσουν ότι ένας ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμο. Σε αυτό το επίπεδο, δηλαδή, η αναγνώριση των σχημάτων βασίζεται στα οπτικά πρότυπα (ένα τετράγωνο είναι τετράγωνο επειδή μοιάζει με τετράγωνο), σε μη λεκτική σκέψη. Επομένως, οι μαθητές/τριες δεν έχουν την ικανότητα να αναγνωρίσουν ανεστραμμένα σχήματα παρά μόνο πρότυπα. Με λίγα λόγια, στο επίπεδο 1, η μορφή των σχημάτων διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο και υπερισχύει των ιδιοτήτων τους. Τέλος,

αντικείμενο σκέψης του επιπέδου 1 είναι η μορφή των σχημάτων και προϊόντα σκέψης του είναι ομάδες σχημάτων που φαίνεται ότι “ομοιάζουν” (Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022, Van de Walle, 2007).



**Εικόνα 2.1.: Αναγνώριση τριγώνων στο επίπεδο 1** (Vojkunkova, 2012: 72)

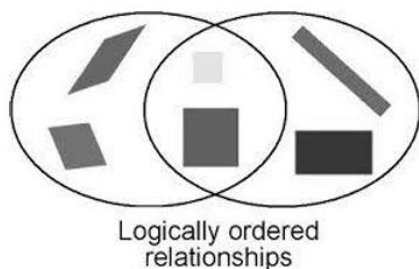
**Επίπεδο 2 – Ανάλυση (Analysis):** Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι εκπαιδευόμενοι/ες αντιλαμβάνονται ότι τα σχήματα είναι φορείς των ιδιοτήτων τους, τα αναγνωρίζουν βάσει αυτών και είναι ικανοί/ες να κατονομάζουν και να καταγράφουν τις ιδιότητές τους (Vojkunkova, 2012:73). Συνεπώς, το λεξιλόγιο διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην περιγραφή των σχημάτων. Επίσης, οι μαθητές/τριες εξετάζουν ομάδες γεωμετρικών σχημάτων και μέσω παρατήρησης και πειραματισμού, αρχίζουν να συλλογίζονται τα χαρακτηριστικά που καθιστούν ένα σχήμα τετράγωνο, ορθογώνιο, κτλ. Δεν είναι, όμως, ακόμα σε θέση να κατανοήσουν ότι μία ιδιότητα συνιστά υποκατηγορία της άλλης. Δεν αναγνωρίζουν, δηλαδή, τις σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών σχημάτων. Τέλος, τα αντικείμενα σκέψης του επιπέδου 2 είναι τάξεις σχημάτων και τα προϊόντα σκέψης του είναι οι ιδιότητες των σχημάτων (Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022, Τουμάσης, 2004, Van de Walle, 2007).



**Εικόνα 2.2. Αναγνώριση σχημάτων στο επίπεδο 2 με βάση μία ιδιότητα** (Vojkunkova, 2012: 73)

**Επίπεδο 3 – Άτυπη Αφαίρεση (Informal Deduction) ή Διάταξη – Ταξινόμηση (Ordering):** Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι μαθητές/τριες έχουν ταξινομήσει λογικά τις ιδιότητες των σχημάτων, κατανοώντας ότι μία ιδιότητα προηγείται ή ακολουθεί της άλλης (Vojkunkova, 2012: 73). Επίσης, είναι σε θέση να διατυπώνουν αφηρημένους ορισμούς και λογικές αποδείξεις, ενώ μπορούν να αξιοποιήσουν και τις γνώσεις τους, για να ορίσουν τα σχήματα. Επιπλέον, αντιλαμβάνονται τις σχέσεις που υπάρχουν μέσα στο ίδιο σχήμα, αλλά και τις σχέσεις μεταξύ διαφορετικών σχημάτων. Τέλος, τα αντικείμενα σκέψης του επιπέδου 3 είναι οι ιδιότητες των σχημάτων και τα προϊόντα

σκέψης του είναι οι σχέσεις ανάμεσα στις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων (Τουμάσης, 2004, Van de Walle, 2007).



**Εικόνα 2.3. Λογική ταξινόμηση των παραλληλογράμμων στο επίπεδο 3** (Vojkunkova, 2012: 73)

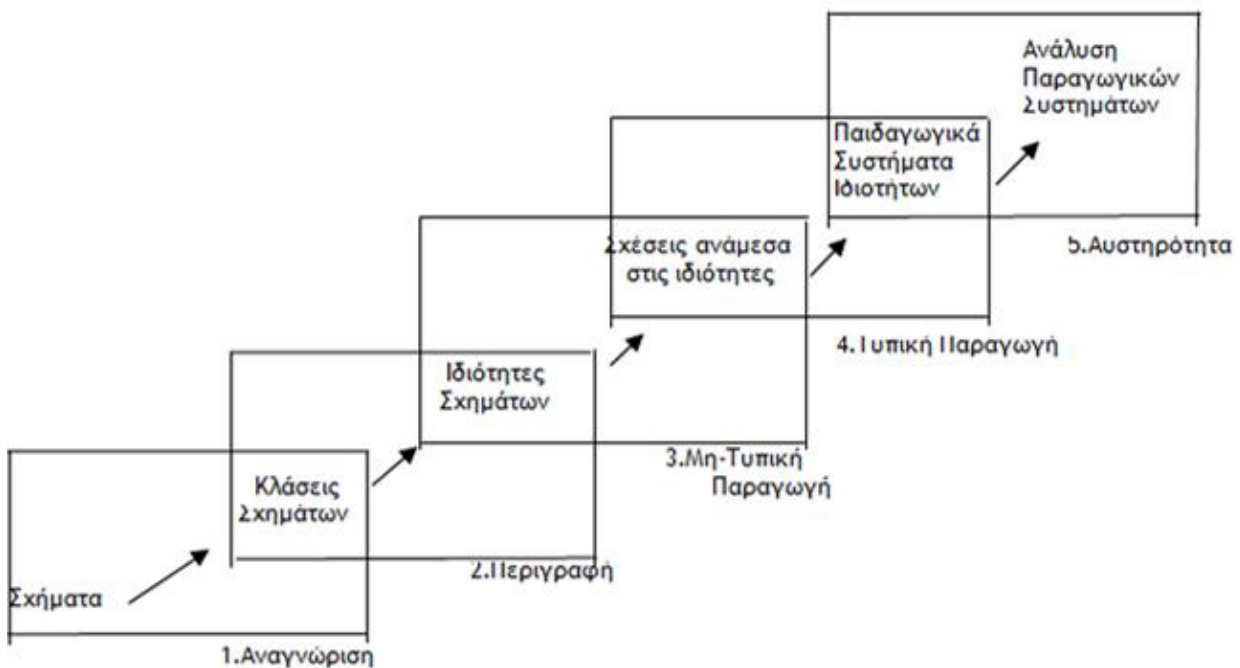
**Επίπεδο 4 – Τυπική Αφαίρεση (Formal Deduction) ή Γενίκευση – Επαγωγή:** Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι μαθητές/τριες είναι σε θέση να κατανοούν τον ρόλο των ορισμών και των αξιωμάτων, αλλά και τη σημασία της επαγωγής (Vojkunkova, 2012: 73). Ακόμα, διατυπώνουν μόνοι/ες τους υποθέσεις, τις οποίες προσπαθούν να αποδείξουν, ενώ είναι σε θέση να ανακαλύψουν και τις σχέσεις μεταξύ των ποικίλων θεωρημάτων και να προβούν σε γενικεύσεις, αξιοποιώντας την εις άτοπον απαγωγή. Τέλος, τα αντικείμενα σκέψης του επιπέδου 4 είναι οι σχέσεις ανάμεσα στις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων και τα προϊόντα σκέψης του είναι παραγωγικά αξιωματικά συστήματα για τη Γεωμετρία (Τουμάσης, 2004, Van de Walle, 2007).

**Επίπεδο 5 – Αυστηρότητα (Rigor):** Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι εκπαιδευόμενοι/ες αντιλαμβάνονται τη σημασία της ύπαρξης και της ακριβούς διατύπωσης των διάφορων αξιωματικών παραγωγικών συστημάτων. Επίσης, προσπαθούν να ανακαλύψουν και τις σχέσεις μεταξύ των ποικίλων αξιωματικών συστημάτων, κατανοώντας την αναγκαιότητα της απόδειξης με εις άτοπον απαγωγή. Το επίπεδο 5 είναι το ανώτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης (Van de Walle, 2007).

Δέον να σημειωθεί ότι οι Clements & Battista (1992: 429) εισήγαγαν και το **Επίπεδο 0 – Προαναγνώριση (Pre – Recognition)**. Στο συγκεκριμένο επίπεδο οι μαθητές/τριες γνωρίζουν ένα υποσύνολο οπτικών χαρακτηριστικών για ένα σχήμα, με αποτέλεσμα να είναι σε θέση να το αναγνωρίσουν. Μπορούν, δηλαδή, να αναγνωρίσουν ένα τετράγωνο, αλλά όχι όλα τα τετράγωνα. Τέλος, είναι σε θέση να εντοπίσουν τις διαφορές μεταξύ σχημάτων διαφορετικής τάξης (κύκλος – τετράγωνο), αλλά όχι μεταξύ σχημάτων της ίδιας τάξης (τετράγωνο – τρίγωνο).

### 2.2.1.3. Χαρακτηριστικά των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης

Ο Pierre Marie van Hiele και η Dina van Hiele – Geldof, παρατηρώντας τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των μαθητών/τριών, κατέληξαν στο ότι η μάθηση είναι μια ασυνεχής διαδικασία, η οποία μπορεί να χωριστεί σε διακριτά στάδια, όπως έχει ήδη αναφερθεί. Με γνώμονα την προηγούμενη θέση διατύπωσαν το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης τους, που αποτελείται από 5 επίπεδα. Οι εκπαιδευόμενοι/ες περνούν διαδοχικά από το ένα επίπεδο στο άλλο, χωρίς να είναι δυνατή η υπερπήδηση κάποιου από αυτά. Άλλωστε, το προϊόν σκέψης ενός επιπέδου είναι το αντικείμενο σκέψης του επόμενου επιπέδου, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.4. Επομένως, οι έννοιες που βρίσκονται σε λανθάνουσα κατάσταση σε ένα επίπεδο κατανοούνται στο επόμενο επίπεδο. Τέλος, το κάθε επίπεδο είναι ανεξάρτητο από την ηλικία των ατόμων και διαθέτει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα, με αποτέλεσμα η ίδια λέξη να έχει διαφορετικό νόημα για άτομα διαφορετικών επιπέδων, γεγονός που δημιουργεί ουσιαστικό μαθησιακό πρόβλημα, ιδίως όταν ο/η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί γλώσσα υψηλότερου επιπέδου από αυτήν που κατανοούν οι μαθητές/τριές του (Van de Walle, 2007).



**Εικόνα 2.4:** Το μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele: Σε κάθε επίπεδο γεωμετρικής σκέψης, οι ιδέες που δημιουργούνται αποτελούν το αντικείμενο σκέψης του επόμενου επιπέδου (Van de Walle, 2007: 521).

#### 2.2.1.4. Φάσεις μάθησης

Η επιτυχής ή ανεπιτυχής μετάβαση των εκπαιδευομένων από το ένα επίπεδο στο άλλο εξαρτάται από τη μέθοδο διδασκαλίας και τις εκπαιδευτικές οδηγίες και όχι από τη βιολογική ωρίμανση των μαθητών/τριών (Vojkunkova, 2012: 74). Ειδικότερα, σύμφωνα με τη θεωρία γεωμετρικής σκέψης van Hiele, η καθοδήγηση του/της εκπαιδευτικού οφείλει να εμπεριέχει μια σειρά δραστηριοτήτων πέντε μαθησιακών φάσεων:

**α. Διερευνητική φάση (Inquiry Phase):** Σε αυτήν τη φάση τα υλικά διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στη διερεύνηση και ανακάλυψη συγκεκριμένων δομών από μέρους των εκπαιδευόμενων. Επίσης, στη συγκεκριμένη φάση εκπαιδευτικοί και εκπαιδευόμενοι/ες συζητούν για τα γεωμετρικά σχήματα, ενώ αξιολογείται και η χρήση παραδειγμάτων – αντιπαραδειγμάτων,

**β. Καθοδηγούμενος προσανατολισμός (Directed Orientation):** Στη συγκεκριμένη φάση αξιοποιούνται οργανωμένες δραστηριότητες διερεύνησης των αντικειμένων, όπως η μέτρηση και η κατασκευή, με απώτερο σκοπό οι μαθητές/τριες να γνωρίσουν σταδιακά τις χαρακτηριστικές δομές των σχημάτων,

**γ. Σαφήνεια (Explication):** Σε αυτήν τη φάση υφίσταται η σταδιακή ανάπτυξη του σχετικού με τις γεωμετρικές έννοιες λεξιλογίου, με παράλληλη παρότρυνση των εκπαιδευόμενων για ορθή χρήση του,

**δ. Ελεύθερος προσανατολισμός (Free Orientation):** Στη συγκεκριμένη φάση οι μαθητές/τριες εμβαθύνουν και εξοικειώνονται με τις γεωμετρικές έννοιες μέσω της εφαρμογής τους,

**ε. Ενσωμάτωση (Integration):** Οι νεοαποκτηθείσες γνώσεις ενσωματώνονται στις ήδη υπάρχουσες (Van de Walle, 2007, Vojkunkova, 2012: 74, Santos, Sobretudo & Hortillosa, 2022).

#### 2.2.1.5. Τροποποίηση του μοντέλου από τον Alan Hoffer

Ο Alan Hoffer, ο οποίος ασχολήθηκε ουσιαστικά με τη Γεωμετρία, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι *“η Γεωμετρία είναι κάτι πολύ περισσότερο από μια απόδειξη”* και ότι *“πολλές φορές είναι σημαντικότερο να σχεδιάσει ο μαθητής ένα γεωμετρικό αντικείμενο, παρά να αποδείξει ένα θεώρημα”* (Hoffer, 1981, όπως αναφέρεται στο Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001: 59). Με γνώμονα την παραπάνω θέση διατύπωσε πέντε δεξιότητες – ικανότητες που οφείλει η διδασκαλία της Γεωμετρίας να αναπτύξει στους/στις μαθητές/τριες:

**α. Οπτικές ικανότητες:** η εξέταση των αντικειμένων βασίζεται στην οπτική πλευρά, καθιστώντας δυνατή ακόμα και την απόδειξη θεωρημάτων μέσω του λογικού συνδυασμού οπτικών στοιχείων,

**β. Λεκτικές ικανότητες:** χρησιμοποιούνται ορισμοί, αξιώματα και θεωρήματα, ενώ οι μαθητές/τριες ασχολούνται με δραστηριότητες διατύπωσης δικών τους θεωρημάτων,

**γ. Ικανότητες σχεδίασης:** η έκφραση των ιδεών των μαθητών/τριών πραγματοποιείται μέσω σχεδίασης σχημάτων, η οποία σχεδίαση προάγει την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών σχέσεων,

**δ. Λογικές ικανότητες:** οι εκπαιδευόμενοι/ες ανάλογα με το επίπεδό τους είναι σε θέση να επιλύσουν ασκήσεις με τη λογική, να κατανοήσουν την ύπαρξη διαφορών και ομοιοτήτων μεταξύ των σχημάτων, να προβούν σε ταξινόμηση των σχημάτων, να διατυπώσουν αποδείξεις και να αναγνωρίσουν τα όρια των αξιωμάτων και των θεωρημάτων και

**ε. Ικανότητες εφαρμογής:** οι μαθητές/τριες προβαίνουν σε αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων σε αντικείμενα καθημερινής ζωής, αντιλαμβάνοντας ταυτόχρονα τις ιδιότητές τους και τη δυνατότητα αναπαράστασής τους με μαθηματικά μοντέλα.

#### **2.2.1.6. Παιδαγωγική αξία του μοντέλου**

Διάφοροι ερευνητές, παγκοσμίως, ασχολήθηκαν με την επιβεβαίωση της ισχύος του μοντέλου γεωμετρικής σκέψης van Hiele, ώστε να μπορέσουν να αναπτύξουν τη γεωμετρική σκέψη των μαθητών/τριών τους. Μάλιστα, ο Τουμάσης (2004) προτείνει τις ακόλουθες αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας του γνωστικού αντικείμενου των Μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, ώστε να καλλιεργηθεί η γεωμετρική σκέψη των εκπαιδευομένων:

α. Τη διδασκαλία περισσότερο πρακτικής – σχεδιαστικής Γεωμετρίας.

β. Ορθή χρήση των γεωμετρικών οργάνων, όπως είναι ο διαβήτης και ο χάρακας, από τους εκπαιδευόμενους, ώστε οι μαθητές/τριες να σχεδιάζουν τα γεωμετρικά σχήματα με ακρίβεια, γεγονός που ευνοεί την ανακάλυψη των ιδιοτήτων τους.

γ. Δημιουργία εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που προάγουν τη μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο και είναι σύμφωνες με τις αρχές του μοντέλου γεωμετρικής σκέψης.

δ. Δημιουργία εκπαιδευτικού υλικού που είναι σύμφωνο με τις βασικές αρχές του μοντέλου γεωμετρικής σκέψης.

ε. Ανακάλυψη από τους/τις εκπαιδευτικούς των παραγόντων που κωλύουν την κατανόηση των μαθητών/τριών (π.χ. διδασκαλία σε διαφορετικό επίπεδο σκέψης από αυτό των μαθητών/τριών).

## Κεφάλαιο 3

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στους τρόπους με τους οποίους τα ποικίλα ψηφιακά μέσα επηρεάζουν τη μάθηση και τη διδασκαλία. Ακόμα, επισημαίνονται οι δυνατότητες που προσφέρει η μάθηση μέσω φορητών συσκευών, ενώ ορίζεται και η έννοια της επαυξημένης πραγματικότητας. Τέλος, παρουσιάζονται διάφορες εφαρμογές επαυξημένης πραγματικότητας οι οποίες έχουν σχεδιαστεί με απώτερο σκοπό να χρησιμοποιηθούν στον εκπαιδευτικό τομέα και κυρίως, στη διδασκαλία των θετικών επιστημών.

### 3.1. Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην εκπαίδευση

Η τεχνολογία αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινής ζωής των σύγχρονων εκπαιδευομένων εντός και εκτός σχολικού χώρου. Οι σημερινοί μαθητές/τριες έχουν τη δυνατότητα να επιτελέσουν διάφορες εργασίες, αξιοποιώντας ψηφιακά μέσα, εργασίες που οι προηγούμενες γενιές δεν μπορούσαν ούτε να φανταστούν. Αυτό συμβαίνει διότι από τη μία *“το λογισμικό και το υλικό έχουν γίνει ταυτόχρονα πιο φθηνά, πιο εξελιγμένα και πιο εύχρηστα”* και από την άλλη, οι εκπαιδευόμενοι/ες *“συνδέονται μεταξύ τους, ανταλλάσσουν υλικό και δημιουργούν με νέους τρόπους”* (Green & Hannon, 2007: 19). Με λίγα λόγια, οι τεχνολογικές δυνατότητες είναι απεριόριστες.

Επιπρόσθετα, όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα σύγχρονα παιδιά, από τη στιγμή της γέννησής τους, περιβάλλονται από πληθώρα ψηφιακών μέσων, τα οποία έχουν *“εκτεταμένες επιπτώσεις για τα σχολεία, τα πανεπιστήμια, τον εργασιακό χώρο και την κοινωνία ευρύτερα”* (Green & Hannon, 2007: 19). Ειδικότερα και όσον αφορά την εκπαίδευση, η τεχνολογική ανάπτυξη έχει μεταβάλει τις μαθησιακές ανάγκες και προτιμήσεις. Οι σύγχρονοι μαθητές/τριες, που είναι ικανοί/ες να επεξεργάζονται ταυτόχρονα και με αυξημένη ταχύτητα συγκριτικά με τις προηγούμενες γενιές πληθώρα πληροφοριών (multi – task), επιζητούν την αξιοποίηση της τεχνολογίας στη μαθησιακή διαδικασία (Prensky, 2001). Μάλιστα, η αξιοποίηση ψηφιακών μέσων λειτουργεί ως κίνητρο των μαθητών/τριών, για να συμμετάσχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία. Τα παραπάνω αποδεικνύονται και από έρευνες, οι οποίες επισημαίνουν τις ολοένα και αυξανόμενες μαθητικές προσδοκίες για αξιοποίηση της τεχνολογίας στη διδασκαλία (Goodwin, 2012, Crompton & Burke, 2015).

Η φυσική τάση των μαθητών/τριών για χρήση προηγμένης τεχνολογίας στη διδασκαλία παρακίνησε κάποιους ερευνητές, όπως ο Puentedura (όπως αναφέρεται στο Romrell, Kidder & Wood, 2014), να δημιουργήσουν ένα μοντέλο παρότρυνσης των εκπαιδευτικών, ώστε οι τελευταίοι να αρχίζουν να χρησιμοποιούν ψηφιακά μέσα και πιο συγκεκριμένα, φορητές συσκευές, στη διδασκαλία τους. Αναλυτικότερα, το μοντέλο SAMR, το οποίο αποτελείται από 4 επίπεδα (Substitution –

Αντικατάσταση, Augmentation – Επαύξηση, Modification – Τροποποίηση και Redefinition – Επαναπροσδιορισμός), λειτουργεί ως πλαίσιο υποστήριξης των εκπαιδευτικών, με απώτερο σκοπό αυτοί να ενσωματώσουν την τεχνολογία στη διδασκαλία τους, δημιουργώντας τις βέλτιστες μαθησιακές εμπειρίες, γνωρίζοντας τι πράττουν και γιατί το πράττουν. Βέβαια, η πλειονότητα των εκπαιδευτικών χρησιμοποιεί την τεχνολογία των δύο πρώτων επιπέδων, αντικατάστασης και επαύξησης, παρ' όλο που τα ψηφιακά μέσα τους προσφέρουν δυνατότητες τροποποίησης και επαναπροσδιορισμού της μάθησης (Fabian, Topping & Barron, 2016, Kiger, Herro & Prunty, 2012).

Δέον να σημειωθεί ότι η αξιοποίηση της τεχνολογίας δεν αποτελεί πανάκεια για τον εκπαιδευτικό μετασχηματισμό. Παρ' όλα αυτά η ενσωμάτωση ψηφιακών μέσων στον διδακτικό σχεδιασμό παρέχει στους εκπαιδευόμενους/ες πληθώρα ερεθισμάτων και *“πρόσθετες ευκαιρίες για πλούσιες μαθησιακές δραστηριότητες, που σχετίζονται με τα αναπτυξιακά τους χαρακτηριστικά ανεξαρτήτως ηλικίας”* (Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013: 1). Έτσι, οι μαθητές/τριες παρακινούνται και συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία. Άλλωστε, στόχος του εκπαιδευτικού συστήματος είναι *“η δημιουργία ενεργών, ειδικευμένων και ανεξάρτητων μαθητών”* (Green & Hannon, 2007: 25) και όχι *“παθητικών καταναλωτών των μέσων”* (Green & Hannon, 2007: 26).

### **3.1.1. Μάθηση μέσω φορητών συσκευών**

Στη σύγχρονη εποχή η πλειονότητα των εκπαιδευομένων διαθέτει τόσο πρόσβαση στον παγκόσμιο ιστό όσο και στο κινητό τηλέφωνο. Το γεγονός αυτό ωθεί σε επανεξέταση των εκπαιδευτικών πρακτικών, καθώς η μάθηση μέσω φορητών συσκευών αρχίζει να αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Kiger, Herro & Prunty, 2012: 62). Αυτό αποδεικνύεται και από την πληθώρα ερευνών που διαπραγματεύονται το συγκεκριμένο θέμα και αναδεικνύουν τα πλεονεκτήματα της φορητής μάθησης σε σύγκριση με την παραδοσιακή (Crompton & Burke, 2015, Fabian, Topping & Barron, 2016, Kiger, Herro & Prunty, 2012, Romrell, Kidder & Wood, 2014, Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013).

Τι είναι, όμως, η φορητή μάθηση; Δεν υπάρχει ένας καθολικά αποδεκτός ορισμός για τον προαναφερθέντα όρο. Ειδικότερα, για τους Sharples, Taylor & Vanoula (όπως αναφέρεται στο Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013: 3), φορητή μάθηση είναι *“κάθε είδους μάθηση που λαμβάνει χώρα σε μαθησιακά περιβάλλοντα και περιοχές που λαμβάνουν υπόψη την κινητικότητα της τεχνολογίας, την κινητικότητα των εκπαιδευομένων και την κινητικότητα της μάθησης”*, ενώ για τους O' Malley et. al. (2005: 6), φορητή μάθηση είναι *“η μάθηση που λαμβάνει χώρα μέσω ασύρματων συσκευών”*, όπως είναι τα κινητά τηλέφωνα, τα laptops, οι φορητές συσκευές αναπαραγωγής ήχου,



οι ηλεκτρονικοί αναγνώστες, κ.ά. Με λίγα λόγια, φορητή μάθηση είναι η μάθηση που πραγματώνεται μέσω συσκευών που είναι “ψηφιακές, εύκολα φορητές, συνήθως ανήκουν και ελέγχονται από ένα άτομο και όχι από ένα ίδρυμα, έχουν πρόσβαση στο διαδίκτυο, έχουν δυνατότητες πολυμέσων και διευκολύνουν μεγάλο αριθμό εργασιών” (UNESCO, 2013: 6).

Αναφορικά με την υλοποίηση της κινητής μάθησης στο παγκόσμιο σχολικό πλαίσιο, αυτή πραγματώνεται μέσω τριών διαφορετικών μοντέλων:

α. παροχή φορητών συσκευών, στους/στις εκπαιδευόμενους/ες, αφιλοκερδώς από τις κυβερνήσεις ή άλλα ιδρύματα,

β. οι εκπαιδευόμενοι/ες φέρνουν τη δική τους συσκευή (“BYOD – Bring Your Own Device) και

γ. παροχή ή επιδότηση της αγοράς μιας κινητής συσκευής από τις κυβερνήσεις και άλλα ιδρύματα στους/στις οικονομικά αδύναμους/ες μαθητές/τριες (UNESCO, 2013: 36).

Από τα προαναφερθέντα καθίσταται σαφές ότι η μάθηση μέσω φορητών συσκευών δεν ομοιάζει με την παραδοσιακή μάθηση, καθώς απαιτεί “τη χρήση της κινητής τεχνολογίας, είτε μόνη της είτε σε συνδυασμό με άλλες Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.), για να καταστεί δυνατή η μάθηση” (UNESCO, 2013: 6). Ειδικότερα, τα πλεονεκτήματα της κινητής μάθησης σε σύγκριση με την παραδοσιακή είναι τα ακόλουθα:

α. Οι εκπαιδευόμενοι/ες εμπλέκονται σε μια εξατομικευμένη διαδικασία, κατά την οποία λαμβάνονται υπόψη τόσο οι διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες τους όσο και το διαφορετικό αναπτυξιακό τους στάδιο (Romrell, Kidder & Wood, 2014),

β. Η μάθηση μέσω φορητών συσκευών συνιστά μια αλληλεπιδραστική διαδικασία ανταλλαγής πληροφοριών και περιεχομένου, η οποία δεν περιορίζεται σε συγκεκριμένο χώρο και τόπο (π.χ. σχολικό πλαίσιο). Οι μαθητές/τριες, δηλαδή, επικοινωνούν μεταξύ τους και με τους/τις εκπαιδευτικούς ανά πάσα ώρα και στιγμή (Fabian, Topping & Barron, 2016),

γ. Η κινητή μάθηση μεταβάλλει το διδακτικό μοντέλο και προσφέρει νέες δυνατότητες μάθησης, επειδή καταργεί τα χωροταξικά όρια (O’ Malley et. al., 2005). Έτσι, ο/η εκπαιδευτικός δεν αποτελεί πλέον το επίκεντρο της μαθησιακής διαδικασίας, όπως αποδεικνύεται και από την έρευνα των Attard & Orlando (2014) για την επίδραση των διαδραστικών πινάκων και των iPads στη διδασκαλία των Μαθηματικών, επίδραση που ανέδειξε και τις δυνατότητες των φορητών συσκευών για μεταβολή του διδακτικού μοντέλου και της δομής της τάξης,

δ. Η μάθηση μέσω φορητών συσκευών επεκτείνει τις μαθησιακές δυνατότητες και προάγει την εκπαιδευτική ισότητα, γιατί είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί σε γεωγραφικά απομακρυσμένες περιοχές ή σε περιοχές με υψηλά ποσοστά αναλφαβητισμού (UNESCO, 2013).

Βέβαια, η μάθηση μέσω φορητών συσκευών δεν διαθέτει μόνο πλεονεκτήματα, αλλά και μειονεκτήματα. Ένα από τα μειονεκτήματα της κινητής μάθησης είναι η διάσπαση της προσοχής των

μαθητών/τριών. Οι εκπαιδευόμενοι/ες, με το να έχουν στην κτήση τους μια φορητή συσκευή, παρασύρονται και παίζουν παιχνίδια, με αποτέλεσμα να μην παρακολουθούν το μάθημα. Το προαναφερθέν πρόβλημα είναι δυνατόν να επιλυθεί με την αποσύνδεση από το διαδίκτυο την ώρα του μαθήματος ή με την ανάπτυξη λογισμικών διαχείρισης τάξης (Clarke & Svanaes, 2014: 5 – 6).

Εν κατακλείδι, η κινητή μάθηση έχει πληθώρα πλεονεκτημάτων, μιας και είναι φορητή, εξατομικευμένη, συνεργατική, αλληλεπιδραστική, προσωπική και άνευ χωροταξικών ορίων, προάγοντας ταυτόχρονα την επικοινωνία και την εκπαιδευτική ισότητα. Αποτελεί, όμως, μόνο ένα μέσο μάθησης, το οποίο θα επιφέρει αποτελέσματα, συνδυαζόμενο με ένα ισχυρό θεωρητικό πλαίσιο.

### **3.1.2. Παιδαγωγική αξιοποίηση ταμπλετών**

Οι ταμπλέτες (tablets) είναι ένα από τα είδη φορητών συσκευών που χρησιμοποιούνται ευρέως στην εκπαίδευση, με τα θετικά τους οφέλη να αναδεικνύονται από πλήθος ερευνών (Clarke & Svanaes, 2014, UNESCO, 2013, Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013). Αναλυτικότερα, κάποια χαρακτηριστικά των ταμπλετών, όπως *“το μικρό βάρος τους, η φορητότητα, η οθόνη αφής, τα μεγάλα εικονίδια, τα ηχεία, οι φωνητικές εντολές, η δυνατότητα μεγέθυνσης και η γνωστική τους απλότητα”*, τις καθιστούν ένα από τα πιο εύχρηστα και προσιτά μέσα για την εκπαίδευση των μικρών παιδιών (Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013: 3). Επιπρόσθετα, το γεγονός ότι από τη μία, είναι οικονομικά προσιτές συσκευές και από την άλλη, διαθέτουν *“μια αυξανόμενη ποικιλία διαδραστικών εφαρμογών, μεγαλύτερη ισχύ επεξεργασίας, μεγαλύτερη ισχύ μπαταρίας και διαθεσιμότητα λογισμικού εγγραφής ήχου και βίντεο”* σε σύγκριση με άλλες συσκευές, τις καθιστούν ιδανικές για την υποστήριξη της μάθησης (Clarke & Svanaes, 2014: 3). Τέλος, τα γραφικά των φορητών συσκευών κεντρίζουν το ενδιαφέρον των μαθητών/τριών, παρακινώντας τους να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία και να αλληλεπιδράσουν μεταξύ τους. Με αυτόν τον τρόπο, προάγεται και η ανάπτυξη ατομικών και κοινωνικών δεξιοτήτων (Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2014).

### **3.1.3. Φορητές συσκευές και διδασκαλία των Μαθηματικών**

Η αξιοποίηση των φορητών συσκευών στη μαθησιακή διαδικασία είναι ένα θέμα που απασχολεί ολοένα και περισσότερο τον ερευνητικό κόσμο. Με την πάροδο των χρόνων, οι φορητές συσκευές εισάγονται στη διδασκαλία ποικίλων μαθημάτων, επιφέροντας σημαντικά οφέλη, όπως είδαμε παραπάνω. Ένα από τα μαθήματα, στα οποία η εισαγωγή φορητών συσκευών στη διδασκαλία του, επιφέρει πλεονεκτήματα σύμφωνα με τα ερευνητικά αποτελέσματα, είναι αυτό των Μαθηματικών (Crompton & Burke, 2015, Fabian, Topping & Barron, 2016). Δέον να σημειωθεί ότι η πλειονότητα

των ερευνών αναφορικά με τη φορητή μάθηση στη διδασκαλία των Μαθηματικών έχει πραγματοποιηθεί στο Δημοτικό Σχολείο.

Αναλυτικότερα, η βιβλιογραφική ανασκόπηση των Crompton & Burke (2015: 1, 12) ανέδειξε την αποτελεσματικότητα της φορητής μάθησης στη διδασκαλία των Μαθηματικών, καθώς 27 εκ των 36 ερευνών που μελέτησαν, παρουσίαζαν θετικά μαθησιακά αποτελέσματα. Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξε και η επισκόπηση των Fabian, Topping & Barron (2016).

Ακόμη, η μελέτη των Kiger, Herro & Prunty (2012) αναφορικά με την αξιοποίηση της φορητής μάθησης στη διδασκαλία του πολλαπλασιασμού στην Γ' τάξη του Δημοτικού Σχολείου ανέδειξε ότι η συνδυαστική χρήση του υπάρχοντος αναλυτικού προγράμματος σπουδών και της φορητής συσκευής ενέχει μείζονα οφέλη στη μαθητική επίδοση.

Επιπρόσθετα, η μελέτη των Attard & Curry (2012: 78 – 81), σχετικά με τις επιπτώσεις της ενσωμάτωσης iPads στη διδασκαλία των Μαθηματικών της Γ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου, ανέδειξε σημαντικά οφέλη της φορητής μάθησης στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία, όπως είναι η μεταβολή των παιδαγωγικών πρακτικών (ομαδικές εργασίες, εναλλαγή μαθητικών ρόλων), η αύξηση της μαθητικής συμμετοχής, η αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών/τριών, η άμεση ανατροφοδότηση, η πρόκληση ενδιαφέροντος και η διασκέδαση. Τέλος, η μελέτη των Attard & Orlando (2014) επισημαίνει τη δυνατότητα της φορητής μάθησης για μεταβολή του διδακτικού μοντέλου, αλλά και της δομής της τάξης, εξαιτίας της φορητότητας των κινητών συσκευών.

## **3.2. Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.)**

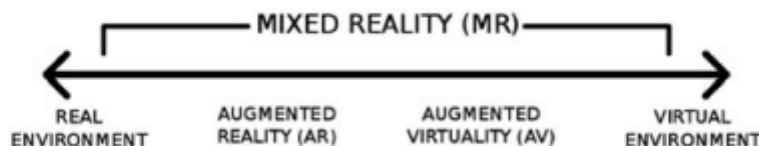
Η Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.) συνιστά έναν συνδυασμό πραγματικού και ψηφιακού περιβάλλοντος, μια ενίσχυση των όσων αντιλαμβάνονται οι αισθήσεις μας με ψηφιακή πληροφορία, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο ένα πολυαισθητηριακό περιβάλλον.

Στη συνέχεια, γίνεται μια προσπάθεια ορισμού της επαυξημένης πραγματικότητας, ενώ παρουσιάζονται και ερευνητικά δεδομένα αξιοποίησής της στη μαθησιακή διαδικασία.

### **3.2.1. Η έννοια της Επαυξημένης Πραγματικότητας**

Ο όρος “Επαυξημένη Πραγματικότητα” (Ε.Π./ Augmented Reality – AR) αναφέρεται σε μια τεχνολογία στην οποία “*εικονικά αντικείμενα τριών διαστάσεων ενσωματώνονται σε ένα τρισδιάστατο πραγματικό περιβάλλον σε πραγματικό χρόνο*”, επιτρέποντας με αυτόν τον τρόπο τη συνύπαρξη πραγματικών και εικονικών αντικειμένων σε πραγματικό χώρο και χρόνο (Azuma, 1997: 1). Πρόκειται, δηλαδή, για ένα “*συνεχές μεταξύ πραγματικότητας και εικονικότητας*” (Milgram, Takemura, Utsumi & Kishino, 1994, όπως αναφέρεται στο Bower et. al., 2014: 2), για έναν τύπο

“μικτής πραγματικότητας”, στην οποία υφίσταται ενσωμάτωση ψηφιακού περιβάλλοντος σε πραγματικό (Bower et. al., 2014: 2) (Εικόνα 3.2.1).



**Εικόνα 3.2.1. Συνεχές Πραγματικότητα – Εικονικότητα** (Milgram, Takemura, Utsumi & Kishino, 1994, όπως αναφέρεται στο Bower et. al., 2014: 2)

Η Ε.Π., σε αντίθεση με την εικονική πραγματικότητα, συμπληρώνει και εμπλουτίζει το πραγματικό περιβάλλον· δεν το αντικαθιστά (Mendoza – Ramirez et. al., 2023, Yildirim, 2020). Αναλυτικότερα, στις εφαρμογές Ε.Π. ο/η χρήστης/στρια αντιλαμβάνεται πλήρως τόσο τον πραγματικό κόσμο όσο και τα πρόσθετα ψηφιακά αντικείμενα, τα οποία του/της παρέχουν πληροφορίες, που δεν είναι εύκολα αντιληπτές από τις αισθήσεις (Azuma, 1997: 2 – 3). Άλλωστε, στόχος μιας εφαρμογής επαυξημένης πραγματικότητας είναι “να ενισχύσει την αντίληψη του χρήστη και την αλληλεπίδρασή του με τον πραγματικό κόσμο” (Azuma et al., 2001: 1). Για αυτόν τον λόγο και δεν περιορίζεται μόνο σε οπτικά ερεθίσματα, αλλά περιλαμβάνει και ηχητικά και απτικά ερεθίσματα (Bower et. al., 2014: 1).

Δέον να σημειωθεί ότι εφαρμογές Ε.Π. χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά ως εκπαιδευτικό εργαλείο στις δυνάμεις της αεροπορίας κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1990. Έκτοτε, άρχισαν να χρησιμοποιούνται ευρέως σε ποικίλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, καθώς δεν απαιτείται ακριβός και εξειδικευμένος εξοπλισμός για την εφαρμογή τους (Akçayır & Akçayır, 2017). Αντιθέτως, λειτουργούν σε κινητές και μη συσκευές (Bacca, Baldiris, Fabregat, Graf & Kinshuk, 2014: 133, Bower et. al., 2014).

Αναφορικά με την πραγμάτωση των εφαρμογών Ε.Π., αυτές υλοποιούνται σε συσκευές με ενσωματωμένη κάμερα, όπως είναι τα κινητά τηλέφωνα, οι ταμπλέτες, τα κράνη, τα γυαλιά. Ειδικότερα, τα εικονικά αντικείμενα προβάλλονται από μια εφαρμογή Ε.Π., αφού πρώτα επέλθει αναγνώριση ενός προκαθορισμένου προτύπου (pattern) εντός της εικόνας, που καταγράφει η κάμερα της συσκευής. Οι κατηγορίες των προτύπων είναι οι ακόλουθες:

- α. με χρήση σηματοδότη (marker-based), όπως είναι ένας κωδικός ταχείας απόκρισης (QR code),
- β. δίχως χρήση σηματοδότη (marker-less), βασιζόμενη αποκλειστικά στην αναγνώριση του σχήματος του αντικειμένου,

γ. με βάση την προβολή (projection-based). Πρόκειται για ένα είδος χωρικής επαυξημένης πραγματικότητας, η οποία βασίζεται στην απρόσκοπτη και διαισθητική ενσωμάτωση εικονικών πληροφοριών στον φυσικό κόσμο,

δ. με βάση την υπέρθεση (superimposition-based), στην οποία υφίσταται μερική ή ολική αντικατάσταση ενός πραγματικού αντικειμένου από ένα επαυξημένο αντικείμενο,

ε. με βάση το περίγραμμα (edge-based ή contour-based), στην οποία η εφαρμογή αναδεικνύει τα περιγράμματα αντικειμένων του φυσικού κόσμου και

στ. με χρήση τοποθεσίας (location-based), στην οποία οι πληροφορίες που υπερτίθενται, βασίζονται στη γεωγραφική τοποθεσία του/της χρήστη/στριας (Bacca et. al., 2014: 142, Mendoza – Ramirez, 2023: 8 – 11).

Όσον αφορά τον εκπαιδευτικό τομέα, πληθώρα εφαρμογών επαυξημένης πραγματικότητας, που έχουν δημιουργηθεί, επιτρέπει στους/στις εκπαιδευτικούς να επιλέξουν οι ίδιοι/ες τους σηματοδότες που επιθυμούν, επαυξάνοντάς τους με υλικό ανταποκρινόμενο στους μαθησιακούς στόχους και ανάγκες. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών είναι τα ακόλουθα: Aurasma (<http://aurasma.com>), Layar (<http://layar.com>) και Junaio (<http://junaio.com>) (Bower et al., 2014: 4).

### **3.2.2. Επαυξημένη Πραγματικότητα (Ε.Π.) στην εκπαίδευση**

Η Επαυξημένη Πραγματικότητα είναι ένα ζήτημα που απασχολεί όλο και περισσότερο τον διεθνή ερευνητικό χώρο από τη δεκαετία του 1990. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την πραγματοποίηση πλήθους ερευνών σχετικών με το συγκεκριμένο θέμα σε διάφορους τομείς, όπως είναι αυτός της υγείας, της βιομηχανίας, αλλά και της εκπαίδευσης (Azuma, 1997, Azuma et. al., 2001, Bower et. al., 2014, Mendoza – Ramirez et. al., 2023).

Αναφορικά με τον εκπαιδευτικό τομέα, παρ' όλο που παρατηρείται αύξηση των ερευνών που διαπραγματεύονται θέματα Ε.Π. την τελευταία δεκαετία, οι σχετικές με το θέμα έρευνες είναι ακόμα σε πρώιμο στάδιο (Akçayır & Akçayır, 2017). Οι έρευνες που υλοποιούνται αφορούν, κυρίως, το πρώτο και το τρίτο πρότυπο (χρήση σηματοδότη και χρήση τοποθεσίας) (Bacca et. al., 2014: 144) και αναδεικνύουν ουσιαστικά παιδαγωγικά οφέλη (Billinghurst & Duenser, 2012).

Αναλυτικότερα, η αξιοποίηση εφαρμογών Ε.Π. κεντρίζει το ενδιαφέρον των εκπαιδευόμενων, παρέχοντάς τους κίνητρα, για να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία (Bower et. al., 2014, Hidajat, 2023, Mendoza – Ramirez, 2023). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη βελτίωση των μαθητικών επιδόσεων, μιας και παιδιά και εκπαιδευτικοί απολαμβάνουν τη διδασκαλία (Liana, 2023, Yildirim, 2020). Επιπρόσθετα, μέσω των εφαρμογών Ε.Π., παρέχεται στους/στις μαθητές/τριες πολυτροπική μάθηση και ευκαιρίες για συνεργασία, αλληλεπίδραση και ανάπτυξη δεξιοτήτων (Liana, 2023,

Yildirim, 2020). Επίσης, οι εφαρμογές Ε.Π. έχουν τη δυνατότητα οπτικοποίησης δυσνόητων εννοιών, αλλά και της δημιουργίας συναφών με την καθημερινή ζωή καταστάσεων, γεγονός που ευνοεί την κατανόηση των μαθητών/τριών (Bower et. al., 2014). Τα παραπάνω θετικά οφέλη επιβεβαιώνονται τόσο από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση των Bacca, Baldiris, Fabregat, Graf & Kinshuk (2014) όσο και από τη βιβλιογραφική ανασκόπηση των Lin, Chen & Chang (2015). Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι η αξιοποίηση των εφαρμογών Ε.Π. κωλύεται από την έλλειψη υλικοτεχνικής υποδομής (Akçayır & Akçayır, 2017), αλλά και από την έλλειψη τεχνογνωσίας των εκπαιδευτικών (Mendoza – Ramirez, 2023).

### **3.2.3. Αξιοποίηση της Ε.Π. στη διδασκαλία των θετικών επιστημών**

Η πλειοψηφία των ερευνών που αφορούν τη χρήση εφαρμογών επαυξημένης πραγματικότητας στην εκπαίδευση αναφέρονται στον τομέα των θετικών επιστημών (Bacca et. al., 2014, Lin et. al., 2015). Μάλιστα, η χρήση εφαρμογών Ε.Π. στη διδασκαλία των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου θεωρείται ιδανική, καθώς οι μαθητές/τριες μεταβαίνουν από την αλληλεπίδραση με φυσικά φαινόμενα στη μάθηση και κατανόηση αφηρημένων εννοιών. Οι εφαρμογές Ε.Π. εξυπηρετούν τον προαναφερθέντα σκοπό, γιατί εμπλουτίζουν τα φυσικά αντικείμενα με ψηφιακές πληροφορίες, επιτρέποντας ταυτόχρονα την αλληλεπίδραση πραγματικού και ψηφιακού κόσμου. Έτσι, διευκολύνεται η κατανόηση δυσνόητων και αφηρημένων εννοιών.

Τα παραπάνω αποδεικνύονται και από τις έρευνες των Lin et. al. (2015) και Sommerauer & Müller (2014) αναφορικά με τη χρήση εφαρμογών Ε.Π. στη διδασκαλία των Μαθηματικών σε περιβάλλοντα τυπικής και άτυπης μάθησης. Αναλυτικότερα, οι Lin et. al. (2015) χρησιμοποίησαν εφαρμογές Ε.Π. στη διδασκαλία της Γεωμετρίας στερεών σωμάτων. Η ερευνά τους ανέδειξε βελτίωση της χωρικής αντίληψης των μελών της πειραματικής ομάδας (ιδίως των παιδιών των μεσαίων και χαμηλών κοινωνικών τάξεων), με την τελευταία να σχετίζεται με τη μαθητική επίδοση.

## Κεφάλαιο 4

### 4.1. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με τη χρήση Τ.Π.Ε. στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση

Το αυξανόμενο ενδιαφέρον των ερευνητών για εύρεση τρόπων ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης σε συνδυασμό με τη ραγδαία τεχνολογική ανάπτυξη των τελευταίων δεκαετιών του 20<sup>ου</sup> αιώνα, συνέβαλε στην πραγματοποίηση ερευνών σε σχέση με τη συμβολή των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.) στη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Οι προαναφερθείσες έρευνες αναδεικνύουν τα θετικά αποτελέσματα της αξιοποίησης της τεχνολογίας στη μάθηση, επισημαίνοντας τη βελτίωση της μαθητικής επίδοσης στους/στις εκπαιδευόμενους/ες που διδάχθηκαν με ψηφιακά μέσα σε σύγκριση με αυτούς/ές που διδάχθηκαν με τον παραδοσιακό τρόπο (Attard & Curry, 2012, Clements & Samara, 2007, Dimakos & Zaranis, 2010, Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001, Sunzuma, 2023, Ζαράνης, Ντζιαχρήστος & Κατατριώτης, 2004).

Ειδικότερα, όπως ήδη έχει αναφερθεί, η πλειοψηφία των μαθητών/τριών θεωρούν τη Γεωμετρία ως ένα από τα πιο δυσνόητα και πολύπλοκα μαθήματα. Αυτό είναι απολύτως λογικό, καθώς ο συγκεκριμένος κλάδος των Μαθηματικών περιλαμβάνει αποδείξεις ορισμών και αξιωμάτων, που απαιτούν αφαιρετική σκέψη, αλλά και συνδυασμό θεωρητικής και πρακτικής σκέψης (Laborde, Kynigos, Hollebrands & Strasser, 2006). Επίσης, οι μαθητές/τριες δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις διάφορες γεωμετρικές έννοιες, επειδή το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης τους είναι χαμηλό (Serin, 2018). Η αντιμετώπιση των παραπάνω δυσκολιών είναι δυνατόν να επέλθει με την ενσωμάτωση του υπολογιστή στη διδασκαλία.

Η αξιοποίηση ψηφιακών μέσων στη διδακτική διαδικασία παρέχει τη δυνατότητα στους/στις εκπαιδευόμενους/ες να χρησιμοποιήσουν λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας (Dynamical Geometry Software, όπως είναι τα Cabri Geometry, The Geometer's Sketchpad, Geogebra, κ.ά). Οι μαθητές/τριες, μέσω των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας, μπορούν να παρατηρήσουν, να διερευνήσουν, να κατασκευάσουν, να μετρήσουν, να συγκρίνουν και να τροποποιήσουν ποικίλα γεωμετρικά αντικείμενα. Επιπρόσθετα, έχουν τη δυνατότητα να εφαρμόσουν γεωμετρικές ιδιότητες, αλλά και να προβούν σε συσχετίσεις μεταξύ γεωμετρικών εννοιών και αντικειμένων. Έτσι, επιλύουν ευκολότερα γεωμετρικά προβλήματα. Με λίγα λόγια, τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας συμβάλλουν στη βελτίωση της μαθηματικής και χωρικής αντίληψης των μαθητών/τριών, επειδή προάγουν την ανάπτυξη συμβολικών αναπαραστάσεων. Οι προαναφερθείσες συμβολικές αναπαραστάσεις σχετίζονται με καταστάσεις της πραγματικής ζωής, καθιστώντας πιο κατανοητή τη σχέση ενεργειών και γενικεύσεων (Clements et. al., 2008, Laborde et. al., 2006, Vincent & McCrae, 1999).

Βέβαια, η χρήση υπολογιστών και εν γένει, ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία δεν αποτελεί πανάκεια για την κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών. Η καλλιέργεια της γεωμετρικής σκέψης θα

επέλθει με έναν διδακτικό σχεδιασμό που θα συνδυάζει τις Τ.Π.Ε. με ένα ισχυρό θεωρητικό πλαίσιο. Επομένως, ο/η εκπαιδευτικός διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο, για να επέλθουν τα θετικά μαθησιακά οφέλη της ενσωμάτωσης των Τ.Π.Ε. στη διδασκαλία της Γεωμετρίας, καθώς είναι αυτός/ή που σχεδιάζει τις δραστηριότητες και εστιάζει την προσοχή των μαθητών/τριών στο περιεχόμενό τους, βοηθώντας τους να συσχετίσουν τις ποικίλες γεωμετρικές έννοιες, να δημιουργήσουν δικές τους δραστηριότητες και να αποκτήσουν γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες (Clements et. al., 2008, Serin, 2018, Yildiz, Aydın, & Köğce, 2009).

#### **4.2. Ανάπτυξη της Γεωμετρικής Σκέψης με χρήση Τ.Π.Ε.**

Πληθώρα ερευνών έχει διεξαχθεί, προκειμένου να αποδειχθεί τόσο η ευεργετική επίδραση της ενσωμάτωσης ψηφιακών μέσων στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των εκπαιδευομένων (Clements et. al., 2008, Dimakos & Zaranis, 2010, Laborde et. al., 2006, Vincent & McCrae, 1999) όσο και η ισχύς της θεωρίας επιπέδων γεωμετρικής σκέψης van Hiele (Yildiz, Aydın, & Köğce, 2009, Ζαράνης & Ντζιαχρήστος, 2002, Ζαράνης, Ντζιαχρήστος & Κατατριώτης, 2004).

Αναλυτικότερα, η μετάβαση των μαθητών από το πρώτο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης van Hiele (Visualization–Αναγνώριση) στο δεύτερο (Analysis–Ανάλυση) και στο τρίτο (Informal Deduction–Άτυπη Αφαίρεση) (Clements et. al., 2008, Vincent & McCrae, 1999), αλλά και σε υψηλότερα επίπεδα (Gawlick, 2005) διευκολύνεται από την αξιοποίηση λογισμικών δυναμικής Γεωμετρίας (Cabri Geometry, Geometer’s Sketchpad, Geogebra) στη διδασκαλία. Μάλιστα, λογισμικά, όπως η γλώσσα προγραμματισμού Logo, προάγουν τη μετάβαση από το επίπεδο 0 (Pre – Recognition) στο επίπεδο 1 (Olson, Kieren & Ludwig, όπως αναφέρεται στο Clements et. al., 2008: 124).

Οι Battista και Borrow (1997, όπως αναφέρεται στο Clements et al., 2008: 129) εξέτασαν τον τρόπο με τον οποίο τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας συμβάλλουν στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών. Η έρευνά τους αποκάλυψε ότι η μετάβαση από το επίπεδο 1 (Visualization–Αναγνώριση) στο επίπεδο 2 (Analysis–Ανάλυση) και 3 (Informal Deduction–Άτυπη Αφαίρεση) επιτεύχθηκε από τους/τις εκπαιδευόμενους/ες που εργάστηκαν με τα μέρη και τις ιδιότητες έτοιμων σχημάτων, τροποποιώντας τα με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Τα προαναφερθέντα αποδεικνύονται και από τη βιβλιογραφική επισκόπηση του Sunzuma (2023) σε σχέση με τη συμβολή της τεχνολογίας στη βελτίωση της γεωμετρικής ικανότητας και των μαθητικών αποδόσεων.

Οι Vincent και McCrae (1999) αξιοποίησαν το λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας Cabri Geometry, προκειμένου να καθοδηγήσουν τους/τις μαθητές/τριες να εστιάσουν την προσοχή τους στις ιδιότητες των σχημάτων και στη συνέχεια, να σχεδιάσουν μόνοι/ες τους σχήματα βάσει αυτών.



Η ενασχόληση των εκπαιδευόμενων με τις ιδιότητες των σχημάτων, η οποία ταυτίστηκε με το επίπεδο 2 (Ανάλυση), συσχετίστηκε με την ενασχόληση των παιδιών με τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων, η οποία ταυτίστηκε με το επίπεδο 3, αποκαλύπτοντας θετική συσχέτιση.

Η έρευνα των Ζαράνη και Ντζιαχρήστου (2001) αποκάλυψε θετικά αποτελέσματα όσον αφορά τη συμβολή εκπαιδευτικού λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας στη μετάβαση σε επόμενο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης van Hiele συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, ακόμα και σε μαθητές/τριες που παρουσιάζουν δυσκολίες στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2002).

Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξε και η έρευνα των Ζαράνη, Ντζιαχρήστου και Κατατριώτη (2004), η οποία αποκάλυψε βελτίωση της γεωμετρικής ικανότητας και της κατανόησης καινούριων γεωμετρικών εννοιών από μέρους των παιδιών, μέσω μιας διδασκαλίας βασισμένης στα επίπεδα van Hiele με ταυτόχρονη αξιοποίηση του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας Geometer's Sketchpad.

Τέλος, ο Gawlick (2005) επισημαίνει ότι περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας είναι χρήσιμο να χρησιμοποιούνται τόσο σε αρχικά επίπεδα γεωμετρικής σκέψης όσο και σε ανώτερα, καθώς οι εκπαιδευόμενοι/ες εξοικειώνονται με αυτά και επιζητούν την ενασχόληση με διερευνητικές δραστηριότητες.

### **4.3. Η Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα**

Η Γεωμετρία, παρ' όλο που δεν αποτελεί ξεχωριστό μάθημα στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, όπως συμβαίνει στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, αποτελεί μία βασική μαθηματική δεξιότητα, την οποία θα πρέπει να κατακτήσει ο/η εκάστοτε εκπαιδευόμενος/η, σύμφωνα με το ισχύον Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών (Α.Π.Σ.). Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης στην Ελλάδα (ΥΠ.Ε.Π.Θ. - Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003). Αυτό είναι απολύτως λογικό, καθώς ήδη από την αρχαία Ελλάδα ο άνθρωπος που δεν γνώριζε Γεωμετρία δεν θεωρούταν ολοκληρωμένος, επειδή δεν μπορούσε να ερμηνεύσει και να κατανοήσει τον φυσικό κόσμο, ο οποίος αποτελείται από γεωμετρικά σχήματα και αντικείμενα (Serin, 2018, Ζαράνης & Ντζιαχρήστος, 2001).

Αναλυτικότερα, στο ισχύον Δ.Ε.Π.Π.Σ. η Γεωμετρία συνιστά μία από τις επιμέρους κατηγορίες περιεχομένων του συνολικού γνωστικού αντικείμενου των Μαθηματικών, που διατρέχει όλες τις τάξεις (Λεμονίδης, 2015). Στον πίνακα 4.1 (Παράρτημα ΙΙ) αναφέρονται οι άξονες, οι γενικοί στόχοι και οι θεμελιώδεις έννοιες της διαθεματικής προσέγγισης για τη Γεωμετρία και τις Μετρήσεις, όπως παρουσιάζονται στο Δ.Ε.Π.Π.Σ. της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (ΥΠ.Ε.Π.Θ. - Παιδαγωγικό

Ινστιτούτο, 2003), ενώ στον πίνακα 4.2. (Παράρτημα ΙΙ) αναφέρονται οι θεματικές ενότητες, οι στόχοι, ο ενδεικτικός χρόνος και οι ενδεικτικές δραστηριότητες για τη Γεωμετρία και τις Μετρήσεις σύμφωνα με το ισχύον Α.Π.Σ.

Δέον να σημειωθεί ότι το Α.Π.Σ. δεν περιλαμβάνει μόνο ενδεικτικές δραστηριότητες, αλλά και διαθεματικά σχέδια εργασίας. Μερικά από τα προαναφερθέντα σχέδια εργασίας συγκαταλέγονται στο γνωστικό πεδίο των Μαθηματικών και πιο συγκεκριμένα, στον κλάδο της Γεωμετρίας. Αναλυτικότερα, τα διαθεματικά σχέδια εργασίας που αφορούν τη Γεωμετρία είναι τα ακόλουθα:

**α. Η κατοικία μου – Γ' τάξη:** Οι μαθητές εντοπίζουν γεωμετρικά σχήματα που βρίσκονται στον χώρο του σπιτιού τους. Εκπονούν ατομικές κατ' αρχήν και μετά ομαδικές εργασίες με εικαστική αποτύπωση στην οποία συγκρίνουν την κατοικία τους με άλλα είδη κατοικιών (π.χ. igloo). **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Ομοιότητα, Διαφορά, Πολιτισμός. **Προεκτάσεις** στην Αισθητική Αγωγή,

**β. Η συμμετρία στη ζωή μας – Ε' τάξη:** Οι μαθητές βρίσκουν συμμετρικά σχήματα από διάφορες κατηγορίες κατασκευών της καθημερινής ζωής σήμερα και στο παρελθόν (π.χ. κατοικίες στην αρχαία Ελλάδα, στον Μεσαίωνα, κ.λπ., κτίρια, χαλιά, ταπετσαρίες, υφάσματα, πλακάκια, κ.λπ.). Τις παρουσιάζουν σε ομαδικές συνθέσεις και συζητούν για τον ρόλο και το είδος της συμμετρίας σε διάφορες περιπτώσεις. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Εξέλιξη. **Προεκτάσεις** στην Αισθητική Αγωγή, στη Γλώσσα, στην Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή, στην Ιστορία,

**γ. Ένας γίγαντας στην τάξη – Ε' τάξη:** Οι μαθητές χωρίζονται σε ομάδες και κάθε μια αναλαμβάνει να φτιάξει μεγάλα τρίγωνα, τετράπλευρα, πεντάγωνα κ.λπ., και δημιουργούν συνθέτοντάς τα γίγαντες στην τάξη. Στη συνέχεια κάθε ομάδα κόβει χάρτινες λωρίδες, ώστε ανάλογα με την περίπτωση, να σχηματίσει τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο, εξάγωνο, κ.λπ., στερεώνοντας τις άκρες με διπλόκαρφα. Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν καθενός και στη συνέχεια, κρατώντας μια κορυφή σταθερή, μετακινούν τις πλευρές ώστε να αλλάξει το σχήμα. Παρατηρούν τι αλλαγές γίνονται και υπολογίζουν ξανά περίμετρο και εμβαδόν ώστε να τα συγκρίνουν με τα προηγούμενα. Βγάζουν γενικούς τύπους υπολογισμού περιμέτρου και εμβαδού, συγκρίνουν τις διαστάσεις των σχημάτων με τον γίγαντα της τάξης και βρίσκουν πού στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε αντικείμενα σαν αυτά που σχημάτισαν. Συζητούν για τα υλικά κατασκευής. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Μεταβολή, Σύστημα, Ομοιότητα – Διαφορά. **Προεκτάσεις** στην Πληροφορική, Αισθητική Αγωγή, στη Γλώσσα, στην Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή, στο Ερευνώ τον Φυσικό Κόσμο,

**δ. Κατασκευή πυραμίδας – Στ' τάξη:** Οι μαθητές εργάζονται ομαδικά για τη συγκέντρωση πληροφοριών για τις πυραμίδες της Αιγύπτου, τον τρόπο κατασκευής τους και τις προσπάθειες που έγιναν για τον υπολογισμό του ύψους τους. Παρουσιάζουν τα ευρήματά τους και προσπαθούν να

κατασκευάσουν ομοιώματα των πυραμίδων ή και δικές τους κατασκευές παρόμοιες. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Αλληλεπίδραση, Ομοιότητα, Διαφορά, Μεταβολή, Πολιτισμός. **Προεκτάσεις** στην Αισθητική Αγωγή, στη Γλώσσα, στην Ιστορία,

ε. **Μοτίβα στη ζωή μας – Στ' τάξη:** Οι μαθητές βρίσκουν διάφορα επαναλαμβανόμενα σχέδια (μοτίβα) από αντικείμενα της καθημερινής ζωής και από έργα τέχνης διάφορων εποχών. Τα παρουσιάζουν σε ομαδικές συνθέσεις και συζητούν για τον ρόλο και το είδος των γεωμετρικών σχημάτων σε διάφορες περιπτώσεις. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Εξέλιξη. **Προεκτάσεις** στην Αισθητική Αγωγή, στη Γλώσσα, στην Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή, στην Ιστορία και

στ. **Το μέτρο στη ζωή μας – Στ' τάξη:** Οι μαθητές κατά ομάδες συγκεντρώνουν πληροφορίες από τα σχολικά εγχειρίδια Ε' και Στ' τάξεων σχετικά με το μέτρο και τη μέτρηση στην αρχαιότητα και τη σύγχρονη εποχή (καθιέρωση του πρότυπου μέτρου, μέτρηση χρόνου, μέτρα και σταθμά στην Ε.Ε.). Αντλούν πληροφορίες για το πού και σε τι αναφέρεται το μέτρο και η μέτρηση στα άλλα μαθήματα. Συλλέγουν σχετικό φωτογραφικό υλικό, καταγράφουν παράγωγες και σύνθετες λέξεις κ.λπ. **Θεμελιώδεις διαθεματικές έννοιες:** Χώρος, Χρόνος, Μεταβολή, Πολιτισμός, Ισορροπία. **Προεκτάσεις** στην Αισθητική Αγωγή, στη Γλώσσα, στην Τεχνολογία, στο Ερευνώ τον Φυσικό Κόσμο, στην Ιστορία (ΥΠ.Ε.Π.Θ. - Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, 2003).

Αν αναλύσουμε από τη μία, τις ενδεικτικές δραστηριότητες και τα διαθεματικά σχέδια εργασίας της εκάστοτε θεματικής ενότητας ανά τάξη και από την άλλη, την εξέλιξη των θεματικών ενοτήτων, παρατηρούμε εξελικτική προσέγγιση της Γεωμετρίας, η οποία συνάδει με το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele. Η παραπάνω παρατήρηση ταυτίζεται με τη θέση του Λεμονίδη (2015: 6), ο οποίος θεωρεί ότι το ισχύον Α.Π.Σ. βασίζεται στη “λογική των ιεραρχικά διατεταγμένων επιπέδων Van Hieles (0 – 2)”.

Ειδικότερα, ο Λεμονίδης (2015: 6) επισημαίνει ότι στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση “η γεωμετρία προσεγγίζεται με μη τυπικό τρόπο”. Βάση της αποτελούν οι παραστάσεις των παιδιών, οι οποίες εμπλουτίζονται κατά τη διάρκεια της μετάβασης από τη μία τάξη στην άλλη, με αποτέλεσμα να καθίστανται ολοένα και πιο αφαιρετικές (από το σχήμα – στο σημείο – ευθεία). Βέβαια, επισημαίνεται ότι παρ' όλο που βάση του ισχύοντος Α.Π.Σ. συνιστά το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele, “δεν γίνεται φανερό αυτή η θεμελίωση και δεν εξηγούνται οι λόγοι για τους οποίους τα περιεχόμενα ακολουθούν αυτή την εξελικτική πορεία από τάξη σε τάξη” (Λεμονίδης, 2015: 12).

Απότοκο του προαναφερθέντος είναι η άγνοια των εκπαιδευτικών για τη θεωρητική θεμελίωση του Α.Π.Σ., αλλά και για “την αναγκαιότητα της συγκεκριμένης σειράς προτάσεων” (Λεμονίδης, 2015: 12). Έτσι, οι εκπαιδευτικοί δεν είναι σε θέση να αντιληφθούν την “εξελικτική

*ανάπτυξη των δραστηριοτήτων*” και τη *“σύνδεσή τους από τάξη σε τάξη”* (Λεμονίδης, 2015: 12). Επιπρόσθετα, το γεγονός ότι οι εκπαιδευτικοί δεν γνωρίζουν το θεωρητικό υπόβαθρο του Α.Π.Σ. έχει ως αποτελέσματα την ακατάλληλη αξιοποίηση και αξιολόγηση των ενδεικτικών δραστηριοτήτων, την αδυναμία σχηματισμού μιας γενικής εικόνας για την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών, την αδυναμία προσδιορισμού του επιπέδου γεωμετρικής σκέψης τους, αλλά και την αδυναμία πρόβλεψης και αιτιολόγησης των δυσκολιών που παρουσιάζονται. Επομένως, δεν υφίσταται ολιστική αντίληψη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών/τριών με τον αποσπασματικό και κατακερματισμένο χειρισμό της ύλης να επικρατεί (Λεμονίδης, 2015).

## Κεφάλαιο 5

**Η διδασκαλία για τα τρίγωνα στην Ε' τάξη του Δημοτικού Σχολείου σύμφωνα με το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα**

Στην Ενότητα 7 του βιβλίου μαθητή της Ε' Δημοτικού περιλαμβάνεται η διδασκαλία για τα τρίγωνα. Καταλαμβάνει δύο κεφάλαια (*Κεφάλαιο 40: Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες* και *Κεφάλαιο 41: Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές*) (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016β). Δέον να σημειωθεί ότι θεωρούμε ιδιαίτερα σημαντικό οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να αναγνωρίζουν τα τρίγωνα βάσει των γωνιών και των πλευρών τους, για να μπορέσουν να μεταβούν στην κατανόηση πολυπλοκότερων γεωμετρικών εννοιών.

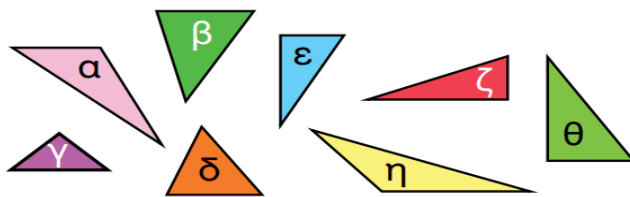
Αναλυτικότερα, σύμφωνα με το βιβλίο εκπαιδευτικού (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016α), στόχοι της διδασκαλίας του *Κεφαλαίου 40: Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες* είναι οι ακόλουθοι:

- Οι μαθητές/τριες να διακρίνουν ότι κάθε τρίγωνο έχει τρεις γωνίες και τρεις πλευρές,
- Οι μαθητές/τριες να διαπιστώνουν ότι κάθε τρίγωνο έχει τουλάχιστον δύο οξείες γωνίες,
- Οι μαθητές/τριες να διαπιστώνουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι  $180^\circ$  και να το εξηγούν και
- Οι μαθητές/τριες να διακρίνουν τα τρίγωνα σε οξυγώνια, αμβλυγώνια και ορθογώνια.

Προκειμένου να επιτευχθούν οι προαναφερθέντες στόχοι, η διδασκαλία ξεκινάει με μια δραστηριότητα διερεύνησης στην οποία τα παιδιά καλούνται να εντοπίσουν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα σε διάφορα τρίγωνα και έπειτα, να τα ταξινομήσουν βάσει των γωνιών τους (Βλ. Εικόνα 5.1.).

### Διερεύνηση

- Βρίσκουμε ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στα παρακάτω τρίγωνα και τις συζητάμε στην τάξη.



Εικόνα 5.1.: Δραστηριότητα διερεύνησης

- Βρίσκουμε δύο ομοιότητες που έχουν όλα τα τρίγωνα ως προς τις γωνίες τους.

1η ομοιότητα: .....

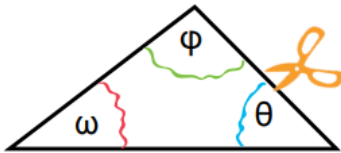
2η ομοιότητα: .....

- Κατατάσσουμε τα παραπάνω τρίγωνα σε τρεις ομάδες με κοινό χαρακτηριστικό το είδος των γωνιών που έχουν, έτσι ώστε κάθε τρίγωνο να ανήκει σε μία μόνον ομάδα.

	Τρίγωνα	Είδος γωνιών
1η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....
2η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....
3η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....

Έπειτα, τα παιδιά καλούνται να σχεδιάσουν τα δικά τους τρίγωνα, να κόψουν τις τρεις γωνίες τους με ψαλίδι και να τις τοποθετήσουν τη μία δίπλα στην άλλη με απώτερο σκοπό να δουν ότι σχηματίζουν μια ευθεία γωνία και επομένως, το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$  (Βλ. Εικόνα 5.2.).

2. Σχεδιάζουμε σε χαρτόνι τρίγωνα και προτείνουμε τρόπους, για να βρούμε το άθροισμα των γωνιών τους.

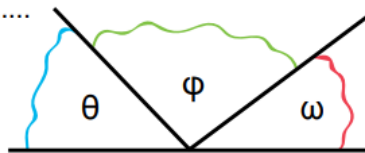


Κόβουμε τις γωνίες του τριγώνου και τις τοποθετούμε τη μία δίπλα στην άλλη, έτσι ώστε όλες μαζί να σχηματίζουν μια καινούργια γωνία.



Παρατηρούμε ότι:

$$\hat{\theta} + \hat{\phi} + \hat{\omega} = \dots\dots\dots$$



Συζητάμε στην τάξη αν το άθροισμα των γωνιών είναι το ίδιο για οποιοδήποτε τρίγωνο.

Εικόνα 5.2. Δραστηριότητα σχεδιασμού τριγώνων

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες (Βλ. Εικόνα 5.3).

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<ul style="list-style-type: none"> <li>Κάθε τρίγωνο έχει τρεις γωνίες και τρεις πλευρές.</li> <li>Όλα τα τρίγωνα έχουν τουλάχιστον 2 οξείες γωνίες.</li> </ul>	<p>Ορθογώνιο τρίγωνο <math>\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^\circ</math></p>
<p><b>Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι <math>180^\circ</math>.</b></p>	<p>Οξυγώνιο τρίγωνο <math>\hat{\pi} + \hat{\rho} + \hat{\sigma} = 180^\circ</math></p>
<p>Το τρίγωνο που περιέχει:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ τρεις οξείες γωνίες ονομάζεται <b>οξυγώνιο</b>,</li> <li>✓ ορθή γωνία ονομάζεται <b>ορθογώνιο</b>,</li> <li>✓ αμβλεία γωνία ονομάζεται <b>αμβλυγώνιο</b>.</li> </ul>	<p>Αμβλυγώνιο τρίγωνο <math>\hat{\omega} + \hat{\phi} + \hat{\theta} = 180^\circ</math></p>

Εικόνα 5.3. Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Στην επόμενη δραστηριότητα, οι μαθητές/τριες καλούνται να χαράξουν ένα τρίγωνο και να κατονομάσουν τις γωνίες του, εφόσον τις μετρήσουν με μοιρογνωμόνιο. Έπειτα, θα πρέπει να καταγράψουν το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου και να εξηγήσουν τυχόν αποκλίσεις στις μετρήσεις τους (Βλ. Εικόνα 5.4.).



### Εφαρμογή

**Να κατασκευάσετε μέσα στο πλαίσιο ένα τρίγωνο.**

**α.** Να ονομάσετε τις γωνίες του.

**β.** Με τη βοήθεια του μοιρογνωμόνιου να μετρήσετε κάθε γωνία του.

**γ.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Γωνία	Μοίρες	Είδος γωνίας



**δ.** Με βάση τον παραπάνω πίνακα να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου: .....

**ε.** Να συζητήσετε στην τάξη το ενδεχόμενο κάποιοι συμμαθητές σας και κάποιες συμμαθήτριάς σας να μην έχουν βρει την ίδια τιμή στο άθροισμα των γωνιών του τριγώνου με εσάς, αλλά κάποια άλλη τιμή κοντά σε αυτήν.

- Γιατί μπορεί να συμβεί κάτι τέτοιο;
- Με ποιον τρόπο θα μπορούσατε να εργαστείτε, ώστε να ισχυριστείτε με σιγουριά ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι  $180^\circ$ ;

**Εικόνα 5.4. Δραστηριότητα Εφαρμογής**

Τέλος, υπάρχουν ερωτήσεις αναστοχασμού που εξετάζουν την κατανόηση των μαθητών σε σχέση με τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών τους (ορθογώνιο, αμβλυγώνιο, οξυγώνιο), αλλά και τη γνώση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου ( $180^\circ$ ) (Βλ. Εικόνα 5.5.)



### Αναστοχασμός

1. Μπορεί ένα τρίγωνο να έχει 2 αμβλείες γωνίες; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.
2. Με βάση τις μοίρες των γωνιών του τριγώνου, ποιο είναι το είδος του τριγώνου σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις;
  - α.  $80^\circ$ ,  $65^\circ$ ,  $35^\circ$
  - β.  $90^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $15^\circ$
  - γ.  $114^\circ$ ,  $33^\circ$ ,  $33^\circ$
3. Εξηγούμε γιατί ένα τρίγωνο έχει τουλάχιστον δύο οξείες γωνίες.

**Εικόνα 5.5. Αναστοχασμός**

Αναφορικά με τις ασκήσεις και τα προβλήματα του τετραδίου εργασιών του συγκεκριμένου κεφαλαίου, βασίζονται στη διάκριση και αναγνώριση των ειδών των τριγώνων βάσει των γωνιών τους (οξυγώνιο, αμβλυγώνιο, ορθογώνιο) και στη γνώση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου ( $180^\circ$ ) (Βλ. Παράρτημα ΙΙΙ).

Όσον αφορά τους στόχους διδασκαλίας του επόμενου Κεφαλαίου 41: *Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές* είναι οι ακόλουθοι:

- α. Οι μαθητές/τριες να διακρίνουν τα τρίγωνα ως προς τις πλευρές τους σε ισόπλευρα, ισοσκελή και σκαληνά,
- β. Οι μαθητές/τριες να περιγράφουν ιδιότητες των ισόπλευρων, ισοσκελών και σκαληνών τριγώνων και
- γ. Οι μαθητές/τριες να σχεδιάζουν τρίγωνα με τη βοήθεια μοιρογνωμονίου (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαρραλής & Σταύρου, 2016α).

Προκειμένου να επιτευχθούν οι παραπάνω στόχοι, η διδασκαλία ξεκινάει με μια δραστηριότητα διερεύνησης, η οποία αποτελείται από τρία στάδια. Οι μαθητές/τριες καλούνται να χρησιμοποιήσουν μια κόλλα χαρτί Α4 και να τη διπλώσουν σύμφωνα με τις οδηγίες, για να δημιουργήσουν ένα τετράγωνο και διάφορα άλλα σχήματα. Έπειτα, πρέπει να καταγράψουν τις παρατηρήσεις τους με απώτερο σκοπό να ανακαλύψουν τα είδη των τριγώνων βάσει των πλευρών τους (ισόπλευρο ισοσκελές, σκαληνό) (Βλ. Εικόνα 5.6.).

**Διερεύνηση**

Κατασκευάζουμε τρίγωνα και συγκρίνουμε τις πλευρές τους και τις γωνίες τους.

α. Διπλώνουμε μια σελίδα χαρτί μεγέθους Α4, όπως φαίνεται στην εικόνα, έτσι ώστε να σχηματιστεί τετράγωνο. Έπειτα διπλώνουμε το τετράγωνο με τέτοιο τρόπο, ώστε η κορυφή Ε να συμπίπτει με την κορυφή Α.

- α1. Με δίπλωση συγκρίνουμε τις δύο κάθετες πλευρές του τριγώνου ABZ. Οι πλευρές AZ και AB είναι .....
- α2. Τι συμπεραίνουμε για τις δύο οξείες γωνίες  $\hat{AZB}$  και  $\hat{ABZ}$ ;

β. Διπλώνουμε μία σελίδα χαρτί μεγέθους Α4, έτσι ώστε η κορυφή Α και η κορυφή Β να συμπίπτουν στο σημείο Θ. Κόβουμε τα μέρη που περισσεύουν και έτσι έχουμε το τρίγωνο EZH.

- β1. Με δίπλωση συγκρίνουμε τις δύο πλευρές EZ και EH του τριγώνου EZH. Οι πλευρές EZ και EH είναι .....
- β2. Τι συμπεραίνουμε για τις δύο οξείες γωνίες  $\hat{EZH}$  και  $\hat{EHZ}$ ;

γ. Κόβουμε το εξάγωνο από το παράρτημα. Ενώνουμε με μία ευθεία την κορυφή Α με την κορυφή Δ και την κορυφή Β με την Ε. Σχηματίζεται, έτσι, το τρίγωνο ΕΔΗ.

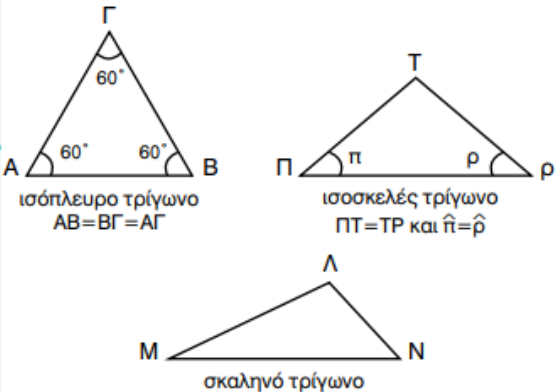
- γ1. Με δίπλωση συγκρίνουμε και τις τρεις πλευρές του τριγώνου ΕΔΗ. Οι πλευρές ΕΗ, ΕΔ και ΔΗ είναι .....
- γ2. Τι συμπεραίνουμε για τις τρεις οξείες γωνίες του τριγώνου;

Συζητάμε στην τάξη ποια είδη τριγώνων μπορούμε να διακρίνουμε με κριτήριο τις πλευρές των τριγώνων.

**Εικόνα 5.6. Δραστηριότητα διερεύνησης**



Έπειτα, παρουσιάζονται οι βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες (Βλ. Εικόνα 5.7.).

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<p>Το τρίγωνο που έχει:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ και τις τρεις πλευρές του ίσες λέγεται <b>ισόπλευρο</b>,</li><li>✓ μόνο τις δύο πλευρές του ίσες λέγεται <b>ισοσκελές</b>,</li><li>✓ όλες τις πλευρές του άνισες λέγεται <b>σκαληνό</b>.</li></ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"><li>• Το <b>ισόπλευρο</b> τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες.</li><li>• Το <b>ισοσκελές</b> τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, αυτές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές.</li><li>• Το <b>σκαληνό</b> τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες άνισες.</li></ul>	 <p>The diagram shows three triangles. The first is an equilateral triangle with vertices A, B, and Γ, all angles labeled 60°, and sides AB, BΓ, and ΑΓ labeled as equal. The second is an isosceles triangle with vertices Π, Τ, and ρ, with two equal sides ΠΤ and ΤΡ, and two equal angles π and ρ. The third is a scalene triangle with vertices Μ, Λ, and Ν, with no equal sides or angles.</p>

Εικόνα 5.7. Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Στη συνέχεια, οι μαθητές/τριες καλούνται να κατασκευάσουν ένα ισοσκελές τρίγωνο βάσει συγκεκριμένων οδηγιών που τους δίνονται (Βλ. Εικόνα 5.8.)



## Εφαρμογή

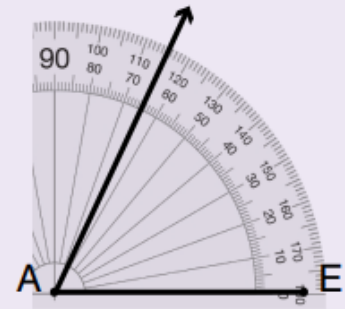
1. Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο  $\text{ADE}$  με πλευρά  $\text{AE}=4\text{εκ.}$  και γωνία  $\hat{\text{A}} = 65^\circ$  και  $\hat{\text{E}} = 65^\circ$ .

**1ο βήμα:** Σχεδιάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $\text{AE} = 4\text{εκ.}$

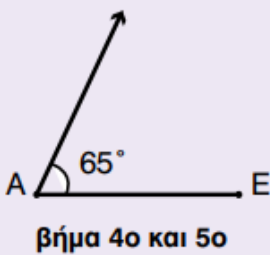
**2ο βήμα:** Τοποθετούμε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο  $\text{A}$  και την ένδειξη  $0$  της κλίμακας του μοιρογνωμόνιου που θα χρησιμοποιήσουμε πάνω στην πλευρά  $\text{AE}$  και προς τα δεξιά.

**3ο βήμα:** Βρίσκουμε στην κλίμακα το  $65^\circ$  και βάζουμε μια τελεία.

Ενώνουμε την τελεία με το σημείο  $\text{A}$ . Σχηματίζουμε με τον τρόπο αυτό μια γωνία  $65^\circ$ .



βήμα 1ο, 2ο και 3ο



βήμα 4ο και 5ο

**4ο βήμα:** Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3. Κατασκευάζουμε με τον ίδιο τρόπο μία γωνία  $65^\circ$  τοποθετώντας το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο  $\text{E}$ .

**5ο βήμα:** Προεκτείνουμε τις δύο πλευρές των γωνιών, μέχρι να συναντηθούν στο σημείο  $\text{D}$ . Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζουμε το τρίγωνο  $\text{ADE}$ .

Εικόνα 5.8. Κατασκευή ισοσκελούς τριγώνου βάσει οδηγίων

Τέλος, υπάρχει μια δραστηριότητα αναστοχασμού, η οποία συνδυάζει τις γνώσεις για τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών (οξυγώνιο, αμβλυγώνιο, ορθογώνιο) με τις γνώσεις για τα είδη των τριγώνων βάσει των πλευρών (ισόπλευρο, ισοσκελές, σκαληνό) (Βλ. Εικόνα 5.9.)



## Αναστοχασμός

1. Χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το μοιρογνωμόνιο, εξηγούμε γιατί κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι  $60^\circ$ .
2. Μπορεί ένα σκαληνό τρίγωνο να είναι και αμβλυγώνιο;

Εικόνα 5.9. Δραστηριότητα αναστοχασμού

Όσον αφορά τις ασκήσεις του τετραδίου εργασιών του συγκεκριμένου κεφαλαίου, είναι εμπεδωτικές και βασίζονται στα είδη των τριγώνων βάσει των πλευρών τους με εξαίρεση τη δραστηριότητα διερεύνησης, όπου οι μαθητές/τριες καλούνται να ανακαλύψουν, αν είναι δυνατόν να κατασκευαστεί ένα τρίγωνο με όλους τους συνδυασμούς μηκών των πλευρών του (Βλ. Παράρτημα ΙΙΙ).

Δέον να σημειωθεί ότι οι εκπαιδευτικοί που ρωτήσαμε ακολουθούν τις οδηγίες του βιβλίου εκπαιδευτικού, για να διδάξουν τα τρίγωνα της Ε' Δημοτικού. Πραγματοποιούν όλες τις δραστηριότητες διερεύνησης του βιβλίου, δίνοντας έμφαση στις βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες. Ειδικότερα, στοχεύουν στο να μάθουν οι μαθητές/τριες να αναγνωρίζουν, να ταξινομούν και να κατονομάζουν τα τρίγωνα βάσει των γωνιών τους (ορθογώνιο, οξυγώνιο, αμβλυγώνιο) και των πλευρών τους (ισοσκελές, ισόπλευρο, σκαληνό). Επίσης, θέλουν τα παιδιά να γνωρίζουν το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ( $180^\circ$ ) και να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν τον γνώμονα και το μοιρογνωμόνιο, για να κατασκευάζουν τρίγωνα και να μετρούν τις μοίρες των γωνιών, αντίστοιχα. Δεν δίνουν, όμως, έμφαση στις δραστηριότητες επέκτασης, τις οποίες και παραλείπουν. Τέλος, ως εργασία για το σπίτι βάζουν τις ασκήσεις του τετραδίου εργασιών, ενώ ως εποπτικό υλικό στη διδασκαλία τους χρησιμοποιούν τον υπολογιστή και τον προτζέκτορα, για να προβάλλουν τα διαδραστικά σχολικά βιβλία.

## Κεφάλαιο 6

### Πρόταση διδασκαλίας για τα τρίγωνα στην Ε' τάξη του Δημοτικού Σχολείου με τη χρήση ΤΠΕ

Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί η διδακτική παρέμβαση που σχεδιάσαμε για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας της Ε' Δημοτικού. Ο διδακτικός μας σχεδιασμός βασίζεται στο θεωρητικό μοντέλο van Hiele και στις δεξιότητες γεωμετρίας του Hoffer, ενσωματώνοντας ταυτόχρονα τις Τ.Π.Ε. στη διδακτική διαδικασία. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας “The Geometer’s Sketchpad” και “Geogebra”, προκειμένου να διδαχθούν το *Κεφάλαιο 40: Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες* και το *Κεφάλαιο 41: Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές της ενότητας 7* της Γεωμετρίας της Ε' Δημοτικού. Το διδακτικό μας σενάριο χωρίζεται σε δύο μέρη και δύναται να υλοποιηθεί σε 4 διδακτικές ώρες (2 ώρες σε δραστηριότητες αφιερωμένες στη διδασκαλία των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους και 2 ώρες σε δραστηριότητες αφιερωμένες στη διδασκαλία των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους).

Η πρόταση διδασκαλίας μας έλαβε υπόψη τους στόχους του Α.Π.Σ. (παρουσιάζονται στο προηγούμενο κεφάλαιο) για τη διδασκαλία των ειδών των τριγώνων βάσει των γωνιών τους (ορθογώνιο, οξυγώνιο, αμβλυγώνιο) και των πλευρών τους (ισοσκελές, ισόπλευρο, σκαληνό). Άξιο αναφοράς είναι ότι από τη μία, παρουσιάζονται οι δραστηριότητες που θα υλοποιηθούν από τους/τις μαθητές/τριες με τα παραπάνω λογισμικά και από την άλλη, επεξηγείται ο τρόπος χρήσης τους, ώστε ο/η εκάστοτε εκπαιδευτικός να είναι σε θέση να ενσωματώσει την τεχνολογία στη διδασκαλία του και να μπορέσει να χρησιμοποιήσει τα ψηφιακά μέσα για τον σχεδιασμό και την υλοποίηση εκπαιδευτικών εφαρμογών.

#### 6.1. Επίπεδα van Hiele

Το θεωρητικό μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele αποτελεί το υπόβαθρο βάσει του οποίου σχεδιάζονται ανάλογες με το εκάστοτε επίπεδο γεωμετρικής σκέψης δραστηριότητες, δίχως, όμως, να καθορίζεται το περιεχόμενο αυτών. Αυτό σημαίνει ότι ο/η εκπαιδευτικός οφείλει να παρατηρεί τους/τις μαθητές/τριές του, για να προσδιορίσει το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης που βρίσκονται, με απώτερο σκοπό να προσαρμόσει τις δραστηριότητές του σε αυτό. Έτσι, θα λειτουργήσει ως αρωγός των εκπαιδευομένων, για να μεταβούν από το ένα επίπεδο γεωμετρικής σκέψης στο άλλο.

Όσον αφορά τη διδακτική μας παρέμβαση, θεωρείται ότι οι μαθητές/τριες βρίσκονται στο πρώτο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης van Hiele (Visualization – Αναγνώριση). Επομένως, οι δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν έχουν ως βάση την παραπάνω παραδοχή, ώστε η διδασκαλία να ανταποκρίνεται στις μαθησιακές ανάγκες, προκαλώντας ταυτόχρονα τα παιδιά να μεταβούν σε επόμενο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης. Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 6.1.) παρουσιάζονται τα δύο

πρώτα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης van Hiele σε σχέση με τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές και τις τις γωνίες τους που διδάσκονται οι μαθητές/τριες της Ε' Δημοτικού, ενώ παρατίθενται και οι προσδοκώμενες δεξιότητες που δύναται να αναπτύξουν τα παιδιά μέσω της διδασκαλίας μας.

	<b>Επίπεδο 1-Αναγνώριση</b>	<b>Επίπεδο 2-Ανάλυση</b>
<b>Οπτικές</b>	Αναγνωρίζει το σχήμα των τριγώνων.	Διακρίνει τα στοιχεία των τριγώνων.
<b>Λεκτικές</b>	Χρησιμοποιεί σωστά τις ονομασίες των τριγώνων. Συσχετίζει το σχήμα των τριγώνων με τη σωστή ονομασία τους.	Περιγράφει με άνεση τα στοιχεία των τριγώνων ανάλογα με το είδος τους. Κατανοεί και συγκρίνει τα στοιχεία των τριγώνων.
<b>Σχεδίασης</b>	Σχεδιάζει με άνεση τα είδη των τριγώνων όταν δίνεται η ονομασία τους.	Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα και χρησιμοποιεί τα στοιχεία ενός τριγώνου για να το σχεδιάσει.
<b>Λογικές</b>	Συνειδητοποιεί τις διαφορές και ομοιότητες που υπάρχουν ανάμεσα στα είδη των τριγώνων και μπορεί να τα ταξινομήσει σε ομάδες .	Κατανοεί ότι τα τρίγωνα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες με βάση τα στοιχεία τους. Να υπολογίζουν τα στοιχεία των τριγώνων ανάλογα με το είδος τους.
<b>Εφαρμογής</b>	Αναγνωρίζει τα είδη των τριγώνων σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής.	Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων και τα αναπαριστά. Αναπαριστούν πραγματικά αντικείμενα με σχέδιο ή κατασκευή.

**Πίνακας 6.1.** Συνοπτικός πίνακας των δύο πρώτων επιπέδων van Hiele για τα είδη των τριγώνων

## 6.2. Παρουσίαση της διδακτικής παρέμβασης

Η συγκεκριμένη διδακτική παρέμβαση αναφέρεται στη διδασκαλία της Γεωμετρίας της Ε' Δημοτικού. Πιο συγκεκριμένα, διαπραγματεύεται τη διδασκαλία του *Κεφαλαίου 40: Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες* και του *Κεφαλαίου 41: Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές της Ενότητας 7* των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού. Για τις ανάγκες της διδασκαλίας μας δημιουργήθηκαν δύο φύλλα εργασίας, τα οποία σχετίζονται με τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών τους (Φύλλο Εργασίας 1 – Ορθογώνια, Αμβλυγώνια και Οξυγώνια τρίγωνα) και τα είδη των τριγώνων βάσει των πλευρών τους (Φύλλο Εργασίας 2 – Ισόπλευρα – Ισοσκελή και Σκαληνά Τρίγωνα) (Βλ. Παράρτημα IV).

Τα προαναφερθέντα φύλλα εργασίας συμπληρώνονται από τις ομάδες των παιδιών έπειτα από την αλληλεπίδρασή τους με το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Κάθε φύλλο εργασίας απαρτίζεται από δραστηριότητες, που αποσκοπούν στο να προσελκύσουν το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων, ώστε αυτοί/ές να συμμετάσχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία, να προβληματιστούν και να εμπλακούν σε έναν εποικοδομητικό διάλογο.

Σε περίπτωση εφαρμογής της διδακτικής μας παρέμβασης προτείνουμε τον χωρισμό των μαθητών/τριών σε 6 ομάδες των 3 ατόμων. Οι ομάδες θα ενημερωθούν ότι θα χρειαστούν, εκτός από το βιβλίο μαθητή και το τετράδιο εργασιών, τα φύλλα εργασίας, τα οποία θα τους παρέχουν οδηγίες αναφορικά με την αλληλεπίδρασή τους με το λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας “The Geometer’s Sketchpad”.

### Πρώτη διδακτική ώρα

#### Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες

**1<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα διερεύνησης ομοιοτήτων και διαφορών ανάμεσα στα τρίγωνα**

**Στόχοι:** α. Να προσελκύσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών/τριών,

β. Οι μαθητές/τριες να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους και

γ. Οι μαθητές/τριες να ταξινομούν τα τρίγωνα σε ορθογώνια, οξυγώνια και αμβλυγώνια.

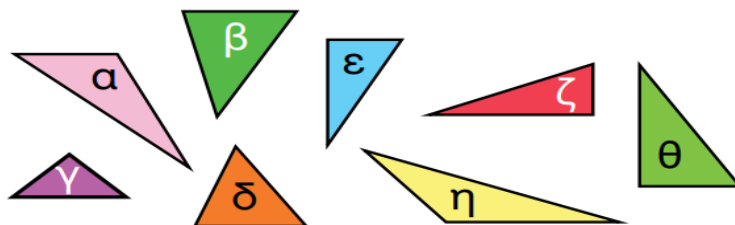
**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την πρώτη δραστηριότητα διερεύνησης που εμπεριέχεται στο Κεφάλαιο 40 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού,

εντοπίζοντας ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στα τρίγωνα (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.2.).

**Διερεύνηση**

1. Βρίσκουμε ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στα παρακάτω τρίγωνα και τις συζητάμε στην τάξη.



α. Βρίσκουμε δύο ομοιότητες που έχουν όλα τα τρίγωνα ως προς τις γωνίες τους.

1η ομοιότητα: .....

2η ομοιότητα: .....

β. Κατατάσσουμε τα παραπάνω τρίγωνα σε τρεις ομάδες με κοινό χαρακτηριστικό το είδος των γωνιών που έχουν, έτσι ώστε κάθε τρίγωνο να ανήκει σε μία μόνον ομάδα.

	Τρίγωνα	Είδος γωνιών
1η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....
2η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....
3η ομάδα		Τα τρίγωνα έχουν .....

Εικόνα 6.2. Δραστηριότητα διερεύνησης αναφορικά με τον εντοπισμό ομοιοτήτων και διαφορών ανάμεσα στα τρίγωνα

Έπειτα, βάσει των παρατηρήσεών τους, τους καλούμε να συμπληρώσουν την άσκηση 1 στη σελίδα 45 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016γ) (Βλ. Εικόνα 6.3.).

**Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες**

**40**

**1η Άσκηση**

Να αντιστοιχίσεις:

- Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει   1 ορθή γωνία και 2 οξείες
- Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει   1 αμβλεία γωνία και 2 οξείες
- Το οξυγώνιο τρίγωνο έχει   3 οξείες γωνίες

Εικόνα 6.3. Άσκηση 1 στη σελίδα 45 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού

2<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα εύρεσης του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να βρύνουν ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$  και

β. Οι μαθητές/τριες να εξηγούν τον λόγο για τον οποίο το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ .

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με τη δεύτερη δραστηριότητα διερεύνησης που εμπεριέχεται στο Κεφάλαιο 40 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού σε σχέση με το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου (Βρυώνης, κ.ά., 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.4.).

2. Σχεδιάζουμε σε χαρτόνι τρίγωνα και προτείνουμε τρόπους, για να βρούμε το άθροισμα των γωνιών τους.

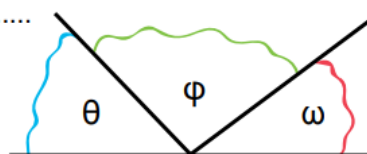


Κόβουμε τις γωνίες του τριγώνου και τις τοποθετούμε τη μία δίπλα στην άλλη, έτσι ώστε όλες μαζί να σχηματίζουν μια καινούργια γωνία.



Παρατηρούμε ότι:

$$\hat{\theta} + \hat{\phi} + \hat{\omega} = \dots\dots\dots$$



 Συζητάμε στην τάξη αν το άθροισμα των γωνιών είναι το ίδιο για οποιοδήποτε τρίγωνο.

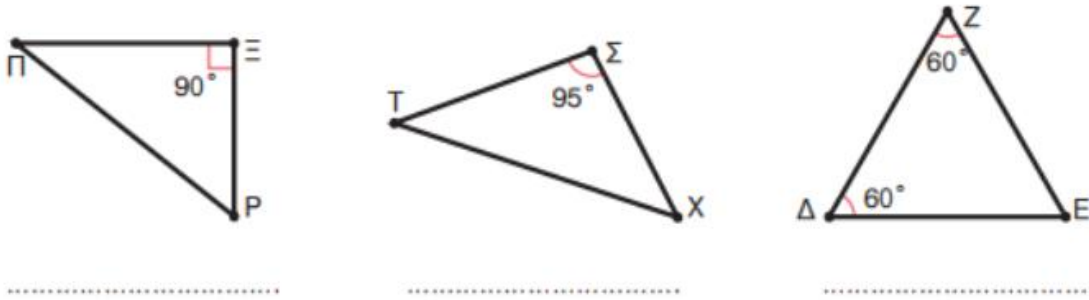
**Εικόνα 6.4.** Δραστηριότητα διερεύνησης αναφορικά με το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου

Έπειτα, βάσει των διαπιστώσεών τους, τους παρακινούμε να συμπληρώσουν την άσκηση 2 στη σελίδα 45 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, κ.ά., 2016γ) (Βλ. Εικόνα 6.5.).



## 2η Άσκηση

α. Χωρίς να υπολογίσεις πόσες μοίρες είναι οι υπόλοιπες γωνίες κάθε τριγώνου, να βρεις το είδος του σε σχέση με τις γωνίες: οξυγώνιο, ορθογώνιο, αμβλυγώνιο.



β. Να βρεις πόσες μοίρες είναι οι υπόλοιπες γωνίες κάθε τριγώνου, με όποιον τρόπο μπορείς, και να τις σημειώσεις πάνω στα τρίγωνα.

**Εικόνα 6.5. Άσκηση 2 στη σελίδα 45 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού**

### 3<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα διάκρισης των τριγώνων σε οξυγώνια, ορθογώνια και αμβλυγώνια

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να διακρίνουν τα τρίγωνα σε ορθογώνια, οξυγώνια και αμβλυγώνια.

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με τη δραστηριότητα εφαρμογής που εμπεριέχεται στο Κεφάλαιο 40 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού και αφορά τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες τους (Βρυώνης, κ.ά., 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.6.).

#### Εφαρμογή

Να κατασκευάσετε μέσα στο πλαίσιο ένα τρίγωνο.

α. Να ονομάσετε τις γωνίες του.

β. Με τη βοήθεια του μοιρογνώμονιου να μετρήσετε κάθε γωνία του.

γ. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Γωνία	Μοίρες	Είδος γωνίας

δ. Με βάση τον παραπάνω πίνακα να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου: .....

ε. Να συζητήσετε στην τάξη το ενδεχόμενο κάποιοι συμμαθητές σας και κάποιες συμμαθήτριάς σας να μην έχουν βρει την ίδια τιμή στο άθροισμα των γωνιών του τριγώνου με εσάς, αλλά κάποια άλλη τιμή κοντά σε αυτήν.

• Γιατί μπορεί να συμβεί κάτι τέτοιο;

• Με ποιον τρόπο θα μπορούσατε να εργαστείτε, ώστε να ισχυριστείτε με σιγουριά ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι  $180^\circ$ ;

**Εικόνα 6.6. Δραστηριότητα εφαρμογής για τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες τους**

Τέλος, ζητάμε από τα παιδιά να προβληματιστούν και να συζητήσουν μεταξύ τους τις ερωτήσεις της δραστηριότητας αναστοχασμού που περιλαμβάνεται στο Κεφάλαιο 40 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, κ.ά., 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.7.).



### **Αναστοχασμός**

1. Μπορεί ένα τρίγωνο να έχει 2 αμβλείες γωνίες; Δικαιολογούμε την απάντησή μας.
2. Με βάση τις μοίρες των γωνιών του τριγώνου, ποιο είναι το είδος του τριγώνου σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις;  
α.  $80^\circ, 65^\circ, 35^\circ$                       β.  $90^\circ, 75^\circ, 15^\circ$                       γ.  $114^\circ, 33^\circ, 33^\circ$
3. Εξηγούμε γιατί ένα τρίγωνο έχει τουλάχιστον δύο οξείες γωνίες.

**Εικόνα 6.7. Δραστηριότητα Αναστοχασμού**

## **Δεύτερη διδακτική ώρα**

### **Είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες**

#### **1<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα κατασκευής ορθογωνίου τριγώνου**

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να κατασκευάσουν ένα ορθογώνιο, ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο, χρησιμοποιώντας γνώμονα και μοιρογνωμόνιο

**Χρονική διάρκεια:** 10 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την πρώτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 1. Η δραστηριότητα αφορά την κατασκευή ενός ορθογωνίου, ενός οξυγωνίου και ενός αμβλυγωνίου τριγώνου. Κατατάσσεται στο πρώτο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις σχεδιαστικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.8.)



#### **Φύλλο εργασίας 1**

##### **Οξυγώνια – Αμβλυγώνια – Ορθογώνια τρίγωνα**

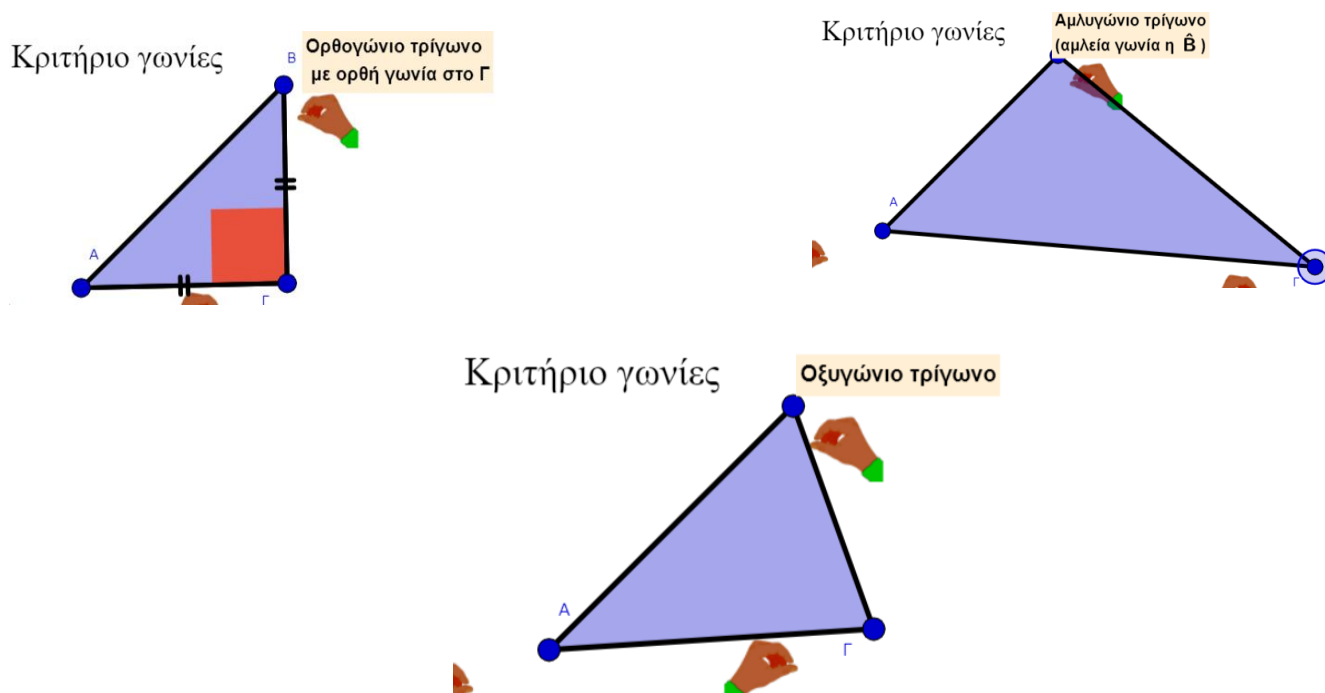
**Όνοματεπώνυμο μαθητών/τριών:**.....

**Ημερομηνία:**.....

1. Να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο, ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.

**Εικόνα 6.8. Άσκηση κατασκευής ενός ορθογωνίου, ενός οξυγωνίου και ενός αμβλυγωνίου τριγώνου**

Αναλυτικότερα, οι μαθητές/τριες καλούνται να αξιοποιήσουν το λογισμικό Geogebra και να δημιουργήσουν ένα ορθογώνιο, ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο βάσει των προτύπων που τους παρέχεται (<https://www.geogebra.org/m/rqgxKS9E>) (Βλ. Εικόνα 6.9.)



Εικόνα 6.9. Δραστηριότητα δημιουργίας ορθογώνιου, οξυγώνιου και αμβλυγώνιου τριγώνου στον υπολογιστή

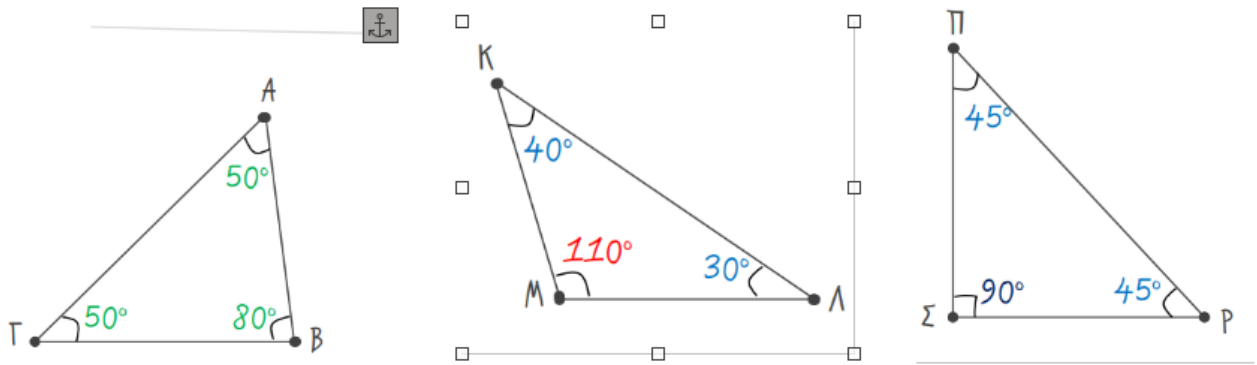
## 2<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα αναγνώρισης τριγώνων βάσει των γωνιών τους

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών τους

**Χρονική διάρκεια:** 10 λεπτά

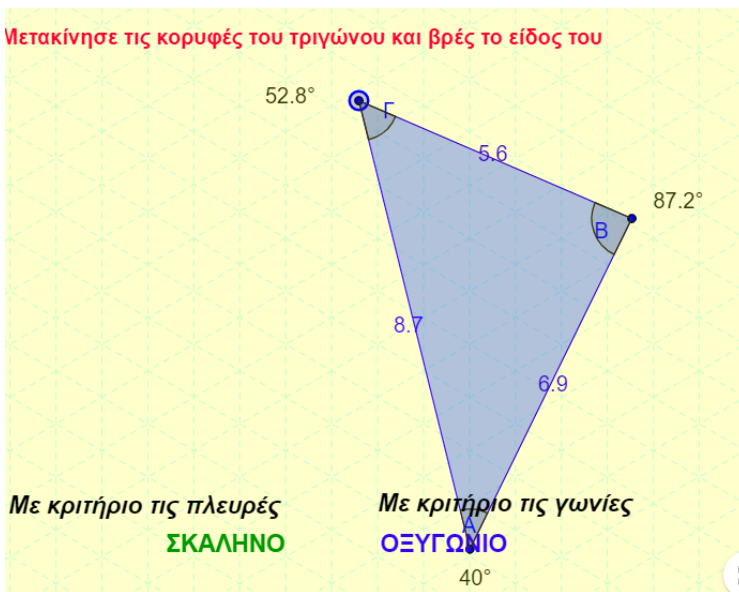
**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με τη δεύτερη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 1. Η δραστηριότητα αφορά την αναγνώριση τριγώνων βάσει των γωνιών τους. Κατατάσσεται στο πρώτο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις λεκτικές δεξιότητες, αλλά και στις δεξιότητες εφαρμογής σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.10.)

2. Να ονομάσετε τα παρακάτω είδη τριγώνων βάσει των γωνιών τους



Εικόνα 6.10. Αναγνώριση των ειδών των τριγώνων βάσει των γωνιών τους

Έπειτα, οι μαθητές/τριες καλούνται να μεταβούν στον ακόλουθο σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/MXwhrdu3>) όπου έχουν τη δυνατότητα να μετακινήσουν τα σημεία Α, Β, Γ του τριγώνου, ώστε να συμπέσουν με αυτά της άσκησης 2 και να παρουσιαστεί στην οθόνη η ονομασία του τριγώνου. Επίσης, εμφανίζεται και το μέτρο καθεμιάς γωνίας του τριγώνου (Βλ. Εικόνα 6.11.)



Εικόνα 6.11. Αναγνώριση των ειδών των τριγώνων βάσει των γωνιών τους με χρήση υπολογιστή

3<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα αναγνώρισης τριγώνων βάσει των γωνιών τους

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών τους

**Χρονική διάρκεια:** 10 λεπτά

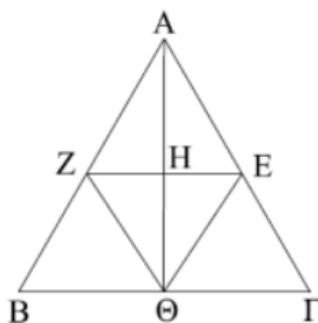
**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την τρίτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 1. Η δραστηριότητα αφορά την αναγνώριση τριγώνων βάσει των γωνιών τους. Κατατάσσεται στο δεύτερο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις οπτικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.12.).

**3. Αναγνωρίστε και ονομάστε τα τρίγωνα που υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα:**

**Ορθογώνια τρίγωνα:**

**Οξυγώνια τρίγωνα:**

**Αμβλυγώνια τρίγωνα:**



**Εικόνα 6.12. Άσκηση 3 Φύλλου εργασίας 1 – Αναγνώριση τριγώνων βάσει των γωνιών τους**

**4<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα υπολογισμού αθροίσματος γωνιών ενός τριγώνου**

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να υπολογίσουν το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την τέταρτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 1, όπου αρχικά πειραματίζονται με τις γωνίες ενός τριγώνου και έπειτα, καλούνται να καταγράψουν τις παρατηρήσεις τους. Η δραστηριότητα αφορά τον υπολογισμό του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου. Κατατάσσεται στο δεύτερο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις λογικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.13.).

4. Μεταβείτε στον παρακάτω σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/eyvygpsq>). Σχεδιάστε διάφορα τρίγωνα. Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών τους;

**Εικόνα 6.13. Άσκηση 4 Φύλλου εργασίας 1 – Υπολογισμός του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου**

### Τρίτη διδακτική ώρα

#### Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές

**1<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα διερεύνησης ομοιοτήτων και διαφορών ανάμεσα στα τρίγωνα, όταν τα διακρίνουμε βάσει των πλευρών τους**

**Στόχοι:** α. Να προσελκύσουμε το ενδιαφέρον των μαθητών/τριών,

β. Οι μαθητές/τριες να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους και

γ. Οι μαθητές/τριες να ταξινομήσουν τα τρίγωνα σε ισόπλευρα, ισοσκελή και σκαληνά.

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να μελετήσουν τις βασικές μαθηματικές διεργασίες και έννοιες που εμπεριέχονται στο Κεφάλαιο 41 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού, να προβληματιστούν και να συζητήσουν με την ομάδα τους ποια είδη τριγώνων διακρίνουμε βάσει των πλευρών τους (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.14.).

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
<p>Το τρίγωνο που έχει:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ και τις τρεις πλευρές του ίσες λέγεται <b>ισόπλευρο</b>,</li> <li>✓ μόνο τις δύο πλευρές του ίσες λέγεται <b>ισοσκελές</b>,</li> <li>✓ όλες τις πλευρές του άνισες λέγεται <b>σκαληνό</b>.</li> </ul> <hr/> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Το <b>ισόπλευρο</b> τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες.</li> <li>• Το <b>ισοσκελές</b> τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, αυτές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές.</li> <li>• Το <b>σκαληνό</b> τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες άνισες.</li> </ul>	<p>ισόπλευρο τρίγωνο <math>AB=BG=AG</math></p> <p>ισοσκελές τρίγωνο <math>PT=TP</math> και <math>\hat{\pi}=\hat{\rho}</math></p> <p>σκαληνό τρίγωνο</p>

**Εικόνα 6.14. Δραστηριότητα διερεύνησης ομοιοτήτων – διαφορών μεταξύ των τριγώνων με βάση τις πλευρές τους**

Έπειτα, καλούμε τους/τις μαθητές/τριες να συμπληρώσουν τις ασκήσεις 1 και 2 στη σελίδα 47 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016γ) (Βλ. Εικόνες 6.15 και 6.16).

## Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές

# 41

### 1η Άσκηση

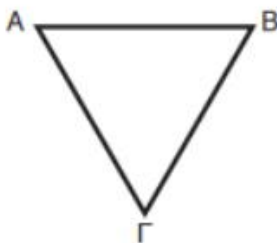
Να αντιστοιχίσεις:

- |                           |   |   |                   |
|---------------------------|---|---|-------------------|
| Το σκαληνό τρίγωνο έχει   | ■ | ■ | 3 πλευρές ίσες.   |
| Το ισοσκελές τρίγωνο έχει | ■ | ■ | 3 πλευρές άνισες. |
| Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει | ■ | ■ | 2 πλευρές ίσες.   |

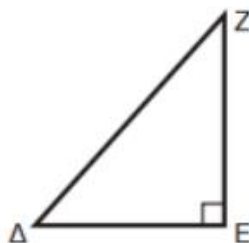
Εικόνα 6.15. Άσκηση 1 στη σελίδα 47 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού

### 2η Άσκηση

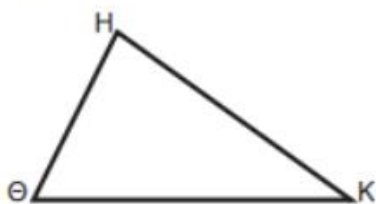
Να μετρήσεις το μήκος των πλευρών κάθε τριγώνου και να γράψεις κάτω από κάθε τρίγωνο το είδος του σε σχέση με τις πλευρές:



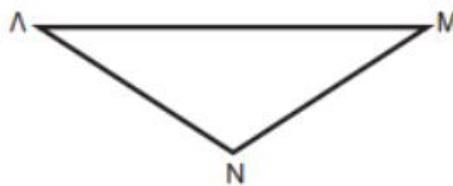
Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι .....



Το τρίγωνο ΔΕΖ είναι .....



Το τρίγωνο ΗΘΚ είναι .....



Το τρίγωνο ΛΜΝ είναι .....

Εικόνα 6.16. Άσκηση 2 στη σελίδα 47 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού


2<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα κατασκευής ισοσκελούς τριγώνου με κανόνα και μοιρογνωμόνιο



**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να κατασκευάζουν ισοσκελή τρίγωνα με κανόνα και μοιρογνωμόνιο.

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ακολουθήσουν τα πέντε βήματα της Εφαρμογής που εμπεριέχεται στο Κεφάλαιο 41 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού, με απώτερο σκοπό να δημιουργήσουν ένα ισοσκελές τρίγωνο (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.17.).

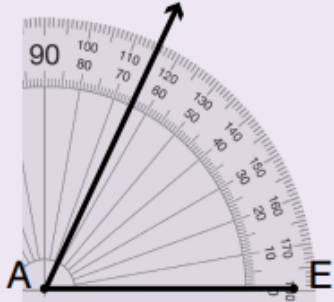
 **Εφαρμογή**

**1. Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο ΑΔΕ με πλευρά ΑΕ=4εκ. και γωνία  $\hat{A} = 65^\circ$  και  $\hat{E} = 65^\circ$ .**

**1ο βήμα:** Σχεδιάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ = 4εκ.

**2ο βήμα:** Τοποθετούμε το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο Α και την ένδειξη 0 της κλίμακας του μοιρογνωμόνιου που θα χρησιμοποιήσουμε πάνω στην πλευρά ΑΕ και προς τα δεξιά.

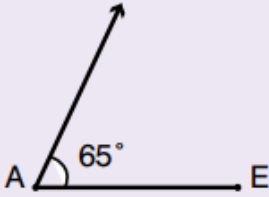
**3ο βήμα:** Βρίσκουμε στην κλίμακα το  $65^\circ$  και βάζουμε μια τελεία. Ενώνουμε την τελεία με το σημείο Α. Σχηματίζουμε με τον τρόπο αυτό μια γωνία  $65^\circ$ .



**βήμα 1ο, 2ο και 3ο**

**4ο βήμα:** Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3. Κατασκευάζουμε με τον ίδιο τρόπο μία γωνία  $65^\circ$  τοποθετώντας το κέντρο του μοιρογνωμόνιου στο σημείο Ε.

**5ο βήμα:** Προεκτείνουμε τις δύο πλευρές των γωνιών, μέχρι να συναντηθούν στο σημείο Δ. Με αυτόν τον τρόπο κατασκευάζουμε το τρίγωνο ΑΔΕ.



**βήμα 4ο και 5ο**

**Εικόνα 6.17.** Άσκηση Εφαρμογής για κατασκευή ισοσκελούς τριγώνου με κανόνα και μοιρογνωμόνιο

Στη συνέχεια, ζητάμε από τα παιδιά να λύσουν την άσκηση 3 και το πρόβλημα 1 στις σελίδες 47 και 48 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, Δουκάκης, Καρακώστα, Μπαραλής & Σταύρου, 2016γ) (Βλ. Εικόνες 6.18 και 6.19).



### 3η Άσκηση

Να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρά  $AB = 4$  εκ. και γωνίες  $A$  και  $B$ ,  $45^\circ$  η καθεμία.



Ποιο είδος τριγώνου κατασκεύασες ως προς τις πλευρές και τις γωνίες του;

**Εικόνα 6.18.** Άσκηση 3 στη σελίδα 47 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού

### 1ο Πρόβλημα

Ο Αντρέι σχεδιάζει ένα ισοσκελές τρίγωνο με πλευρές 3 και 5 εκατοστά. Ποιο μπορεί να είναι το μήκος της τρίτης πλευράς; Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

**Εικόνα 6.19.** Πρόβλημα 1 στη σελίδα 48 του β' τεύχους του Τετραδίου Εργασιών των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού

**3<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα κατασκευής ισόπλευρου τριγώνου με κανόνα και μοιρογνωμόνιο**

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να κατασκευάζουν ισόπλευρα τρίγωνα με κανόνα και μοιρογνωμόνιο.

**Χρονική διάρκεια:** 15 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να κατασκευάσουν, αρχικά, ισόπλευρο τρίγωνο με μήκος πλευράς 5 εκατοστά και έπειτα, να προβληματιστούν και να συζητήσουν τις ερωτήσεις αναστοχασμού που περιλαμβάνονται στο Κεφάλαιο 41 του βιβλίου μαθητή, β' τεύχος, των Μαθηματικών της Ε' Δημοτικού (Βρυώνης, κ.ά., 2016β) (Βλ. Εικόνα 6.20.).



## Αναστοχασμός

1. Χωρίς να χρησιμοποιήσουμε το μοιρογνωμόνιο, εξηγούμε γιατί κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι  $60^\circ$ .
2. Μπορεί ένα σκαληνό τρίγωνο να είναι και αμβλυγώνιο;

### Εικόνα 6.20. Ερωτήσεις αναστοχασμού

## Τέταρτη διδακτική ώρα

### Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές

**1<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα κατασκευής ισόπλευρου, ισοσκελούς και σκαληνού τριγώνου**

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να κατασκευάσουν ένα ισόπλευρο, ένα ισοσκελές και ένα σκαληνό τρίγωνο, χρησιμοποιώντας γνώμονα και μοιρογνωμόνιο

**Χρονική διάρκεια:** 10 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την πρώτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 2. Η δραστηριότητα αφορά την κατασκευή ενός ισόπλευρου, ενός ισοσκελούς και ενός σκαληνού τριγώνου. Κατατάσσεται στο πρώτο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις σχεδιαστικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.21.)

### Φύλλο εργασίας 2

#### Ισόπλευρα – Ισοσκελή – Σκαληνά τρίγωνα

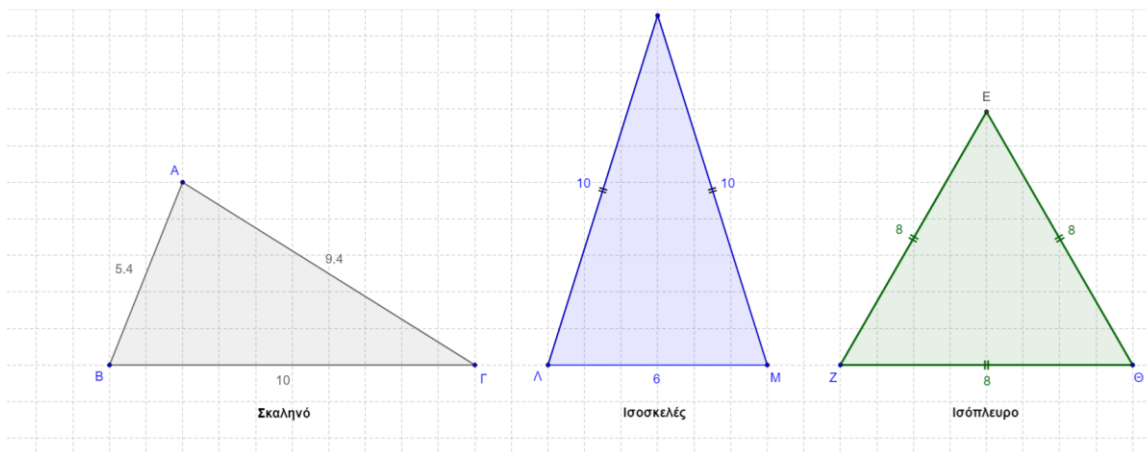
**Όνοματεπώνυμο μαθητών/τριών:**.....

**Ημερομηνία:**.....

1. Κατασκευάστε ένα **ισόπλευρο**, ένα **ισοσκελές** και ένα **σκαληνό τρίγωνο**

Εικόνα 6.21 Άσκηση κατασκευής ενός ισόπλευρου, ενός ισοσκελούς και ενός σκαληνού τριγώνου

Αναλυτικότερα, οι μαθητές/τριες καλούνται να αξιοποιήσουν το λογισμικό Geogebra και να δημιουργήσουν ένα ισόπλευρο, ένα ισοσκελές και ένα σκαληνό τρίγωνο βάσει των προτύπων που τους παρέχεται (<https://www.geogebra.org/m/rqgXKS9E>) (Βλ. Εικόνα 6.22.)



Εικόνα

**6.21 Δραστηριότητα δημιουργίας ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου στον υπολογιστή**

**2<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα αναγνώρισης τριγώνων βάσει των πλευρών τους**

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων βάσει των γωνιών τους

**Χρονική διάρκεια:** 10 λεπτά

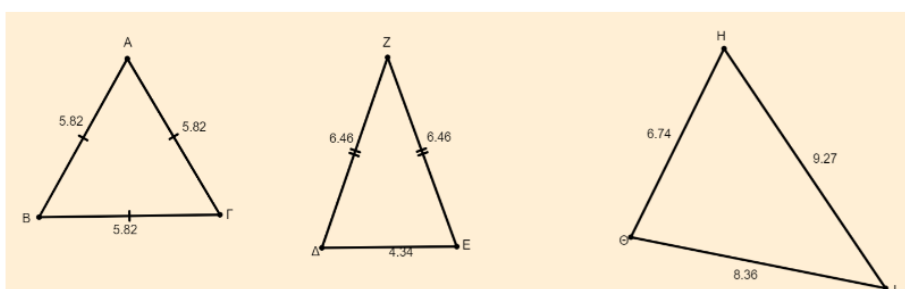
**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με τη δεύτερη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 2. Η δραστηριότητα αφορά την αναγνώριση τριγώνων βάσει των πλευρών τους. Κατατάσσεται στο πρώτο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις λεκτικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.22.)

2. Ποια από τα ακόλουθα τρίγωνα είναι ισόπλευρο, ποια ισοσκελές και ποιο σκαληνό;

**Ισόπλευρα:**

**Ισοσκελή:**

**Σκαληνά:**



**Εικόνα 6.22. Αναγνώριση των ειδών των τριγώνων βάσει των πλευρών τους**

Έπειτα, οι μαθητές/τριες καλούνται να μεταβούν στον ακόλουθο σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/MXwhrdu3>) όπου έχουν τη δυνατότητα να μετακινήσουν τα σημεία Α,

Β, Γ του τριγώνου, ώστε να συμπέσουν με αυτά της άσκησης 2 και να παρουσιαστεί στην οθόνη η ονομασία του τριγώνου. Επίσης, εμφανίζεται και το μέτρο καθεμίας γωνίας του τριγώνου (Βλ. Εικόνα 6.22.)

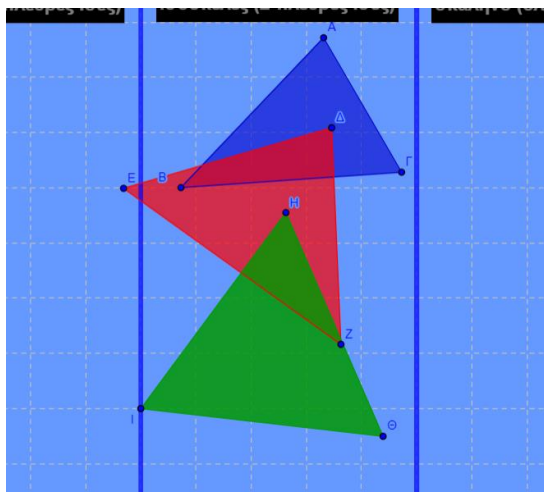
### 3<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα αναγνώρισης τριγώνων βάσει των πλευρών τους

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να μπορούν να αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων βάσει των πλευρών τους

**Χρονική διάρκεια:** 5 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την τρίτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 2. Η δραστηριότητα αφορά την ταξινόμηση τριγώνων βάσει των πλευρών τους. Κατατάσσεται στο πρώτο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις δεξιότητες εφαρμογής σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.23.).

3. Μεταβείτε στον παρακάτω σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/nkryjh9w>) και ταξινομήστε τα τρίγωνα βάσει των πλευρών τους.



Εικόνα 6.23. Άσκηση 3 φύλλου εργασίας 2

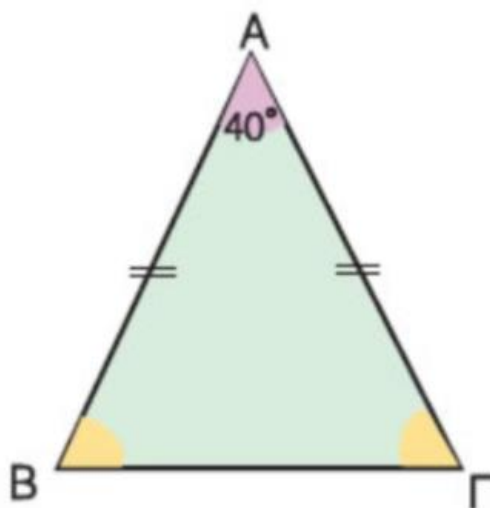
#### 4<sup>η</sup> δραστηριότητα – Δραστηριότητα κατασκευής ισόπλευρου και ισοσκελούς τριγώνου

**Στόχοι:** α. Οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να αξιοποιούν τις γνώσεις για τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές, για να επιλύουν προβλήματα

**Χρονική διάρκεια:** 20 λεπτά

**Υλοποίηση:** Ζητάμε από τα παιδιά να ασχοληθούν με την τέταρτη δραστηριότητα του Φύλλου Εργασίας 2. Η δραστηριότητα αφορά την επίλυση προβλημάτων που βασίζονται στα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές. Κατατάσσεται στο δεύτερο επίπεδο van Hiele, ενώ συγκαταλέγεται στις λογικές δεξιότητες σύμφωνα με τον Hoffer (Βλ. Εικόνα 6.24.). Προκειμένου οι εκπαιδευόμενοι/ες να επιλύσουν το πρόβλημα θα αξιοποιήσουν τον ακόλουθο σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/MXwhpdu3>).

4. Υπολογίστε το μήκος των πλευρών του παρακάτω τριγώνου, αν γνωρίζετε ότι  $AB = AG$ .



Εικόνα 6.24. Άσκηση 4 Φύλλου εργασίας 2

## Κεφάλαιο 7

### Συμπεράσματα – Επίλογος

Η σύγχρονη εποχή χαρακτηρίζεται από ραγδαία τεχνολογική ανάπτυξη. Είναι οπότε απολύτως λογικό να μην μπορεί η εκπαιδευτική έρευνα να συμβαδίσει μαζί της. Αποτελεί, όμως, χρέος του/της εκάστοτε εκπαιδευτικού να ενσωματώσει την τεχνολογία στη διδακτική διαδικασία, καθώς οι τεχνολογικές εφαρμογές επιφέρουν σημαντικά παιδαγωγικά οφέλη (Attard & Curry, 2012, Clements et. al., 2008, Vincent & McCrae, 1999, Dimakos & Zaranis, 2010).

Ειδικότερα, η αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στη διδασκαλία κεντρίζει το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων, παρακινώντας τους να συμμετάσχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία. Έτσι, οι μαθητές/τριες εμπλέκονται σε μια διερευνητική διαδικασία, όπου με την καθοδήγηση του/της εκπαιδευτικού ανακαλύπτουν τη γνώση. Επιπρόσθετα, η χρήση ψηφιακών μέσων ευνοεί την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών, προάγοντας ταυτόχρονα την καλύτερη κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών λόγω της παρουσίας τους με ποικίλα μέσα (οπτικά, ηχητικά, απτικά), όπως αποδεικνύεται και από τις διάφορες διεθνείς έρευνες. Για αυτόν τον λόγο και θεωρούμε ότι πιθανή εφαρμογή της διδακτικής μας παρέμβασης, η οποία βασίζεται στα επίπεδα van Hiele και στα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας θα επιφέρει τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (αναγνώριση, ταξινόμηση και ονομασία των τριγώνων βάσει των γωνιών και των πλευρών τους, γνώση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου, δυνατότητα κατασκευής διάφορων ειδών τριγώνων).

Απαραίτητες, όμως, προϋποθέσεις για την αξιοποίηση της τεχνολογίας στη μαθησιακή διαδικασία συνιστούν η καλή γνώση τόσο του διδακτικού αντικειμένου όσο και των τεχνολογικών εφαρμογών από τον/την εκπαιδευτικό, ώστε να επέλθει από τη μία, κατάλληλος διδακτικός σχεδιασμός και από την άλλη, επιλογή των σχετικών με το διδακτικό αντικείμενο ψηφιακών μέσων. Για αυτόν τον λόγο είναι σημαντική τόσο η θεωρητική (μοντέλο γεωμετρικής σκέψης van Hiele) όσο και η τεχνολογική επιμόρφωση των εκπαιδευτικών (λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας), ώστε να αρχίσουν να συμμετέχουν ενεργά στη δημιουργία ψηφιακού υλικού, αλλά και στην έκδοση βιβλίων εκπαιδευτικού και μαθητή που θα εμπεριέχουν δραστηριότητες βασισμένες στα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης van Hiele και θα ανταποκρίνονται στα ελληνικά δεδομένα.

## Κεφάλαιο 8

### Βιβλιογραφία

Akçayır, M. & Akçayır, G. (2017). Advantages and challenges associated with augmented reality for education: A systematic review of the literature. *Educational Research Review*, 20, 1 – 11.

Attard, C. & Curry, C. (2012). Exploring the Use of iPads to Engage Young Students with Mathematics. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: expanding horizons. Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. (MERGA – 35)* (pp. 75 – 82). Singapore: MERGA.

Attard, C. & Orlando, J. (2014). Early Career Teachers, Mathematics and Technology: Device Conflict and Emerging Mathematical Knowledge. In J. Anderson, M. Cavanagh, & A. Prescott (Eds.), *Curriculum in focus: Research guided practice. Proceedings of the 37th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. (MERGA-37)* (pp. 71 – 78). Sydney: MERGA

Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6 (4), 355–385. Ανακτήθηκε 17 Απριλίου, 2024 από: <https://www.cs.unc.edu/~azuma/ARpresence.pdf>

Azuma, R., Baillot, Y., Behringer, R., Feiner, S., Julier, S. & MacIntyre, B. (2001). Recent Advances in Augmented Reality. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 21 (6), 34–47. Doi: 10.1109/38.963459

Bacca, J., Baldiris, S., Fabregat, R., Graf, S. & Kinshuk (2014). Augmented Reality Trends in Education: A Systematic Review of Research and Applications. *Educational Technology & Society*, 17 (4), 133–149.

Billinghurst, M. & Duenser, A. (2012). Augmented reality in the Classroom. *Computer*, 45 (7), 56–63. Doi:10.1109/MC.2012.11

Bower, M., Howe, C., McCredie, N., Robinson, A. & Grover, D. (2014). Augmented Reality in education – cases, places and potentials. *Educational Media International*, 51 (1), 1–15. Doi: 10.1080/09523987.2014.889400

Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαλαλής, Γ. & Σταύρου, Ι. (2016α). *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Εκπαιδευτικού*. Αθήνα: ΙΤΥΕ “ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ”.

Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαλαλής, Γ. & Σταύρου, Ι. (2016β). *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Βιβλίο Μαθητή, β΄ τεύχος*. Αθήνα: ΙΤΥΕ “ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ”.

Βρυώνης, Κ., Δουκάκης, Σ., Καρακώστα, Β., Μπαλαλής, Γ. & Σταύρου, Ι. (2016γ). *Μαθηματικά Ε΄ Δημοτικού. Τετράδιο εργασιών, β΄ τεύχος*. Αθήνα: ΙΤΥΕ “ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ”.

Clarke, B. & Svanaes, S. (2014). An Updated Literature Review on the use of tablets in education. *Family kids and youth*, 1 – 20. Ανακτήθηκε 14 Απριλίου, 2024 από: <https://www.kidsandyouth.com/pdf/FK%26Y%20T4S%20Literature%20Review%209.4.14.pdf>.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. Grouws, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 420 – 464. New York: Macmillan Publishing Co.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38 (2), 136 – 163.

Clements, D. H., Sarama, J., Yelland, N. J. & Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of 75 mathematics: Volume 1, Research syntheses* (pp. 109–154). New York: Information Age Publishing.

Crompton, H., & Burke, D. (2015). Research Trends in the Use of Mobile Learning in Mathematics. *International Journal of Mobile and Blended Learning*, 7 (4), 1–15. Doi: 10.4018/IJMBL.2015100101.



Dimakos, G. & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the geometry achievement of Greek school students. *The teaching of Mathematics*, 13 (2), 113 – 124.

Fabian, K., Topping, K. J., & Barron, I. G. (2016). Mobile technology and mathematics: Effects on students' attitudes, engagement, and achievement. *Journal of Computers in Education*, 3 (1), 77–104. Doi: 10.1007/s40692-015-0048-8.

Gawlick, T. (2005). Connecting Arguments to Actions – Dynamic Geometry as Means for the Attainment of Higher van Hiele Levels. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37 (5), 361–370. Doi: <https://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm055a6.pdf>

Goodwin, K. (2012). *Use of Tablet Technology in the Classroom: NSW Curriculum and Learning Innovation Centre*. Strathfield NSW: NSW Curriculum and Learning Innovation Centre.

Green, H. & Hannon, C. (2007). *Their Space: Education for a digital generation*. London: DEMOS Foundation. Ανακτήθηκε 22 Απριλίου, 2024 από <https://dera.ioe.ac.uk/id/eprint/23215/>.

Hidajat, F. A. (2023). Augmented reality applications for mathematical creativity: a systematic review. *Journal of Computers in Education*. Doi: <https://doi.org/10.1007/s40692-023-00287-7>

Καλαϊτζίδης, Π., Παππά, Α. & Σακονίδης, Χ. (2017). Διερεύνηση των Επιπέδων Γεωμετρικής Σκέψης των Τελειόφοιτων Μαθητών του Δημοτικού Σχολείου και του Γυμνασίου κατά Van Hiele. *Education Sciences*, 2017 (1), 114 – 135. Doi: <https://doi.org/10.26248/.v2017i1.290>

Kiger, D., Herro, D. & Prunty, D. (2012). Examining the Influence of a Mobile Learning Intervention on Third Grade Math Achievement. *Journal of Research on Technology in Education*, 45 (1), 61 – 82. Doi: <http://dx.doi.org/10.1080/15391523.2012.10782597>

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών*. Αθήνα: Leader Books.

Κοντογιάννης, Δ. & Ντζιαχρήστος, Β. (1997). *Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας*, Β' έκδοση. Αθήνα.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, 275–304. Netherlands: Brill.

Λεμονίδης, Χ. (2015). Παρουσίαση, ανάλυση και σύγκριση του ισχύοντος και δύο σύγχρονων Προγραμμάτων Σπουδών της Γεωμετρίας. Προσκεκλημένη ομιλία στο 13<sup>ο</sup> Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Χώρος και Γεωμετρία στην προσχολική και σχολική εκπαίδευση. 8–9 Μαΐου, Θεσ/νικη. Ανακτήθηκε 18 Απριλίου, 2024 από <https://docplayer.gr/12391153-Paroyasi-analysi-kai-syngkrisi-toy-ishyontos-kai-dyo-syghronon-programmaton-spoydon-tis-geometrias.html>

Liana, D. (2023). AUGMENTED REALITY–BASED LEARNING MEDIA IN INCREASING STUDENT KNOWLEDGE. *Edureligia: Jurnal Pendidikan Agama Islam*, 7 (2), 212–222. Doi: <http://doi.org/10.33650/edureligia.v7i2.7031>

Lin, H. – C. K., Chen, M. – C., & Chang, C. – K. (2015). Assessing the effectiveness of learning solid geometry by using an augmented reality–assisted learning system. *Interactive Learning Environments*, 23 (6), 799 – 810. Doi: <https://doi.org/10.1080/10494820.2013.817435>

Mendoza – Ramírez, C. E., Tudon – Martínez, J. C., Félix–Herrán, L. C., Jorge de J. Lozoya– Santos. J. de J. & Vargas–Martínez, A. (2023). Augmented Reality: Survey. *Applied Sciences*, 13 (18), 1–35. Doi: [10.3390/app131810491](https://doi.org/10.3390/app131810491)

Ντζιαχρήστος, Β. & Ζαράνης, Ν. (2001). Η αξιοποίηση της θεωρίας Van Hiele στην Κατανόηση Γεωμετρικών Εννοιών της Α' Γυμνασίου με τη Βοήθεια Εκπαιδευτικού Λογισμικού. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 56, 55 – 74.

O' Malley, C., Vavoula, G., Glew, J., Taylor, J., Sharples, M., Lefrere P., Lonsdale, P., Naismith, L., & Waycott, J. (2005). Guidelines for Learning/Teaching/Tutoring in a Mobile Environment. Public deliverable from the MOBIlearn Project (D.4.1). Ανακτήθηκε 14 Απριλίου, 2024 από: <https://hal.science/hal-00696244/document>.

Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. *On the Horizon*, 9 (5), 1 – 6. Doi: [10.1108/10748120110424816](https://doi.org/10.1108/10748120110424816).

Romrell, D., Kidder, L. & Wood, E. (2014). The SAMR Model as a Framework for Evaluating mLearning. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 18 (2), 1 – 15. Doi: <https://doi.org/10.24059/olj.v18i2.435>.

Santos, M. S. M. D., Sobretudo, M. L. & Hortillosa, A. D. (2022). The Van Hiele Model in Teaching Geometry. *World Journal of Vocational Education and Training*, 4 (1), 10 – 22. Doi: [10.18488/119.v4i1.3087](https://doi.org/10.18488/119.v4i1.3087).

Serin, H. (2018). Perspectives on the Teaching of Geometry: Teaching and Learning Methods. *Journal of Education and Training*, 5 (1), 131–137. Doi: [10.5296/jet.v5i1.12115](https://doi.org/10.5296/jet.v5i1.12115)

Sommerauer, E., & Müller, O. (2014). Augmented reality in informal learning environments: A field experiment in a mathematics exhibition. *Computers & Education*, 79, 59 – 68. Doi: [10.1016/j.compedu.2014.07.013](https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.07.013)

Sunzuma, G. (2023). Technology integration in geometry teaching and learning: A systematic review (2010 – 2022). *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 11 (3), 1 – 18. Doi: <https://doi.org/10.31129/LUMAT.11.3.1938>

Τουμάσης, Μ. (2004). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

UNESCO (2013). *Policy guidelines for mobile learning*. UNESCO: Paris. Ανακτήθηκε 14 Απριλίου, 2024, από: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000219641>.

Van de Walle, J. A. (2007). *Διδάσκοντας Μαθηματικά για Δημοτικό και Γυμνάσιο: Μια αναπτυξιακή διαδικασία*. Σταφυλίδου Σ. (Επιμέλεια – Θεώρηση). Αράπογλου Β. (Μετάφραση). Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Vincent, J. & McCrae, B. (1999). *Cabri Geometry: A catalyst for growth in geometric understanding*. Paper presented at the 22nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia (Making a difference), Adelaide, Australia.

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. In J. Safrankova and J. Pavlu (Eds.) *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, Part I – Mathematics and Computer Sciences*, 72 – 75. Prague: Matfyzpress.

ΥΠ.Ε.Π.Θ. – Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (2003). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης. ΦΕΚ 303B/13-03-2003, ΦΕΚ 304B/13-03 2003.

Yildirim, F. S. (2020). The Effect of the Augmented Reality Applications in Science Class on Students' Cognitive and Affective Learning. *Journal of Education in Science, Environment and Health*, 6 (4), 259 – 267. Doi: 10.21891/jeseh.751023

Yıldız, C., Aydın, M., & Köğçe, D. (2009). Comparing the old and new 6<sup>th</sup> – 8<sup>th</sup> grade mathematics curricula in terms of Van Hiele understanding levels for geometry. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 1 (1), 731 – 736. Doi: 10.1016/j.sbspro.2009.01.128.

Zaranis, N., Kalogiannakis, M. & Papadakis, S. (2013). Using Mobile Devices for Teaching Realistic Mathematics in Kindergarten Education. *Creative Education*, 4 (7), 1 – 10. Doi: <http://dx.doi.org/10.4236/ce.2013.47A1001>

Ζαράνης, Ν. & Ντζιαχρήστος, Β. (2002). Κριτική ανάλυση του μοντέλου van Hiele και η επίδραση της διδασκαλίας του με τη βοήθεια εκπαιδευτικού λογισμικού σε μαθητές που παρουσιάζουν δυσκολία στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών. *Θέματα στην Εκπαίδευση*, 3 (2), 139 – 153.

Ζαράνης, Ν., Ντζιαχρήστος, Β. & Κατατριώτης, Γ. (2004). Η Επίδραση Εκπαιδευτικού Λογισμικού Βασισμένου στο μοντέλο Van Hiele στη Συνεισφορά της Ικανότητας Μαθητών σε Γεωμετρικές Έννοιες που Διδάσκονται για Πρώτη Φορά. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 61, 82 – 91.

## **Παράρτημα I**

Στη συνέχεια παρατίθενται οι βασικές γεωμετρικές δεξιότητες σε κάθε επίπεδο γεωμετρικής σκέψης van Hiele, σύμφωνα με τον A. Hoffer.

**Βασικές Γεωμετρικές Ικανότητες (Κοντογιάννης & Ντζιαχρήστος, 1997)**

<b>ΕΠΠΕΛΟ ΛΕΙΣΙΟΤΗΤΕΣ</b>	<b>ΕΠΠΕΛΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ</b>	<b>ΕΠΠΕΛΟ ΙΙ ΑΝΑΛΥΣΗ</b>	<b>ΕΠΠΕΛΟ ΙΙΙ ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ</b>	<b>ΕΠΠΕΛΟ ΙV ΕΠΑΓΩΓΗ</b>	<b>ΕΠΠΕΛΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ</b>
<b>ΟΠΤΙΚΕΣ</b>	Αναγνωρίζει διάφορα σχήματα από μια εικόνα. Αναγνωρίζει μια πληροφορία που δίνεται με ένα σχήμα.	Μπορεί να διακρίνει τις ιδιότητες ενός σχήματος. Εντοπίζει ένα σχήμα σαν μέρος ενός πιο σύνθετου σχήματος.	Αναγνωρίζει σχέσεις μεταξύ διαφόρων ειδών σχημάτων. Αναγνωρίζει κοινές ιδιότητες διαφόρων ειδών σχημάτων.	Χρησιμοποιεί πληροφορία σχετική με ένα σχήμα για να συμπεράνει νέα στοιχεία.	Αναγνωρίζει εσφαλμένες παραδοχές σε ένα πρόβλημα που χρησιμοποιήθηκαν σχήματα. Συλλαμβάνει σχέσεις σχημάτων σε διάφορα επαγωγικά συστήματα.
<b>ΛΕΚΤΙΚΕΣ</b>	Συσχετίζει το σχήμα με τη σωστή ονομασία. Ερμηνεύει προτάσεις που περιγράφουν σχήματα. Καταλαβαίνει από την περιγραφή για το σχήμα.	Περιγράφει με άνεση διάφορες ιδιότητες ενός σχήματος.	Μπορεί να δίνει τον ορισμό εννοιών άνετα και συνειδητά. Διατυπώνει προτάσεις που δείχνουν τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων.	Κατανοεί τις διαφορές μεταξύ ορισμών αξιωμάτων και θεωρημάτων. Διακρίνει τις υποθέσεις από τα συμπεράσματα στην εκφώνηση ενός προβλήματος.	Διατυπώνει προεκτάσεις γνωστών αποτελεσμάτων. Περιγράφει διάφορα επαγωγικά συστήματα.
<b>ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ</b>	Κατασκευάζει με άνεση σχήματα και μπορεί να ονομάζει τα διάφορα μέρη τους.	Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες ενός σχήματος για να κατασκευάσει το σχήμα.	Δεδομένων κάποιων σχημάτων, μπορεί να κατασκευάσει άλλα σχήματα που σχετίζονται με τα αρχικά.	Αναγνωρίζει πότε και πώς να χρησιμοποιήσει βοηθητικά στοιχεία σε ένα σχήμα. Από δοσμένη πληροφορία συμπεραίνει πως να κατασκευάσει ένα συγκεκριμένο σχήμα.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες διαφόρων οργάνων μέτρησης. Αναπαριστά σχηματικά έννοιες διαφόρων επαγωγικών συστημάτων.
<b>ΛΟΓΙΚΕΣ</b>	Συνειδητοποιεί ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα. Κατανοεί τη διατήρηση του σχήματος σε διάφορες θέσεις.	Κατανοεί ότι τα σχήματα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες. Συνειδητοποιεί ότι οι ιδιότητες χρησιμοποιούνται για να ξεχωρίζουν τα σχήματα.	Κατανοεί τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες των σχημάτων, για να συμπεράνει αν μια ομάδα σχημάτων εμπεριέχεται σε μια άλλη ομάδα.	Χρησιμοποιεί κανόνες της λογικής για να κατασκευάσει αποδείξεις. Μπορεί να διατυπώνει συμπεράσματα από δοσμένη πληροφορία.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και προτάσεων. Γνωρίζει πότε ένα σύστημα αξιωμάτων είναι ανεξάρτητο.
<b>ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ</b>	Αναγνωρίζει γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής.	Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων. Αναπαριστά φυσικά φαινόμενα με σχέδιο ή με τη βοήθεια μοντέλου.	Κατανοεί την έννοια του μαθηματικού μοντέλου που αναπαριστά σχέσεις μεταξύ αντικειμένων του πραγματικού χώρου.	Είναι σε θέση να συμπεράνει ιδιότητες αντικειμένων από μια πληροφορία και να λύνει προβλήματα που παρουσιάζουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.	Χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα, για να αναπαραστήσει αφηρημένα συστήματα. Αναπτύσσει μαθηματικά μοντέλα για φυσικά και κοινωνικά φαινόμενα.

## **Παράρτημα II**

Στη συνέχεια, παρατίθεται ο πίνακας 4.1., στον οποίο αναφέρονται οι διδακτικοί στόχοι της Γεωμετρίας σύμφωνα με το ισχύον Δ.Ε.Π.Π.Σ. των Μαθηματικών, αλλά και ο πίνακας 4.2. στον οποίο παρουσιάζονται οι στόχοι, ο διατιθέμενος χρόνος και οι ενδεικτικές δραστηριότητες για την εκάστοτε διδακτική ενότητα, σύμφωνα με το Α.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό.

Τάξη	Άξονες γνωστικού περιεχ/νου	Γενικοί στόχοι (γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες)	Ενδεικτικές Θεμελιώδεις έννοιες Διαθεματικής προσέγγισης
Α	Μετρήσεις	Να έχουν μια πρώτη επαφή με τις έννοιες: μήκος, χρόνος, χρήμα, μάζα. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα-Διαφορά
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στον προσανατολισμό στο χώρο, στη σχεδίαση, αναπαραγωγή, αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση σχημάτων. Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα. Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα.	Μεταβολή Σύστημα Επικοινωνία Χώρος-Χρόνος Ομοιότητα-Διαφορά
Β	Μετρήσεις	Να εφαρμόζουν τη διαδικασία μέτρησης μήκους και επιφανειών με συμβατικές και αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Να εξασκούνται στη μέτρηση χρόνου, χρήματος και μάζας. Να αναγνωρίζουν, να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.	Μεταβολή Σύστημα Χώρος-Χρόνος Άτομο - Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στη σχεδίαση, αναπαραγωγή σχημάτων και να αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά των σχημάτων αυτών. Να καθορίζουν σημεία και να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες. Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες. Να διακρίνουν τα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τον κύλινδρο και τη σφαίρα. Να παρατηρούν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας και να συμπληρώνουν το συμμετρικό ενός σχήματος.	Μεταβολή Σύστημα Χώρος - Χρόνος Άτομο - Σύνολο Ομοιότητα-Διαφορά
Γ	Μετρήσεις	Να γνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις μονάδες μέτρησης μήκους, χρόνου και μάζας. Να αναγνωρίζουν ένα μοτίβο και να διαπιστώνουν ότι η διαδικασία επανάληψης συνεχίζεται επ' άπειρον.	Μεταβολή Αλληλεπίδραση Σύστημα Χώρος-Χρόνος
	Γεωμετρία	Να εξασκούνται στην περιγραφή, αναπαραγωγή και σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σωμάτων καθώς και στην εφαρμογή τεχνικών σχεδίασης κάθετων ευθειών με τη βοήθεια των γεωμετρικών οργάνων. Να γνωρίσουν τις έννοιες, κορυφή, ακμή, ορθή γωνία και έδρα. Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα.	Σύστημα Χώρος-Χρόνος Συμμετρία Άτομο – Σύνολο Ομοιότητα - Διαφορά Έδρα



<b>Δ</b>	<b>Μετρήσεις</b>	<p>Να εξασκούνται στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, χρόνου, χρήματος, μάζας και διαισθητικά της χωρητικότητας.</p> <p>Να εξασκηθούν σε απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης και να μπορούν να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις με συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Πολιτισμός</p> <p>Άτομο - Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p>
	<b>Γεωμετρία</b>	<p>Να εξασκούνται με τη βοήθεια οργάνων στην χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών και στο σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων. Επίσης στον υπολογισμό περιμέτρου απλών σχημάτων.</p> <p>Να κατανοήσουν διαισθητικά την έννοια του εμβαδού.</p> <p>Να εξασκηθούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p>	<p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p> <p>Συμμετρία</p>
<b>Ε</b>	<b>Μετρήσεις</b>	<p>Να σταθεροποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειωθούν με τη χρήση των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διαπιστώνουν την ύπαρξη, να περιγράφουν και να επεκτείνουν απλά αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Πολιτισμός</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p>
	<b>Γεωμετρία</b>	<p>Να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να υπολογίζουν τις περιμέτρους και τα εμβαδά βασικών γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και το μήκος ενός κύκλου.</p> <p>Να γνωρίζουν την ονομασία γωνιών και τριγώνων, να τα ταξινομούν και να τα κατασκευάζουν.</p> <p>Να εξασκούνται στη κατασκευή αναπτυγμάτων απλών στερεών.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p> <p>Ταξινόμηση</p>
<b>ΣΤ</b>	<b>Μετρήσεις</b>	<p>Να σταθεροποιούν τις γνώσεις τους σχετικά με τις συμβατικές μονάδες μήκους, μάζας, χρόνου, επιφάνειας και χωρητικότητας και να εξοικειώνονται με τις χρήσεις των μετρήσεων στην καθημερινή ζωή.</p> <p>Να διατυπώνουν έναν κανόνα για κάποιο απλό αριθμητικό ή το γεωμετρικό μοτίβο.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος - Χρόνος</p> <p>Άτομο - Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα - Διαφορά</p>
	<b>Γεωμετρία</b>	<p>Να εξασκούνται στον σχεδιασμό ευθύγραμμων σχημάτων και κύκλων με κανόνα (χάρακα) και διαβήτη.</p> <p>Να υπολογίζουν το μήκος κύκλου και εμβαδόν κυκλικού δίσκου, τα εμβαδά και τους όγκους βασικών στερεών σχημάτων.</p> <p>Να αναπαράγουν, να κατασκευάζουν και να συγκρίνουν γωνίες.</p> <p>Να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα και να διενεργούν μεταφορές, μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις.</p>	<p>Μεταβολή</p> <p>Σύστημα</p> <p>Χώρος-Χρόνος</p> <p>Άτομο – Σύνολο</p> <p>Ομοιότητα- Διαφορά</p> <p>Συμμετρία</p>

**Πίνακας 4.1.** Διδακτικοί στόχοι της Γεωμετρίας σύμφωνα με το ισχύον Δ.Ε.Π.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό

Τάξη	Στόχοι	Θεματικές Ενότητες (διατιθέμενος χρόνος)	Ενδεικτικές δραστηριότητες
A	<p>Να μετρούν διάφορα μεγέθη με γνωστές ή αυθαίρετες μονάδες μέτρησης.</p> <p>Να συγκρίνουν ως προς το μέγεθός τους ή ως προς τα μεγέθη των διαστάσεων δύο ή περισσότερα αντικείμενα, και να χρησιμοποιούν τις εκφράσεις: ψηλότερο από..., χαμηλότερο από..., πλατύτερο από..., στενότερο από... κτλ.</p> <p>Να διατάσσουν γεγονότα σύμφωνα με τη χρονική τέλεσή τους.</p> <p>Να διακρίνουν και να εκτιμούν τη διάρκεια χρονικών διαστημάτων.</p> <p>Να διακρίνουν εμπειρικά τα διάφορα νομίσματα , σε επίπεδο ανάλογο των αριθμητικών γνώσεών τους.</p> <p>Να διαπιστώνουν σχέσεις μεταξύ των νομισμάτων.</p> <p>Να συλλαμβάνουν διαισθητικά την αξία τους.</p> <p>Να κατανοούν τη λειτουργία της ζυγαριάς.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τις εκφράσεις: βαρύτερο από..., ελαφρύτερο από...</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μήκος, ύψος, πλάτος (εμπειρικές μετρήσεις στα μεγέθη αυτά).</p> <p>Χρόνος (ονομασία - η έννοια του χρονικού διαστήματος σε σχέση με ορισμένα γεγονότα)</p> <p>Χρήμα</p> <p>Βάρος (μάζα)</p> <p>Μοτίβα (22 ώρες)</p>	<p>Σύγκριση οικείων μεγεθών χρησιμοποιώντας αυθαίρετες και γνωστές μονάδες μέτρησης.</p> <p>Διάταξη αντικειμένων σύμφωνα με ένα μέγεθος: ύψος, μήκος, πλάτος.</p> <p>Εκφράσεις και γεγονότα που αφορούν το χθες, το σήμερα, το αύριο, το πριν, το μετά, το γρήγορο, το αργό κτλ.</p> <p>Παρουσίαση στους μαθητές των κερμάτων και ανταλλαγή αυτών σύμφωνα με την αξία τους.</p> <p>Αγορές με εφαρμογή της πράξης πρόσθεσης.</p> <p>Σύγκριση μάζας αντικειμένων με ίδιο όγκο, π.χ. χάρτινο και γυάλινο πιάτο.</p> <p>Παρατήρηση και εξοικείωση με την ισορροπία της ζυγαριάς.</p> <p>Σχηματισμός μοτίβων απλών γεωμετρικών σχημάτων.</p> <p>Σχηματισμός αριθμητικών μοτίβων ανεβαίνοντας ή κατεβαίνοντας 2-2 μέχρι το 20.</p> <p>Μετρήσεις με διάφορα μεγέθη της αίθουσας, της αυλής κλπ π.χ. παιχνίδι του αρχιτέκτονα. Άλλα παιχνίδια μετρήσεων (χρόνος- ημερήσια διαστήματα, χρήμα- συναλλαγές) (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>

	<p>Να διακρίνουν τα σχήματα των επιπέδων: του τριγώνου, του τετράγωνου, του ορθογώνιου, του κύκλου και των στερεών: τριγωνικής πυραμίδας, κύβου, ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, κυλίνδρου, σφαίρας.</p> <p>Να χαράζουν ευθύγραμμα τμήματα με το χάρακα, ενώνοντας τα άκρα τους (δύο σημεία).</p> <p>Να ανακατασκευάζουν απλά παζλ.</p> <p>Να τοποθετούν, να εντοπίζουν και να μετατοπίζουν αντικείμενα σε σχέση με τους ίδιους ή σε σχέση με σταθερά σημεία αναφοράς.</p> <p>Να παρατηρούν εικόνες και σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>Επίπεδα σχήματα και στερεά σώματα.</p> <p>Αναγνώριση της μορφής.</p> <p>Χάραξη.</p> <p>Προσανατολισμός στο χώρο</p> <p>Προσέγγιση της συμμετρίας ως προς άξονα.</p> <p>(8 ώρες)</p>	<p>Ταξινόμηση σχημάτων ως προς τη μορφή τους, ως προς τον αριθμό των πλευρών ή γωνιών τους.</p> <p>Ένωση με το χάρακα σημείων 1, 2 ...,10 και σχηματισμός σκίτσου.</p> <p>Περιγραφή μιας διαδρομής σε τετραγωνισμένο χαρτί ή μέσα στο χώρο.</p> <p>Κάλυψη μιας επιφάνειας με μια άλλη μικρότερη.</p> <p>Χρησιμοποίηση των όρων: πάνω-κάτω, μπροστά-πίσω, αριστερά-δεξιά.</p> <p>Εύρεση στερεών στο Περιβάλλον (κτίρια, αντικείμενα).</p> <p>Παιχνίδια με παζλ, καλαμάκια και πλαστελίνες για εξοικείωση με τις έννοιες των στερεών και των σχημάτων (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος)</p>
<b>B</b>	<p>Να μπορούν να μετρούν μήκη και επιφάνειες.</p> <p>Να μπορούν να βρίσκουν και να συγκρίνουν αποτελέσματα μετρήσεων με το μέτρο και τις υποδιαίρεσεις του.</p> <p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν τις μονάδες μάζας (κιλό ή χιλιόγραμμα, γραμμάρια).</p> <p>Να εξοικειωθούν με την έννοια του χρόνου και να μπορούν να συγκρίνουν χρονικές διάρκειες (μέρες της εβδομάδας, μήνες του έτους, ημερολόγιο).</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος επιφάνεια, μάζα, χρόνος)</p> <p>(12 ώρες)</p>	<p>Μέτρηση επιφανειών χρησιμοποιώντας ως μονάδες μέτρησης άλλες μικρότερες επιφάνειες και γεωμετρικά σχήματα (π.χ. τριγωνάκια, τετραγωνάκια).</p> <p>Εξοικείωση με τη λειτουργία της ζυγαριάς.</p> <p>Τα παιδιά κάνουν μετρήσεις σε σχέση με τη θερμοκρασία, το ύψος, το βάρος του σώματος, το χρόνο, τις διαστάσεις τετραδίων, βιβλίων, θρανίων.</p> <p>Δραματοποιούν στιγμές από την καθημερινή ζωή (π.χ. επίσκεψη στο μανάβικο, ασχολίες που γίνονται σε ημερήσια ή εβδομαδιαία βάση στο σπίτι)</p> <p>(Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>
	<p>Οι μαθητές πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μοτίβα</p> <p>(4 ώρες)</p>	<p>Κατασκευή μοτίβων με χάντρες ή άλλα υλικά.</p> <p>Σχηματισμός αριθμητικών μοτίβων ανεβαίνοντας ή κατεβαίνοντας 2-2, 3-3, 5-5 και 10-10 μέχρι το 100.</p> <p>Ζωγραφίζουν γεωμετρικά μοτίβα, χαρακτηριστικά διαφόρων πολιτισμών (Αισθητική Αγωγή).</p>



	<p>Να αναγνωρίζουν και να ορίζουν σημεία, να σχεδιάζουν ευθύγραμμα τμήματα και ευθείες σε λευκό και τετραγωνισμένο χαρτί.</p> <p>Να μετρούν και να συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα με συμβατικές μονάδες μετρήσεων.</p> <p>Να αναγνωρίζουν εμπειρικά τις παράλληλες και κάθετες ευθείες.</p> <p>Να αναγνωρίζουν τα γεωμετρικά σχήματα: τον κύκλο, το τετράγωνο, το ορθογώνιο, το τρίγωνο.</p> <p>Να εξετάζουν τα χαρακτηριστικά των γεωμετρικών σχημάτων με τη χρήση των οργάνων.</p> <p>Να διακρίνουν τα γεωμετρικά στερεά: την πυραμίδα, τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τη σφαίρα, τον κύλινδρο.</p> <p>Να σχεδιάζουν σχήματα με το χάρακα σε λευκό και σε τετραγωνισμένο χαρτί και να αναπαράγουν σχήματα.</p> <p>Να παρατηρούν αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(12 ώρες)</p>	<p>Προσδιορισμός κόμβων και τετραγώνων στο καρτεσιανό επίπεδο (τετραγωνισμένο χαρτί, σταυρόλεξο, χάρτες). Περιγραφή μιας διαδρομής μέσα στο χώρο ή σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p> <p>Χρήση του γνώμονα, για να εξετάσουν αν δύο ευθείες είναι κάθετες.</p> <p>Σχηματισμός απλών σχημάτων με τα κομμάτια του πάζλ (τάγκραμ). Να καλύπτουν μια επιφάνεια με μια άλλη μικρότερη (πλακόστρωτο).</p> <p>Διασκέδαση με κομμάτια του πάζλ (τάγκραμ), πλακόστρωτα, μωσαϊκά, παζλ, αριθμητικά ή λογικά παιχνίδια, επαναληπτικές κανονικότητες.</p> <p>Διαπίστωση με το χάρακα της ισότητας των πλευρών και με το γνώμονα ότι γωνίες είναι ορθές.</p> <p>Διπλώνοντας το χαρτί να ελέγχουν και να συμπληρώνουν τη συμμετρία.</p> <p>Παίζουν μαθηματικά παιχνίδια π.χ. τρίλιζα (Αισθητική Αγωγή).</p>
<p><b>Γ</b></p>	<p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης.</p> <p>Να γνωρίζουν τις συνήθειες μονάδες μήκους και επιφανείας.</p> <p>Να γνωρίζουν τις συνήθειες μονάδες μάζας.</p> <p>Να γνωρίζουν τις μονάδες χρόνου.</p> <p>Να μπορούν να διατάσσουν μεγέθη</p>	<p><i>Μετρήσεις</i> (μήκος, επιφάνεια, μάζα, χρόνος) (6 ώρες)</p>	<p>Αρχικά πειραματίζονται με τη χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης μηκών και επιφανειών. Εκτελούν απλούς υπολογισμούς (π.χ. περίμετρος ενός πολυγώνου με σπιρτόξυλα). Στη συνέχεια εισάγονται στις συμβατικές μονάδες μέτρησης και χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης (μέτρο μήκους, ζυγαριά, ρολόι).</p> <p>Μετρούν διαστάσεις: αίθουσας, σχολείου, παραθύρων, θρανίων, πόρτας κτλ., χρονομετρούν γεγονότα και ζυγίζουν αντικείμενα (Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>
<p>Να αναγνωρίζουν ένα μοτίβο επανάληψης αριθμών όπως στο σχήμα του τριγώνου του Pascal και να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον.</p> <p>Να μπορούν να διπλασιάζουν φυσικούς αριθμούς και να προβλέπουν τους επόμενους όρους στη σειρά.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μοτίβα</p> <p>(4 ώρες)</p>	<p>Συμπλήρωση των αριθμών σε ένα τρίγωνο Pascal</p> <pre> 1 1 1 1 2 1 ... </pre> <p>στο οποίο είναι συμπληρωμένες οι πρώτες 3 γραμμές.</p> <p>Δίνονται στα παιδιά:</p> <p>ο κανόνας "πολλαπλασίασε επί 2" και η σειρά των αριθμών 1,2,4,8,16,32,... και ζητείται να συνεχίσουν τη σειρά των αριθμών αυτών με τον προηγούμενο κανόνα και να βρουν τον 13<sup>ο</sup> όρο.</p>	

	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(9 ώρες)</p>	<p>Εργασία πάνω σε διάφορα στερεά (αναπαραγωγή, περιγραφή, αναπαράσταση), χρησιμοποιούν έννοιες όπως: έδρα, κορυφή, ακμή.</p> <p>Επίσης, εργασία πάνω σε διάφορα επίπεδα σχήματα, χρησιμοποιούν έννοιες, όπως: πλευρά, ευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, μέσο, γραμμή, κάθετος, γωνία, ορθή γωνία.</p> <p>Αναγνώριση σχημάτων μέσα σε ένα σύνθετο σχήμα και καταμέτρηση του αριθμού τους στο σύνθετο σχήμα.</p> <p>Παιχνίδια με κομμάτια πάζλ (τάγκραμ), πλακόστρωτα, μωσαϊκά, πάζλ, επαναληπτικές κανονικότητες, γρίφους, μαγικά τετράγωνα.</p> <p>Σχετικά με την αξονική συμμετρία οι μαθητές χρησιμοποιούν τη δίπλωση, για να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας. Επίσης, αναγνωρίζουν άξονες συμμετρίας ενός επίπεδου σχήματος και με τη βοήθεια πλαστικού καθρέφτη Σχεδιασμός της αίθουσας, του σχολείου κλπ. (Αισθητική Αγωγή).</p>
<p><b>Δ</b></p> <p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν αυθαίρετες μονάδες για τις μετρήσεις.</p> <p>Να μπορούν να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης.</p> <p>Να γνωρίζουν τις συνήθεις μονάδες μήκους, μάζας, εμβαδού, όγκου και χρόνου.</p> <p>Να μπορούν να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες.</p> <p>Να γνωρίσουν διαισθητικά την έννοια του λίτρου (l) και του (ml), τη σχέση τους και να λύνουν πραγματικά προβλήματα.</p> <p>Να διενεργούν μετρήσεις μηκών ή μαζών χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες μονάδες με τις υποδιαιρέσεις τους για να κατανοήσουν τους</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, χωρητικότητα)</p> <p>(10 ώρες)</p>	<p>Διαισθητική προσέγγιση των μεγεθών: μήκους, επιφάνειας και χωρητικότητας με χρήση αυθαίρετων μονάδων μέτρησης επιφανειών και χωρητικότητας, όπως για παράδειγμα τετραγωνάκια και κυβάκια.</p> <p>Σύγκριση της χωρητικότητας ενός μικρού-ατομικού κουτιού με φυσικό χυμό και ενός μεγάλου οικογενειακού. Διερεύνηση για τη συμφέρουσα τιμή αγοράς μεταξύ μεγάλου και μικρού κουτιού (Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος).</p>

<p>συμμιγείς αριθμούς.          Να μπορούν να διενεργούν μετρήσεις μηκών και μαζών και να εκφράζουν τα αποτελέσματα με μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού.          Να εκτελούν προσθέσεις και αφαιρέσεις με συμμιγείς αριθμούς.</p>		
<p>Να μπορούν να διαπιστώνουν την ύπαρξη απλών γεωμετρικών μοτίβων.          Να μπορούν να τριπλασιάζουν (τετραπλασιάζουν κ.λπ.) φυσικούς αριθμούς και να προβλέπουν τους επόμενους όρους μιας τέτοιας αριθμητικής ακολουθίας.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i>   <b>Μοτίβα</b>          (4 ώρες)</p>	<p>Αναγνωρίζουν το μοτίβο επανάληψης αριθμών σε ένα σχήμα (π.χ. τρίγωνο Pascal), να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον.          Δίνονται στα παιδιά: ο κανόνας "πολλαπλασίασε επί 3" και η σειρά των αριθμών 1, 3, 6, 9, 12...και ζητείται να συνεχίσουν τη σειρά των αριθμών αυτών και να βρουν τον 10ο όρο.</p>
<p>Να μπορούν να σχεδιάζουν γεωμετρικά σχήματα και στερεά με τη βοήθεια οργάνων.          Να κατανοήσουν διαισθητικά την έννοια του εμβαδού.          Να μπορούν να υπολογίζουν και να συγκρίνουν περιμέτρους επίπεδων σχημάτων.          Να μπορούν να περιγράφουν και να αναπαριστάνουν συνήθη γεωμετρικά στερεά.          Να μπορούν να αναπαράγουν τα αναπτύγματα ορισμένων στερεών.          Να μπορούν να περιγράφουν και να σχεδιάζουν τα συνήθη επίπεδα γεωμετρικά σχήματα.          Να μπορούν να σχεδιάζουν τεμνόμενες, παράλληλες και κάθετες ευθείες με τη βοήθεια οργάνων.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i>           (10 ώρες)</p>	<p>Χρήση συνήθων οργάνων όπως: το μοιρογνωμόνιο, το βαθμολογημένο κανόνα, το ορθογώνιο τρίγωνο, καθώς και βοηθητικά μέσα όπως: το διαφανές χαρτί, το τετραγωνισμένο χαρτί. Επίσης χρησιμοποιούν το ακριβές γεωμετρικό λεξιλόγιο.          Εξέταση των επίπεδων σχημάτων όπως: το τρίγωνο, το τετραγώνου, ορθογώνιου παραλληλογράμμου, ρόμβου και πολύγωνου.          Γνωριμία και εργασία πάνω στα στερεά: τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και τη σφαίρα.          Σχεδιασμός αναπτυγμάτων πιο σύνθετων στερεών απ' ότι στη Γ' τάξη και αντιστρόφως όταν δοθεί το σχέδιο αναπτύγματος ο μαθητής να είναι σε θέση να αναπαραστήσει το στερεό.          Κατασκευή του συμμετρικού ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας.          Αναγνώριση αξόνων συμμετρίας ενός επίπεδου σχήματος και συμπλήρωση ενός σχήματος με άξονα συμμετρίας.          Χάραξη παράλληλων και κάθετων ευθειών με τη βοήθεια οργάνων.          Από ένα σημείο χαράζουν την κάθετο, την παράλληλο ή μια τέμνουσα προς μια</p>



	<p>Να μπορούν να σχεδιάζουν την απόσταση σημείου από ευθεία και την απόσταση δύο παράλληλων ευθειών.</p> <p>Να μπορούν να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός επίπεδου σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας.</p> <p>Να μπορούν να διενεργούν μεταφορά ενός σχήματος στο τετραγωνισμένο χαρτί κατά δοθέν ευθύγραμμο τμήμα.</p>		<p>ευθεία.</p> <p>Αναγνώριση σχημάτων μέσα σε ένα σύνθετο σχήμα. Καταμέτρηση του αριθμού των σχημάτων που εντοπίζουν στο σύνθετο σχήμα.</p> <p>Παιγνίδια με αναπτύγματα στερεών.</p> <p>Η συμμετρία στη φύση (π.χ. φύλλα δένδρων) και στις τέχνες (π.χ. πίνακες, κτίρια). Γεωμετρικά χρόνια (Αισθητική Αγωγή, Γλώσσα, Μελέτη Περιβάλλοντος, Ιστορία).</p>
<b>E</b>	<p>Να χρησιμοποιούν τα συνήθη εργαλεία μέτρησης (χάρακας, μοιρογνωμόνιο, ορθή γωνία, μέτρο, μετροταινία, ζυγαριά, ρολόι, χρονόμετρο).</p> <p>Να διενεργούν μετρήσεις γωνιών με μονάδα μέτρησης το <math>\frac{1}{2}</math> και το <math>\frac{1}{4}</math> της ορθής γωνίας.</p> <p>Να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες μήκους, επιφάνειας, χρόνου και μάζας. Να διενεργούν μια διάταξη μεγεθών και να χρησιμοποιούν την κατάλληλη μονάδα σε ορισμένες οικείες καταστάσεις.</p> <p>Να διενεργούν μετρήσεις μηκών, επιφανειών, μαζών και χρόνου και να εκφράζουν τα αποτελέσματα με τη μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού.</p> <p>Να εκτελούν απλές πράξεις με συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες τους σχετικά τα νομίσματα στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, γωνία, χωρητικότητα, νομίσματα) (5 ώρες)</p>	<p>Πειραματισμός στην αρχή με αυθαίρετες μονάδες μέτρησης.</p> <p>Εξάσκηση στις πράξεις με τους συμμιγείς αριθμούς.</p> <p>Χρήση των κλασμάτων και των δεκαδικών μέσα σε προβλήματα μέτρησης μήκους, μάζας, εμβαδού και χρόνου.</p> <p>Οι μετρήσεις από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Μονάδες μέτρησης στην αρχαιότητα – πρακτικές μονάδες μέτρησης. Ιστορική προσέγγιση της καθιέρωσης του μέτρου (Ιστορία, Γλώσσα).</p>
	<p>Να αναγνωρίζουν ένα μοτίβο επανάληψης αριθμών, π.χ. στο τρίγωνο Pascal, και να διαπιστώσουν ότι η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον.</p> <p>Να μπορούν να τετραπλασιάζουν φυσικούς αριθμούς και να προβλέπουν τους επόμε-</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μοτίβα</p>	<p>Οι μαθητές χρωματίζουν τους αριθμούς της αριθμογραμμής ή άλλου σχήματος π.χ. τρίγωνο του Pascal που είναι μικρότεροι του 50 και είναι πολλαπλάσια του 2,3,8 και 9.</p> <p>Δίνονται στα παιδιά: ο κανόνας "πολλαπλασίασε επί 4" και η σειρά των αριθμών 1, 4, 16, 64,</p>
	<p>νους όρους στη σειρά.</p>	<p>(3 ώρες)</p>	<p>...και ζητείται να συνεχίσουν τη σειρά των αριθμών αυτών με τον προηγούμενο κανόνα και να βρουν τον 8<sup>ο</sup> όρο.</p>

<p>Να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να αναγνωρίζουν σχήματα που είναι μέρη ενός σύνθετου σχήματος .</p> <p>Να υπολογίζουν τα εμβαδά του τετραγώνου, του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου και του ορθογώνιου τριγώνου.</p> <p>Να συγκρίνουν εμβαδά.</p> <p>Να κατανοήσουν ότι η έννοια του εμβαδού είναι διαφορετική από την έννοια της περιμέτρου επιλύοντας προβλήματα, στα οποία γνωρίζουν τη μία από τις δύο έννοιες και ζητάμε την άλλη.</p> <p>Να υπολογίζουν το μήκος ενός κύκλου.</p> <p>Να διακρίνουν τα είδη των γωνιών (ορθή, οξεία, αμβλεία). Να συγκρίνουν και να σχηματίζουν γωνίες.</p> <p>Να διακρίνουν τα είδη τριγώνων και τις ιδιότητές τους. Να εφαρμόζουν τις συνήθεις τεχνικές χάραξης των υψών ενός τριγώνου.</p> <p>Να διενεργούν μεγεθύνσεις και σμικρύνσεις, σε χαρτί μιλιμετρέ απλών ευθύγραμμων σχημάτων.</p> <p>Να κατασκευάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα σε τετραγωνισμένο χαρτί.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(8 ώρες)</p>	<p>Εκμάθηση του λεξιλογίου που αφορά στα επίπεδα σχήματα, όπως στην ευθεία, στον κύκλο, στο κέντρο, στην ακτίνα, στην διάμετρο, στη γωνία.</p> <p>Ανάλυση ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος, διατύπωση υποθέσεων για τα επιμέρους στοιχεία του και επαλήθευση με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων.</p> <p>Μεγέθυνση και σμίκρυνση στο τετραγωνισμένο χαρτί, χωρίς υπολογιστικές διαδικασίες αναλογιών και κλιμάκων. Γίνονται μόνο μετρήσεις πάνω στο τετραγωνισμένο χαρτί.</p> <p>Κατασκευή συμμετρικού σχήματος με μορφή δραστηριότητας σχεδιασμού.</p> <p>Έρευνα των μαθηματικών εννοιών στο σχεδιασμό του τροχού ποδηλάτου και χρήση γεωμετρικών λογισμικών (SketchPad, Cabri) (Γλώσσα, Φυσικά, Νέες Τεχνολογίες )</p>
--	---	--



<p><b>ΣΤ</b></p>	<p>Να χρησιμοποιούν συνήθη εργαλεία μέτρησης (μέτρο, ζυγαριά, ρολόι, χρονόμετρο κ.ά.). Να εκτελούν μετατροπές μονάδων ανάμεσα σε συνήθεις μονάδες μήκους, επιφάνειας, χωρητικότητας, μάζας, χρόνου και γωνιών. Να διενεργούν διατάξεις μεγεθών και να χρησιμοποιούν την κατάλληλη μονάδα σε ορισμένες οικείες καταστάσεις. Να εκφράζουν τα αποτελέσματα μετρήσεων με τη μορφή φυσικού, συμμιγούς και δεκαδικού. Να εκτελούν πράξεις με συμμιγείς αριθμούς και να λύνουν πραγματικά προβλήματα. Να χρησιμοποιούν τις εμπειρίες τους σχετικά με τα νομίσματα στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων κάνοντας χρήση των νομισμάτων.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, χωρητικότητα, γωνία, νομίσματα) (8 ώρες)</p>	<p>Χρήση των κλασμάτων και των δεκαδικών σε προβλήματα μετρήσεων μήκους, επιφάνειας, χωρητικότητας. Οι μαθητές μετρούν τα ύψη τους, τις διαστάσεις της αίθουσάς τους και τα εκφράζουν σε όλες τις υποδιαιρέσεις του μέτρου αλλά και με συμμιγείς αριθμούς. Ομοίως και για την επιφάνεια του δαπέδου, τις γωνίες και το βάρος διαφόρων αντικειμένων. Αποτυπώνουν εικαστικά και συζητούν για τις τυχόν διαφορές (Αισθητική Αγωγή, Φυσικά, Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή).</p>
	<p>Να μπορούν να αναγνωρίζουν να περιγράφουν και να επεκτείνουν αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα. Να μπορούν να διατυπώνουν έναν κανόνα για κάποιο απλό αριθμητικό ή το γεωμετρικό μοτίβο.</p>	<p><i>Μετρήσεις</i></p> <p>Μοτίβα (4 ώρες)</p>	<p>Να βρεθεί και να διατυπωθεί ο κανόνας με τον οποίο συνεχίζεται η παρακάτω ακολουθία των αριθμών: 720, 360, 120, ..., Να βρεθεί ο 8ος όρος της.</p>

<p>Να αναγνωρίζουν σχήματα σε ένα σύνθετο περιβάλλον και να χαράζουν γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.</p> <p>Να χρησιμοποιούν τους τύπους που επιτρέπουν τον υπολογισμό των εμβαδών του τριγώνου, του παραλληλόγραμμου και του τραπεζίου.</p> <p>Να υπολογίζουν τα εμβαδά του τριγώνου, του παραλληλόγραμμου, του τραπεζίου και του κύκλου και να επιλύουν σχετικά προβλήματα.</p> <p>Να υπολογίζουν τους όγκους και τα εμβαδά παράπλευρης και ολικής επιφάνειας του κύβου, του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου και του κυλίνδρου και να λύνουν συνδυαστικά προβλήματα εμβαδών και όγκων.</p> <p>Να αξιοποιούν δεδομένα από όγκους και εμβαδά για να κατασκευάζουν τα αναπτύγματα του κύβου, του κυλίνδρου και του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.</p> <p>Να αναπαράγουν, να σχεδιάζουν και να συγκρίνουν γωνίες.</p> <p>Να διενεργούν μεταφορές, μεγεθύνσεις και μικρύνσεις σε μιλιμετρέ χαρτί απλών ευθύγραμμων σχημάτων.</p> <p>Να σχεδιάζουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα.</p>	<p><i>Γεωμετρία</i></p> <p>(16 ώρες)</p>	<p>Σχεδιασμός και κατασκευή του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, του κύβου και του κυλίνδρου. Ανάλυση των αναπτυγμάτων, μετρήσεις και μελέτη των θέσεων των εδρών.</p> <p>Για την κατανόηση της έννοιας του όγκου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της «διαδοχικής πλακόστρωσης» με κυβάκια, που είναι ανάλογη της πλακόστρωσης με τετραγωνάκια στην περίπτωση του εμβαδού.</p> <p>Συγκρίνουν γωνίες με διάφορους τρόπους, με ολική αντίληψη, με εναπόθεση, με διαφανές χαρτί, με δίπλωση, με μοιρογνωμόνιο.</p> <p>Οι μαθητές έχοντας ένα κουτί με νιφάδες καλαμποκιού - το οποίο μερικοί χρησιμοποιούν για πρωινό – κατασκευάζουν διαφορετικά γεωμετρικά στερεά της ίδιας χωρητικότητας.</p> <p>Χρησιμοποιούν γεωμετρικά λογισμικά Sketch-Pad, Cabri, Logo, για εξάσκηση σε διαφορετική αναπαράσταση των γεωμετρικών εννοιών (Αισθητική Αγωγή, Νέες Τεχνολογίες).</p>
---	--	---

**Πίνακας 4.2.** Στόχοι, διατιθέμενος χρόνος και ενδεικτικές δραστηριότητες για τη Γεωμετρία σύμφωνα με το ισχύον Α.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό Σχολείο

### **Παράρτημα ΙΙΙ**

Παρακάτω παρατίθενται οι ασκήσεις του Τετραδίου Εργασιών, β' τεύχους της Ε' Δημοτικού, για τα Κεφάλαια 40 και 41, που αφορούν τη διδασκαλία των τριγώνων.

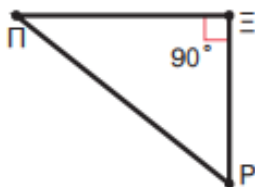
**1η Άσκηση**

Να αντιστοιχίσεις:

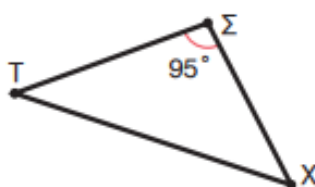
- |                            |   |                              |
|----------------------------|---|------------------------------|
| Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει | ■ | 1 ορθή γωνία και 2 οξείες    |
| Το ορθογώνιο τρίγωνο έχει  | ■ | 1 αμβλεία γωνία και 2 οξείες |
| Το οξυγώνιο τρίγωνο έχει   | ■ | 3 οξείες γωνίες              |

**2η Άσκηση**

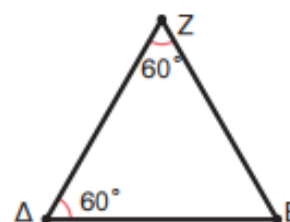
α. Χωρίς να υπολογίσεις πόσες μοίρες είναι οι υπόλοιπες γωνίες κάθε τριγώνου, να βρεις το είδος του σε σχέση με τις γωνίες: οξυγώνιο, ορθογώνιο, αμβλυγώνιο.



.....



.....

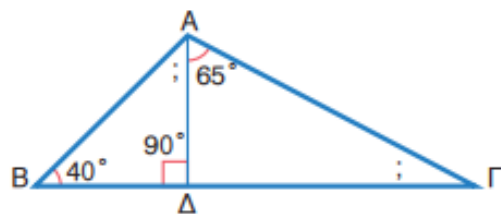


.....

β. Να βρεις πόσες μοίρες είναι οι υπόλοιπες γωνίες κάθε τριγώνου, με όποιον τρόπο μπορείς, και να τις σημειώσεις πάνω στα τρίγωνα.

**1ο Πρόβλημα**

Να υπολογίσεις πόσες μοίρες είναι οι γωνίες του σχήματος που έχουν ερωτηματικό χωρίς να χρησιμοποιήσεις το μοιρογνωμόνιό σου. Να εξηγήσεις πώς σκέφτηκες.



.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**2ο Πρόβλημα**

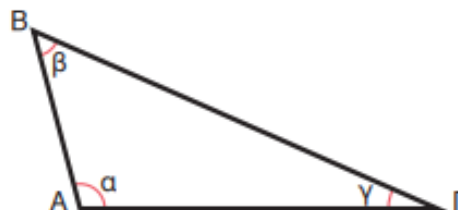
Στο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία  $\hat{\gamma}$  είναι  $25^\circ$  και η γωνία  $\hat{\alpha}$  τετραπλάσια της  $\hat{\gamma}$ .

α. Να υπολογίσεις όλες τις γωνίες του τριγώνου.

.....

β. Να χαρακτηρίσεις το τρίγωνο ως προς τις γωνίες του.

.....



**3ο Πρόβλημα**

Στη διπλανή σημαία, να βρεις:

**α.** δύο ορθογώνια τρίγωνα,

.....

**β.** ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο,

.....

**γ.** δύο οξυγώνια τρίγωνα.

.....



**4ο Πρόβλημα**

Να σχεδιάσεις ένα οξυγώνιο, ένα αμβλυγώνιο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο.



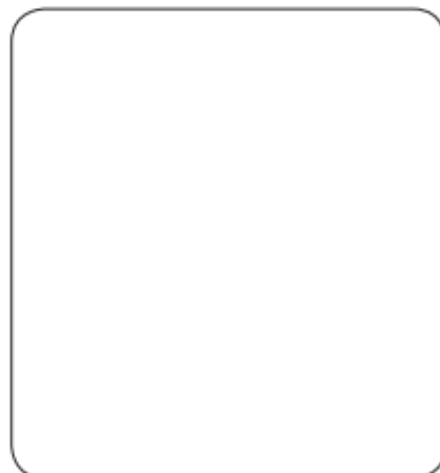
**Διερεύνηση – Επέκταση**

**α.** Να σχεδιάσεις ένα τετράπλευρο. Χωρίς να μετρήσεις τις γωνίες του, να βρεις έναν τρόπο, για να δείξεις ότι το άθροισμα των γωνιών του είναι  $360^\circ$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**β.** Μπορείς να κάνεις το ίδιο με ένα πεντάγωνο; Πόσο θα είναι το άθροισμα των γωνιών του;

.....  
 .....  
 .....  
 .....



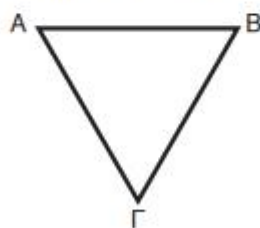
**1η Άσκηση**

Να αντιστοιχίσεις:

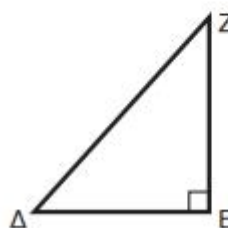
- |                           |   |                   |
|---------------------------|---|-------------------|
| Το σκαληνό τρίγωνο έχει   | ■ | 3 πλευρές ίσες.   |
| Το ισοσκελές τρίγωνο έχει | ■ | 3 πλευρές άνισες. |
| Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει | ■ | 2 πλευρές ίσες.   |

**2η Άσκηση**

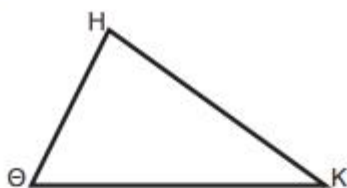
Να μετρήσεις το μήκος των πλευρών κάθε τριγώνου και να γράψεις κάτω από κάθε τρίγωνο το είδος του σε σχέση με τις πλευρές:



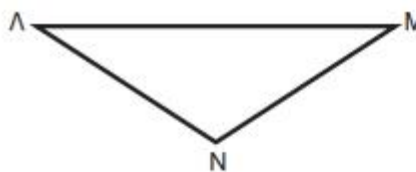
Το τρίγωνο ABΓ είναι .....



Το τρίγωνο ΔEZ είναι .....



Το τρίγωνο ΗΘΚ είναι .....



Το τρίγωνο ΛΜΝ είναι .....

**3η Άσκηση**

Να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο ABΓ με πλευρά AB= 4 εκ. και γωνίες A και B, 45° η καθεμία.



Ποιο είδος τριγώνου κατασκεύασες ως προς τις πλευρές και τις γωνίες του;

.....

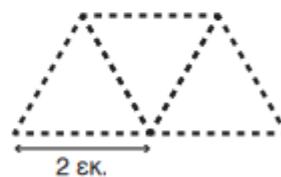


**1ο Πρόβλημα**

Ο Αντρέι σχεδιάζει ένα ισοσκελές τρίγωνο με πλευρές 3 και 5 εκατοστά. Ποιο μπορεί να είναι το μήκος της τρίτης πλευράς; Να δικαιολογήσεις την απάντησή σου.

**2ο Πρόβλημα**

Η Δανάη τοποθετεί ισόπλευρα τρίγωνα, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Πόσα ισόπλευρα τρίγωνα χρειάζεται να βάλει στη σειρά, ώστε το σχήμα που θα σχηματιστεί να έχει περίμετρο 22 εκατοστά;



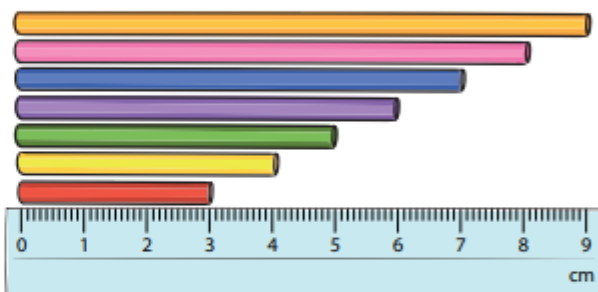
**3ο Πρόβλημα**

Να κατασκευάσεις ένα τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές  $AB = 4$  εκ.,  $AG = 3$  εκ. και τη γωνία  $\widehat{B\hat{A}G} = 65^\circ$ .

**Διερεύνηση – Επέκταση**

Να κόψεις καλαμάκια στα μήκη που δείχνει η εικόνα. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις περισσότερα από ένα καλαμάκια, κάθε μήκους.

**α.** Να κατασκευάσεις με αυτά ισοσκελή, ισόπλευρα και σκαληνά τρίγωνα. Να δώσεις παραδείγματα.



Μήκος πλευρών			Είδος τριγώνου
1η πλευρά	2η πλευρά	3η πλευρά	

**β.** Συζητάμε στην τάξη αν μπορούμε να κατασκευάσουμε σκαληνά τρίγωνα με όλους τους συνδυασμούς από καλαμάκια. Σε ποιες περιπτώσεις δεν μπορούμε να το κάνουμε αυτό και με ποια μήκη;

## **Παράρτημα IV**

Στη συνέχεια, παρατίθενται τα φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν στη διδακτική μας παρέμβαση.



## Φύλλο εργασίας 1

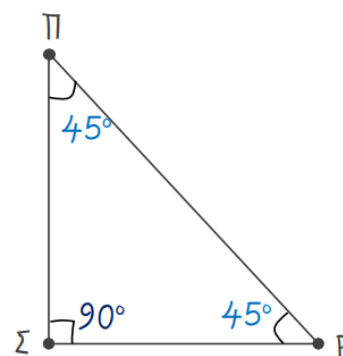
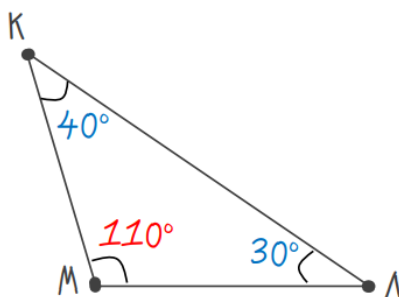
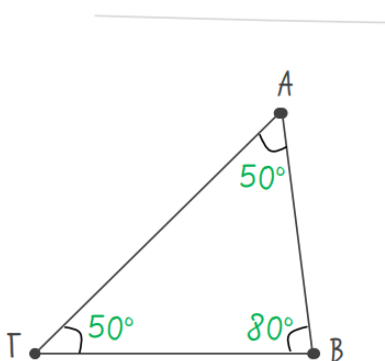
### Οξυγώνια – Αμβλυγώνια – Ορθογώνια τρίγωνα

Όνοματεπώνυμο μαθητών/τριών:.....

Ημερομηνία:.....

1. Να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο, ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.

2. Να ονομάσετε τα παρακάτω είδη τριγώνων βάσει των γωνιών τους

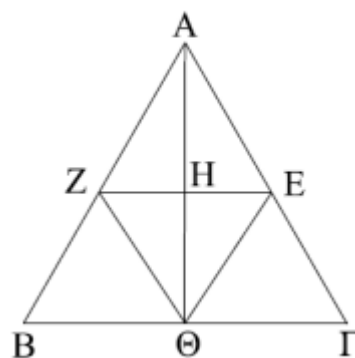


3. Αναγνωρίστε και ονομάστε τα τρίγωνα που υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα:

Ορθογώνια τρίγωνα:

Οξυγώνια τρίγωνα:

Αμβλυγώνια τρίγωνα:



4. Μεταβείτε στον παρακάτω σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/eyvygpsq>). Σχεδιάστε διάφορα τρίγωνα. Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών τους;

## Φύλλο εργασίας 2

### Ισόπλευρα – Ισοσκελή – Σκαληνά τρίγωνα

Όνοματεπώνυμο μαθητών/τριών:.....

Ημερομηνία:.....

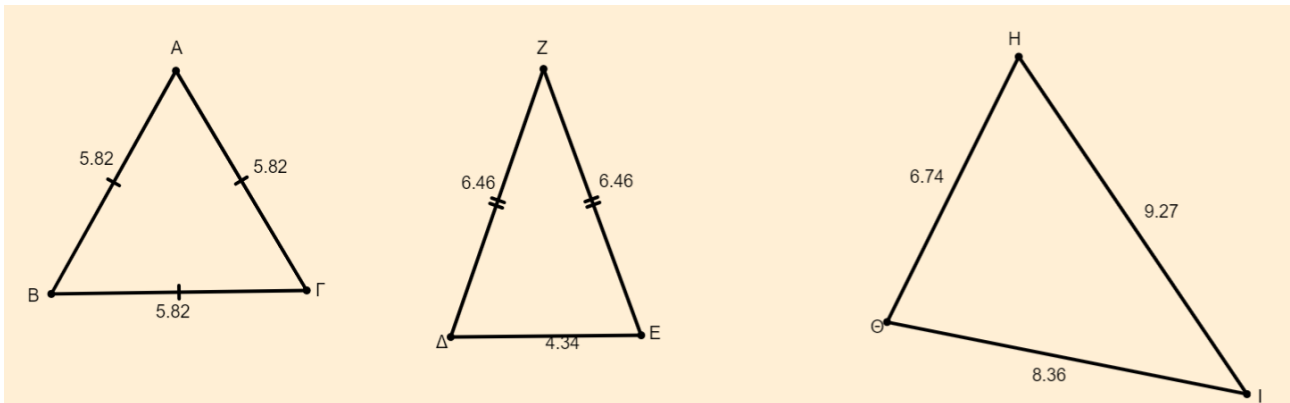
1. Κατασκευάστε ένα **ισόπλευρο**, ένα **ισοσκελές** και ένα **σκαληνό τρίγωνο**

2. Ποια από τα ακόλουθα τρίγωνα είναι ισόπλευρο, ποια ισοσκελές και ποιο σκαληνό;

**Ισόπλευρα:**

**Ισοσκελή:**

**Σκαληνά:**



3. Μεταβείτε στον παρακάτω σύνδεσμο (<https://www.geogebra.org/m/nkryjh9w>) και ταξινομήστε τα τρίγωνα βάσει των πλευρών τους.

4. Υπολογίστε το μήκος των πλευρών του παρακάτω τριγώνου, αν γνωρίζετε ότι  $AB = AG$ .

